

2020 10 8 19 조정현 1주차 과제

# 연습문제 1.1 part 2. 5번    답 : (4)

선형은 1차식 또는 1차 방정식의 합 또는 차로만 구성되어야 한다.

(1)  $x_1^2 + x_2 - 7x_3 = -7 \rightarrow$  이차식이 포함되어 있음

(2)  $x_1 + 5x_2 - 3\sqrt{x_3} = 1 \rightarrow$  일차식이 아닌  $\sqrt{x_3}$ 가 포함되어 있음

(3)  $x_1 + 3x_2 + x_1x_2 = 1 \rightarrow$  일차식의 곱이 있음

(4)  $x_1 - 4x_2 - 12x_3 = 3 \rightarrow$  일차식의 합 또는 차로 구성되어 있음

따라서 선형인 것은 (4)이다.

# 연습문제 1.1 part 3. 2번    (2)만 선형방정식이다.

선형방정식은 일차식의 합 또는 차로만 구성되어야 한다.

(1)  $3x - 4y + 2yz = 8 \rightarrow$  일차식의 곱이 있음

(2)  $3.14x + 3y = \pi \rightarrow$  일차식의 합 또는 차로만 구성되어 있음

따라서 (2)만 선형방정식이다.

# 연습문제 1.1 part 3. 3번    (1)은 해이지만 (2)는 해가 아니다

(1)  $(10, -3, 5)$ 을 주어진 선형시스템에 대입하면

$20 + (-18) + 5 = 7 \quad (0)$

$10 - 6 - 5 = -1 \quad (0)$

$30 + 15 - 15 = 30 \quad (0)$     이므로 선형 시스템 안에 있는 모든 선형 방정식을 만족시킨다.

따라서 (1) 해집합은 선형 시스템의 해이다.

(2)  $(-3, 5, 10)$

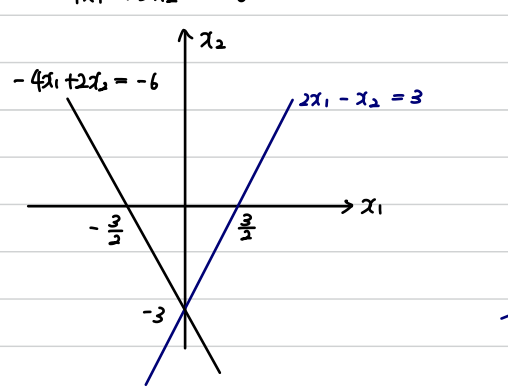
$-6 + 30 + 10 \neq 7 \quad (x)$     이므로 선형 시스템 안에 있는 첫번째 선형 방정식부터 만족하지 않는다.

따라서 (2) 해집합은 선형 시스템의 해가 아니다.

# 연습문제 1.1 part 3. 7번    (1) 해 1개    (2) 해 1개

(1)  $2x_1 - x_2 = 3$

$-4x_1 + 2x_2 = -6$



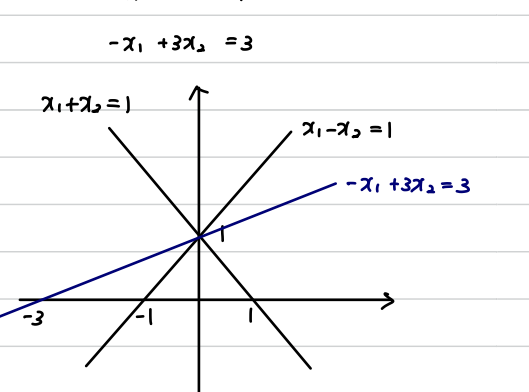
2개의 선형방정식이  $(-3, 0)$  한 교점에서 만나므로

→ 해 1개

(2)  $x_1 + x_2 = 1$

$x_1 - x_2 = 1$

$-x_1 + 3x_2 = 3$



3개의 선형방정식이  $(0, 1)$  한 교점에서 만나므로

→ 해 1개

# 연습문제 1.1 part 3. 8번     $k \neq 9$ 인 모든 실수  $k$ 를 근으로/만족하는  $k$  존재하지 않음 /  $k = 9$

1) 선형방정식 해가 존재하지 않을 경우

$\begin{cases} x - 2y = 3 \\ 3x - 6y = k \end{cases}$     해가 존재하지 않는 것은 교점이 없는 것 이므로 기울기는 같지만 절편은 다르게  $k$ 를 설정해야 한다.

첫번째 방정식의 기울기는  $\frac{1}{2}$ 이고 절편이  $-\frac{3}{2}$ 이다. 따라서  $-\frac{3}{2} \neq -\frac{k}{6}$ 이면 된다.  $\therefore k \neq 9$ 인 모든 실수이다.

2) 유일한 해를 가지는 경우

$\begin{cases} x - 2y = 3 \\ 3x - 6y = k \end{cases}$     유일한 해를 가지기 위해서는 두 그래프의 교점이 1개만 존재해야 한다. 하지만 옆 두 직선은 기울기가 같으므로 교점 1개만 생길 수 없다.

따라서 유일한 해를 가지게 하는  $k$ 는 존재하지 않는다.

3) 무한히 많은 해를 가지는 경우

$\begin{cases} x - 2y = 3 \\ 3x - 6y = k \end{cases}$     무한히 많은 해를 가지기 위해서는 두 직선이 완전히 겹쳐야 한다. 따라서  $k = 9$ 이다.

# 연습문제 1.2 part 3. 2번     $x_1 = 0, x_2 = -1$

$\begin{cases} x_1 + x_2 = -1 \\ 4x_1 - 3x_2 = 3 \end{cases}$

두 선형방정식을 연립하면

$4x_1 + 4x_2 = -4$

$- \begin{cases} 4x_1 - 3x_2 = 3 \end{cases}$

$7x_2 = -7$

$\therefore x_2 = -1$      $\therefore x_1 = 0$

# 연습문제 1.2 part 3. 8번     $x = 2, y = -1, z = 1$

$\begin{cases} 2x + 2y - z = 1 \quad \dots \textcircled{A} \\ x + y - z = 0 \quad \dots \textcircled{B} \\ 3x + 2y - 3z = 1 \quad \dots \textcircled{C} \end{cases}$

$\textcircled{A} \times (-\frac{1}{2}) + \textcircled{B} :$                        $\textcircled{C} \times (-\frac{2}{3}) + \textcircled{B}$

$-x - y + \frac{1}{2}z = -\frac{1}{2}$                        $-3x - 3y + \frac{2}{3}z = -\frac{2}{3}$

$+ \begin{cases} x + y - z = 0 \end{cases}$                        $+ \begin{cases} 3x + 2y - 3z = 1 \end{cases}$

$-\frac{1}{2}z = -\frac{1}{2}$                        $-y - \frac{2}{3}z = -\frac{1}{3}$

$z = 1$                        $-y - \frac{2}{3} = -\frac{1}{3}$

$y = -1$                        $\therefore x = 2$

# 연습문제 1.2 part 3. 13번     $x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = 0, x_4 = 1$

$\textcircled{1} \quad x_2 + x_3 - x_4 = 0$

$\textcircled{2} \quad x_1 - x_2 + 3x_3 - x_4 = -2$

$\textcircled{3} \quad x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 2$

$\textcircled{1} + \textcircled{2} : x_1 + 4x_3 - 2x_4 = -2 \quad \dots \textcircled{4}$

$\textcircled{1} - \textcircled{3} : x_1 + 2x_4 = 2 \quad \dots \textcircled{5}$

$\textcircled{1} : x_2 + x_3 - x_4 = 0$

$\textcircled{4} + \textcircled{5} : 2x_1 + 4x_3 = 0$

$\rightarrow x_1 = -2x_3$

$-\cancel{x_2} + x_3 - x_4 = -2$

$+ \begin{cases} \cancel{x_2} + x_3 - x_4 = 0 \end{cases}$

$2x_3 - 2x_4 = -2$

$x_3 = x_4 - 1$

$x_2 + \cancel{x_3} - 1 - \cancel{x_4} = 0$

$x_2 = 1$

$x_1 - 3x_3 - x_4 = -1$

$x_1 + x_2 + x_4 = 1$

$-2x_3 - 3x_3 - (x_3 + 1) = -1$

$-2x_3 - 4x_3 = 0$

$x_3 = 0$

$x_4 = 1$

$x_1 = 0$