

## ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ ΤΟΜΕΑΣ ΣΗΜΑΤΩΝ ΕΛΕΓΧΟΥ ΚΑΙ ΡΟΜΠΟΤΙΚΗΣ

# Ρομποτική ΙΙ: Ευφυή Ρομποτικά Συστήματα & Κύτταρα

Ροή Σ: Σήματα, Έλεγχος, Ρομποτική 8° Εξάμηνο

# Εξαμηνιαία Εργασία 1

#### ΘΕΜΑ:

Κινηματικός έλεγχος ρομποτικού χειριστή με πλεονάζοντες βαθμούς ελευθερίας: Παρακολούθηση τροχιάς και αποφυγή εμποδίου

> Χρήστος Δημόπουλος 03117037

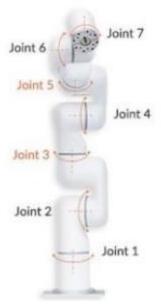
## Θέμα Εργασίας

Στόχος της εργασίας είναι η υλοποίηση ενός αλγορίθμου για την παρακολούθηση τροχιάς από το τελικό στοιχείο δράσης ενός ρομποτικού βραχίονα τύπου cobot (xArm 7) με ταυτόχρονη αποφυγή εμποδίων, η κίνηση των οποίων ελέγχεται διαδραστικά από το χρήστη. Για την υλοποίηση του αλγορίθμου, εφαρμόζεται η θεωρητική μεθοδολογία κινηματικού ελέγχου πλεοναζόντων βαθμών ελευθερίας μέσω διάσπασης ρομποτικές εργασίας σε δύο υποεργασίες: path planning και obstacle avoidance. Η κινηματική προσομοίωση του προβλήματος επιτυγχάνεται με χρήση του λογισμικού ROS και του περιβάλλοντος προσομοίωσης gazebo.

# Περιεχόμενα

Θέμα Εργασίας	1
Θεωρητική Ανάλυση	3
Μεθοδολογία Διάσπασης σε Υποεργασίες	4
$1^{\eta}$ Υποεργασία: Παρακολούθηση τροχιάς Τελικού Στοιχείου Δράσης	4
2 <sup>η</sup> Υποεργασία: Αποφυγή Εμποδίων	6
Προσομοίωση Ρομποτικής Εργασίας	8
References	13

#### Θεωρητική Ανάλυση



Εικόνα 1: Cobot xArm7

Στην Εικόνα 1 φαίνεται ο ρομποτικός βραχίονας xArm 7, ο οποίος ανήκει στην κατηγορία των cobots και έχει 7 βαθμούς ελευθερίας (7 DOF). Απεικόνιζονται, επίσης, οι θέσεις των αρθρώσεων του ρομπότ, καθώς και η φορά περιστροφής τους.

Η κινηματική ανάλυση του ρομποτικού βραχίονα στηρίζεται στα πλαίσια αναφορά της διάταξης αρχικοποίησης, τα οποία τοποθετούνται στον χώρο σύμφωνα με τη σύμβση D-H, όπως αυτή περιγράφεται στην [1].

Παρατίθενται τα μητρώα των ομογενών μετασχηματισμών μεταξύ των 7 αρθρώσεων, όπως προκύπτουν από το ευθύ κινηματικό μοντέλο:

$$A_1^0 = \begin{bmatrix} c_1 & -s_1 & 0 & 0 \\ s_1 & c_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & l_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad A_2^1 = \begin{bmatrix} c_2 & -s_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -s_2 & -c_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{A}_{2}^{1} = \begin{bmatrix} c_{2} & -s_{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -s_{2} & -c_{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{A}_{3}^{2} = \begin{bmatrix} c_{3} & -s_{3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -l_{2} \\ s_{3} & c_{3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{A}_{4}^{3} = \begin{bmatrix} c_{4} & -s_{4} & 0 & l_{3} \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ s_{4} & c_{4} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

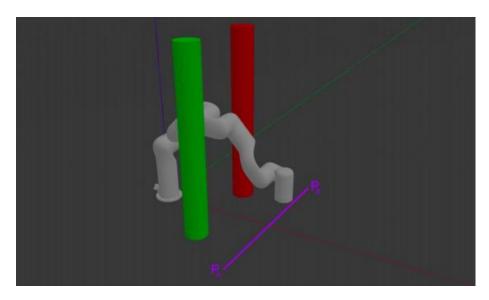
$$A_5^4 = \begin{bmatrix} c_5 & -s_5 & 0 & l_4 \sin(\theta_1) \\ 0 & 0 & -1 & -l_4 \cos(\theta_1) \\ s_5 & c_5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} A_6^5 = \begin{bmatrix} c_6 & -s_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ s_6 & c_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A_7^6 = \begin{bmatrix} c_7 & -s_7 & 0 & l_5 \sin(\theta_2) \\ 0 & 0 & 1 & l_5 \cos(\theta_2) \\ -s_7 & -c_7 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Όπου: l1 = 26.7 cm, l2 = 29.3 cm, l3 = 5.25 cm, l4 = 35.12 cm, l5 = 12.32 cm, θ1 = 0.2225 rad,  $\theta$ **2** = 0.6646 rad.

#### Μεθοδολογία Διάσπασης σε Υποεργασίες

Ο αλγόριθμος σχεδιασμού τροχιάς που αναπτύσσεται για την προαναφερθείσα ρομποτική διάταξη αξιοποιεί τους πλεονάζοντες βαθμούς ελευθερίας, ώστε το τελικό στοιχείο δράσης του βραχίονα να εκτελεί ευθύγραμμη περιοδική κίνηση μεταξύ των θέσεων  $P_A$  και  $P_B$  (με έλεγχο θέσης) και ταυτοχρόνως ο βραχίονας να αποφεύγει τα κινούμενα εμπόδια στον χώρο. Οι δύο ακραίες θέσεις που ορίζουν το ευθύγραμμο τμήμα κίνησης του τελικού στοιχείου δράσης του ρομπότ είναι συμμετρικές ως προς τον χάξονα, βρίσκονται στην ευθεία  $x=0.6043 \ |\ z=0.1505\$ και απέχουν απόσταση 40 cm. Η κίνηση των δύο εμποδίων πραγματοποιείται στο επίπεδο x=0.3. Στην εικόνα 2 απεικονίζεται ο ρομποτικός βραχίονας στη διάταξη αρχικοποίησης, το ευθύγραμμο τμήμα κίνησης του end-effector και τα δύο κινούμενα εμπόδια, όπως προσομοιώνονται στο περιάλλον του gazebo.



Εικόνα 2: Το περιβάλλον προσομοίωσης του ρομποτικού βραχίονα xArm7 στον χώρο του προβλήματος.

#### 1<sup>η</sup> Υποεργασία: Παρακολούθηση τροχιάς Τελικού Στοιχείου Δράσης

Ο έλεγχος θέσης του τελικού στοιχείου δράσης του ρομπότ πραγματοποιείται μέσω σχεδιασμού τροχιάς στον χώρο δράσης μέσω πολυωνυμικής παρεμβολής. Οι οριακοί περιορισμοί που διέπουν την επιθυμητή κίνηση αφορούν στις οριακές θέσεις του endeffector καθώς και στην απαίτηση για μηδενική αρχική και τελική ταχύτητα του. Ειδικότερα, δεχόμενοι ότι η κίνηση μεταξύ των σημείων  $P_A$  και  $P_B$  διαρκεί  $t_f$ , πρέπει να ισχύουν τα εξής:

- $\circ$  Οριακές Συνθήκες Θέσης:  $p_E(0) = P_A$  και  $p_Eig(t_fig) = P_B$
- $\circ$  Οριακές Συνθήκες Ταχύτητας:  $\vec{p}_E(0) = 0$  και  $\vec{p}_E(t_f) = 0$

Πιο συγκεκριμένα, δεδομένου ότι η επιθυμητή κίνηση είναι ευθύγραμμη περιοδική και πάνω στο τμήμα που ορίζουν τα σημεία  $P_A$  και  $P_B$  αρκεί οι συντεταγμένες x, z του end-effector να παραμένουν σταθερές (και ίσες με  $x=0.6043\mid z=0.1505$ ), ενώ μόνο η τετμημένη y να προσεγγίζεται μέσω παρεμβολής μιάς **ομαλή συνάρτηση** (συνεχής με συνεχή πρώτη

παράγωγο). Οι τέσσερις οριακές συνθήκες μπορούν να ικανοποιηθούν από ένα πολυώνυμο τρίτου βαθμού (**κυβικό πολυώνυμο**). Οι περιορισμοί αυτόι προσδιορίζουν μονοσήμαντα τους συντελεστές του κυβικού πολυωνύμου:

$$p_E(t) = \alpha_0 + \alpha_1 t + \alpha_2 t^2 + a_3 t^3$$

Οπότε η ταχύτητα και η επιτάχυνση κάθε άρθρωσης κατά μήκος της τροχιάς είναι προφανώς:

$$\dot{p}_E(t) = \alpha_1 + 2\alpha_2 t + 3a_3 t^2$$

$$\ddot{p}_E(t) = 2\alpha_2 + 6\alpha_3 t$$

Συνδυάζοντας τις παραπάνω σχέσεις με τους τέσσερις επιθυμητούς περιορισμούς, καταλήγουμε σε ένα σύστημα τεσσάρων εξισώσεων με αγνώστους τους συντελεστές του πολυωνύμου. Εν τέλει, βρίσκουμε:

$$\alpha_0 = \theta_0, \alpha_1 = 0, \alpha_2 = \frac{3}{t_f^2} (P_B - P_A), \alpha_3 = -\frac{2}{t_f^3} (P_B - P_A)$$

Τελικώς, έχοντας προσδιορίσει τους συντελεστές του πολυωνύμου, μπορούμε να προσδιορίσουμε ένα κυβικό πολυώνυμο παρεμβολής που συνδέει την αρχική θέση με την τελική θέση του end-effector, εξασφαλίζοντας συνέχεια ως προς την θέση και την ταχύτητα του.

Αξίζει να σημειωθεί ότι για τις κυβικές παρεμβολές, η ταχύτητα των αρθρώσεων είναι παραβολή, ενώ η επιτάχυνση είναι γραμμική. [1]

Παρόλο που ο σχεδιασμός τροχιάς στο task space προσδιορίζει την επιθυμητή θέση και ταχύτητα του τελικού στοιχείου δράσης του ρομποτικού βραχίονα κάθε χρονική στιγμή, όπως είναι φυσικό, λόγω μη γραμμικότητας του κινηματικού μοντέλου, θα υπεισέρχονται σφάλματα που πρέπει να εξαλειφθούν. Για τον λόγο αυτό, η παρακολούθηση τροχιάς υποβοηθείται από ένα βρόχο διόρθωσης (έλεγχος θέσης), κέρδους $K_1$ , ώστε να έχουμε την επιθυμητή κίνηση του end-effector.

Ως εκ τόυτου, η  $1^n$  υποεργασία της παρακολούθησης τροχίας του τελικού στοιχείου δράσης, δίνει μέσω Ανάστροφου Κινηματικού Μοντέλου, ταχύτητες αρθρώσεων που ικανοποιούν την εξίσωση:

$$\dot{q}_1(t) = J^+(v_{1d} + K_1(p_{1d} - f_1))$$

#### Όπου:

- $J^+$ : Η Moore-Penrose Ψευδοαντίστροφη Μήτρα της Ιακωβιανής του ρομποτικού βραχίονα.
- $p_{1d}$ : Η επιθυμητή θέση του τελικού στοιχείου δράσης του ρομπότ, σύμφωνα με τον σχεδιασμό τροχιάς.
- $v_{1d}$ : Η επιθυμητή ταχύτητα του τελικού στοιχείου δράσης του ρομπότ, σύμφωνα με τον σχεδιασμό τροχιάς.
- $f_1$ : Η θέση του τελικού στοιχείου δράσης του ρομπότ, όπως προσδιορίζεται κάθε χρονική στιγμή από το Ευθύ Κινηματικό Μοντέλο.

Σημειώνεται ότι καθώς η διάταξη αρχικοποίησης του ρομπότ xArm7 έχει το τελικό στοιχείο δράσης στο μέσο του ευθύγραμμου τμήματος που ορίζουν τα σημεία  $P_A$  και  $P_B$  (δηλαδή το σημείο  $\frac{P_A+P_B}{2}$ ), αρχικά χρειάζεται σχεδιασμός τροχιάς για την μετακίνηση του end-effector από το σημείο αρχικοποίησής του στο σημείο  $P_A$  και ύστερα για την περιοδική ευθύγραμμη κίνηση μεταξύ των σημείων  $P_A$  και  $P_B$ .

#### 2η Υποεργασία: Αποφυγή Εμποδίων

Προκειμένου να επιτευχθεί αποφυγή εμποδίων κατά τη διάρκεια εκτέλεσης της  $1^{nc}$  υποεργασίας, ο κινηματικός έλεγχος του ρομποτικού χειριστή μοντελοποιείτια με βάση την ελαχιστοποίηση συγκεκριμένων συναρτήσεων – κριτηρίων (πρόβλημα βελτίστου ελέγχου). Πιο συγκεκριμένα, θεωρώντας ως περισσότερη πιθανή τη σύγκρουση ενός εκ των δύο εμποδίων με την  $3^n$  και  $4^n$  άρθρωση του ρομποτικού βραχίονα, εκφράζουμε ως κριτήρια βελτιστοποίησεις,  $V_1$  και  $V_2$ , τις αποστάσεις της  $3^{nc}$  και  $4^{nc}$  ρομποτικής άρθρωσης αντίστοιχα από το μέσο που ορίζουν οι θέσεις των εμποδίων ως προς τον άξονα γ:

$$V_1 = \frac{1}{2} K_c \left( p_{y,3}^{(O)} - y_o \right)^2$$

$$V_2 = \frac{1}{2} \, K_c \left( p_{y,4}^{(O)} - y_o \right)^2$$

Όπου  $K_c$ : Σταθερά Κέρδους Ενίσχυσης

 $y_o$ : Το μέσο του ευθύγραμμου τμήματος που ορίζουν οι γ-συντεταγμένες των δύο εμποδίων.

$$m{p_{y,3}^{(O)}} = s_1 s_2 l_2$$
 (Από Κινηματικό Μοντέλο Ρομποτικού Χειριστή)

$$m{p_{y,4}^{(O)}} = (s_1c_2c_3 + c_1s_3)l_3 + s_1s_2l_2$$
 (Από Κινηματικό Μοντέλο Ρομποτικού Χειριστή)

Η ελαχιστοποίηση των παραπάνω συναρτησιακών κριτηρίων οδηγεί σε ένα διάνυσμα αναφοράς για τις ταχύτητες των αρθρώσεων του ρομποτικού βραχίονα, το οποίο ορίζεται ως:

$$\xi = -K_{2\alpha}\nabla_a V_1 - K_{2b}\nabla_a V_2$$

Όπου:

$$\nabla_{q}V_{1} = \frac{\partial V_{1}}{\partial \vec{q}} = \begin{bmatrix} K_{c}(s_{1}s_{2}l_{2} - y_{o})c_{1}s_{2}l_{2} \\ K_{c}(s_{1}s_{2}l_{2} - y_{o})s_{1}c_{2}l_{2} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$\nabla_{q}V_{2} = \frac{\partial V_{2}}{\partial \vec{q}} = \begin{bmatrix} K_{c} ((s_{1}c_{2}c_{3} + c_{1}s_{3})l_{3} + s_{1}s_{2}l_{2} - y_{o})[(c_{1}c_{2}c_{3} - s_{1}s_{3})l_{3} + c_{1}s_{2}l_{2}] \\ K_{c} ((s_{1}c_{2}c_{3} + c_{1}s_{3})l_{3} + s_{1}s_{2}l_{2} - y_{o})[(-s_{1}s_{2}c_{3})l_{3} + s_{1}c_{2}l_{2}] \\ K_{c} ((s_{1}c_{2}c_{3} + c_{1}s_{3})l_{3} + s_{1}s_{2}l_{2} - y_{o})[(c_{1}c_{3} - s_{1}c_{2}s_{3})l_{3}] \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

 $K_{2a}$ ,  $K_{2b}$ : κέρδη ελέγχου

Τότε, η ομογενής λύση που προκύπτει για την επίτευξη της δεύτερης υποεργασίας (αποφυγή εμποδίων) εκφράζεται ως:

$$\dot{q}_2(t) = (I_7 - I^+ I)\xi$$

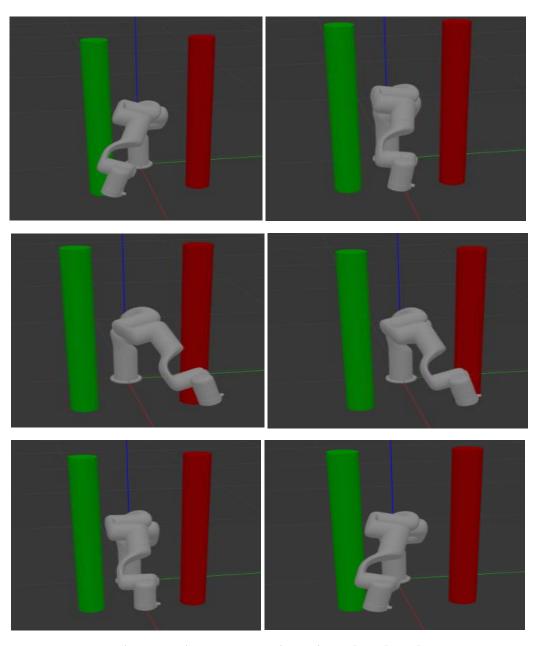
Όπου J η Ιακωβιανή μήτρα του ρομποτικού χειριστή και  $J^+$  η Moore-Penrose Ψευδοαντίστροφη της.

Καθώς η λύση κινείται κατά την αντίθετη κατεύθυνση της κλίσης των αντικειμενικών συναρτήσεων  $V_1$  και  $V_2$ , προσπαθεί να τις ελαχιστοποιήσει τοπικά, σύμφωνα πάντοτε με τον πρωτεύοντα αντικειμενικό σκοπό (κινηματικός περιορισμός –  $1^n$  υποεργασία) [2].

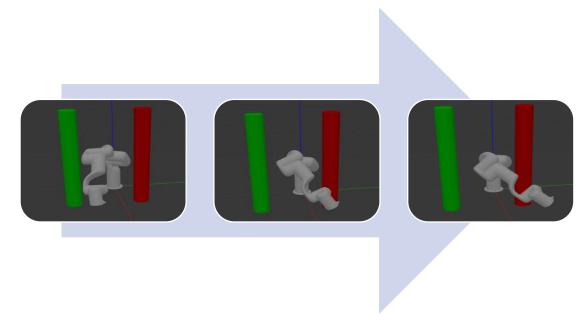
### Προσομοίωση Ρομποτικής Εργασίας

Η προσομοίωση του κινηματικού ελέγχου για τον ρομποτικό βραχίονα με πλεονάζοντες βαθμούς ελευθερίας xArm7 πραγματοποιείται με χρήση του λογισμικού ROS και του περιβάλλοντος προσομοίωσης Gazebo. Για την υλοποίηση της μεθοδολογίας διάσπασης σε υποεργασίες, όπως αυτή περιγράφηκε στην Θεωρητική Ανάλυση, επιλέγονται ως κέρδη ελέγχου οι τιμές  $K_1=130, K_c=100, K_{2\alpha}=K_{2b}=15$ . Τέλος, η διάρκεια κίνησης μεταξύ των σημείων  $P_A$  και  $P_B$  ορίζεται στα **2.5 sec**.

Στις εικόνες 3 και 4 φαίνονται στιγμιότυπα της ευθύγραμμης περιοδικής κίνησης του ρομποτικού βραχίονα μεταξύ των σημείων  $P_A$  και  $P_B$ , στο περιβάλλον του Gazebo.

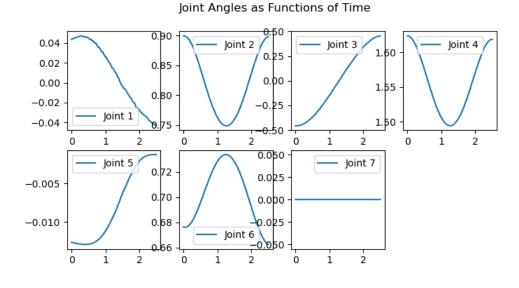


Εικόνα 3: Στιγμιότυπα της προσομοίωσης κίνησης  $P_A \to P_B \to P_A$ .



Εικόνα 4: Στιγμιότυπα Προσομοίωσης με μετατοπισμένα τα δύο εμπόδια.

Διατηρώντας τα δύο εμπόδια στις αρχικές τους θέσεις στον χώρο, αξιολογείται η επίδοση της ρομποτικής εργασίας ως προς την επίτευξη των δύο κύριων στόχων της (path planning & obstacle avoidance), μέσα από την χάραξη γραφικών παραστάσεων. Ειδικότερα, εστιάζοντας αποκλειστικά στην κίνηση από το σημείο  $P_A$  προς το  $P_B$ , στις Εικόνες 5 και 6 φαίνονται οι γωνίες των επτά αρθρώσεων του ρομποτικού βραχίονα και οι γωνιακές τους ταχύτητες αντίστοιχα. Οι αυξομειώσεις που παρατηρούνται στις γωνιακές ταχύτητες των ρομποτικών αρθρώσεων είναι αναμενόμενες, καθώς προκύπτουν από δύο υποεργασίες: το ρομπότ καλείται να ακολουθήσει συγκεκριμένη τροχιά και ταυτόχρονα με εσωτερικές κινήσεις — όποτε αυτές είναι απαραίτητες — να αποφύγει τη σύγκρουση με τα εμπόδια.



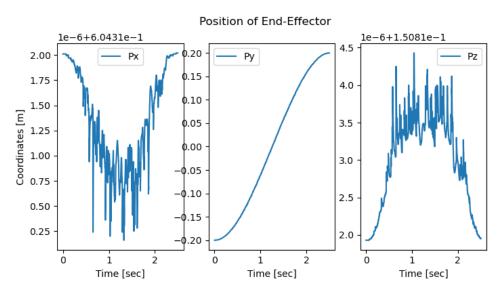
Εικόνα 5: Γωνίες των Αρθρώσεων του Ρομποτικού Βταχίονα.

#### 0.1 0.25 0.00 -0.1 -0.2 Joint 2 2 0.050 Joint 6 b.2 Joint 7 0.02 0.025 þ.1 Joint 5 þ.o 0.01 0.00

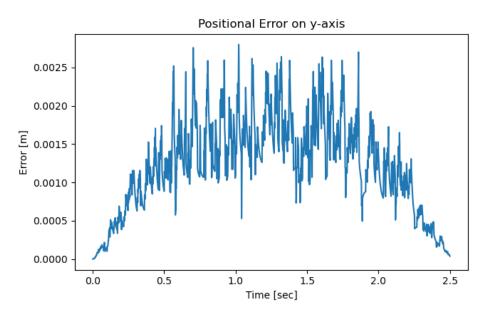
Joint Velocities as Functions of Time

Εικόνα 6: Γωνιακές Ταχύτητες των Αρθρώσεων του Ρομποτικού Βραχίονα.

Η επίτευξη της  $1^{n\varsigma}$  ρομποτικής υποεργασίας γίνεται περισσότερο ξεκάθαρη, αν εστιάσουμε στην κίνηση του τελικού στοιχείου δράσης του ρομπότ. Στην Εικόνα 7 φαίνονται οι τρεις συντεταγμένες της θέσης του end-effector κατά τη διάρκεια της κίνησης. Παρατηρεί κανείς ότι οι συνιστώσες ρχ και ρχ παραμένουν πράγματι στο επίπεδο  $x=0.6043 \mid z=0.1505$ , παρουσιάζοντας ωστόσο ένα σφάλμα θέσης της τάξεως του  $10^{-6}$  (πρακτικά αμελητέο). Η συνιστώσα ργ, από την άλλη, ακολουθεί πιστά την επιθυμητή υπερβολική συνάρτηση  $3^{ou}$  βαθμού, όπως προκύπτει από τον σχεδιασμό τροχιάς με κυβική παρεμβολή. Το σφάλμα αυτής απεικονίζεται στην Εικόνα 8 και είναι της τάξεως του  $10^{-3}$ , οπότε αν και μη μηδενικό μπορεί να αμεληθεί. Τέλος, η επιθυμητή ταχύτητα του τελικού στοιχείου δράσης φαίνεται στην Εικόνα 9 και συνίσταται σε μηδενικές ταχύτητες κατά τις διευθύνσης x, z και παραβολική συνάρτηση κατά την y- διεύθυνση, όπως υποτάσσει ο σχεδιασμός τροχιάς που περιγράφηκε στη θεωρητική ανάλυση.

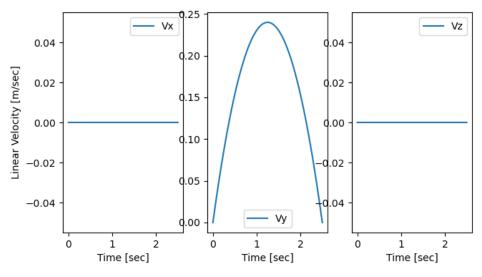


Εικόνα 7: Συντεταγμένες Θέσεως του Τελικού Στοιχείου Δράσης.



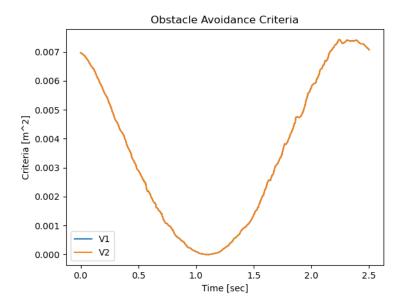
Εικόνα 8: Σφάλμα Θέσης κατά την y-διεύθυνση του End-Effector.

#### Desired Velocity of End-Effector



Εικόνα 9: Επιθυμητή Ταχύτητα του Τελικού Στοιχείου Δράσης.

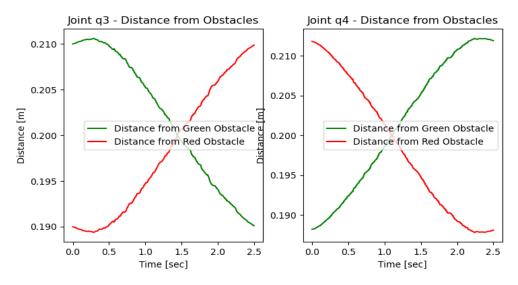
Ακολούθως, όσον αφορά την επίτευξη της δεύτερης υποεργασίας, εστιάζουμε στην χάραξη γραφικών παραστάσεων που αφορούν στην σχετική θέση του ρομπότ ως προς τα δύο εμπόδια. Στην Εικόνα 10 φαίνονται οι δύο χαρακτηριστικές συναρτήσεις  $V_1$  και  $V_2$  (κριτήρια βελτιστοποίησης), οι οποίες εκφράζουν την απόσταση της  $3^{nc}$  και  $4^{nc}$  άρθρωσης αντιστοίχως από το μέσο σημείο των δύο εμποδίων (έστω Δ). Όπως είναι λογικό, αρχικοποιώντας τον ρομποτικό βραχίονα να έχει το τελικό στοιχείο δράσης στο σημείο  $P_A$ , οι δύο αρθρώσεις θα απέχουν από το σημείο  $P_A$ , οι αρθρώσεις - κριτήρια θα έχουν μη μηδενική τιμή. Κατά την κίνηση προς το σημείο  $P_B$ , οι αρθρώσεις διέρχονται από το μέσο  $P_B$  και τα κριτήρια λαμβάνουν σχεδόν μηδενική τιμή (περίπου χρονική στιγμή 1.2 sec), ενώ στη συνέχεια απομακρύνονται



Εικόνα 10: Χαρακτηριστικές συναρτήσεις-κριτήρια  $V_1$  και  $V_2$ .

εκ νέου, καθώς ο βραχίονας πλησιάζει το δεύτερο εμπόδιο (αύξηση των τιμών των κριτηρίων). Παρατηρεί κανείς ότι περίπου τη χρονική στιγμή των 2.3 sec, οι συναρτήσεις κριτηρίων παρουσιάζουν **τοπικό μέγιστο**, προτού ο end-effector φτάσει στο σημείο  $P_B$ . Η συμπεριφορά αυτή, μεταφράζεται σε εσωτερικές κινήσεις των ρομποτικών αρθρώσεων με στόχο την αποφυγή σύγκρουσης με το δεύτερο (κόκκινο) εμπόδιο, σύμφωνα με την ανάλυση της δεύτερης υποεργασίας.

Τέλος, στην Εικόνα 11 παρουσιάζονται οι αποστάσεις της  $3^{n\varsigma}$  και  $4^{n\varsigma}$  άρθρωσης του ρομποτικού βραχίονα αντιστοίχως από τα δύο εμπόδια. Όπως είναι λογικό, κατά την κίνηση από το σημείο  $P_A$  προς το  $P_B$  αύξηση της απόστασης από το πρώτο εμπόδιο συνεπάγεται μείωση της απόστασης από το δεύτερο και αντιστρόφως.



Εικόνα 11: Αποστάσεις 3ης και 4ης Άρθρωσης από τα δύο εμπόδιο.

# References

- [1] Εισαγωγή στη Ρομποτική, 4η Έκδοση, Craig John
- [2] Ρομποτική, Siciliano, Sciavicco, Villani, Oriolo