# Оптимальная стабилизация линейной системы импульсным управлением

Рассмотрим систему

(1)

где – функция ограниченной вариации, производная понимается в обобщенном смысле. Рассмотрим задачу о минимизации критерия

(2)

на траекториях системы, заданной уравнением (1).

Данная задача минимизации критерия на траекториях системы (1) является вырожденной и в классе абсолютно непрерывных траекторий решений не имеет. В системе, заданной уравнением (1) произведем замену переменной:

(3)

Получим

(4)

Функционал (2) получит такую запись

(5)

В результате выполненных преобразований, мы сталкиваемся с задачей минимизации функционала (5) для траекторий, определенных в системе (4). Если , то задача оказывается невырожденной. Оптимальное управление будет выглядеть как

(6)

Матрица K есть решение управления Рикатти

(7)

С помощью уравнения Рикатти мы можем построить управление в исходной задаче (6). Дифференцируя его мы получим управление для исходной задачи.

Здесь – регулярная составляющая управления

Заметим, что в последнем выражении производная получается в обычном смысле ()

В результате имеем следующую структуру управления. В начальный момент под действием начального импульса фазовая точка попадает на множество

и далее будем двигаться по этой гиперплоскости. Если на систему будет действовать некоторое возмущение, которое будет сдвигать фазовую точку с помощью позиционного импульсного управления движения будет удерживаться на гиперплоскости .

**Математическая основа программы**

Программа решает задачу оптимизации для динамической системы, описываемой линейными уравнениями с управлением. Основой служит линейная модель:

где x представляет собой вектор состояний системы, A является матрицей состояний, B - матрицей управления, а u - вектором управления. Цель состоит в минимизации квадратичного критерия стоимости, который является общим выбором в задачах оптимального управления:

Здесь Φ - положительно определенная матрица, которая задает веса состояний в функции стоимости

**Функция стоимости на основе уравнения Риккати**

В программе для решения уравнения Рикатти используется численный метод, минимизирующий функцию стоимости, которая определяется как:

где обозначает норму Фробениуса, измеряющую “размер” или “отклонение” матрицы. Норма Фробениуса матрицы А определяется как:

Эта норма эквивалентна евклидовой норме вектора, полученного вытягивание всех элементов матрицы в один вектор.

**Метод Рунге-Кутты 4-го порядка**

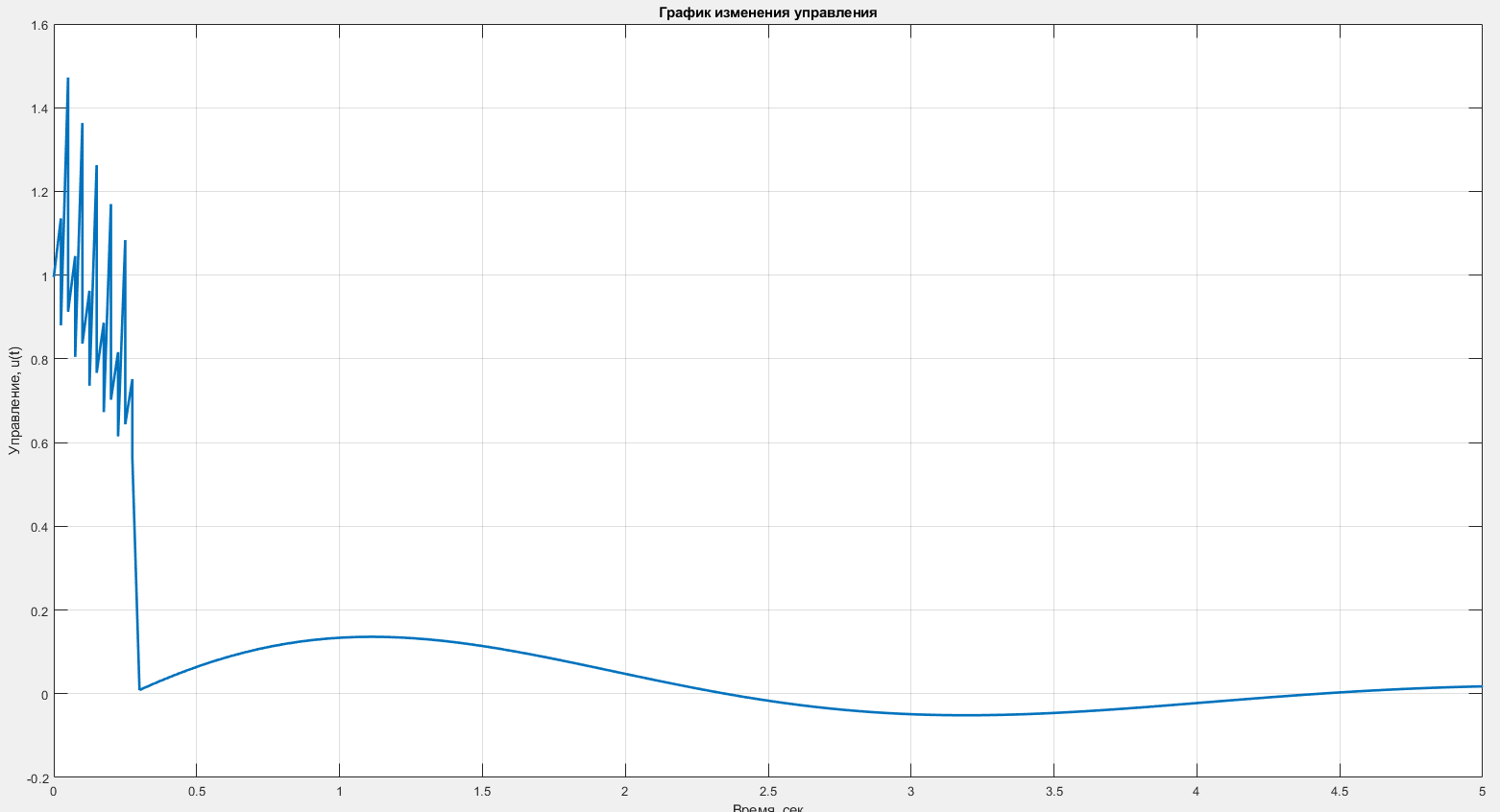
Для численного решения дифференциальных уравнений используется метод Рунге-Кутты 4-го порядка, который обеспечивает высокую точность при относительно больших шагах интегрирования. Метод вычисляет приближение решения на каждом шаге с помощью четырех промежуточных значений (производных), комбинируя их для получения конечного приближения:

где - промежуточные значения, зависящие от функции , текущего времени t и шага h.

**Результаты работы программы**

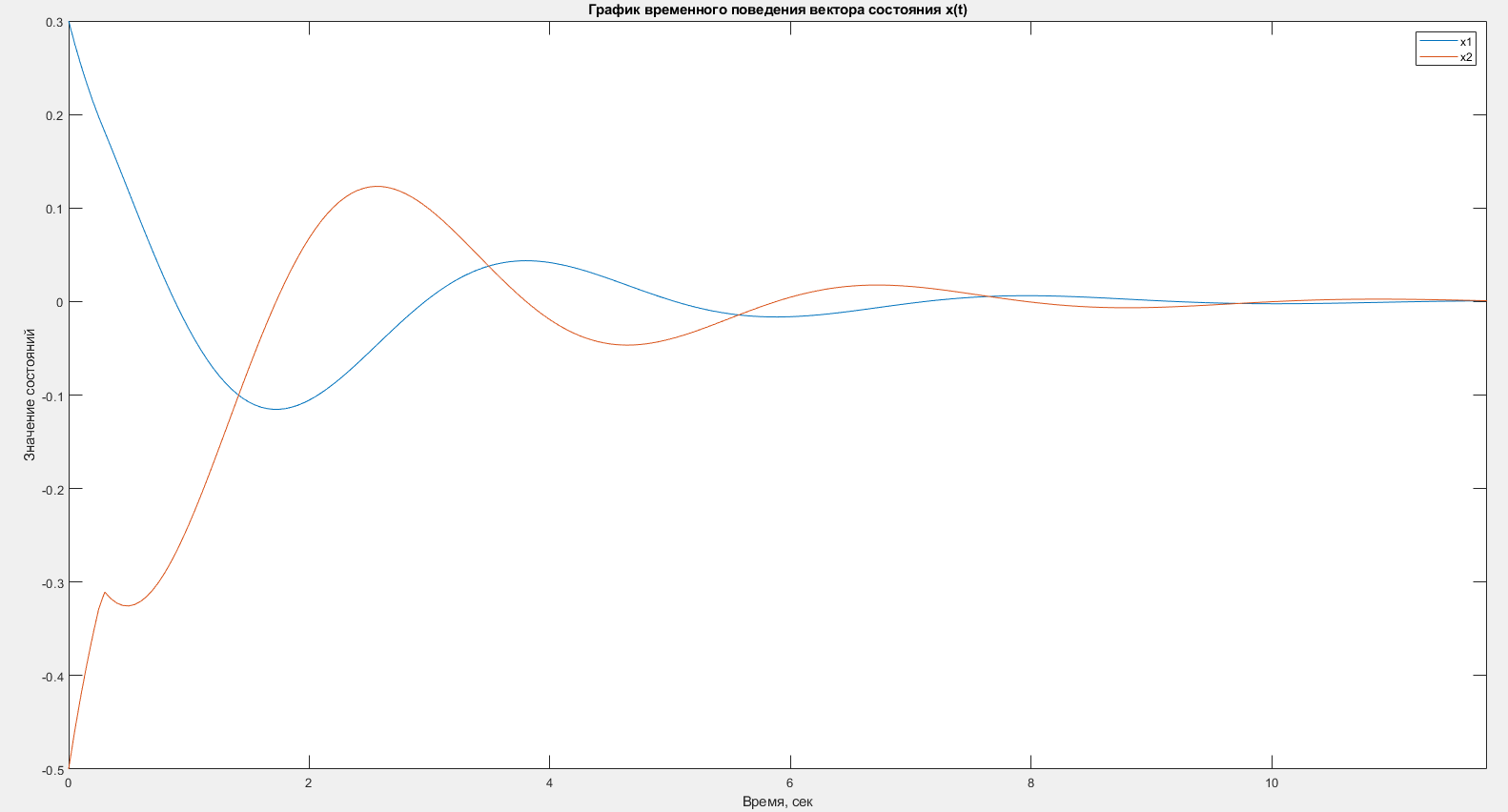
При начальных данных:

График изменения управления u(t):



**Рисунок 3**

График временного поведения вектора состояния **x(t)**:



**Рисунок 4**