Распределения и статистические оценки

1. Найти математическое ожидание выборочных начальных моментов.

2. Найти дисперсию выборочного среднего.

3. Найти математическое ожидание выборочной дисперсии.

4. Выборка $X_1, \dots, X_n$соответствует распределению F(x). Найти распределение экстремальной порядковой статистики $X_{(n)}$.

5. Выборка $X_1, \dots, X_n$соответствует распределению F(x). Найти распределение экстремальной порядковой статистики $X_{(1)}$.

6. Выборка $X_1, \dots, X_n$соответствует распределению R(0,1). Найти математическое ожидание экстремальных порядковых статистик $X_{(1)}$ и $X_{(n)}$.

7. Выборка $X_1, \dots, X_n$соответствует распределению F(x), а $\widehat{F_n}(x)$ - эмпирическая функция распределения, построенная по выборке $X_1, \dots, X_n$. Используя неравенство Чебышёва, для любого t>0 укажите верхнюю границу для следующей вероятности $P(\sqrt{n}\left|\widehat{F_n}(x) - F(x)\right| > t)$.

8. Выборка $X_1, \dots, X_n$соответствует распределению F(x), а $\widehat{F_n}(x)$ - эмпирическая функция распределения, построенная по выборке $X_1, \dots, X_n$ достаточно большого объёма. Используя теорему Муавра-Лапласа, вычислите следующую вероятность $P\left(\sqrt{n}\left|\widehat{F_n}(x) - F(x)\right| > t\right)$ при любом t>0.

Домашнее задание

1. Подготовьте данные для вычисления выборочного коэффициента корреляции между экзаменационными оценками студентов вашей группы по двум (на ваш выбор) предметам.

2. Выборка $X_1, \dots, X_n$соответствует экспоненциальному распределению E(1) и имеет достаточно большой объём, а $\widehat{F_n}(x)$ - эмпирическая функция распределения, построенная по этой выборке. Вычислить $P(\left|\widehat{F_n}(1) - F(1)\right| \le 1/\sqrt{n})$.

3. Выборка $X_1, \dots, X_n$соответствует распределению $N(m, \theta^2)$ (параметр m известен, а θ^2 - неизвестен). Рассмотрим следующую статистику $T(X_1, \dots, X_n) = \sqrt{\frac{\pi}{2}}\frac{1}{n}\sum_1^n |X_i - m|$. Найдите математическое ожидание СВ $T(X_1, \dots, X_n)$. Докажите, что при $n \to \infty$ последовательность $T(X_1, \dots, X_n)$ сходится почти наверное к θ.

4. Найти дисперсию к-го начального выборочного момента.