Проверка простой гипотезы о виде распределения СВ

1. В десятичной записи числа π среди первых 10000 знаков после запятой цифры 0,1,…,9 встречаются 968; 1026; 1021; 974; 1014; 1046; 1021; 970; 948; 1012 раз соответственно. Можно ли считать (на уровне значимости 0,05), что цифры 0,1,…, 9 появляются в записи числа π с равными вероятностями?

Проверка гипотезы о равенстве средних (критерий Стьюдента и критерий Вилкоксона)

2. Пусть выборка $X_1, \dots, X_n$ порождена СВ X с непрерывным распределением F(t), а выборка $Y_1, \dots, Y_n$ - СВ Y с распределением F(t-θ), и EX< ∞. Покажите, что из справедливости гипотезы $H_1 : \theta < 0$ следует, что EY<EX.

3. Согласно опросам 29 семей, проводившимся в 1968 году в юго-западном регионе Англии, выборочное среднее арендной платы за меблированную квартиру составило 2,5£, а выборочная дисперсия 0,67 £^{2}. В Уэльсе выборочное среднее арендной платы 16 семей составило 2,06£, а выборочная дисперсия 0,42 £^{2}. Можно ли считать, опираясь на эти данные, что аренда жилья в указанных регионах в среднем одинакова? Уровень значимости считать равным 0.05. Предполагается, что все наблюдения имеют гауссовское распределение и одинаковые дисперсии (равенство дисперсий в этой задаче предлагается проверить на следующем семинаре).

4. Изучается влияние кобальта на увеличение массы тела кроликов. Опыт проводится на двух группах животных: контрольной и опытной. Возраст животных 1,5 – 2 месяца, исходная масса 500 -- 600 грамм. Рацион одинаков, но опытной группе добавляют в пищу 0,06 грамм хлористого кобальта на 1 кг массы тела кролика. Прибавка в весе составила: в контрольной группе 560 , 580 , 600 , 420 , 530 , 490 , 580; 740 гр; в опытной группе 692; 700; 621; 640; 561; 680; 630 гр.. Влияет ли кобальтовая добавка на увеличение массы тела?

Домашнее задание

1. Наблюдались показания 500 наугад выбранных часов, выставленных в витринах часовщиков. Пусть i- номер промежутка от i – го часа до (i+1)-го часа, i= 0,1,...,11. Согласуются ли эти данные с гипотезой о том, что показания часов распределены равномерно в интервале (0;12)? Уровень значимости принять равным 0.05.

i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
n_i	41	34	54	39	49	45	41	33	37	41	47	39

2. В некоторой компании работает 500 продавцов, на каждого из которых может поступить жалоба. За последний месяц на 275 продавцов жалоб не поступало, на 150 поступило по одной жалобе, на 50 – по две жалобы, на остальных – три или более жалоб. С помощью критерия хи-квадрат проверьте гипотезу о том, что количество жалоб на продавца есть

случайная величина подчиняющаяся распределению Пуассона со средним значением одна жалоба в месяц. Уровень значимости считать равным 0.05.

3. Имеется набор данных «ирисы Фишера». Эти данные собраны ботаником Эдгаром Андерсоном. Они включают длину и ширину чашелистиков, длину и ширину лепестков трёх видов ирисов (setosa, versocolor и виргинский). Выберем из этих данных случайным образом по 10 измерений длин чашелистиков цветов вида setosa и цветов вида versocolor.

   Длина (в мм) чашелистиков у выбранных цветов вида setosa:5.1; 4.9; 4.7; 4.6; 5.0; 5.4; 4.6; 4.4; 4.8; 4.8.
   Длина (в мм) чашелистиков у цветов вида versocolor: 5.7; 6.3; 4.9; 6.6; 5.2;5.0;5.9; 6.0;5.6;5.8.

   Можно ли считать, опираясь на эти данные, что длина чашелистиков у цветов вида versocolor в среднем больше, чем у цветов вида setosa?

4. Деятельность отделения банка характеризуется некоторым показателем X. Для проверки была случайным образом сделана выборка 10 однотипных отделений банка. Показатель X у этих отделений составил: 258, 588, 477, 577,619, 614, 641, 543, 517, 593. После экономического кризиса показатель X у 9 случайным образом выбранных отделений банка составил: 537, 398, 256, 440, 376, 524, 527, 589, 479. Можно ли считать, опираясь на эти данные, что экономический кризис привёл к снижению показателя X. Уровень значимости принять равным 0.05.

1. В десятичной записи числа π среди первых 10000 знаков после запятой цифры 0,1,…,9 встречаются 968; 1026; 1021; 974; 1014; 1046; 1021; 970; 948; 1012 раз соответственно. Можно ли считать (на уровне значимости 0,05), что цифры 0,1,…, 9 появляются в записи числа π с равными вероятностями?

$n = 10000$

Но: цифра распределена равномерно

На: цифра распределена неравномерно

$p_i = \frac{1}{10}$

$\alpha = 0{,}05$

$$\chi^2 = \sum_{i=0}^{9} \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i} = \frac{(968-1000)^2}{1000} + \frac{(1026-1000)^2}{1000} + \frac{(1021-1000)^2}{1000} + \frac{(974-1000)^2}{1000} + \frac{(1014-1000)^2}{1000} + \frac{(1046-1000)^2}{1000} +$$

Oi-наблюдаемая частота

$E_i = n \cdot p_i = 1000$

$$+ \frac{(1021-1000)^2}{1000} + \frac{(970-1000)^2}{1000} + \frac{(948-1000)^2}{1000} + \frac{(1012-1000)^2}{1000} = 9{,}318$$

степеней свободы $df = 10 - 1 = 9$

$z_{0,95} = 16{,}92$ (из таблицы хи-квадрата) $> 9{,}318 \Rightarrow$ Но не отвергается

Ответ: да, можно

2. Пусть выборка $X_1, \dots, X_n$ порождена СВ X с непрерывным распределением F(t), а выборка $Y_1, \dots, Y_n$ - СВ Y с распределением F(t-θ), и EX$< \infty$. Покажите, что из справедливости гипотезы $H_1: \theta < 0$ следует, что EY<EX.

$X \sim F(t)$, $Y \sim F(t-\theta)$, $\theta < 0$

$$E(Y) = \int_{-\infty}^{+\infty} t \cdot f_Y(t)dt = \int_{-\infty}^{+\infty} t \cdot f_X(t-\theta)dt = |u = t - \theta| = \int_{-\infty}^{+\infty} (u+\theta) f_X(u)du = EX + \theta$$

, $\theta < 0$ по условию $\Rightarrow EY = EX + \theta < EX$

3. Согласно опросам 29 семей, проводившимся в 1968 году в юго-западном регионе Англии, выборочное среднее арендной платы за меблированную квартиру составило 2,5£, а выборочная дисперсия 0,67 £^{2}. В Уэльсе выборочное среднее арендной платы 16 семей составило 2,06£, а выборочная дисперсия 0,42 £^{2}. Можно ли считать, опираясь на эти данные, что аренда жилья в указанных регионах в среднем одинакова? Уровень значимости считать равным 0.05. Предполагается, что все наблюдения имеют гауссовское распределение и одинаковые дисперсии (равенство дисперсий в этой задаче предлагается проверить на следующем семинаре).

т.к. гауссовское распредел то пользуемся Стьюдентом

$n_1 = 29$, $\bar{x}_1 = 2{,}5$, $\hat{D}_1 = 0{,}67$

$n_2 = 16$, $\bar{x}_2 = 2{,}06$, $\hat{D}_2 = 0{,}42$

$$\left\{ \begin{array}{l} X, Y \text{ независимые} \\ X \sim N(m_x, \sigma_x) \\ Y \sim N(m_y, \sigma_y) \end{array} \right. \Rightarrow \text{критерий Стьюдента}$$

Но: $\mu_1 = \mu_2$

На: $\mu_1 \neq \mu_2$

$$s_{xy}^2 = \frac{n_1 \cdot \hat{D}_1 + n_2 \cdot \hat{D}_2}{n_1 + n_2 - 2} = \frac{29 \cdot 0{,}67 + 16 \cdot 0{,}42}{29 + 16 - 2} = \frac{523}{860} \approx 0{,}6$$

$$T = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{s_{xy}}\sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}} = \frac{2{,}5 - 2{,}06}{\left(\sqrt{\frac{1}{29} + \frac{1}{16}}\right)\sqrt{0{,}6}} \approx -1{,}81177$$

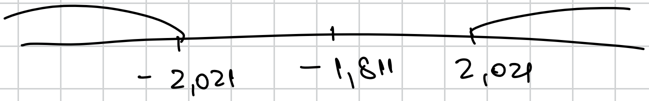
тут неправильно посчитано

$t_{n+m-2, 1-\frac{\alpha}{2}} = 2{,}021$

НООНо

нет оснований отвергнуть Но

Ответ: нет, нельзя



НООНо т.к. попало в доверит интервал

4. Изучается влияние кобальта на увеличение массы тела кроликов. Опыт проводится на двух группах животных: контрольной и опытной. Возраст животных 1,5 – 2 месяца, исходная масса 500 -- 600 грамм. Рацион одинаков, но опытной группе добавляют в пищу 0,06 грамм хлористого кобальта на 1 кг массы тела кролика. Прибавка в весе составила: в контрольной группе 560 , 580 , 600 , 420 , 530 , 490 , 580; 740 гр; в опытной группе 692; 700; 621; 640; 561; 680; 630 гр.. Влияет ли кобальтовая добавка на увеличение массы тела?

Вилкоксон

X_m – контрольная

Y_n – опытная

$W = \sum_{i=1}^{n} R_i$

$T_{скорректир} = \frac{74-56}{\sqrt{448}} = 2{,}08$

$\frac{W - EW}{\sqrt{DW}} \sim N(0,1)$

$EW = \frac{n(n+m+1)}{2} = \frac{7(7+8+1)}{2} = 56$

$DW = \frac{n \cdot m(n+m+1)}{12} = \frac{7 \cdot 8(7+8+1)}{12} = 74{,}66$

1, 2, 3, 4, 5, 6,5, 6,5, 8, 9, 10

x, x, x, x, y, x, x, y, y, y

420, 490, 530, 560, 561, 580, ~~600~~, 621, 630, 640

y, y, y, x

680, 690, 700, 740

11, 12, 13, 14

$H_0: \theta = m_y - m_x = 0$

$H_1: \theta > 0$

$T(x,y) = W = \sum_{i=1}^{n} R_i$

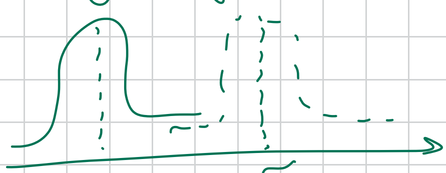
$t_{наб} = 5+9+10+11+12+13+14 = 74$ (берём ранги y)

$t_{кр} =$

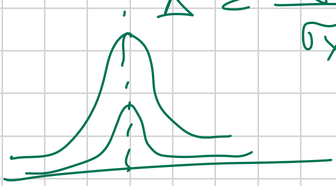
$Z_{0,95} = 1{,}65 \rightarrow H_1$ верна

Ответ: H_1 верна

$\theta = m_y - m_x$



$\Delta = \frac{\sigma_y}{\sigma_x}$



Стьюдент для нормального распр

Вилкоксон для рандоми.

Критерий Вилкоксона ранговый