202010819 조정현 14주차 과제

[연습문제 9.1 part 3]

#3) 선형 변환이다.

$$u=\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix},\quad v=\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix}$$

$$L(u+v) = L\left(\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix}\right) = L\begin{bmatrix} x_1+y_1 \\ x_2+y_2 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ 0 \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ 0 \end{bmatrix} = L(u)+L(v)$$

$$L(\alpha u) = L\left[\left|\begin{matrix} \alpha x_1 \\ \alpha x_2 \end{matrix}\right|\right] = \begin{bmatrix} \alpha x_1 \\ \alpha x_2 \\ 0 \end{bmatrix} = \alpha\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ 0 \end{bmatrix} = \alpha L(u)$$

∴ L은 선형변환이다.

#4) (1) y축에 대해 대칭 (2) 원점 대칭 (3) 반시계 방향 90° 회전

#5) $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

#6) $\begin{bmatrix} 2 \\ 15 \end{bmatrix}$

$$\begin{bmatrix} 2 \\ -4 \end{bmatrix} - 2\begin{bmatrix} 3 \\ -5 \end{bmatrix} + 3\begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 15 \end{bmatrix}$$

#9) (1) 선형 변환이 아니다 (2) 선형 변환이 아니다

(1) $\sin x + \sin y \neq \sin(x+y)$ ∴ 선형 변환이 아니다

(2) $u=(u_1, u_2, u_3)$

$v=(v_1, v_2, v_3)$

$(u_1^2+v_1^2, 0) \neq ((u_1+v_1)^2, 0)$

∴ 선형 변환이 아니다.

#10) $x=\begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}$**, 유일한 해**

A의 여인수 행렬 : $\begin{bmatrix} 7 & 8 & 1 \\ 4 & 1 & 2 \\ 2 & -2 & 1 \end{bmatrix}$

$$Adj(A) = \begin{bmatrix} 7 & 4 & 2 \\ 8 & 1 & -2 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$Det(A) = 5$$

$$\begin{bmatrix} \frac{7}{5} & \frac{4}{5} & \frac{2}{5} \\ \frac{8}{5} & \frac{1}{5} & \frac{-2}{5} \\ \frac{1}{5} & \frac{2}{5} & \frac{1}{5} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -1 \\ 7 \\ -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$\therefore x=\begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ 유일한 해

#11) (1) $\begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}$ **(2)** $\begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ -2 \end{bmatrix}$ **(3)** $\begin{bmatrix} 7 \\ 2 \\ -3 \end{bmatrix}$

(1) $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}$

(2) $2\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ -2 \end{bmatrix}$

(3) $3\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix} + 2\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 \\ 2 \\ -3 \end{bmatrix}$