



Expected Value of Perfect Information

Made By : Ahmed Tamer

As we mentioned earlier, the decision-making process depends on the quality and quantity of the available information.

There are three levels of information availability:

Uncertainty → In this case, users have no information. Probability = 0%

Risk → In this case, users have some information. $0\% < \text{Probability} < 100\%$

Certainty → In this case, users have perfect information. Probability = 100%

الشرح:

يا باشا، الكلام ده بيقول إن قراراتنا في الحياة بتتأثر بـ قد إيه عندنا معلومات.

وفي 3 مستويات للمعلومات:

🔴 Uncertainty: (الجهل التام):

تخيل إنك رحت تشتري شقة في منطقة ملكيش عنها أي فكرة خالص. مش عارف الأسعار إيه، مش عارف المنطقة آمنة ولا لأ، مش عارف هيكون فيها خدمات ولا لأ.

ده معناه إنك مش عارف تحسب أي احتمال = 0%

🟡 Risk: (المخاطرة المحسوبة):

نفس الشقة، بس دلوقتي سألت جيرانك، قرأت أخبار المنطقة، اتكلمت مع سمسار. دلوقتي عندك معلومات بس مش كاملة.

زي الدكتور اللي بيقول: "الأشعة دي عندها 70% إنها حميدة." عنده معلومات بس مش يقين .%100

الاحتمال بين 0% و 100%

● Certainty (اليقين الكامل):

زي لما بتشتري شهادة بنك بفایدة ثابتة. عارف بالظبط هتاخد قد إيه في نهاية المدة. مفيش مفاجآت خالص!

الاحتمال = %100

Perfect information (no hidden information): is the quantity of information that transfers users from risk to certainty.

Expected value of perfect information (EVPI): is the maximum amount that one will be willing to pay to gain access to the perfect information.

Expected value of perfect information (EVPI) is calculated as follows:

$$\text{EVPI} = | \text{EV under PI} - \text{EV without PI} |$$

The absolute value of the difference between the expected value under perfect information (EV under PI) and the expected value without perfect information (EV without PI)

الشرح:

هي المعلومات اللي لو حصلت عليها، بتحول من "مش متأكد" لـ "مش متأكد" 100%. يعني هي الجسر بين Risk و Certainty.

طب EVPI إيه يعني؟

يا معلم، تخيل الموقف ده من الحياة:

أنت عايز تفتح محل في رمضان، وبتردد بين:

• محل بلح

• محل كنافة وقطائف

مش عارف الناس هتطلب إيه أكثر.

جاك خبير سوق وقالك: "أنا أقدر أخبرك بالظبط الناس هتطلب إيه، بس ادفع لي مبلغ."

السؤال: هتدفعه قد إيه؟

الإجابة هي الـ EVPI بالطبع! يعني أقصى مبلغ ممكن تدفعه هو الفرق بين ربحك لو عرفت وربحك لو ما عرفتش.

لو ربحك مع المعلومات = 10,000 جنيه
ولو ربحك من غير معلومات = 8,000 جنيه

$$EVPI = 10,000 - 8,000 = 2,000 \text{ جنيه}$$

يعني ادفع للخبير بالكثير 2,000 جنيه. لو طلب أكثر، مش يستاهل!

والقيمة المطلقة || دي عشان الـ EVPI دايماً رقم موجب.

Example 1:

Khaled's restaurant is considering opening a new restaurant in Alex. It has 3 different models, each with a different seating capacity. Management estimates that the average number of customers per hour will be 80, 100, or 120. The payoff (return) for the three models is:

	S1 = 80	S2 = 100	S3 = 120
Model A	\$10,000	\$15,000	\$14,000
Model B	\$8,000	\$18,000	\$12,000
Model C	\$6,000	\$16,000	\$21,000
Probability	0.4	0.2	0.4

Required:

1. What decision should be made under the available information?
2. What is the expected value under perfect information?
3. What is the expected value of perfect information (EVPI)?
4. If a consultancy company offers to provide more information with \$3000, should Khaled restaurant accept this offer?

الفصل الثاني: الشرح - فهم المشكلة الأول:

يا برس، خالد عنده مطعم ناجح وعايز يفتح فرع في إسكندرية. قدامه 3 موديلات مختلفة في الحجم:

- **Model A:** مطعم صغير - مناسب لو الإقبال قليل
- **Model B:** مطعم متوسط

- **Model C:** مطعم كبير - مناسب لو الإقبال عالي

المشكلة: مش عارف هييجي قد إيه عملاء!

والاحتمالات من دراسة السوق:

- 40% هبيجي 80 عميل/ساعة
- 20% هبيجي 100 عميل/ساعة
- 40% هبيجي 120 عميل/ساعة

Required 1: the decision should be made under the available information:
We have to calculate the expected value without perfect information for each decision alternative and choose the best one.
The expected value without perfect information is the weighted average of the outcomes for each alternative under the primary information.

الشرح:

الـ **Expected Value** ده "المتوسط الذكي" - مش بس يتجمع وتقسم! هنا كل حالة ليها وزن (احتمال) مختلف.

تخيل معايا:

- لو المطعم اشتغل 10 أيام:
- 4 أيام هبيجي 80 عميل
 - 2 يوم هبيجي 100 عميل
 - 4 أيام هبيجي 120 عميل

ده بالظبط معنى الاحتمالات 0.4 و 0.2 و 0.4

- **Expected value of model (A) =**

$$(10,000 \times 0.4) + (15,000 \times 0.2) + (14,000 \times 0.4) = 12,600$$

- **Expected value of model (B) =**

$$(8,000 \times 0.4) + (18,000 \times 0.2) + (12,000 \times 0.4) = 11,600$$

- **Expected value of model (C) =**

$$(6,000 \times 0.4) + (16,000 \times 0.2) + (21,000 \times 0.4) = 14,000$$

Under the available information → the decision is selecting **model (C)**

الشرح:

موديل A

الحالة	الربح	الاحتمال	الناتج
عميل 80	10,000	$\times 0.4$	= 4,000
عميل 100	15,000	$\times 0.2$	= 3,000
عميل 120	14,000	$\times 0.4$	= 5,600
المجموع			12,600\$

موديل B

الحالة	الربح	الاحتمال	الناتج
عميل 80	8,000	$\times 0.4$	= 3,200
عميل 100	18,000	$\times 0.2$	= 3,600
عميل 120	12,000	$\times 0.4$	= 4,800
المجموع			11,600\$

موديل C

الحالة	الربح	الاحتمال	الناتج
عميل 80	6,000	$\times 0.4$	= 2,400
عميل 100	16,000	$\times 0.2$	= 3,200
عميل 120	21,000	$\times 0.4$	= 8,400
المجموع			14,000\$

القرار: موديل C لأن $11,600 < 12,600 < 14,000$ ✓

لـ C أحسن رغم إن ربحه لما يبيجي 80 عميل أقل حاجة؟

لأن ربحه \$21,000 لما يبيجي 120 عميل، وده بيحصل 40% من الوقت! الرقم الضخم ده بيعوض التدني في الحالة الثانية.

Required 2: The expected value under perfect information:

In case of availability of perfect information, we should calculate the expected value using the best outcome for each state (case).

State of nature	probability	The best model for each state
S1	0.4	10,000 → Model A
S2	0.2	18,000 → Model B

State of nature	probability	The best model for each state
S3	0.4	21,000 → Model C

- **Expected value under perfect information =**
 $(10,000 \times 0.4) + (18,000 \times 0.2) + (21,000 \times 0.4) = 16,000$

الشرح:

يا كبير، دلوقتي بنسأل سؤال مختلف خالص:

لو خالد كان عارف المستقبل، كان هيختار إيه في كل حالة؟

- لو عرف إن هبيجي 80 عميل: هيختار (10,000 > 8,000 > 6,000)
 - لو عرف إن هبيجي 100 عميل: هيختار (18,000 > 16,000 > 15,000)
 - لو عرف إن هبيجي 120 عميل: هيختار (21,000 > 14,000 > 12,000)
- يعني في كل حالة بيأخذ أحسن قرار ممكن!

$$\begin{aligned} EV \text{ under PI} &= (10,000 \times 0.4) + (18,000 \times 0.2) + (21,000 \times 0.4) \\ &= 4,000 + 3,600 + 8,400 \\ &= 16,000\$ \end{aligned}$$

Required 3: The expected value of perfect information (EVPI):

$$EVPI = EV \text{ under PI } 16,000 - EV \text{ without PI } 14,000 = 2,000$$

It means that the maximum amount that restaurant will be willing to pay to get the perfect information is 2,000.

الشرح:

$$EVPI = 16,000 - 14,000 = 2,000\$$$

التفسير العملي:

- بدون معلومات كاملة: خالد هيكسب \$14,000
- بمعلومات كاملة: خالد ممكن يكسب \$16,000
- الفرق: \$2,000

يعني المعلومات الكاملة دي تساوي \$2,000 بالطبع!

Required 4:

The consultancy company offers to provide more information with \$3000, that is greater than EVPI, so the restaurant **should not accept this offer**.

The restaurant could accept the offer of the consultant company if its price is **less than** the expected value of perfect information (EVPI). Remember the concept of value of information.

الشرح:

المقارنة بسيطة جداً:

سعر الشركة = \$3,000

EVPI = \$2,000

ارفض العرض! X $2,000 < 3,000$

لـ؟

لأنك لو دفعت \$3,000 عشان تأخذ معلومات تفيدك بـ \$2,000 بس، في الآخر خسرت
\$1,000

القاعدة الذهبية:

سعر المعلومات أقل من EVPI → اقبل ✓

سعر المعلومات أكبر من EVPI → ارفض X

Example 2:

Suppose you are going to make an investment into only one of three investment instruments: stocks, mutual funds, or bonds. Further suppose that the market has a 50% chance of growing, a 30% chance of staying stable, and a 20% chance of declining.

If the market grows the stock investment will earn \$1500 and the mutual fund will earn \$900. If the market stays stable the stock investment will earn \$300 and the mutual fund will earn \$600. If the market declines the stock investment will lose \$800 and the mutual fund will lose \$200. The bonds will earn \$500 regardless the market's fluctuation.

Required:

- Which investment instrument is the best under the available information?

- What is the expected value under perfect information?
- What is the expected value of perfect information (EVPI)?

الشرح - فهم المشكلة:

يا معلم، المثال ده من عالم الاستثمار!

عندك 3 أدوات:

الأداة	زبها في حياتنا
Stocks	شراء أسهم في البورصة - مخاطرة عالية وربح عالي
Mutual Funds	فتح محفظة استثمارية في البنك - مخاطرة متوسطة
Bonds	شهادة ادخار ثابتة - أمان كامل وربح ثابت

We can summarize the given in the following table:

	Growing	Stable	Declining
Stocks	1,500	300	-800
Mutual funds	900	600	-200
Bonds	500	500	500
Probability	0.5	0.3	0.2

▪ Expected value of stock investment =

$$(1,500 \times 0.5) + (300 \times 0.3) + (-800 \times 0.2) = 680$$

▪ Expected value of mutual fund investment =

$$(900 \times 0.5) + (600 \times 0.3) + (-200 \times 0.2) = 590$$

▪ Expected value of bond investment =

$$(500 \times 0.5) + (500 \times 0.3) + (500 \times 0.2) = 500$$

Under the available information → **the best investment is the stocks**

الشرح:

Stocks:

$$\begin{aligned}
 &= (1,500 \times 0.5) + (300 \times 0.3) + (-800 \times 0.2) \\
 &= 750 + 90 - 160
 \end{aligned}$$

$$= 680\$$$

لاحظ يا باشا: الـ 800 بقت 160 بس لأن احتمال حدوثها 20% بس!

Mutual Funds:

$$\begin{aligned} &= (900 \times 0.5) + (600 \times 0.3) + (-200 \times 0.2) \\ &= 450 + 180 - 40 \\ &= 590\$ \end{aligned}$$

Bonds:

$$\begin{aligned} &= (500 \times 0.5) + (500 \times 0.3) + (500 \times 0.2) \\ &= 250 + 150 + 100 \\ &= 500\$ \end{aligned}$$

القرار: الأسهم (Stocks) أحسن استثمار بـ \$680 ✓

The expected value under perfect information:

the best outcome for each state:

State of nature	probability	The best model for each state
Growing	0.5	1,500 → stocks
Stable	0.3	600 → Mutual funds
Declining	0.2	500 → Bonds

▪ Expected value under perfect information =

$$(1,500 \times 0.5) + (600 \times 0.3) + (500 \times 0.2) = 1,030$$

شرح:

لو عارف المستقبل، هتختر إيه في كل حالة؟

- **السوق هيطلع:** اشتري Stocks (1,500) أعلى من 900 و 500 ✓
- **السوق هيحصل ثابت:** اشتري Mutual Funds (600) أعلى من 300 و 500 ✓
- **السوق هيوقع:** اشتري Bonds (500) أحسن من -800 و -200 ✓

لـ Bonds أحسن لما السوق بيوقع؟

لأنها الوحيدة اللي مش بتخسر! حتى في أصعب الأوقات بتديك !\$500

$$\begin{aligned}
 \text{EV under PI} &= (1,500 \times 0.5) + (600 \times 0.3) + (500 \times 0.2) \\
 &= 750 + 180 + 100 \\
 &= 1,030\$
 \end{aligned}$$

The expected value of perfect information (EVPI):

$$\text{EVPI} = \text{EV under PI } 1030 - \text{EV without PI } 680 = 350$$

الشرح:

$$\text{EVPI} = 1,030 - 680 = 350\$$$

يعني لو مستشار مالي عرض عليك معلومات كاملة عن السوق بـ أقل من \$350 → وافق!
لو طلب أكثر → ارفض!

Example 3:

El-Nasr company decided to purchase a new machine to increase its production. It must choose between three types of machines (A), (B), and (C). The following table illustrates the annual maintenance cost for each machine in three states of nature (3 cases) that depend on the daily working hours, and the probability of each state:

	S1	S2	S3
Machine A	\$12,000	\$9,000	\$13,000
Machine B	\$15,000	\$11,000	\$8,000
Machine C	\$5,000	\$18,000	\$10,000
Probability	0.3	0.5	??

Required:

1. Which decision should be made under the available information?
2. What is the expected value under perfect information?
3. What is the expected value of perfect information (EVPI)?

The probability of state 3 = 0.2

Because the sum of the probabilities should equal 1 (100%)

الشرح:

يا برسن، المثال ده فيه فخ مهم!

الأرقام دي تكاليف (Costs) مش أرباح!

يعني الشركة مش بتحاول تعلى الأرقام، بالعكس بتحاول تقللها!

أول حاجة: حسب S3

$$0.3 + 0.5 + ?? = 1.0$$

$$?? = 1.0 - 0.8 = 0.2$$

▪ **Expected value of machine A =**

$$(12,000 \times 0.3) + (9,000 \times 0.5) + (13,000 \times 0.2) = 10,700$$

▪ **Expected value of machine B =**

$$(15,000 \times 0.3) + (11,000 \times 0.5) + (8,000 \times 0.2) = 11,600$$

▪ **Expected value of machine C =**

$$(5,000 \times 0.3) + (18,000 \times 0.5) + (10,000 \times 0.2) = 12,500$$

Under the available information → the decision is choosing machine **(A)**
because it has the lowest cost

الشرح:

: ماكينة A

$$\begin{aligned} &= (12,000 \times 0.3) + (9,000 \times 0.5) + (13,000 \times 0.2) \\ &= 3,600 + 4,500 + 2,600 \\ &= 10,700\$ \end{aligned}$$

: ماكينة B

$$\begin{aligned} &= (15,000 \times 0.3) + (11,000 \times 0.5) + (8,000 \times 0.2) \\ &= 4,500 + 5,500 + 1,600 \\ &= 11,600\$ \end{aligned}$$

: ماكينة C

$$\begin{aligned}
 &= (5,000 \times 0.3) + (18,000 \times 0.5) + (10,000 \times 0.2) \\
 &= 1,500 + 9,000 + 2,000 \\
 &= 12,500\$
 \end{aligned}$$

القرار: ماكينة A لأن 10,700 أقل تكلفة! ✓

لأنه منش C رغم إن تكلفتها في S1 أقل حاجة (5,000)؟
لأن تكلفتها في S2 = 18,000 وده بيحصل 50% من الوقت! الرقم الكبير ده بيتوظ كل حاجة.

The expected value under perfect information:

the best outcome (lowest cost) for each state:

S1	0.3	5,000 → machine (C)
S2	0.5	9,000 → machine (A)
S3	0.2	8,000 → machine (B)

- **Expected value under perfect information =**
 $(5,000 \times 0.3) + (9,000 \times 0.5) + (8,000 \times 0.2) = 7,600$

الشرح: 🎓

هنا الفرق المهم! بندور على أقل تكلفة في كل حالة:

- **S1:** أقل تكلفة = 5,000 → ماكينة C
- **S2:** أقل تكلفة = 9,000 → ماكينة A
- **S3:** أقل تكلفة = 8,000 → ماكينة B

$$\begin{aligned}
 EV \text{ under PI} &= (5,000 \times 0.3) + (9,000 \times 0.5) + (8,000 \times 0.2) \\
 &= 1,500 + 4,500 + 1,600 \\
 &= 7,600\$
 \end{aligned}$$

The expected value of perfect information (EVPI):

$$EVPI = EV \text{ under PI } 7,600 - EV \text{ without PI } 10,700 = -3,100 = 3,100$$

The absolute value

Note that: without perfect information the company will bear cost of 10,700 while under perfect information it will bear cost of 7,600 only, it means that

company can reduce its costs by 3,100 under perfect information (that is EVPI).

الشح:

$$\begin{aligned}\text{EVPI} &= |7,600 - 10,700| \\&= |-3,100| \\&= 3,100\$\end{aligned}$$

في التكاليف، الـ EV under PI أصغر من EV without PI. فالطرح يطلع سالب. بس الـ EVPI دائمًاً موجب لأنه يمثل توفير مش خسارة!

التفسير العملي:

الوضع	الشركة هتدفع \$10,700 صيانة	الشركة هتدفع \$7,600 بنس
بدون معلومات كاملة	\$10,700	\$7,600
مع معلومات كاملة		
= التوفير EVPI	3,100\$	

يعني لو شركة استشارات هندسية عرضت تساعد الشركة تختار الماكينة الأنسب بـ أقل من \$3,100 → وافق!