



Expected Value of Perfect Information

Made By : Ahmed Tamer

As we mentioned earlier, the decision-making process depends on the quality and quantity of the available information.

There are three levels of information availability:

Uncertainty → In this case, users have no information. Probability = 0%

Risk → In this case, users have some information. $0\% < \text{Probability} < 100\%$

Certainty → In this case, users have perfect information. Probability = 100%

الشرح: 🎓

يا باشا، الكلام ده بيقول إن قراراتنا في الحياة بتتأثر بـ قد إيه عندنا معلومات.

وفي 3 مستويات للمعلومات:

● Uncertainty (الجهل التام):

تخيل إنك رحت تشتري شقة في منطقة ملكيش عنها أي فكرة خالص. مش عارف الأسعار إيه، مش عارف المنطقة آمنة ولا لأ، مش عارف هيكون فيها خدمات ولا لأ.

ده معناه إنك مش عارف تحسب أي احتمال = 0%

● Risk (المخاطرة المحسوبة):

نفس الشقة، بس دلوقتي سألت جيرانك، قرأت أخبار المنطقة، اتكلمت مع سمسار. دلوقتي عندك معلومات بس مش كاملة.

زي الدكتور اللي بيقول: "الأشعة دي عندها 70% إنها حميدة." عنده معلومات بس مش يقين 100%.

الاحتمال بين 0% و 100%

● Certainty (اليقين الكامل):

زي لما بنشتري شهادة بنك بفايدة ثابتة. عارف بالظبط هتاخد قد إيه في نهاية المدة. مفيش مفاجآت خالص!

الاحتمال = 100%

Perfect information (no hidden information): is the quantity of information that transfers users from risk to certainty.

Expected value of perfect information (EVPI): is the maximum amount that one will be willing to pay to gain access to the perfect information.

Expected value of perfect information (EVPI) is calculated as follows:

$$EVPI = | EV \text{ under PI} - EV \text{ without PI} |$$

The absolute value of the difference between the expected value under perfect information (EV under PI) and the expected value without perfect information (EV without PI)

الشرح: 🎓

هي المعلومات اللي لو حصلت عليها، بتتحول من "مش متأكد" لـ **Perfect Information** Risk و Certainty. "متأكد 100%". يعني هي الجسر بين

طب EVPI إيه يعني؟

يا معلم، تخيل الموقف ده:

أنت عايز تفتح محل في رمضان، وبتتردد بين:

• محل بلح 🌴

• محل كنافه وقطائف 🍪

مش عارف الناس هتطلب إيه أكثر.

جاك خبير سوق وقالك: "أنا أقدر أخبرك بالظبط الناس هتطلب إيه، بس ادفع لي مبلغ."

السؤال: هتدفعه قد إيه؟

الإجابة هي ال **EVPI** بالظبط! يعني أقصى مبلغ ممكن تدفعه هو الفرق بين ربحك لو عرفت وربحك لو ما عرفتش.

لو ربحك مع المعلومات = 10,000 جنيه

ولو ربحك من غير معلومات = 8,000 جنيه

$$\text{EVPI} = 10,000 - 8,000 = 2,000 \text{ جنيه}$$

يعني ادفع للخبير بالكثير **2,000 جنيه**. لو طلب أكثر، مش يستاهل!

والقيمة المطلقة || دي عشان ال EVPI دايماً رقم موجب.

Example 1:

Khaled's restaurant is considering opening a new restaurant in Alex. It has 3 different models, each with a different seating capacity. Management estimates that the average number of customers per hour will be 80, 100, or 120. The payoff (return) for the three models is:

	S1 = 80	S2 = 100	S3 = 120
Model A	\$10,000	\$15,000	\$14,000
Model B	\$8,000	\$18,000	\$12,000
Model C	\$6,000	\$16,000	\$21,000
Probability	0.4	0.2	0.4

Required:

1. What decision should be made under the available information?
2. What is the expected value under perfect information?
3. What is the expected value of perfect information (EVPI)?
4. If a consultancy company offers to provide more information with \$3000, should Khaled restaurant accept this offer?

الشرح - فهم المشكلة الأولى:

يا برنس، خالد عنده مطعم ناجح وعايز يفتح فرع في إسكندرية. قدامه 3 موديلات مختلفة في الحجم:

- **Model A:** مطعم صغير - مناسب لو الإقبال قليل
- **Model B:** مطعم متوسط

- **Model C:** مطعم كبير - مناسب لو الإقبال عالي

المشكلة: مش عارف هيجييه قد إيه عملاء!

والاحتمالات من دراسة السوق:

- 40% هيجي 80 عميل/ساعة
- 20% هيجي 100 عميل/ساعة
- 40% هيجي 120 عميل/ساعة

Required 1: the decision should be made under the available information:

We have to calculate the expected value without perfect information for each decision alternative and choose the best one.

The expected value without perfect information is the weighted average of the outcomes for each alternative under the primary information.

الشرح:

Expected Value ده "المتوسط الذكي" - مش بس بتجمع وتقسم! هنا كل حالة ليها وزن (احتمال) مختلف.

تخيل معايا:

لو المطعم اشتغل 10 أيام:

- 4 أيام هيجي 80 عميل
- 2 يوم هيجي 100 عميل
- 4 أيام هيجي 120 عميل

ده بالظبط معنى الاحتمالات 0.4 و 0.2 و 0.4!

▪ **Expected value of model (A) =**

$$(10,000 \times 0.4) + (15,000 \times 0.2) + (14,000 \times 0.4) = 12,600$$

▪ **Expected value of model (B) =**

$$(8,000 \times 0.4) + (18,000 \times 0.2) + (12,000 \times 0.4) = 11,600$$

▪ **Expected value of model (C) =**

$$(6,000 \times 0.4) + (16,000 \times 0.2) + (21,000 \times 0.4) = 14,000$$

Under the available information → the decision is selecting **model (C)**

الشرح:

موديل A:

الناتج	الاحتمال	الربح	الحالة
= 4,000	× 0.4	10,000	عميل 80
= 3,000	× 0.2	15,000	عميل 100
= 5,600	× 0.4	14,000	عميل 120
12,600\$			المجموع

موديل B:

الناتج	الاحتمال	الربح	الحالة
= 3,200	× 0.4	8,000	عميل 80
= 3,600	× 0.2	18,000	عميل 100
= 4,800	× 0.4	12,000	عميل 120
11,600\$			المجموع

موديل C:

الناتج	الاحتمال	الربح	الحالة
= 2,400	× 0.4	6,000	عميل 80
= 3,200	× 0.2	16,000	عميل 100
= 8,400	× 0.4	21,000	عميل 120
14,000\$			المجموع

✓ **القرار: موديل C** لأن $11,600 < 12,600 < 14,000$

ليه C أحسن رغم إن ربحه لما بيعي 80 عميل أقل حاجة؟

لأن ربحه \$21,000 لما بيعي 120 عميل، وده بيحصل 40% من الوقت! الرقم الضخم ده بيعوض التدني في الحالة الثانية.

Required 2: The expected value under perfect information:

In case of availability of perfect information, we should calculate the expected value using the best outcome for each state (case).

State of nature	probability	The best model for each state
S1	0.4	10,000 → Model A
S2	0.2	18,000 → Model B

State of nature	probability	The best model for each state
S3	0.4	21,000 → Model C

▪ **Expected value under perfect information =**
 $(10,000 \times 0.4) + (18,000 \times 0.2) + (21,000 \times 0.4) = 16,000$

الشرح:

يا كبير، دلوقتي بنسأل سؤال مختلف خالص:

لو خالد كان عارف المستقبل، كان هيفتار إيه في كل حالة؟

- لو عرف إن هيجي 80 عميل: هيفتار (10,000 > 8,000 > 6,000) **Model A** ✓
- لو عرف إن هيجي 100 عميل: هيفتار (18,000 > 16,000 > 15,000) **Model B** ✓
- لو عرف إن هيجي 120 عميل: هيفتار (21,000 > 14,000 > 12,000) **Model C** ✓

يعني في كل حالة بياخد أحسن قرار ممكن!

$$\begin{aligned}
 \text{EV under PI} &= (10,000 \times 0.4) + (18,000 \times 0.2) + (21,000 \times 0.4) \\
 &= 4,000 + 3,600 + 8,400 \\
 &= 16,000\$
 \end{aligned}$$

Required 3: The expected value of perfect information (EVPI):

$$\text{EVPI} = \text{EV under PI } 16,000 - \text{EV without PI } 14,000 = 2,000$$

It means that the maximum amount that restaurant will be willing to pay to get the perfect information is 2,000.

الشرح:

$$\text{EVPI} = 16,000 - 14,000 = 2,000\$$$

التفسير العملي:

- بدون معلومات كاملة: خالد هيكسب \$14,000
- بمعلومات كاملة: خالد ممكن يكسب \$16,000
- الفرق: \$2,000

يعني المعلومات الكاملة دي تساوي \$2,000 بالطبط!

Required 4:

The consultancy company offers to provide more information with \$3000, that is greater than EVPI, so the restaurant **should not accept this offer**.

The restaurant could accept the offer of the consultant company if its price is **less than** the expected value of perfect information (EVPI). Remember the concept of value of information.

الشرح: 🎓

المقارنة بسيطة جداً:

سعر الشركة = \$3,000

ال EVPI = \$2,000

$2,000 < 3,000$ ❌ ارفض العرض!

ليه؟

لأنك لو دفعت \$3,000 عشان تاخد معلومات تفيدك بـ \$2,000 بس، في الآخر خسرت \$1,000!

القاعدة :

✅ سعر المعلومات أقل من EVPI → اقبل

❌ سعر المعلومات أكبر من EVPI → ارفض

Example 2:

Suppose you are going to make an investment into only one of three investment instruments: stocks, mutual funds, or bonds. Further suppose that the market has a 50% chance of growing, a 30% chance of staying stable, and a 20% chance of declining.

If the market grows the stock investment will earn \$1500 and the mutual fund will earn \$900. If the market stays stable the stock investment will earn \$300 and the mutual fund will earn \$600. If the market declines the stock investment will lose \$800 and the mutual fund will lose \$200. The bonds will earn \$500 regardless the market's fluctuation.

Required:

1. Which investment instrument is the best under the available information?

2. What is the expected value under perfect information?
3. What is the expected value of perfect information (EVPI)?

الشرح - فهم المشكلة:

يا معلم، المثال ده من عالم الاستثمار!
عندك 3 أدوات:

الأداة	زيتها في حياتنا
أسهم Stocks	شراء أسهم في البورصة - مخاطرة عالية وريح عالي
صناديق استثمار Mutual Funds	فتح محفظة استثمارية في البنك - مخاطرة متوسطة
سندات Bonds	شهادة ادخار ثابتة - أمان كامل وريح ثابت

We can summarize the given in the following table:

	Growing	Stable	Declining
Stocks	1,500	300	-800
Mutual funds	900	600	-200
Bonds	500	500	500
Probability	0.5	0.3	0.2

▪ Expected value of stock investment =

$$(1,500 \times 0.5) + (300 \times 0.3) + (-800 \times 0.2) = 680$$

▪ Expected value of mutual fund investment =

$$(900 \times 0.5) + (600 \times 0.3) + (-200 \times 0.2) = 590$$

▪ Expected value of bond investment =

$$(500 \times 0.5) + (500 \times 0.3) + (500 \times 0.2) = 500$$

Under the available information → **the best investment is the stocks**

الشرح:

Stocks:

$$= (1,500 \times 0.5) + (300 \times 0.3) + (-800 \times 0.2)$$

$$= 750 + 90 - 160$$

$$= 680\$$$

لاحظ يا باشا: الـ 800- بقت -160 بس لأن احتمال حدوثها 20% بس!

Mutual Funds:

$$\begin{aligned} &= (900 \times 0.5) + (600 \times 0.3) + (-200 \times 0.2) \\ &= 450 + 180 - 40 \\ &= 590\$ \end{aligned}$$

Bonds:

$$\begin{aligned} &= (500 \times 0.5) + (500 \times 0.3) + (500 \times 0.2) \\ &= 250 + 150 + 100 \\ &= 500\$ \end{aligned}$$

✓ القرار: الأسهم (Stocks) أحسن استثمار بـ \$680

The expected value under perfect information:

the best outcome for each state:

State of nature	probability	The best model for each state
Growing	0.5	1,500 → stocks
Stable	0.3	600 → Mutual funds
Declining	0.2	500 → Bonds

▪ Expected value under perfect information =

$$(1,500 \times 0.5) + (600 \times 0.3) + (500 \times 0.2) = 1,030$$

الشرح: 🎓

لو عارف المستقبل، هتختار إيه في كل حالة؟

- ✓ السوق هيطلع: اشترى Stocks (1,500 أعلى من 900 و 500)
- ✓ السوق هيفضل ثابت: اشترى Mutual Funds (600 أعلى من 300 و 500)
- ✓ السوق هيقع: اشترى Bonds (500 أحسن من -800 و -200)

ليه Bonds أحسن لما السوق بيوقع؟

لأنها الوحيدة اللي مش بتخسر! حتى في أصعب الأوقات بتديك \$500!

$$\begin{aligned}
 \text{EV under PI} &= (1,500 \times 0.5) + (600 \times 0.3) + (500 \times 0.2) \\
 &= 750 + 180 + 100 \\
 &= 1,030\$
 \end{aligned}$$

The expected value of perfect information (EVPI):

$$\text{EVPI} = \text{EV under PI } 1030 - \text{EV without PI } 680 = 350$$

الشرح: 

$$\text{EVPI} = 1,030 - 680 = 350\$$$

يعني لو مستشار مالي عرض عليك معلومات كاملة عن السوق بأقل من \$350 → وافق!
لو طلب أكثر → ارفض!

Example 3:

El-Nasr company decided to purchase a new machine to increase its production. It must choose between three types of machines (A), (B), and (C). The following table illustrates the annual maintenance cost for each machine in three states of nature (3 cases) that depend on the daily working hours, and the probability of each state:

	S1	S2	S3
Machine A	\$12,000	\$9,000	\$13,000
Machine B	\$15,000	\$11,000	\$8,000
Machine C	\$5,000	\$18,000	\$10,000
Probability	0.3	0.5	??


Required:

1. Which decision should be made under the available information?
2. What is the expected value under perfect information?
3. What is the expected value of perfect information (EVPI)?

The probability of state 3 = 0.2

Because the sum of the probabilities should equal 1 (100%)

الشرح:

يا برنس، المثال ده فيه لعبة ! 

الأرقام دي تكاليف (Costs) مش أرباح!

يعني الشركة مش بتحاول تعلى الأرقام، بالعكس بتحاول تقللها!

أول حاجة: نحسب S3

$$0.3 + 0.5 + ?? = 1.0$$

$$?? = 1.0 - 0.8 = 0.2$$

▪ Expected value of machine A =

$$(12,000 \times 0.3) + (9,000 \times 0.5) + (13,000 \times 0.2) = 10,700$$

▪ Expected value of machine B =

$$(15,000 \times 0.3) + (11,000 \times 0.5) + (8,000 \times 0.2) = 11,600$$

▪ Expected value of machine C =

$$(5,000 \times 0.3) + (18,000 \times 0.5) + (10,000 \times 0.2) = 12,500$$

Under the available information → the decision is choosing machine (A)

because it has the lowest cost

الشرح:

ماكينة A:

$$= (12,000 \times 0.3) + (9,000 \times 0.5) + (13,000 \times 0.2)$$

$$= 3,600 + 4,500 + 2,600$$

$$= 10,700\$$$

ماكينة B:

$$= (15,000 \times 0.3) + (11,000 \times 0.5) + (8,000 \times 0.2)$$

$$= 4,500 + 5,500 + 1,600$$

$$= 11,600\$$$

ماكينة C:

$$\begin{aligned}
 &= (5,000 \times 0.3) + (18,000 \times 0.5) + (10,000 \times 0.2) \\
 &= 1,500 + 9,000 + 2,000 \\
 &= 12,500\$
 \end{aligned}$$

✓ القرار: ماكينة A لأن 10,700 أقل تكلفة!

ليه مش C رغم إن تكلفتها في S1 أقل حاجة (5,000)؟

لأن تكلفتها في S2 = 18,000 وده بيحصل 50% من الوقت! الرقم الكبير ده بيبوط كل حاجة.

The expected value under perfect information:

the best outcome (lowest cost) for each state:

S1	0.3	5,000 → machine (C)
S2	0.5	9,000 → machine (A)
S3	0.2	8,000 → machine (B)

▪ Expected value under perfect information =

$$(5,000 \times 0.3) + (9,000 \times 0.5) + (8,000 \times 0.2) = 7,600$$

الشرح:

هنا الفرق المهم! بندور على أقل تكلفة في كل حالة:

- S1: ماكينة C → 5,000 = أقل تكلفة
- S2: ماكينة A → 9,000 = أقل تكلفة
- S3: ماكينة B → 8,000 = أقل تكلفة

$$\begin{aligned}
 \text{EV under PI} &= (5,000 \times 0.3) + (9,000 \times 0.5) + (8,000 \times 0.2) \\
 &= 1,500 + 4,500 + 1,600 \\
 &= 7,600\$
 \end{aligned}$$

The expected value of perfect information (EVPI):

$$\text{EVPI} = \text{EV under PI } 7,600 - \text{EV without PI } 10,700 = -3,100 = 3,100$$

The absolute value

Note that: without perfect information the company will bear cost of 10,700 while under perfect information it will bear cost of 7,600 only, it means that

company can reduce its costs by 3,100 under perfect information (that is EVPI).

الشرح:

$$\begin{aligned} \text{EVPI} &= |7,600 - 10,700| \\ &= |-3,100| \\ &= 3,100\$ \end{aligned}$$

ليه بناخد القيمة المطلقة هنا؟

في التكاليف، ال EV under PI أصغر من EV without PI. فالطرح بيطلع سالب. بس ال EVPI دائماً موجب لأنه بيمثل توفير مش خسارة!

التفسير العملي:

الوضع	
الشركة هتدفع \$10,700 صيانة	بدون معلومات كاملة
الشركة هتدفع \$7,600 بس	مع معلومات كاملة
3,100\$	EVPI = التوفير

يعني لو شركة استشارات هندسية عرضت تساعد الشركة تختار الماكينة الأنسب بأقل من \$3,100 → وافق! 