

Exo 1

On trouve que

$$n = 187,$$

$$d = 83,$$

$$\text{et } y = 10^{27} \bmod 187 = 54$$

$$\text{et } x = 54^{83} \bmod 187 = 10$$

TD3 - Exercice 1

Calcul de d , inverse modulaire de 27 modulo 160

Utilisation de l'algorithme d'Euclide étendu

$$d \equiv 27^{-1} \pmod{160}$$

$$160 \div 27 = 5 \text{ reste } 25$$

$$27 \div 25 = 1 \text{ reste } 2$$

$$25 \div 2 = 12 \text{ reste } 1 \quad (\text{le PGCD est } 1 : 160 \text{ et } 27 \text{ sont premiers entre eux})$$

$$2 \div 1 = 2 \text{ reste } 0$$

INIT $x=0$ $y=1$

$x=1$ $y=0$

$x_1=0$ $y_1=1$

$a=1$ $b=2$

$x=-12$ $y=1$

$x_1=1$ $y_1=0$

$a=2$ $b=25$

$$x = y_1 - \lfloor b/a \rfloor \times x_1$$

$x=13$ $y=-12$

$x_1=-12$ $y_1=1$

$a=25$ $b=27$

$x=-77$ $y=13$

$x_1=13$ $y_1=-12$

$a=27$ $b=160$

$$d = (-77 \div 160 + 160) \div 160$$

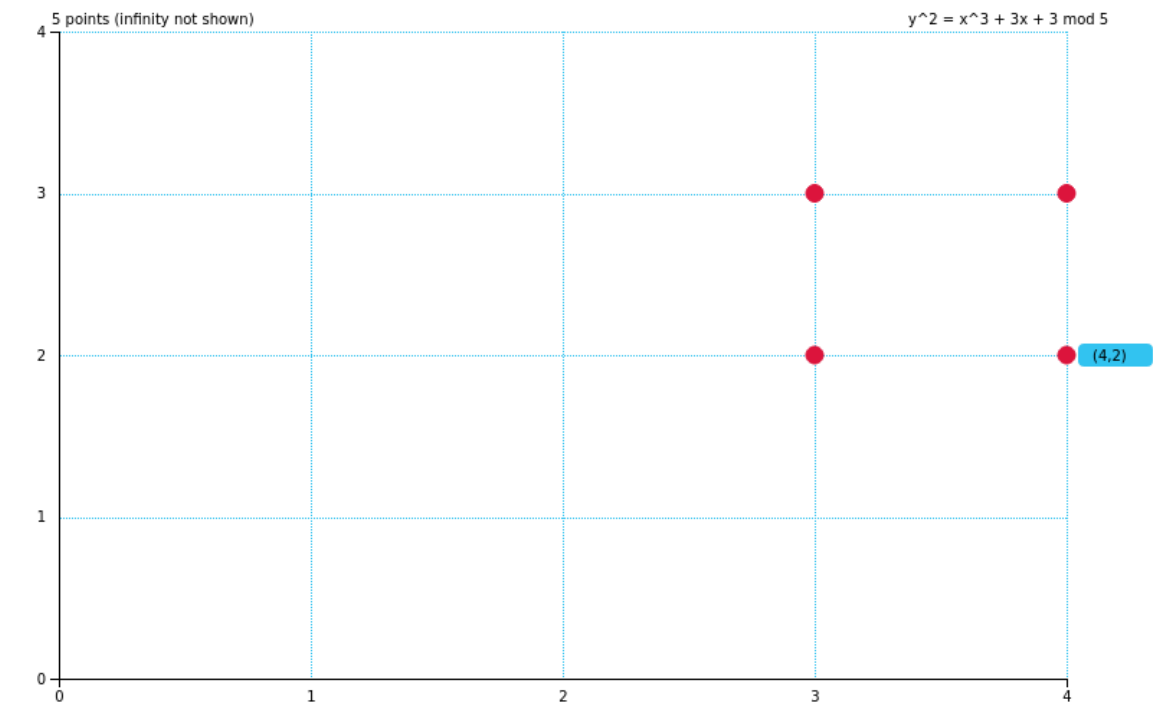
$$d = (83 + 160) \div 160$$

$$d = 243 \div 160$$

$$d = 83$$

Exo 3

Draw the elliptic curve $y^2 = x^3 + ax + b \pmod r$, where a : b : r : DRAW!



Point Detail

Point:	(4,2)
Inverse:	(4,3)
Order of subgroup:	5
Generated subgroup:	(4,2) → (3,2) → (3,3) → (4,3) → ∞

Table of Point Additions

+	∞	(3,2)	(3,3)	(4,2)	(4,3)
∞	∞	(3,2)	(3,3)	(4,2)	(4,3)
(3,2)	(3,2)	(4,3)	∞	(3,3)	(4,2)
(3,3)	(3,3)	∞	(4,2)	(4,3)	(3,2)
(4,2)	(4,2)	(3,3)	(4,3)	(3,2)	∞
(4,3)	(4,3)	(4,2)	(3,2)	∞	(3,3)

Exo 4

TD4 - Exercice 1

Résolution d'un système de congruences (2)

Exemple :

- $x \equiv 3 \pmod{5}$
- $x \equiv 1 \pmod{7}$
- $x \equiv 6 \pmod{8}$

On vérifie que $\text{PGCD}(5, 7) = \text{PGCD}(5, 8) = \text{PGCD}(7, 8) = 1$

NB : pour de petites valeurs, on peut calculer l'inverse modulaire sans l'algorithme d'Euclide étendu

- $56x_1 \equiv 1 \pmod{5}$
 - $x_1 \equiv 1 \pmod{5}$ car $56\%5 = 1$
- $40x_2 \equiv 1 \pmod{7}$
 - $5x_2 \equiv 1 \pmod{7}$ car $40\%7 = 5$
 - $x_2 \equiv 3 \pmod{7}$ car $(3 \times 5)\%7 = 1$
- $35x_3 \equiv 1 \pmod{8}$
 - $3x_3 \equiv 1 \pmod{8}$ car $35\%8 = 3$
 - $x_3 \equiv 3 \pmod{8}$ car $(3 \times 3)\%8 = 1$

b_i	N_i	x_i	$b_i N_i x_i$
3	56	1	168
1	40	3	120
6	35	3	630

Solution :

$$N = 5 \times 7 \times 8 = 280$$

$$x = 168 + 120 + 630 = 918 \pmod{280}$$

$$x = 78 \pmod{280}$$