10.01 Лекция

$x = (x_1, \dots, x_n)$

Опр: однородной выборкой объёма n называется случайный вектор, компоненты которого являются независимыми и одинаково распределёнными СВ

Опр: компоненты случ. век. x назыв. элементами выборки

Опр: если все эл-ты выборки $x_1, \dots, x_n$ имеют распред. $F_\xi(x)$, то говорят, что выборка соответствует распред-ю $F_\xi(x)$ или выборка порождена СВ ξ

Опр: детерминированный вектор $x = (x_1, \dots, x_n)$, где x_i есть реализация СВ X_i, $i = \overline{1,n}$ назыв. реализацией выборки X

Опр: выборочным пространством S назыв. мн-во всех возможных реализаций выборки $X_1, \dots, X_n$

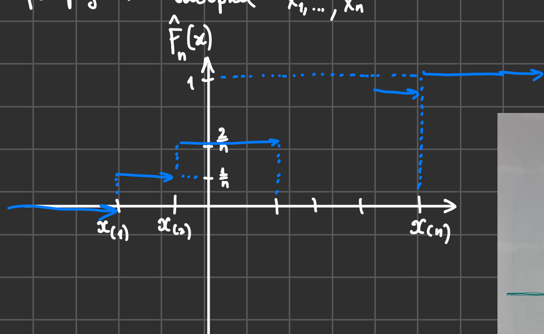
Опр: пара $(S, \mathcal{F})$, где $\mathcal{F}$ — семейство распред-й, порождающих выборку X, называется статистической моделью ($\mathcal{F}$ — „Ф-волнистая")

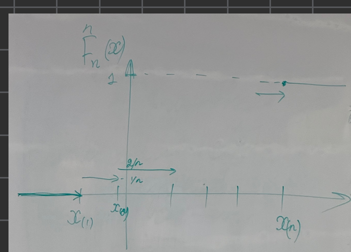
Опр: упорядочим реализацию $x_{(1)} \le x_{(2)} \le \dots \le x_{(n)}$. Пусть СВ $X_{(k)}$ есть такой эл-т выборки, который при любой реализации $x_1, \dots, x_n$ выборки $X_1, \dots, X_n$ принимает значение $x_{(k)}$. Тогда послед. $X_{(1)}, \dots, X_{(n)}$ назыв. вариационным рядом выборки, а $X_{(k)}$ — к-ой порядковой статистикой $k = \overline{1,n}$

Опр: порядковые статистики $X_{(1)}$ и $X_{(n)}$ назыв. экстремальными порядковыми статистиками

Эмпирическая функция распределения

Пусть $X_1, \dots, X_n$ соотв. распред. $F_\xi(x)$. Тогда $\hat{F}_n(x) = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^{n} I(X_k \le x)$ назыв. эмпирической функцией распред-я выборки $X_1, \dots, X_n$





$x_1, \dots, x_n$

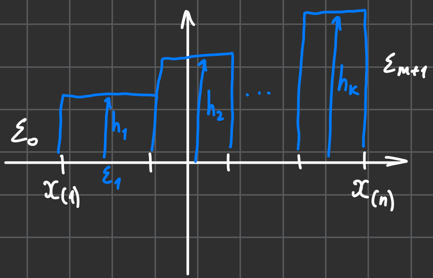
Св-ва $\hat{F}_n(x)$:

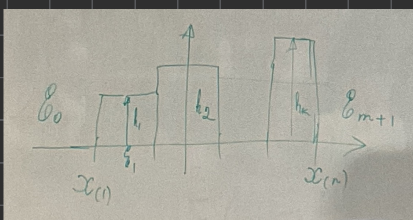
1) $E\hat{F}_n(x) = E\left(\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} I(X_k \le x)\right) = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} EI(X_k \le x) = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} P(X_k \le x) = P(X_1 \le x) = F_\xi(x) \ \forall x \in \mathbb{R}^1$

2) по УЗБЧ $\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} I(x_k \le x) \xrightarrow[n\to\infty]{\text{п.н.}} \frac{1}{n}\sum EI(X_k \le x) = F_\xi(x)$

Гистограмма

$x_1, \dots, x_n$ — реализации выборки





разбить R^1 на $(m+2)$ непересек. интервалов

размах выборки $r = x_{(n)} - x_{(1)}$

длина интервала $\Delta = \frac{r}{m}$

ν_k — частота попадания реализаций в интервал k, $k = \overline{1,n}$

$h_k = \frac{\nu_k}{\Delta}$, k, $k = \overline{1,n}$