

АиСД | ДЗ-5 | 29.11.24

Потякин Арсений, БПИ-237

TODO:

1. Предположим, что бинарное дерево поиска T , в котором хранится 1000 уникальных элементов, также является полным деревом. Поэтому, для хранения T используется массив — индексы элементов дерева T назначаются в порядке обхода в ширину, начиная с 0. Определите индекс третьего наибольшего элемента.
2. Реализовать двунаправленный итератор (поддержка операторов $++$ и $--$) по бинарному дереву поиска и провести его тестирование (в частности, для поддержки цикла `for` по диапазону).

Task 1: (Определить индекс элемента в дереве)

В бинарном дереве поиска все левые поддеревья меньше значения узла, а элементы в правом поддереве больше. Из этого можно сделать вывод, что самый большой элемент расположен в правом нижнем углу. Всего в дереве $\lfloor \log_2 n \rfloor + 1$ уровней, или же $\lfloor \log_2 1000 \rfloor + 1 = 10$ уровней. Это дает $2^n = 2^{10} = 1024$ узлов, но нам известно, что всего элементов 1000. Тогда последний уровень заполнен не до конца и максимальный элемент расположен не на последнем уровне. Докажем это: при обходе в ширину, дойдя до конца 9 уровня, мы пройдем $2^k - 1 = 2^9 - 1$ узлов, или же 511 узлов. 511 узел имеет индекс 510, а значит его "потомки" имеют индексы $2i + 1$ и $2i + 2$, или же 1021 и 1022, но в дереве максимальный индекс - 999, а значит элемент под индексом 510 - самый правый нижний элемент и является максимальным.

По определению BST можно сказать, что "родитель" узла под индексом 510 является вторым по величине элементом. Индекс "родителя" вычисляется по формуле $\lfloor \frac{i-1}{2} \rfloor = 254$. Тогда индексы двух его "детей": $2i+1$ и $2i+2 \implies 509$ и 510. По определению, раз правое поддерево - наибольший элемент, родитель - второй по величине, то левое поддерево - третий по величине.

Ответ: 509

Task 2: (Двунаправленный итератор)

Код можно найти тут: [GitHub](#)

Как работает итератор (inorder-обход):

Инкремент:

1. Если текущий узел имеет правого потомка – перемещаемся к нему и затем идем максимально влево (в самый маленький узел в правом потомке).
2. Если текущий узел НЕ имеет правого потомка – поднимаемся к родителю узла до тех пор, пока текущий узел является правым потомком. Как только текущий узел становится левым потомком – его родитель становится следующим узлом по возрастанию.

Декремент:

1. Если текущий узел имеет левого потомка – перемещаемся к нему и затем идем максимально вправо (в самый большой узел в левом потомке).
2. Если текущий узел НЕ имеет правого потомка – поднимаемся к родителю узла до тех пор, пока текущий узел является левым потомком. Как только текущий узел становится правым потомком – его родитель становится следующим узлом по возрастанию.