

### Проверка простой гипотезы о виде распределения СВ

1. В десятичной записи числа  $\pi$  среди первых 10000 знаков после запятой цифры 0,1,...,9 встречаются 968; 1026; 1021; 974; 1014; 1046; 1021; 970; 948; 1012 раз соответственно. Можно ли считать (на уровне значимости 0,05), что цифры 0,1,...,9 появляются в записи числа  $\pi$  с равными вероятностями?

### Проверка гипотезы о равенстве средних (критерий Стьюдента и критерий Вилкоксона)

2. Пусть выборка  $X_1, \dots, X_n$  порождена СВ  $X$  с непрерывным распределением  $F(t)$ , а выборка  $Y_1, \dots, Y_n$  - СВ  $Y$  с распределением  $F(t-\theta)$ , и  $EX < \infty$ . Покажите, что из справедливости гипотезы  $H_1: \theta < 0$  следует, что  $EY < EX$ .
3. Согласно опросам 29 семей, проводившимся в 1968 году в юго-западном регионе Англии, выборочное среднее арендной платы за меблированную квартиру составило 2,5£, а выборочная дисперсия 0,67 £<sup>2</sup>. В Уэльсе выборочное среднее арендной платы 16 семей составило 2,06£, а выборочная дисперсия 0,42 £<sup>2</sup>. Можно ли считать, опираясь на эти данные, что аренда жилья в указанных регионах в среднем одинакова? Уровень значимости считать равным 0.05. Предполагается, что все наблюдения имеют гауссовское распределение и одинаковые дисперсии (равенство дисперсий в этой задаче предлагается проверить на следующем семинаре).
4. Изучается влияние кобальта на увеличение массы тела кроликов. Опыт проводится на двух группах животных: контрольной и опытной. Возраст животных 1,5 – 2 месяца, исходная масса 500 -- 600 грамм. Рацион одинаков, но опытной группе добавляют в пищу 0,06 грамм хлористого кобальта на 1 кг массы тела кролика. Прибавка в весе составила: в контрольной группе 560, 580, 600, 420, 530, 490, 580; 740 гр; в опытной группе 692; 700; 621; 640; 561; 680; 630 гр.. Влияет ли кобальтовая добавка на увеличение массы тела?

### Домашнее задание

1. Наблюдались показания 500 наугад выбранных часов, выставленных в витринах часовщиков. Пусть  $i$ - номер промежутка от  $i$  – го часа до  $(i+1)$ -го часа,  $i = 0, 1, \dots, 11$ . Согласуются ли эти данные с гипотезой о том, что показания часов распределены равномерно в интервале (0;12)? Уровень значимости принять равным 0.05.

$i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
$n_i$	41	34	54	39	49	45	41	33	37	41	47	39

2. В некоторой компании работает 500 продавцов, на каждого из которых может поступить жалоба. За последний месяц на 275 продавцов жалоб не поступало, на 150 поступило по одной жалобе, на 50 – по две жалобы, на остальных – три или более жалоб. С помощью критерия хи-квадрат проверьте гипотезу о том, что количество жалоб на продавца есть

случайная величина подчиняющаяся распределению Пуассона со средним значением одна жалоба в месяц. Уровень значимости считать равным 0.05.

3. Имеется набор данных «ирисы Фишера». Эти данные собраны ботаником Эдгаром Андерсоном. Они включают длину и ширину чашелистиков, длину и ширину лепестков трёх видов ирисов (*setosa*, *versicolor* и виргинский). Выберем из этих данных случайным образом по 10 измерений длин чашелистиков цветов вида *setosa* и цветов вида *versicolor*.

Длина (в мм) чашелистиков у выбранных цветов вида *setosa*: 5.1; 4.9; 4.7; 4.6; 5.0; 5.4; 4.6; 4.4; 4.8; 4.8.

Длина (в мм) чашелистиков у цветов вида *versicolor*: 5.7; 6.3; 4.9; 6.6; 5.2; 5.0; 5.9; 6.0; 5.6; 5.8.

Можно ли считать, опираясь на эти данные, что длина чашелистиков у цветов вида *versicolor* в среднем больше, чем у цветов вида *setosa*?

4. Деятельность отделения банка характеризуется некоторым показателем  $X$ . Для проверки была случайным образом сделана выборка 10 однотипных отделений банка. Показатель  $X$  у этих отделений составил: 258, 588, 477, 577, 619, 614, 641, 543, 517, 593. После экономического кризиса показатель  $X$  у 9 случайным образом выбранных отделений банка составил: 537, 398, 256, 440, 376, 524, 527, 589, 479. Можно ли считать, опираясь на эти данные, что экономический кризис привёл к снижению показателя  $X$ . Уровень значимости принять равным 0.05.

1. В десятичной записи числа  $\pi$  среди первых 10000 знаков после запятой цифры 0, 1, ..., 9 встречаются 968; 1026; 1021; 974; 1014; 1046; 1021; 970; 948; 1012 раз соответственно. Можно ли считать (на уровне значимости 0,05), что цифры 0, 1, ..., 9 появляются в записи числа  $\pi$  с равными вероятностями?

$$n = 10000$$

$H_0$ : цифра распределена равномерно

$H_1$ : цифра распределена неравномерно

$$p_i = \frac{1}{10}$$

$$\alpha = 0,05$$

$$\chi^2 = \sum_{i=0}^9 \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i} = \frac{(968-1000)^2}{1000} + \frac{(1026-1000)^2}{1000} + \frac{(1021-1000)^2}{1000} + \frac{(974-1000)^2}{1000} + \frac{(1014-1000)^2}{1000} + \frac{(1046-1000)^2}{1000} +$$

$O_i$  — наблюдаемая частота

$$E_i = n \cdot p_i = 1000$$

$$+ \frac{(1021-1000)^2}{1000} + \frac{(970-1000)^2}{1000} + \frac{(948-1000)^2}{1000} + \frac{(1012-1000)^2}{1000} = 9,318$$

степеней свободы  $df = 10 - 1 = 9$

$Z_{0,95} = 16,92$  (из таблицы  $\chi^2$ -квadrата)  $> 9,318 \Rightarrow H_0$  не отвергается

Ответ: да, можно

2. Пусть выборка  $X_1, \dots, X_n$  порождена СВ  $X$  с непрерывным распределением  $F(t)$ , а выборка  $Y_1, \dots, Y_n$  — СВ  $Y$  с распределением  $F(t-\theta)$ , и  $EX < \infty$ . Покажите, что из справедливости гипотезы  $H_1: \theta < 0$  следует, что  $EY < EX$ .

$$X \sim F(t), Y \sim F(t-\theta), \theta < 0$$

$$E(Y) = \int_{-\infty}^{+\infty} t \cdot f_Y(t) dt = \int_{-\infty}^{+\infty} t \cdot f_X(t-\theta) dt = |u = t - \theta| = \int_{-\infty}^{+\infty} (u + \theta) f_X(u) du = EX + \theta, \theta < 0 \text{ по условию} \Rightarrow EY = EX + \theta < EX$$

3. Согласно опросам 29 семей, проводившимся в 1968 году в юго-западном регионе Англии, выборочное среднее арендной платы за меблированную квартиру составило 2,5£, а выборочная дисперсия 0,67 £<sup>2</sup>. В Уэльсе выборочное среднее арендной платы 16 семей составило 2,06£, а выборочная дисперсия 0,42 £<sup>2</sup>. Можно ли считать, опираясь на эти данные, что аренда жилья в указанных регионах в среднем одинакова? Уровень значимости считать равным 0,05. Предполагается, что все наблюдения имеют гауссовское распределение и одинаковые дисперсии (равенство дисперсий в этой задаче предлагается проверить на следующем семинаре).

$$n_1 = 29, \bar{X}_1 = 2,5, S_1^2 = 0,67$$

$$n_2 = 16, \bar{X}_2 = 2,06, S_2^2 = 0,42$$

$$H_0: \mu_1 = \mu_2$$

$$H_1: \mu_1 \neq \mu_2$$

$$s_p^2 = \frac{(n_1 - 1)S_1^2 + (n_2 - 1)S_2^2}{n_1 + n_2 - 2} = \frac{28 \cdot 0,67 + 15 \cdot 0,42}{29 + 16 - 2} = \frac{18,76 + 6,3}{43} \approx 0,58$$

$$T = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{s_p \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}} = \frac{2,5 - 2,06}{\left(\sqrt{\frac{1}{29} + \frac{1}{16}}\right) \cdot 0,58} \approx 2,436$$

$$Z_{0,975} = 1,96 < 2,436 \Rightarrow H_0 \text{ отвергается}$$

Ответ: нет, нельзя

4. Изучается влияние кобальта на увеличение массы тела кроликов. Опыт проводится на двух группах животных: контрольной и опытной. Возраст животных 1,5 – 2 месяца, исходная масса 500 – 600 грамм. Рацион одинаков, но опытной группе добавляют в пищу 0,06 грамм хлористого кобальта на 1 кг массы тела кролика. Прибавка в весе составила: в контрольной группе 560, 580, 600, 420, 530, 490, 580; 740 гр; в опытной группе 692; 700; 621; 640; 561; 680; 630 гр.. Влияет ли кобальтовая добавка на увеличение массы тела?

$H_0: \mu_1 = \mu_2$  не влияет  
 $H_a: \mu_1 < \mu_2$   
 $\alpha = 0,05$   
 $n = 8$

$$\bar{X}_1 = 562,5 \quad \bar{X}_2 = 646,29$$

$$S_1^2 \approx 8107,14 \quad S_2^2 \approx 2971,43$$

$$s_p^2 = \frac{(8-1)8107,14 + (7-1)2971,43}{8+7-2} \approx 5736,81$$

$$T = \frac{562,5 - 646,29}{\sqrt{5736,81 \left( \frac{1}{8} + \frac{1}{7} \right)}} \approx -2,13$$

$z_{0,05} = -1,65 > -2,13 \Rightarrow H_0$  отвергается

Ответ: да, влияет

