

Esercizio 1

Un'azienda manifatturiera che lavora nel Nord Italia possiede tre stabilimenti produttivi, localizzati a Pavia, Verona e Ravenna. L'azienda rifornisce sette punti vendita, localizzati a Milano, Torino, Genova, Firenze, Bologna, Venezia e Bergamo. Nella tabella successiva sono riportate le distanze in km tra stabilimenti produttivi e punti vendita.

| | | Stabilimenti | | |
|---------------|---------|--------------|--------|---------|
| | | Pavia | Verona | Ravenna |
| Punti Vendita | Milano | 40 | 155 | 290 |
| | Torino | 160 | 300 | 370 |
| | Genova | 130 | 290 | 410 |
| | Firenze | 290 | 240 | 190 |
| | Bologna | 200 | 145 | 75 |
| | Venezia | 290 | 115 | 145 |
| | Bergamo | 105 | 115 | 320 |

Tabella 1 Distanze (km) tra punti vendita e stabilimenti produttivi.

Dalle distanze tra impianti dipendono i costi di trasporto, secondo una relazione positiva e non lineare, che risulta sconosciuta ai vertici dell'azienda. Negli ultimi mesi è stato creato, però, un database per registrare i trasporti realizzati, evidenziando i costi unitari sostenuti e le distanze percorse. I costi di trasporto non dipendono esclusivamente dalle distanze percorse, ma anche da altri fattori, tra i quali il prezzo della benzina, un parametro che ha subito un andamento variabile negli ultimi mesi. Proprio per questo motivo nel database a disposizione a distanze molto ravvicinate spesso corrispondono diversi costi unitari di trasporto. La direzione aziendale è interessata alla stima di una relazione tra costi unitari di trasporto e distanze percorse, attività da condurre proprio a partire dal database a disposizione (*Costi di Trasporto.xlsx*) e indispensabile per determinare i piani di trasporto dagli stabilimenti ai punti vendita.

Ogni punto vendita presenta una domanda mensile (espressa in unità) che deve essere strettamente soddisfatta. Il valore di tale parametro coincide con 100 per il punto vendita di Milano, 50 per Torino, 20 per Genova, 80 per Firenze, 150 per Bologna, 30 per Venezia e 70 per Bergamo.

Ogni stabilimento è caratterizzato, invece, da una massima capacità produttiva mensile (espressa in unità), da un costo fisso mensile (espresso in €) da sostenere in caso di utilizzo dell'impianto e da un costo variabile di produzione (espresso in €/unità). Tali valori sono indicati nella successiva tabella.

| Stabilimento Produttivo | Capacità Mensile | Costo Fisso Mensile | Costo Unitario di Produzione |
|-------------------------|------------------|---------------------|------------------------------|
| Pavia | 250 | 700 | 5 |
| Verona | 200 | 600 | 4 |
| Ravenna | 150 | 550 | 6 |

Tabella 2 Caratteristiche tecniche degli stabilimenti produttivi.

Le produzioni realizzate dai tre stabilimenti sono pressoché identiche, motivo per il quale la domanda di ciascun punto vendita può essere soddisfatta indifferentemente da ciascuno stabilimento.

Sulla base delle informazioni a disposizione:

- a. Determinare i piani di produzione e di trasporto mensili che minimizzano i costi totali sostenuti dall'azienda.
- b. Una più attenta analisi dell'impianto di Pavia ha messo in evidenza come questo stabilimento sia in grado di sfruttare economie di scala, presentando una riduzione dei costi unitari di produzione al crescere delle quantità prodotte. In particolare, l'ufficio Controllo di Gestione ha attribuito all'impianto il seguente profilo di costi unitari:
 - i. Le prime 100 unità prodotte presentano il precedente costo unitario di produzione (5 €/unità);
 - ii. Ogni unità addizionale oltre la soglia delle 100 unità e fino al livello di produzione di 200 unità presenta un costo unitario di produzione inferiore del 10% (e quindi pari a 4.5 €/unità);
 - iii. Oltre la soglia delle 200 unità i costi unitari di produzione subiscono un'ulteriore riduzione. Ogni unità oltre tale soglia presenta, infatti, un costo unitario di produzione inferiore del 25% rispetto al costo unitario di produzione nella prima fascia.

Sapendo che, invece, i due stabilimenti di Verona e Ravenna non presentano economie di scala, determinare i nuovi piani di produzione e trasporto, evidenziando e motivando eventuali differenze rispetto alla soluzione precedentemente individuata.
- c. Si supponga che sia possibile incrementare del 50% la capacità degli stabilimenti produttivi, sostenendo i costi indicati nella seguente tabella.

| Stabilimento | Incremento Capacità Mensile | Costo Equivalente Mensile |
|--------------|-----------------------------|---------------------------|
| Pavia | 125 | 600 |
| Verona | 100 | 500 |
| Ravenna | 75 | 300 |

Tabella 3 Costi equivalenti e incrementi della capacità legati agli interventi di espansione degli stabilimenti produttivi.

Determinare le scelte ottimali di espansione degli stabilimenti produttivi e i corrispondenti piani di produzione e trasporto nelle due ipotesi relative all'impianto di Pavia di:

- Produzione a costi unitari costanti (pari a 5 €/unità);
- Sfruttamento delle economie di scala.

Esercizio 2

La pianificazione della generazione di elettricità è un'attività fondamentale per qualsiasi sistema energetico, ma per i territori insulari distanziati svariati chilometri dalla terra ferma tale processo presenta un'importanza ancora maggiore. Infatti, data l'assenza di interconnessioni elettriche, queste aree geografiche presentano un minor grado di flessibilità, non potendo gestire tramite importazioni ed esportazioni condizioni, rispettivamente, di scarsità ed eccesso di generazione zonale. In tali territori la programmazione deve, di conseguenza, garantire in ogni istante dell'orizzonte temporale la capacità di soddisfare con le risorse a disposizione il carico elettrico.

In particolare, si consideri il caso di una piccola isola montuosa, caratterizzata dalla presenza di impianti sia idroelettrici sia termoelettrici.

Le centrali idroelettriche a disposizione sono due e sono posizionate a differenti quote altimetriche all'interno della stessa vallata:

- Il primo impianto, situato all'altezza maggiore, è alimentato da un primo serbatoio e scarica l'acqua turbinata in un bacino a valle.
- La seconda centrale è, invece, alimentata dal precedente bacino inferiore e riversa le acque di scarico in un corso naturale.

Entrambi gli impianti risultano privi di tecnologie per effettuare il sollevamento elettromeccanico delle acque di scarico, ma si sta valutando la possibilità di sostenere un investimento per dotare di tecnologie di pompaggio la prima centrale idroelettrica. Per evitare la tracimazione dei serbatoi in caso di improvvisa ed eccessiva piovosità, sono presenti dei canali per lo sfioro dell'acqua che collegano il bacino a monte con il serbatoio a valle e la vasca a valle con il corso d'acqua. All'interno del file *Idroelettrico.xlsx* sono descritti apporti naturali e caratteristiche tecniche della vallata idroelettrica. In particolare, le informazioni rilevanti ai fini della programmazione sono:

- Volume iniziale, volume finale e capacità massima delle vasche.
- Livello minimo di acqua all'interno dei bacini, pari al 20% della capacità massima delle vasche.
- Portata massima, costo operativo, massima capacità espandibile, costo (equivalente giornaliero) unitario da sostenere per incrementare la capacità delle condotte e coefficiente energetico per convertire in potenza i volumi di acqua movimentati.

Le centrali termoelettriche disponibili sono, invece, un impianto a carbone, un ciclo combinato, un turbogas e un'unità a gasolio e presentano le caratteristiche tecniche descritte nel file *Termoelettrico.xlsx*. Nello specifico, gli impianti in considerazione sono caratterizzati da una potenza massima, massimi incrementi e decrementi di potenza tra istanti temporali successivi, costo marginale di produzione (nell'ipotesi che i costi di produzione dipendano linearmente della potenza prodotta), livello iniziale di produzione, coefficiente emissivo di CO₂, massima capacità espandibile e costo unitario da sostenere per incrementare la potenza installata di ciascuna unità termoelettrica.

Il territorio in considerazione è soggetto al carico riportato nel file *Sistema.xlsx*, serie storica, così come gli apporti naturali, descritta da dodici valori, ciascuno dei quali corrisponde ad un blocco di due ore.

Sulla base delle informazioni a disposizione:

- a. Determinare l'utilizzo ottimale delle risorse idroelettriche e termoelettriche per il soddisfacimento del carico, commentando i risultati ottenuti ed evidenziando il mix di generazione dell'isola.
- b. Quali valori dei costi d'investimento renderebbero economicamente conveniente l'installazione della pompa con le caratteristiche descritte nel file *Idroelettrico.xlsx*? Basandovi sui dati dello scenario, suggerireste o sconsigliereste questo intervento?
- c. Con riferimento alla soluzione al punto a) si ipotizzi la necessità di condurre un intervento manutentivo sull'unità termoelettrica a gasolio che determina l'indisponibilità di tale impianto per 3 istanti temporali consecutivi. In quali dei 12 periodi della giornata concentrereste tale attività manutentiva e quale sarebbe l'impatto su costi totali e mix energetico?
- d. Con riferimento alla soluzione al punto a) si ipotizzi di poter sostenere degli investimenti per espandere sia la capacità delle condotte forzate che trasportano l'acqua turbinata sia la capacità delle unità termoelettriche, considerando i valori forniti nei file *Idroelettrico.xlsx* e *Termoelettrico.xlsx*, rispettivamente. Determinare le scelte ottimali di investimento e il nuovo mix di generazione.
- e. Come cambierebbe la soluzione al punto d) in presenza del requisito che la generazione di elettricità nell'isola preveda un limite massimo di 2500 tonnellate per le emissioni di CO₂?
- f. Si ipotizzi la possibilità di investire, oltre che nell'espansione delle condotte forzate e della capacità termoelettrica, anche nell'installazione di capacità eolica, ad un costo (equivalente giornaliero) unitario variabile, pari a 120 €/MW per i primi 200 MW installati e pari a 180 €/MW per ogni unità di capacità addizionale, dai 200 MW ai 500 MW, potenza massima installabile. La potenza prodotta dall'impianto eolico dipenderebbe dalla potenza installata e dalla producibilità eolica, un fattore adimensionale compreso tra 0 e 1 che descrive le condizioni metereologiche e, in particolare, la velocità del vento nel territorio in considerazione. Un valore di 0.8 di producibilità eolica, ad esempio, per un impianto di capacità 100 MW indicherebbe la possibilità di generare, a costo nullo, 80 MW di produzione. Il prodotto tra producibilità e capacità installata più precisamente rappresenta un upper bound per la produzione rinnovabile, data la possibilità di decurtazione, ovvero di "taglio" di parte della generazione eolica. Ad esempio, ad un valore di producibilità pari a 0.8 potrebbe corrispondere, per un impianto eolico di 100 MW, la produzione di un qualsiasi livello di potenza compreso tra 0 MW e 80 MW. I profili giornalieri di producibilità presentano, poi, un andamento estremamente variabile. Nello specifico, nell'isola è possibile osservare la presenza di giorni con basso, medio o alto vento, descritti nel file *Sistema.xlsx*. Utilizzando le informazioni a disposizione definire come cambierebbero i piani di espansione e di produzione dell'elettricità potendo investire anche nella tecnologia eolica. In particolare, evidenziare la capacità installata, la produzione eolica e la potenza decurtata.
- g. Come cambia la soluzione al punto f) in presenza del requisito che la generazione di elettricità nell'isola preveda un limite massimo di 2500 tonnellate per le emissioni di CO₂.

REPORT PROGETTO GAMS

ESERCIZIO 1

STIMA DELLA RELAZIONE

I costi di trasporto seguono una relazione positiva non lineare sconosciuta. Tramite il database a nostra disposizione è possibile calcolarne una stima.

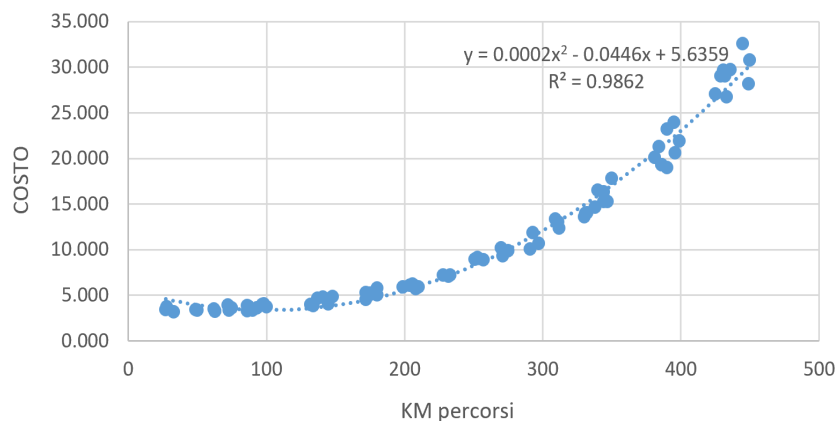
Scegliamo come modello per la stima un polinomio di secondo grado: $y_{\text{hat}} = \alpha X^2 + \beta X + \gamma$.

Per stimare i parametri ignoti α , β e γ abbiamo usato come funzione di costo da minimizzare il Mean Square Error (MSE): consiste nel minimizzare la somma degli errori elevati al quadrato calcolati come differenza tra le y del sistema reale e le y_{hat} del modello.

Risulta quindi che $\alpha = +0,0002$, $\beta = -0,044$ e $\gamma = +5,635$.

A conferma della bontà del modello stimato abbiamo plottato in Excel il database a nostra disposizione e abbiamo ottenuto il seguente grafico:

Plot andamento campionario



Il grafico conferma come la precedente scelta di utilizzare un polinomio di secondo grado con due parametri sia un'ottima scelta, con i valori stimati che risultano pressoché identici a quelli stimati da Excel e la funzione interpola in maniera ottima i dati campionari a nostra disposizione.

VARIABILI DECISIONALI

a: Parametro α da stimare

b: Parametro β da stimare

c: Parametro γ da stimare

MODELLO MATEMATICO

$$\min z = \sum_j e^2(j)$$

s.t.

$$e(j) = y_{\text{sistema}} - y_{\text{modello}}$$

$$y_{\text{modello}} = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$$

Tramite il file “**Input.gms**” abbiamo trovato il polinomio di secondo grado che descrive con precisione la funzione KM-Costi e successivamente calcolato (MINLP) la matrice del CostoTrasportoUnitario per ogni tratta (rappresentata nell’immagine):

| | Pavia | Verona | Ravenna |
|---------|--------|--------|---------|
| Milano | 4.204 | 4.018 | 11.244 |
| Torino | 4.142 | 12.099 | 19.320 |
| Genova | 3.562 | 11.244 | 24.417 |
| Firenze | 11.244 | 7.630 | 5.119 |
| Bologna | 5.533 | 3.803 | 3.530 |
| Venezia | 11.244 | 3.421 | 3.803 |
| Bergamo | 3.382 | 3.421 | 13.942 |

In seguito, abbiamo ricopiato questa matrice, calcolata nel file “Input.gms”, negli altri file relativi ai vari punti dell’esercizio in modo da poter calcolare linearmente (**MIP**) il modello del problema posto partendo da una stima più precisa (polinomio di secondo grado) del CostoTrasportoUnitario.

Non abbiamo incluso il file “Input.gms” negli altri file relativi ai punti dell’esercizio ma soltanto ricopiato la matrice CostoTrasportoUnitario.

Abbiamo modificato l’Excel “Costi di Trasporto” in modo da avere un indice per ogni riga per facilitarci l’importazione in GAMS.

PUNTO A

PUNTO A) – VARIABILI DECISIONALI

Produzione_{Stabilimenti} Quanto producono gli Stabilimenti

RelazionePVS_(PuntiVendita,Stabilimenti) Quantità spostata da stabilimento - punto vendita

PUNTO A) – MODELLO MATEMATICO

$$\min z = \sum_{\text{Stabilimenti}} \text{CostoFisso}_{\text{Stabilimenti}} + \text{CostoVariabile}_{\text{Stabilimenti}} + \text{CostoTrasporti}_{\text{Stabilimenti}}$$

s.t.

$$\sum_{\text{PuntiVendita}} \text{Domanda}_{\text{PuntiVendita}} = \sum_{\text{Stabilimenti}} \text{Produzione}_{\text{Stabilimenti}}$$

$$\sum_{\text{Stabilimenti}} \text{RelazionePVS}_{(\text{PuntiVendita}, \text{Stabilimenti})} = \text{Domanda}_{\text{PuntiVendita}}$$

$$\sum_{\text{PuntiVendita}} \text{RelazionePVS}_{(\text{PuntiVendita}, \text{Stabilimenti})} = \text{Produzione}_{\text{Stabilimenti}}$$

$$\text{Produzione}_{\text{Stabilimenti}} \leq \text{CapacitàMensile}_{\text{Stabilimenti}}$$

$$\text{CostoVariabile}_{\text{Stabilimenti}} = \text{CostoUnitarioProd}_{\text{Stabilimenti}} * \text{Produzione}_{\text{Stabilimenti}}$$

$$\text{CostoTrasporti} = \sum_{\text{PuntiVendita}} \text{CostoTrasportoUnitario}_{(\text{PuntiVendita}, \text{Stabilimenti})} * \text{RelazionePVS}_{(\text{PuntiVendita}, \text{Stabilimenti})}$$

PUNTO A) - ANALISI OUTPUT OTTENUTI

| | Pavia | Verona | Ravenna |
|---------|--------|---------|---------|
| Milano | 80.000 | 20.000 | |
| Torino | 50.000 | | |
| Genova | 20.000 | | |
| Firenze | | | 80.000 |
| Bologna | | 150.000 | |
| Venezia | | 30.000 | |
| Bergamo | 70.000 | | |

La funzione di costo è **Z = 6244.360**. Si nota una saturazione della produzione dello stabilimento di Verona che produce 200 pezzi. Pavia produce 220 e non raggiunge la saturazione. Ravenna che produce solamente 80 per Firenze è ben lontana dalla propria saturazione; ciò è spiegabile dal fatto che il costo unitario di produzione di Ravenna sia uguale a 6 e sia il più oneroso da sostenere rispetto a quelli degli altri stabilimenti (Pavia 5, Verona 4) e che i costi di trasporto calcolati da Ravenna sono molto alti come nella tratta verso i seguenti punti vendita: Milano (costo = 11.244), Torino (costo = 19.320) e Genova (costo = 24.417). Verona raggiunge la saturazione perché ha costi unitari di produzione bassi e ha costi di trasporto vantaggiosi rispetto alle tratte degli altri stabilimenti.

PUNTO B

PUNTO B) – DESCRIZIONE

Abbiamo suddiviso la produzione di Pavia in 3 frazioni L_{000} , L_{100} e L_{200} per indicare la produzione da 0 a 100, da 100 a 200 e oltre i 200. Per gestire l'economia di scala di Pavia abbiamo aggiunto due binarie chiamati bool1 e bool2 che rispettivamente indicano se la produzione di Pavia L_{000} sia saturata e se la produzione di Pavia L_{100} sia saturata. L_{000} , L_{100} e L_{200} presentano ciascuno un limite chiamati in GAMS bound0, bound1 e bound2: bound0 è fisso sempre a 100, bound1 inizialmente è zero e all'attivarsi di bool1 diviene 100, bound2 inizialmente è zero e all'attivarsi di bool2 si può iniziare a riempire.

PUNTO B) – VARIABILI DECISIONALI

| | |
|---|---|
| Produzione _{Stabilimenti} | Quanto producono gli Stabilimenti |
| RelazionePVS _(PuntiVendita,Stabilimenti) | Quantità spostata da stabilimento - punto vendita |
| bool1 | Binaria: 1 se produce Pavia con valore >100 oppure è zero |
| bool2 | Binaria: 1 se produce Pavia con valore >200 oppure è zero |

PUNTO B) – MODELLO MATEMATICO

$$\min z = \sum_{\text{Stabilimenti}} \text{CostoFisso}_{\text{Stabilimenti}} + \text{CostoVariabile}_{\text{Stabilimenti}} + \text{CostoTrasporti}_{\text{Stabilimenti}}$$

s.t.

$$\sum_{\text{PuntiVendita}} \text{Domanda}_{\text{PuntiVendita}} = \sum_{\text{Stabilimenti}} \text{Produzione}_{\text{Stabilimenti}}$$

$$\sum_{\text{Stabilimenti}} \text{RelazionePVS}_{(\text{PuntiVendita}, \text{Stabilimenti})} = \text{Domanda}_{\text{PuntiVendita}}$$

$$\sum_{\text{PuntiVendita}} \text{RelazionePVS}_{(\text{PuntiVendita}, \text{Stabilimenti})} = \text{Produzione}_{\text{Stabilimenti}}$$

$$\text{Produzione}_{\text{Stabilimenti}} \leq \text{CapacitàMensile}_{\text{Stabilimenti}}$$

$$\text{Produzione}_{\text{Pavia}} = L_{000} + L_{100} + L_{200}$$

$$\text{Bool1} \leq L_{000}/100$$

$$\text{Bool2} \leq L_{100}/100$$

$$L_{000} \leq 100$$

$$L_{100} \leq 100 * \text{bool1}$$

$$L_{200} \leq (\text{CapacitàMensile}_{\text{Pavia}} - 200) * \text{bool2}$$

$$\begin{aligned} \text{CostoVariabile}_{\text{Pavia}} = & L_{000} * \text{CostoUnitarioProd}_{\text{Pavia}} + L_{100} * 0,9 * \text{CostoUnitarioProd}_{\text{Pavia}} \\ & + L_{200} * 0,75 * \text{CostoUnitarioProd}_{\text{Pavia}} \end{aligned}$$

$$\text{CostoVariabile}_{\text{Verona}} = \text{CostoUnitario}_{\text{Verona}} * \text{Produzione}_{\text{Verona}}$$

$$\text{CostoVariabile}_{\text{Ravenna}} = \text{CostoUnitario}_{\text{Ravenna}} * \text{Produzione}_{\text{Ravenna}}$$

$$\text{CostoTrasporti} = \sum_{\text{PuntiVendita}} \text{CostoTrasportoUnitario}_{(\text{PuntiVendita}, \text{Stabilimenti})} * \text{RelazionePVS}_{(\text{PuntiVendita}, \text{Stabilimenti})}$$

PUNTO B) - ANALISI OUTPUT OTTENUTI

| | Pavia | Verona | Ravenna |
|---------|---------|---------|---------|
| Milano | 100.000 | | |
| Torino | 50.000 | | |
| Genova | 20.000 | | |
| Firenze | | | 80.000 |
| Bologna | | 150.000 | |
| Venezia | | 30.000 | |
| Bergamo | 70.000 | | |

La funzione di costo è **Z = 6168.080** risulta minore della precedente del punto A, infatti grazie all'economia di scala su Pavia è possibile minimizzare i costi.

$6244.360 - 6168.080 = 76.28 \rightarrow$ Risparmio

Il risparmio è da spiegarsi con una diminuzione dei costi variabili di produzione nell'utilizzo dello stabilimento di Pavia. Entrambe le binarie bool1 e bool2 si attivano visto che $L_{000}=100$, $L_{100}=100$ e $L_{200}=40$. Possiamo notare come i valori della produzione siano cambiati ma nonostante ciò la capacità mensile di Pavia rimanga ancora non saturata ($240 < 250$); viene saturata soltanto se si riducesse ancora di più il costo unitario di produzione. Tuttavia, il fatto che la produzione di Pavia diventi sempre più conveniente all'aumentare della produzione provoca un aumento della produzione di Pavia di 20 che vanno a togliersi alla produzione di Verona. Questi 20 erano la quantità trasportata da Verona a Milano, invece nella situazione attuale Milano è interamente rifornita da Pavia. Ravenna rimane invariata.

PUNTO C-A

PUNTO C-A) – DESCRIZIONE

Abbiamo suddiviso la produzione di ogni stabilimento in P1, ossia la produzione base di ogni stabilimento, e P2, ossia la produzione aggiuntiva di ogni stabilimento. P1 è soggetto al vincolo di rimanere inferiore alla capacità mensile “vecchia” invece P2 deve rimanere inferiore all’incremento della capacità in caso di avvenuto intervento (boolIntervento=1). La variabile boolIntervento sarà la variabile decisionale per decidere se conviene o meno sostenere i costi di intervento per poter aumentare la capacità produttiva.

PUNTO C-A) – VARIABILI DECISIONALI

| | |
|--|--|
| $\text{boolIntervento}_{\text{Stabilimenti}}$ | Binaria: 1 se viene svolto l'intervento in quello stabilimento |
| $\text{RelazionePVS}_{(\text{PuntiVendita}, \text{Stabilimenti})}$ | Quantità spostata da stabilimento - punto vendita |
| $P1_{\text{Stabilimenti}}$ | Produzione base di ogni stabilimento |
| $P2_{\text{Stabilimenti}}$ | Produzione aggiuntiva di ogni stabilimento |

PUNTO C-A) – MODELLO MATEMATICO

$$\min z = \sum_{\text{Stabilimenti}} \text{CostoFisso}_{\text{Stabilimenti}} + \text{CostoVariabile}_{\text{Stabilimenti}} + \text{CostoTrasporti}_{\text{Stabilimenti}}$$

s.t.

$$\sum_{\text{PuntiVendita}} \text{Domanda}_{\text{PuntiVendita}} = \sum_{\text{Stabilimenti}} P1_{\text{Stabilimenti}} + P2_{\text{Stabilimenti}}$$

$$\sum_{\text{Stabilimenti}} \text{RelazionePVS}_{(\text{PuntiVendita}, \text{Stabilimenti})} = \text{Domanda}_{\text{PuntiVendita}}$$

$$\sum_{\text{PuntiVendita}} \text{RelazionePVS}_{(\text{PuntiVendita}, \text{Stabilimenti})} = P1_{\text{Stabilimenti}} + P2_{\text{Stabilimenti}}$$

$$\text{boolIntervento} \leq P1_{\text{Stabilimenti}} / \text{CapacitaMensileVecchia}_{\text{Stabilimenti}}$$

$$P1_{\text{Stabilimenti}} \leq \text{CapacitaMensileVecchia}_{\text{Stabilimenti}}$$

$$P2_{\text{Stabilimenti}} \leq \text{IncrementoCapacita}_{\text{Stabilimenti}} * \text{boolIntervento}_{\text{Stabilimenti}}$$

$$\begin{aligned} \text{CostoVariabile}_{\text{Stabilimenti}} = & \text{CostoUnitarioProd}_{\text{Stabilimenti}} * (P1_{\text{Stabilimenti}} + P2_{\text{Stabilimenti}}) + \\ & + \text{boolIntervento}_{\text{Stabilimenti}} * \text{CostoIntervento}_{\text{Stabilimenti}} \end{aligned}$$

$$\text{CostiTrasporti}_{\text{Stabilimenti}} = \sum_{\text{PuntiVendita}} \text{CostoTrasportoUnitario}_{(\text{PuntiVendita}, \text{Stabilimenti})} * \text{RelazionePVS}_{(\text{PuntiVendita}, \text{Stabilimenti})}$$

PUNTO C-A) - ANALISI OUTPUT OTTENUTI

| | Pavia | Verona | Ravenna |
|---------|--------|---------|---------|
| Milano | 80.000 | 20.000 | |
| Torino | 50.000 | | |
| Genova | 20.000 | | |
| Firenze | | | 80.000 |
| Bologna | | 150.000 | |
| Venezia | | 30.000 | |
| Bergamo | 70.000 | | |

La funzione di costo è **$Z = 6244.360$** e rimane identica al punto A. Non vi sono cambiamenti rispetto al punto A, abbiamo lo stesso mix produttivo. Questo significa che non vi è convenienza nel pagare il costo equivalente e aumentare la produzione negli stabilimenti. Infatti, la variabile `boolIntevento` rimane settata a zero. Coerentemente con ciò P1 per i tre stabilimenti è 220, 200 e 80 e P2 è sempre 0. Possiamo notare che se per esempio si ponesse a 200 il costo di intervento di Verona verrebbe attivata la variabile binaria di Verona con relativo incremento di produzione. Questo significa che per un costo di intervento di 500 non conviene incrementare la produzione su Verona. Stesso ragionamento per Pavia e Verona per i quali non è conveniente pagare il costo equivalente per poter ampliare la produzione.

PUNTO C-B

PUNTO C-B) – VARIABILI DECISIONALI

| | |
|--|--|
| $P1_{\text{Stabilimenti}}$ | Produzione base di ogni stabilimento |
| $P2_{\text{Stabilimenti}}$ | Produzione aggiuntiva di ogni stabilimento |
| $\text{boolIntervento}_{\text{Stabilimenti}}$ | Binaria: 1 se viene svolto l'intervento in quello stabilimento |
| $\text{RelazionePVS}_{(\text{PuntiVendita}, \text{Stabilimenti})}$ | Quantità spostata da stabilimento-punto Vendita |
| bool1 | Binaria: 1 se produce Pavia con valore >100 |
| bool2 | Binaria: 1 se produce Pavia con valore >200 |

PUNTO C-B) – MODELLO MATEMATICO

$$\min z = \sum_{\text{Stabilimenti}} \text{CostoFisso}_{\text{Stabilimenti}} + \text{CostoVariabile}_{\text{Stabilimenti}} + \text{CostoTrasporti}_{\text{Stabilimenti}}$$

s.t.

$$\sum_{\text{PuntiVendita}} \text{Domanda}_{\text{PuntiVendita}} = \sum_{\text{Stabilimenti}} P1_{\text{Stabilimenti}} + P2_{\text{Stabilimenti}}$$

$$\sum_{\text{Stabilimenti}} \text{RelazionePVS}_{(\text{PuntiVendita}, \text{Stabilimenti})} = \text{Domanda}_{\text{PuntiVendita}}$$

$$\sum_{\text{PuntiVendita}} \text{RelazionePVS}_{(\text{PuntiVendita}, \text{Stabilimenti})} = P1_{\text{Stabilimenti}} + P2_{\text{Stabilimenti}}$$

$$\text{boolIntervento}_{\text{Stabilimenti}} \leq P1_{\text{Stabilimenti}} / \text{CapacitaMensileVecchia}_{\text{Stabilimenti}}$$

$$P1_{\text{Stabilimenti}} \leq \text{CapacitaMensileVecchia}_{\text{Stabilimenti}}$$

$$P2_{\text{Stabilimenti}} \leq \text{CapacitaMensileVecchia}_{\text{Stabilimenti}} + \text{IncrementoCapacita}_{\text{Stabilimenti}} * \text{boolIntervento}_{\text{Stabilimenti}}$$

$$P1_{\text{Pavia}} + P2_{\text{Pavia}} = L_{000} + L_{100} + L_{200}$$

$$\text{Bool1} \leq L_{000}/100$$

$$\text{Bool2} \leq L_{100}/100$$

$$L_{000} \leq 100$$

$$L_{100} \leq 100 * \text{bool1}$$

$$L_{200} \leq (\text{CapacitàMensile}_{\text{Pavia}} - 200) * \text{bool2} + \text{IncrementoCapacita}_{\text{Pavia}} * \text{boolIntervento}_{\text{Pavia}}$$

$$\begin{aligned} \text{CostoVariabile}_{\text{Pavia}} = & L_{000} * \text{CostoUnitarioProd}_{\text{Pavia}} + L_{100} * 0,9 * \text{CostoUnitarioProd}_{\text{Pavia}} \\ & + L_{200} * 0,75 * \text{CostoUnitarioProd}_{\text{Pavia}} \end{aligned}$$

$$\text{CostoVariabile}_{\text{Verona}} = \text{CostoUnitarioProd}_{\text{Verona}} * (P1_{\text{Verona}} + P2_{\text{Verona}})$$

$$\text{CostoVariabile}_{\text{Ravenna}} = \text{CostoUnitarioProd}_{\text{Ravenna}} * (P1_{\text{Ravenna}} + P2_{\text{Ravenna}})$$

$$\text{CostoTrasporti} = \sum_{\text{PuntiVendita}} \text{CostoTrasportoUnitario}_{(\text{PuntiVendita}, \text{Stabilimenti})} * \text{RelazionePVS}_{(\text{PuntiVendita}, \text{Stabilimenti})}$$

PUNTO C-B) - ANALISI OUTPUT OTTENUTI

| | Pavia | Verona | Ravenna |
|---------|--------|---------|---------|
| Milano | | 100.000 | |
| Torino | 50.000 | | |
| Genova | 20.000 | | |
| Firenze | | | 80.000 |
| Bologna | | 150.000 | |
| Venezia | | 30.000 | |
| Bergamo | | 70.000 | |

La funzione di costo è **Z = 6082.210**. Risulta essere minore rispetto a quella del punto B (6168.080).

$6168.08 - 6082.210 = 85.87 \rightarrow$ Risparmio

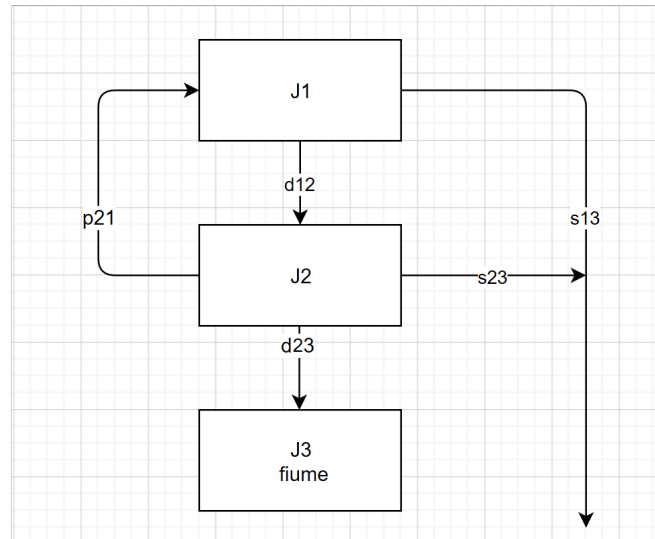
Viene attivata la binaria relativa all'espansione di Verona. Questo molto probabilmente perché i costi di trasporto da Verona sono decisamente convenienti quindi nonostante il costo pagato per svolgere l'intervento e aumentare la produzione, l'aumento di produzione consente di minimizzare il costo totale. Notiamo come la produzione di Verona sale a 300 (saturazione) con 200 di P1 (vecchia capacità mensile di produzione) e 100 di P2 (incremento di capacità). Non vengono attivate le binarie relative all'economia di scala di Pavia dato che non si supera la soglia di 100 visto che vengono prodotti solo 70 da Pavia (bool1=0 e bool2=0). In conclusione, quindi conviene molto di più espandere e produrre 300 a Verona e trarne vantaggio anche dalle tratte poco costose rispetto all'economia di scala di Pavia.

REPORT PROGETTO GAMS

ESERCIZIO 2

DESCRIZIONE

L'isola per la gestione dell'energia ha a disposizione tre bacini J1, J2, J3 (fiume) che alimentano due turbine delle centrali idroelettriche con un flusso d12 e d23.



Inoltre, dispone delle seguenti centrali termoelettriche: a carbone, a ciclo combinato, a turbogas e a gasolio.

L'obiettivo è riuscire a fornire l'apporto di energia necessario all'isola con il minor costo totale possibile. Quindi avremo una funzione di costo da minimizzare e dei vincoli funzionali che garantiscano che venga prodotta la quantità di energia richiesta. I costi verranno calcolati seguendo l'ipotesi che i costi di produzione dipendano linearmente dalla potenza prodotta.

Inoltre, verrà chiesto di valutare l'investimento per una pompa p21 per il trasporto di acqua dal serbatoio a valle J2 a quello a monte J1.

Con s13 e s23 sono indicati gli sfori (spurghi) che in caso di forti piogge o altri apporti naturali fa defluire l'acqua direttamente al fiume.

La serie storica corrisponde a istanti temporali di due ore, in totale con dodici intervalli si copre la giornata.

PUNTO A

PUNTO A) – VARIABILI DECISIONALI

| | |
|--------------------|------------------|
| $V_{(Bacino,t)}$ | Volume |
| $P_{(Impianti,t)}$ | Potenza |
| $Q_{(Flusso,t)}$ | Flusso (Portata) |

PUNTO A) – MODELLO MATEMATICO

$$\min z = \text{CostoPotenza} + \text{CostoFlussi}$$

s.t.

$$V_{(J1',t)} = V_{(J1',t-1)} + \text{ApportiNaturali}_{(t,J1')} - Q_{(d12',t)} - Q_{(s13',t)} \quad \forall t/t > 1$$

$$V_{(J2',t)} = V_{(J2',t-1)} + \text{ApportiNaturali}_{(t,J2')} + Q_{(d12',t)} - Q_{(d23',t)} - Q_{(s23',t)} \quad \forall t/t > 1$$

$$V_{(Bacino,0')} = \text{Bacini}_{(Bacino, 'Vin')}$$

$$V_{(Bacino,12')} = \text{Bacini}_{(Bacino, 'Vfin')}$$

$$P_{(Impianti,0')} = \text{Centrali}_{(Impianti, 'P0')}$$

$$P_{(Impianti,t)} - P_{(Impianti,t-1)} \leq \text{Centrali}_{(Impianti, 'RampUp')} \quad \forall t/t > 1$$

$$P_{(Impianti,t-1)} - P_{(Impianti,t)} \leq \text{Centrali}_{(Impianti, 'RampDown')} \quad \forall t/t > 1$$

$$\text{CostoPotenza} = \sum_{(Impianti,t)} P_{(Impianti,t)} * \text{Centrali}_{(Impianti, 'CM')}$$

$$Q_{(Flusso,0')} = 0$$

$$\text{CostoFlussi} = \sum_{(Flusso,t)} \text{Condotte}_{(Flusso, 'CostoOM')} * Q_{(Flusso,t)}$$

$$\text{Carico}_{(t, 'Car')} \leq \sum_{\text{Impianti}} P_{(Impianti,t)} + \sum_{\text{Flusso}} \text{Condotte}_{(Flusso, 'EnergyCoeff')} * Q_{(Flusso,t)} \quad \forall t/t > 1$$

PUNTO A) – ANALISI OUTPUT OTTENUTI

Il costo totale è **Z = 258716.441**. In seguito, rappresentiamo il volume dei bacini, la potenza generata dagli impianti termoelettrici e i flussi delle turbine.

| ---- | 136 VARIABLE V.L Volume | | | | | |
|------|-------------------------|---------|---------|---------|---------|---------|
| | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| J1 | 300.000 | 325.000 | 352.000 | 382.000 | 330.289 | 303.860 |
| J2 | 120.000 | 143.479 | 173.479 | 209.479 | 240.190 | 236.620 |
| + | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |
| J1 | 287.959 | 300.959 | 311.959 | 290.000 | 202.000 | 212.000 |
| J2 | 213.521 | 200.165 | 186.041 | 158.000 | 198.000 | 166.256 |
| + | 12 | | | | | |
| J1 | 220.000 | | | | | |
| J2 | 150.000 | | | | | |

| ---- | 136 VARIABLE P.L Potenza | | | | | |
|------|--------------------------|---------|---------|---------|---------|---------|
| | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| Coal | 160.000 | 188.975 | 143.975 | 98.975 | 148.975 | 190.000 |
| CCGT | 125.000 | 55.000 | | | 70.000 | 140.000 |
| GT | | | | | 40.000 | 75.000 |
| Oil | 30.000 | 61.091 | 26.091 | 5.000 | 40.000 | 75.000 |
| + | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |
| Coal | 190.000 | 190.000 | 190.000 | 190.000 | 190.000 | 190.000 |
| CCGT | 190.000 | 190.000 | 190.000 | 190.000 | 190.000 | 190.000 |
| GT | 40.000 | 5.000 | | 40.000 | 55.000 | 20.000 |
| Oil | 75.000 | 75.000 | 75.000 | 75.000 | 75.000 | 75.000 |
| + | 12 | | | | | |
| Coal | 190.000 | | | | | |
| CCGT | 161.372 | | | | | |
| Oil | 75.000 | | | | | |

| ---- | 136 VARIABLE Q.L Flusso (Portata) | | | | | |
|------|-----------------------------------|---------|--------|--------|--------|--------|
| | 1 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| d12 | | 76.711 | 46.430 | 30.901 | | |
| d23 | 2.521 | 80.000 | 80.000 | 80.000 | 35.355 | 36.124 |
| + | 9 | 10 | 11 | 12 | | |
| d12 | 31.959 | 100.000 | | | | |
| d23 | 80.000 | 80.000 | 45.744 | 28.256 | | |
| ---- | 136 VARIABLE z.L | | | | | |
| | = 258716.441 Funzione obiettivo | | | | | |

Notiamo che nonostante la convenienza economica nell'usare l'impianto idroelettrico, la limitazione di avere il volume finale fissato a V_{fin} non permette di usare tutta l'acqua presente; gran parte dell'energia richiesta viene quindi coperta dagli impianti termoelettrici.

Non si attivano gli sforzi (spurghi) chiamati s_{13} e s_{23} perché non si eccede mai il volume massimo con gli apporti naturali a disposizione. Infatti, se ad esempio si ponesse l'apporto naturale di J_1 all'istante t_1 pari a 300 (a causa di una forte pioggia per esempio) si avrebbe uno spurgo s_{13} di 100 nell'istante t_1 .

Osservando l'andamento della potenza notiamo che:

- Dal t_5 fino a t_{12} le centrali Coal e Oil sono al massimo della capacità perché sono il modo più conveniente per produrre energia (costo marginale minore).
- Negli istanti t_2 e t_3 non viene prodotta energia idroelettrica da nessuna delle due turbine questo perché vi è poca domanda di energia in quel periodo della giornata ed è quindi sufficiente quella prodotta da Coal e Oil.
- Il volume finale è fissato, quindi l'impianto idroelettrico non può usare tutta l'acqua subito ma viene usata quando le termoelettriche non riescono a soddisfare la richiesta (raggiungono il limite o sono limitate dalla rampa), ossia nelle ore con più energia richiesta.
- Da t_4 a t_5 sono quasi tutte alla massima capacità gli impianti termoelettrici, sempre considerando le rampe tra istanti successivi.

PUNTO B

PUNTO B) – MODELLO MATEMATICO

Vengono modificate rispetto al punto A le seguenti equazioni:

$$V_{(J1',t)} = V_{(J1',t-1)} + \text{ApportiNaturali}_{(t,J1')} - Q_{(d12',t)} - Q_{(s13',t)} + Q_{(p21',t)} \quad \forall t/t > 1$$

$$V_{(J2',t)} = V_{(J2',t-1)} + \text{ApportiNaturali}_{(t,J2')} + Q_{(d12',t)} - Q_{(d23',t)} - Q_{(s23',t)} - Q_{(p21',t)} \quad \forall t/t > 1$$

Sono stati aggiunti i flussi della pompa p21.

PUNTO B) – ANALISI OUTPUT OTTENUTI

Il costo totale risulta essere **Z = 257170.902**.

Che risulta più conveniente rispetto al punto A di $258716.441 - 257170.902 = 1545.539$

Quindi se l'investimento della pompa costa di meno di 1545 è conveniente farlo, infatti il costo totale verrebbe minimizzato.

| ---- | 136 VARIABLE Q.L Flusso (Portata) | | | | | |
|------|-----------------------------------|--------|---------|--------|--------|--------|
| | 1 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| d12 | 57.824 | | 25.686 | 71.430 | 70.901 | |
| d23 | | | 80.000 | 80.000 | 80.000 | 40.355 |
| p21 | | 75.824 | | | | |
| + | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | |
| d12 | | 35.983 | 100.000 | | | |
| d23 | 36.124 | 80.000 | 80.000 | 45.744 | 25.777 | |

La pompa nell'istante t3 viene usata per portare circa 76 mila metri cubi d'acqua dal bacino J2 al bacino J1; ciò ha permesso di usare la turbina D12 anche nell'istante di tempo t1 a differenza del punto A.

PUNTO C

PUNTO C) – MODELLO MATEMATICO

Abbiamo aggiunto la seguente equazione:

$$P('Oil',1') + P('Oil',2') + P('Oil',3') = 0$$

Facendo scorrere tutte le possibili combinazioni di tre istanti temporali successivi.

PUNTO C) – ANALISI OUTPUT OTTENUTI

Abbiamo calcolato le 10 possibili combinazioni dei tre istanti di tempo successivi per fare l'intervento di manutenzione sulla centrale Oil. Per ogni combinazione abbiamo calcolato il costo totale:

1-3 : Z = 259161.649

2-4: Z = 261402.315

3-5: Z = 263603.053

4-6: Z = 265046.972

5-7: Z = 264344.389

6-8: Z = 265185.013

7-9: → Infeasible con questi dati siccome non riesce a soddisfare la domanda con altri impianti

8-10: → Infeasible con questi dati siccome non riesce a soddisfare la domanda con i altri impianti

9-11: → Infeasible con questi dati siccome non riesce a soddisfare la domanda con i altri impianti

10-12: → Infeasible con questi dati siccome non riesce a soddisfare la domanda con i altri impianti

Il minimo è nell'intervallo 1-3 e risulta quindi più conveniente fare la manutenzione della centrale termoelettrica Oil in questi istanti temporali. Il risultato non è sorprendente visto che la centrale Oil dall'istante t5 in poi viene sempre usata al massimo e invece negli istanti precedenti al t5 non è molto usata.

Analizzando il caso di manutenzione negli istanti da 1 a 3, il mix energetico risulta:

| | | | | | | |
|------|-----------------------------------|---------|---------|---------|---------|---------|
| ---- | 141 VARIABLE V.L Volume | | | | | |
| | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| J1 | 300.000 | 325.000 | 352.000 | 382.000 | 334.930 | 303.860 |
| J2 | 120.000 | 115.223 | 145.223 | 181.223 | 207.293 | 208.364 |
| + | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |
| J1 | 287.959 | 300.959 | 311.959 | 290.000 | 202.000 | 212.000 |
| J2 | 185.264 | 171.909 | 157.785 | 129.744 | 169.744 | 138.000 |
| + | 12 | | | | | |
| J1 | 220.000 | | | | | |
| J2 | 150.000 | | | | | |
| ---- | 141 VARIABLE P.L Potenza | | | | | |
| | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| Coal | 160.000 | 190.000 | 153.256 | 108.256 | 158.256 | 190.000 |
| CCGT | 125.000 | 86.810 | 16.810 | 0.360 | 70.360 | 140.360 |
| GT | | | | | 40.000 | 75.000 |
| Oil | 30.000 | | | | 35.000 | 70.000 |
| + | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |
| Coal | 190.000 | 190.000 | 190.000 | 190.000 | 190.000 | 190.000 |
| CCGT | 190.000 | 190.000 | 190.000 | 190.000 | 190.000 | 190.000 |
| GT | 40.000 | 5.000 | | 40.000 | 55.000 | 20.000 |
| Oil | 75.000 | 75.000 | 75.000 | 75.000 | 75.000 | 75.000 |
| + | 12 | | | | | |
| Coal | 190.000 | | | | | |
| CCGT | 189.628 | | | | | |
| Oil | 75.000 | | | | | |
| ---- | 141 VARIABLE Q.L Flusso (Portata) | | | | | |
| | 1 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| d12 | | 72.070 | 51.070 | 30.901 | | |
| d23 | 30.777 | 80.000 | 80.000 | 80.000 | 35.355 | 36.124 |
| + | 9 | 10 | 11 | | | |
| d12 | 31.959 | 100.000 | | | | |
| d23 | 80.000 | 80.000 | 45.744 | | | |
| ---- | 141 VARIABLE z.L | | | | | |
| | = 259161.649 Funzione obiettivo | | | | | |

Come si può vedere l'impianto Oil resta fermo negli istanti t1, t2, t3. Nel nuovo mix per fornire l'energia richiesta la centrale GT mantiene lo stesso mix del punto A.

Le centrali di Coal, CCGT e l'impianto idroelettrico sopperiscono alla mancanza di energia prodotta da Oil in quegli istanti temporali.

Analizzando il costo notiamo che inevitabilmente è aumentato data l'impossibilità di usare energia proveniente dalla centrale Oil (molto conveniente) per tre istanti temporali consecutivi.

$259161.649 - 258716.441 = 445 \rightarrow$ Costo aggiuntivo

PUNTO D

PUNTO D) – VARIABILI DECISIONALI

| | |
|-------------------------|--|
| $V_{(Bacino,t)}$ | Volume |
| $P1_{(Impianti, t)}$ | Potenza base |
| $P2_{(Impianti,t)}$ | Potenza espansione |
| $Q1_{(Flusso, t)}$ | Flusso (Portata) base |
| $Q2_{(Flusso, t)}$ | Flusso (Portata) espansione |
| $QEspansa_{(Flusso)}$ | Capacità di flusso espansa della turbina (giornalmente) |
| $PEspansa_{(Impianti)}$ | Capacità di potenza espansa dell'impianto (giornalmente) |

Abbiamo diviso la potenza in P1 (potenza base) e P2 (potenza espansa). Con lo stesso ragionamento abbiamo diviso i flussi in Q1 (flusso base) e Q2 (flusso espanso). Inoltre, useremo due variabili chiamate PEspansa e QEspansa che indicano di quanto fare l'espansione giornaliera che sarebbe il valore massimo di quanto P2 e Q2 possono variare nella giornata.

I costi dell'espansione della potenza di ogni impianto e delle turbine idroelettriche sono costi unitari giornalieri: per questo motivo abbiamo usato le variabili PEspansa e QEspansa per decidere di quanto espandere in quella giornata (ovviamente con annessi i bound per ogni periodo). Quindi durante i blocchi della giornata si potrà decidere se usare o meno la capacità espansa fino al livello di espansione fatto.

PUNTO D) – MODELLO MATEMATICO

La funzione di costo rimane:

$$\min z = \text{CostoPotenza} + \text{CostoFlussi}$$

Vengono modificate le seguenti equazioni:

$$V_{(J1',t)} = V_{(J1',t-1)} + \text{ApportiNaturali}_{(t,J1')} - (Q1_{(d12',t)} + Q2_{(d12',t)}) - (Q1_{(s13',t)} + Q2_{(s13',t)})$$

$$V_{(J2',t)} = V_{(J2',t-1)} + \text{ApportiNaturali}_{(t,J2')} + (Q1_{(d12',t)} + Q2_{(d12',t)}) - (Q1_{(d23',t)} + Q2_{(d23',t)}) - (Q1_{(s23',t)} + Q2_{(s23',t)})$$

$$(P1_{(Impianti,t)} + P2_{(Impianti,t)}) - (P1_{(Impianti,t-1)} + P2_{(Impianti,t-1)}) \leq \text{Centrali}_{(Impianti, 'RampUp')}$$

$$(P1_{(Impianti,t-1)} + P2_{(Impianti,t-1)}) - (P1_{(Impianti,t)} + P2_{(Impianti,t)}) \leq \text{Centrali}_{(Impianti, 'RampDown')}$$

$$P1_{(Impianti,0')} = \text{Centrali}_{(Impianti, 'P0')}$$

$$P2_{(Impianti,t)} \leq \text{PEspansa}_{(Impianti)}$$

$$Q1_{(Flusso,0')} = 0 ;$$

$$Q2_{(Flusso,t)} \leq \text{QEspansa}_{(Flusso)}$$

$$\text{CostoFlussi} = \sum_{(Flusso,t)} (Q1_{(Flusso,t)} + Q2_{(Flusso,t)}) * \text{Condotte}_{(Flusso, 'CostoOM')} + \sum_{Flusso} \text{QEspansa}_{(Flusso)} * \text{Condotte}_{(Flusso, 'CostoEspansione')}$$

$$\text{CostoPotenza} = \sum_{(Impianti,t)} (P1_{(Impianti,t)} + P2_{(Impianti,t)}) * \text{Centrali}_{(Impianti, 'CM')} + \sum_{Impianti} \text{PEspansa}_{(Impianti)} * \text{Centrali}_{(Impianti, 'CostoEspansione')}$$

$$\text{Carico}_{(t, 'Car')} \leq \sum_{Impianti} (P1_{(Impianti,t)} + P2_{(Impianti,t)}) + \sum_{Flusso} \text{Condotte}_{(Flusso, 'EnergyCoeff')} * (Q1_{(Flusso,t)} + Q2_{(Flusso,t)})$$

PUNTO D) – ANALISI OUTPUT OTTENUTI

Il costo totale è **Z = 248894.830**. Notiamo che la possibilità di espandere sia la capacità delle condotte sia la potenza termoelettrica abbassa il costo totale rispetto al punto precedente.

In particolare, $258716.441 - 248894.830 = 9821.611 \rightarrow$ Risparmio in termini di costi

| ---- | 152 | VARIABLE | P1.L | Potenza base | | |
|------|---------|----------|---------|--------------|---------|---------|
| | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| Coal | 160.000 | 190.000 | 159.894 | 114.894 | 44.894 | 94.894 |
| CCGT | 125.000 | 55.000 | | | 70.000 | 140.000 |
| Oil | 30.000 | | 10.172 | | | 70.000 |
| + | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |
| Coal | 190.000 | 190.000 | 190.000 | 190.000 | 190.000 | 190.000 |
| CCGT | 130.355 | 60.355 | 16.166 | 86.166 | 98.811 | 28.811 |
| Oil | 75.000 | 75.000 | 75.000 | 75.000 | 75.000 | 75.000 |
| + | 12 | | | | | |
| Coal | 190.000 | | | | | |
| Oil | 75.000 | | | | | |

Come si può vedere l'impianto GT non è stato mai usato a causa degli alti costi di produzione.

| ---- | 152 | VARIABLE | P2.L | Potenza espansione | | |
|------|---------|----------|---------|--------------------|---------|---------|
| | 1 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| Coal | 14.894 | 120.000 | 120.000 | 74.894 | 120.000 | 120.000 |
| Oil | 45.172 | 35.000 | | 30.000 | 50.000 | 50.000 |
| + | 9 | 10 | 11 | 12 | | |
| Coal | 120.000 | 120.000 | 120.000 | 120.000 | | |
| Oil | 50.000 | 50.000 | 50.000 | 50.000 | | |

----- 152 VARIABLE PEspansa.L Capacità di potenza espansa dell'impianto (giornalmente)

Coal 120.000, Oil 50.000

Come si può vedere dalle potenze vengono espanse Coal, Oil: questo perché hanno costi di produzione bassi rispetto agli altri impianti. Per questi due impianti termoelettrici conviene quindi pagare un sovrapprezzo affinché possano continuare a produrre energia.

Interessante notare che Coal, nonostante l'alto costo di espansione pari a 20, venga espanso al massimo perché nella visione generale l'energia aggiuntiva prodotta porta lo stesso a una minimizzazione della funzione di costo.

```

---- 152 VARIABLE Q1.L Flusso (Portata) base

      1      4      5      6      8      9
d12      100.000      95.744      19.860
d23      2.521      80.000      80.000      80.000      34.165      80.000

+      10      11      12
d12      70.397
d23      80.000      56.933      19.628

---- 152 VARIABLE Q2.L Flusso (Portata) espansione

      4      5      6      8      9      10
d23      5.792      5.792      5.792      5.792      5.792      5.792

---- 152 VARIABLE QEspanza.L Capacità di flusso espansa della turbina (giorn
                               almente)

d23 5.792

---- 152 VARIABLE z.L = 248894.830 Funzione obiettivo

```

Analizzando i due impianti idroelettrici si può notare che soltanto il flusso d23 viene espanso fino a 5,792 mila metri cubi d'acqua e viene sfruttato a pieno solo in 6 istanti temporali. Il motivo è che il volume finale fissato pone un limite all'utilizzo degli impianti idroelettrici che non possono espandere troppo la capacità delle condotte altrimenti si troverebbero con troppo poco volume di acqua da non rispettarne il vincolo sul volume finale.

PUNTO E

PUNTO E) – MODELLO MATEMATICO

Viene aggiunto il seguente vincolo:

$$\sum_{\text{Impianti}} (P1_{(\text{Impianti},t)} + P2_{(\text{Impianti},t)}) * \text{Centrali}_{(\text{Impianti}, \text{'Coeff CO2'})} - \sum_{\text{Impianti}} (P1_{(\text{Impianti},0)} + P2_{(\text{Impianti},0)}) * \text{Centrali}_{(\text{Impianti}, \text{'Coeff CO2'})} \leq 2500$$

Somma delle emissioni di CO2 nell'arco della giornata (togliendo t0).

Nel calcolo delle emissioni di CO2 usiamo solo i tempi da 1 a 12 senza considerare il tempo iniziale 0 che si presuppone sia di un'altra giornata.

PUNTO E) – ANALISI OUTPUT OTTENUTI

Il costo totale è **Z = 284811.456**.

Notiamo che il costo è decisamente aumentato rispetto al punto D. In particolare, si ha un aumento di costo di : $284811.456 - 248894.830 = 35916.626 \rightarrow$ Costo aggiuntivo

Questo perché siamo costretti a produrre energia con metodi che fanno meno emissioni di CO2 ma che sono più costosi. Tuttavia, essendo l'impianto idroelettrico soggetto al vincolo di volume finale da rispettare la soluzione viene trovata usando ancora gli impianti termoelettrici, non valutando più solamente il costo di produzione ma anche il rispetto del vincolo sulla CO2. Ecco spiegato il motivo del molto utilizzo dell'impianto GT e dall'istante t5 in poi il mancato utilizzo dell'impianto Coal.

| 158 VARIABLE P1.L Potenza base | | | | | | |
|--------------------------------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| Coal | 160.000 | 115.000 | 70.000 | 25.000 | | |
| CCGT | 125.000 | 170.066 | 100.066 | 124.730 | 74.730 | 190.000 |
| GT | | | | | 20.158 | 75.000 |
| Oil | 30.000 | 22.521 | | | 35.000 | 70.000 |
| + | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |
| CCGT | 190.000 | 190.000 | 190.000 | 190.000 | 190.000 | 190.000 |
| GT | 75.000 | 59.842 | 35.000 | 75.000 | 75.000 | 59.842 |
| Oil | 75.000 | 75.000 | 75.000 | 75.000 | 75.000 | 75.000 |
| + | 12 | | | | | |
| CCGT | 190.000 | | | | | |
| GT | 24.842 | | | | | |
| Oil | 75.000 | | | | | |

---- 158 VARIABLE P2.L Potenza espansione

| | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|------|---------|--------|---------|---------|---------|---------|
| CCGT | 120.000 | 74.730 | 120.000 | 120.000 | 120.000 | 120.000 |
| GT | 19.842 | 5.000 | 19.842 | | 19.842 | 19.842 |
| Oil | | | 30.000 | 33.246 | 33.246 | 33.246 |

+ 10 11 12

| | | | |
|------|---------|---------|---------|
| CCGT | 120.000 | 120.000 | 120.000 |
| GT | 19.842 | | |
| Oil | 33.246 | 33.246 | 33.246 |

---- 158 VARIABLE PEspansa.L Capacità di potenza espansa dell'impianto (giornalmente)

CCGT 120.000, GT 19.842, Oil 33.246

---- 158 VARIABLE Q1.L Flusso (Portata) base

| | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|-----|--------|---------|--------|--------|-------|--------|
| d12 | 94.256 | 100.000 | 4.359 | | | 2.172 |
| d23 | 80.000 | 80.000 | 80.000 | 17.268 | 6.337 | 80.000 |

+ 10 11

| | | |
|-----|--------|--------|
| d12 | 85.213 | |
| d23 | 80.000 | 30.957 |

---- 158 VARIABLE Q2.L Flusso (Portata) espansione

| | 4 | 5 | 6 | 8 | 9 | 10 |
|-----|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| d23 | 11.700 | 11.700 | 11.700 | 11.700 | 11.700 | 11.700 |

+ 11 12

| | | |
|-----|--------|--------|
| d23 | 11.700 | 11.541 |
|-----|--------|--------|

---- 158 VARIABLE QEspansa.L Capacità di flusso espansa della turbina (giornalmente)

d23 11.700

---- 158 VARIABLE z.L = 284811.456 Funzione obiettivo

PUNTO F

PUNTO F) – VARIABILI DECISIONALI

Abbiamo inoltre:

| | |
|---------------------------|--|
| EInstallata1 | Capacità eolica installata giornalmente (0-200 MW) |
| EInstallata2 | Capacità eolica installata giornalmente (200-500 MW) |
| ProdEolica _(t) | Produzione eolica effettiva |

PUNTO F) – MODELLO MATEMATICO

Abbiamo modificato/aggiunto le seguenti equazioni:

$$\min z = \text{CostoPotenza} + \text{CostoFlussi} + \text{CostoEolica}$$

s.t.

$$\text{ProdEolica}_{(t)} = (\text{EInstallata1} + \text{EInstallata2}) * \text{ProducibilitaEolica}_{(t, 'High')} ;$$

$$\text{PDecurtata}_{(t)} = (\text{EInstallata1} + \text{EInstallata2}) - \text{ProdEolica}_{(t)} ;$$

$$\text{CostoEolica} = \text{EInstallata1} * 120 + \text{EInstallata2} * 180 ;$$

$$\begin{aligned} \text{Carico}_{(t, 'Car')} \leq & \sum_{\text{Impianti}} (P1_{(\text{Impianti}, t)} + P2_{(\text{Impianti}, t)}) \\ & + \sum_{\text{Flusso}} \text{Condotte}_{(\text{Flusso}, 'EnergyCoeff')} * (Q1_{(\text{Flusso}, t)} + Q2_{(\text{Flusso}, t)}) + \text{ProdEolica}_{(t)} \end{aligned}$$

PUNTO F) – ANALISI OUTPUT OTTENUTI

L'installazione della capacità eolica in MW è giornaliera ed ha un costo giornaliero equivalente unitario in base a:

- 120 €/MW per i primi 200 MW installati
- 180 €/MW per ogni unità di capacità addizionale, dai 200 MW ai 500 MW

La produzione eolica non produce inquinamento quindi non influisce sull'upper bound di CO2.

Analizziamo i tre casi di producibilità eolica in base alle condizioni metereologiche favorevoli o meno (presenza di vento bassa, media, alta):

CASO LOW:

```

|---- 176 VARIABLE EInstallata1.L      =      0.000  Capacità eolica installata giornalmente (0-200 MW)
          VARIABLE EInstallata2.L      =      0.000  Capacità eolica installata giornalmente (200-500 MW)

---- 176 VARIABLE ProdEolica.L  Produzione eolica effettiva
          ( ALL      0.000 )

---- 176 VARIABLE PDecurtata.L  Potenza eolica decurtata
          ( ALL      0.000 )

---- 176 VARIABLE z.L              =  248894.830  Funzione obiettivo

```

Non si installa nessun impianto eolico: costano troppo in relazione alla producibilità eolica veramente bassa dovuta al poco vento. La funzione obiettivo non cambia rispetto al punto D. Abbiamo quindi un costo totale **Z = 248894.830**.

CASO MEDIUM:

```

|---- 176 VARIABLE EInstallata1.L      =    200.000  Capacità eolica installata giornalmente (0-200 MW)
          VARIABLE EInstallata2.L      =      0.000  Capacità eolica installata giornalmente (200-500 MW)

---- 176 VARIABLE ProdEolica.L  Produzione eolica effettiva

1  85.915,    2  109.000,    3  110.929,    4  105.464,    5  84.160
6  46.759,    7  42.689,    8  34.873,    9  46.015,   10  29.135
11 28.358,   12   8.439

---- 176 VARIABLE PDecurtata.L  Potenza eolica decurtata

1  114.085,    2   91.000,    3   89.071,    4   94.536,    5  115.840
6  153.241,    7  157.311,    8  165.127,    9  153.985,   10  170.865
11 171.642,   12 191.561

---- 176 VARIABLE z.L              =  240283.058  Funzione obiettivo

```

Si installano solo 200 MW al costo di 120 €/MW; visto che siamo in una condizione meteo intermedia non è proficuo installare altra capacità al costo di 180 €/MW.

Il costo totale è diminuito. $248894.830 - 240283.058 = 8,611.772 \rightarrow$ Risparmio

CASO HIGH:

```

|---- 176 VARIABLE EInstallata1.L      =      200.000  Capacità eolica insta
                                           llata giornalmente (0
                                           -200 MW)
           VARIABLE EInstallata2.L      =      300.000  Capacità eolica insta
                                           llata giornalmente (2
                                           00-500 MW)

---- 176 VARIABLE ProdEolica.L  Produzione eolica effettiva

1  185.157,    2  163.885,    3  189.751,    4  299.105,    5  337.265
6  447.843,    7  443.837,    8  271.300,    9  213.346,   10  247.414
11 182.863,   12 181.450

---- 176 VARIABLE PDecurtata.L  Potenza eolica decurtata

1  314.843,    2  336.115,    3  310.249,    4  200.895,    5  162.735
6   52.157,    7   56.163,    8  228.700,    9  286.654,   10  252.586
11 317.137,   12 318.550

---- 176 VARIABLE z.L              =   179260.976  Funzione obiettivo

```

Si installano 200 MW al costo di 120 €/MW e 300 MW al costo di 180 €/MW.

Il costo totale è notevolmente diminuito.

$248894.830 - 179260.976 = 69,633.854 \rightarrow$ Risparmio

Produrre eolico è estremamente vantaggioso con un vento forte come in questo caso.

PUNTO G

PUNTO G) – MODELLO MATEMATICO

Viene aggiunto il seguente vincolo:

$$\sum_{\text{Impianti}} (P1_{(\text{Impianti},t)} + P2_{(\text{Impianti},t)}) * \text{Centrali}_{(\text{Impianti}, \text{'Coeff CO2'})} - \sum_{\text{Impianti}} (P1_{(\text{Impianti},0)} + P2_{(\text{Impianti},0)}) * \text{Centrali}_{(\text{Impianti}, \text{'Coeff CO2'})} \leq 2500$$

Somma delle emissioni di CO2 nell'arco della giornata (togliendo t0).

Nel calcolo delle emissioni di CO2 usiamo solo i tempi da 1 a 12 senza considerare il tempo iniziale 0 che si presuppone sia di un'altra giornata.

PUNTO G) – ANALISI OUTPUT OTTENUTI

Analizziamo i tre casi di producibilità eolica in base alle condizioni metereologiche favorevoli o meno (presenza di vento bassa, media, alta):

CASO LOW:

| ---- | 182 | VARIABLE | P2.L | Potenza espansione | | | | | |
|------|----------|----------|------------|--|---------|---------|---------|--|--|
| | | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | | |
| CCGT | 120.000 | 68.869 | 120.000 | 120.000 | 120.000 | 120.000 | 120.000 | | |
| GT | | 5.000 | 5.000 | | | | 4.024 | | |
| Oil | 35.000 | | 30.000 | 50.000 | 50.000 | 50.000 | 50.000 | | |
| + | 10 | 11 | 12 | | | | | | |
| CCGT | 120.000 | 120.000 | 120.000 | | | | | | |
| GT | 1.625 | 5.000 | | | | | | | |
| Oil | 50.000 | 50.000 | 50.000 | | | | | | |
| ---- | 182 | VARIABLE | PEspansa.L | Capacità di potenza espansa dell'impianto (giornalmente) | | | | | |
| CCGT | 120.000, | GT | 5.000, | Oil | 50.000 | | | | |

Vengono espanso CCGT, GT, Oil.

| ---- | 182 | VARIABLE | Q2.L | Flusso (Portata) espansione | | |
|------|--------|----------|------------|---|--------|----|
| | | 4 | 5 | 6 | 9 | 10 |
| d23 | 16.678 | 16.678 | 16.678 | 12.244 | 16.678 | |
| ---- | 182 | VARIABLE | QEspansa.L | Capacità di flusso espansa della turbina (giornalmente) | | |
| d23 | 16.678 | | | | | |

Viene espanso il tubo d23 fino a 16,678 mila metri cubi d'acqua di portata.

```

|---- 182 VARIABLE EInstallata1.L      =      32.344  Capacità eolica installata giornalmente (0-200 MW)
          VARIABLE EInstallata2.L      =      0.000  Capacità eolica installata giornalmente (200-500 MW)

---- 182 VARIABLE ProdEolica.L  Produzione eolica effettiva

1  4.500,    2  3.391,    3  2.048,    4  1.292,    5  0.882,    6  0.187
7  0.148,    8  0.400,    9  0.690,   10  3.580,   11  6.981,   12 13.003

---- 182 VARIABLE PDecurtata.L  Potenza eolica decurtata

1  27.845,    2  28.954,    3  30.297,    4  31.053,    5  31.462,    6  32.157
7  32.196,    8  31.944,    9  31.654,   10  28.765,   11  25.363,   12 19.341

---- 182 VARIABLE z.L              =      284479.550  Funzione obiettivo

```

Dato la poca producibilità eolica legata al meteo si è installato solo 32 MW circa di impianto eolico. Notiamo che confrontando con il punto F in cui la producibilità eolica nel caso LOW era tutta a zero qui si inizia a usarla seppur in poca quantità. Il motivo è che la produzione eolica non produce CO2 quindi non è limitata dal vincolo di 2500 tonnellate massime di produzione di CO2 da non superare.

CASO MEDIUM:

```

---- 182 VARIABLE P2.L  Potenza espansione

          4          6          7          8          9          10

CCGT      70.000      20.000      90.000      120.000      120.000      120.000
Oil        30.000      30.000      30.000      30.000      30.000      30.000

+          11          12

CCGT      120.000      120.000
Oil        30.000      30.000

---- 182 VARIABLE PEspansa.L  Capacità di potenza espansa dell'impianto (giornalmente)

CCGT 120.000,    Oil  30.000

```

Vengono espanso CCGT, Oil, le più convenienti.

```

----      182 VARIABLE Q2.L   Flusso (Portata) espansione

           4           5           6           8           9           10
d23      9.166      9.166      9.166      9.166      9.166      9.166

+         11         12
d23      9.166      9.166

|----      182 VARIABLE QEspanza.L   Capacità di flusso espansa della turbina (giorn
                                           almente)

d23 9.166

```

Viene espanso il tubo d23 fino a 9,166 mila metri cubi d'acqua di portata.

```

----      182 VARIABLE EInstallata1.L   =      200.000   Capacità eolica insta
                                           llata giornalmente (0
                                           -200 MW)
           VARIABLE EInstallata2.L   =      11.684   Capacità eolica insta
                                           llata giornalmente (2
                                           00-500 MW)

----      182 VARIABLE ProdEolica.L   Produzione eolica effettiva

1   90.934,    2  115.367,    3  117.409,    4  111.625,    5   89.076
6   49.491,    7   45.182,    8   36.910,    9   48.703,   10  30.837
11  30.015,   12   8.932

----      182 VARIABLE PDecurtata.L   Potenza eolica decurtata

1  120.750,    2   96.317,    3   94.274,    4  100.058,    5  122.607
6  162.193,    7  166.501,    8  174.773,    9  162.980,   10 180.846
11 181.669,   12 202.751

----      182 VARIABLE z.L              =      254302.559   Funzione obiettivo

```

Viene installato circa 211 MW di impianto eolico, poco più di 200 MW valutando che fino a un certo punto è profittevole il costo dell'investimento da 180 €/MW.

CASO HIGH:

| | | | | | | |
|------|--|---------|---------|---------|---------|---------|
| ---- | 182 VARIABLE P1.L Potenza base | | | | | |
| | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| Coal | 160.000 | 115.000 | 70.000 | 25.000 | 75.000 | 125.000 |
| CCGT | 125.000 | 55.000 | | | | |
| Oil | 30.000 | | | | | |
| + | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |
| Coal | 96.518 | 51.518 | 101.518 | 151.518 | 190.000 | 190.000 |
| Oil | 10.236 | | 35.000 | 62.094 | 75.000 | 75.000 |
| + | 12 | | | | | |
| Coal | 190.000 | | | | | |
| Oil | 40.000 | | | | | |
| ---- | 182 VARIABLE P2.L Potenza espansione | | | | | |
| | (ALL 0.000) | | | | | |
| ---- | 182 VARIABLE PEspansa.L Capacità di potenza espansa dell'impianto (giornalmente) | | | | | |
| | (ALL 0.000) | | | | | |

Come si può vedere non sono necessarie le espansioni per gli impianti termoelettrici.

| | | | | | | |
|------|---|--------|--------|--------|---------|--------|
| ---- | 182 VARIABLE Q1.L Flusso (Portata) base | | | | | |
| | 4 | 5 | 6 | 8 | 9 | 10 |
| d12 | 7.000 | 64.164 | 13.944 | 3.306 | 100.000 | 97.586 |
| d23 | 74.581 | 80.000 | 37.360 | 80.000 | 80.000 | 80.000 |
| + | 11 | 12 | | | | |
| d23 | 72.881 | 43.178 | | | | |
| ---- | 182 VARIABLE Q2.L Flusso (Portata) espansione | | | | | |
| | (ALL 0.000) | | | | | |
| ---- | 182 VARIABLE QEspansa.L Capacità di flusso espansa della turbina (giornalmente) | | | | | |
| | (ALL 0.000) | | | | | |

Allo stesso modo non sono necessari nemmeno espansioni per i flussi delle turbine.


```

---- 182 VARIABLE EInstallata1.L      =      200.000  Capacità eolica insta
                                           llata giornalmente (0
                                           -200 MW)
           VARIABLE EInstallata2.L      =      300.000  Capacità eolica insta
                                           llata giornalmente (2
                                           00-500 MW)

---- 182 VARIABLE ProdEolica.L  Produzione eolica effettiva

1  185.157,    2  163.885,    3  189.751,    4  299.105,    5  337.265
6  447.843,    7  443.837,    8  271.300,    9  213.346,   10  247.414
11 182.863,   12 181.450

---- 182 VARIABLE PDecurtata.L  Potenza eolica decurtata

1  314.843,    2  336.115,    3  310.249,    4  200.895,    5  162.735
6   52.157,    7   56.163,    8  228.700,    9  286.654,   10  252.586
11 317.137,   12 318.550

---- 182 VARIABLE z.L              =   179260.976  Funzione obiettivo

```

Gli impianti eolici sono sfruttati al massimo grazie anche al forte vento e producono gran parte dell'elettricità dell'isola. Essendo l'energia fornita dall'eolico, GT non produce mai e anche CCGT produce solamente in t1 e t2 per poi non essere più utilizzato l'impianto.