第十二届蓝桥杯大赛软件赛省赛第二场

C/C++ 大学 A 组

【考生须知】

考试开始后，选手首先下载题目，并使用考场现场公布的解压密码解压试题。

考试时间为 4 小时。考试期间选手可浏览自己已经提交的答案，被浏览的答案允许拷贝。时间截止后，将无法继续提交或浏览答案。

对同一题目，选手可多次提交答案，以最后一次提交的答案为准。

选手必须通过浏览器方式提交自己的答案。选手在其它位置的作答或其它方式提交的答案无效。

试题包含“结果填空”和“程序设计”两种题型。

结果填空题：要求选手根据题目描述直接填写结果。求解方式不限。不要求源代码。把结果填空的答案直接通过网页提交即可，不要书写多余的内容。

程序设计题：要求选手设计的程序对于给定的输入能给出正确的输出结果。考生的程序只有能运行出正确结果才有机会得分。

注意：在评卷时使用的输入数据与试卷中给出的示例数据可能是不同的。选手的程序必须是通用的，不能只对试卷中给定的数据有效。

对于编程题目，要求选手给出的解答完全符合 GNU C/C++ 标准，不能使用诸如绘图、Win32API、中断调用、硬件操作或与操作系统相关的 API。

代码中允许使用 STL 类库。

注意: main 函数结束必须返回 0

注意: 所有依赖的函数必须明确地在源文件中 `#include <xxx>`，不能通过工程设置而省略常用头文件。

所有源码必须在同一文件中。调试通过后，拷贝提交。

提交时，注意选择所期望的编译器类型。

试题 A: 双阶乘

本题总分：5 分

【问题描述】

一个正整数的双阶乘，表示不超过这个正整数且与它有相同奇偶性的所有正整数乘积。n 的双阶乘用 $n!!$ 表示。

例如：

$3!! = 3 \times 1 = 3$。

$8!! = 8 \times 6 \times 4 \times 2 = 384$。

$11!! = 11 \times 9 \times 7 \times 5 \times 3 \times 1 = 10395$。

请问，$2021!!$ 的最后 5 位（这里指十进制位）是多少？

注意：$2021!! = 2021 \times 2019 \times \cdots \times 5 \times 3 \times 1$。

提示：建议使用计算机编程解决问题。

【答案提交】

这是一道结果填空的题，你只需要算出结果后提交即可。本题的结果为一个整数，在提交答案时只填写这个整数，填写多余的内容将无法得分。

试题 B: 格点

本题总分：5 分

【问题描述】

如果一个点 (x, y) 的两维坐标都是整数，即 $x \in \mathbb{Z}$ 且 $y \in \mathbb{Z}$，则称这个点为一个格点。

如果一个点 (x, y) 的两维坐标都是正数，即 $x > 0$ 且 $y > 0$，则称这个点在第一象限。

请问在第一象限的格点中，有多少个点 (x, y) 的两维坐标乘积不超过 2021，即 $x \cdot y \leq 2021$。

提示：建议使用计算机编程解决问题。

【答案提交】

这是一道结果填空的题，你只需要算出结果后提交即可。本题的结果为一个整数，在提交答案时只填写这个整数，填写多余的内容将无法得分。

试题 C: 整数分解

本题总分：10 分

【问题描述】

将 3 分解成两个正整数的和，有两种分解方法，分别是 $3 = 1 + 2$ 和 $3 = 2 + 1$。注意顺序不同算不同的方法。

将 5 分解成三个正整数的和，有 6 种分解方法，它们是 1+1+3 = 1+2+2 = $1 + 3 + 1 = 2 + 1 + 2 = 2 + 2 + 1 = 3 + 1 + 1$。

请问，将 2021 分解成五个正整数的和，有多少种分解方法？

【答案提交】

这是一道结果填空的题，你只需要算出结果后提交即可。本题的结果为一个整数，在提交答案时只填写这个整数，填写多余的内容将无法得分。

试题 D: 城邦

本题总分：10 分

【问题描述】

小蓝国是一个水上王国，有 2021 个城邦，依次编号 1 到 2021。在任意两个城邦之间，都有一座桥直接连接。

为了庆祝小蓝国的传统节日，小蓝国政府准备将一部分桥装饰起来。

对于编号为 a 和 b 的两个城邦，它们之间的桥如果要装饰起来，需要的费用如下计算：找到 a 和 b 在十进制下所有不同的数位，将数位上的数字求和。

例如，编号为 2021 和 922 两个城邦之间，千位、百位和个位都不同，将这些数位上的数字加起来是 $(2+0+1)+(0+9+2)=14$。注意 922 没有千位，千位看成 0。

为了节约开支，小蓝国政府准备只装饰 2020 座桥，并且要保证从任意一个城邦到任意另一个城邦之间可以完全只通过装饰的桥到达。

请问，小蓝国政府至少要花多少费用才能完成装饰。

提示：建议使用计算机编程解决问题。

【答案提交】

这是一道结果填空的题，你只需要算出结果后提交即可。本题的结果为一个整数，在提交答案时只填写这个整数，填写多余的内容将无法得分。

试题 E: 游戏

本题总分：15 分

【问题描述】

小蓝闲着无聊开始自己和自己做游戏。

首先规定一个正整数 n。

他首先在纸上写下一个 1 到 n 之间的数。在之后的每一步，小蓝都可以选择上次写的数的一个约数（不能选上一个写过的数），写在纸上。直到最终小蓝写下 1。

小蓝可能有多种游戏的方案。

例如，当 $n = 6$ 时，小蓝有 9 种方案：(1), $(2, 1)$, $(3, 1)$, $(4, 1)$, $(4, 2, 1)$, $(5, 1)$, $(6, 1)$, $(6, 2, 1)$, $(6, 3, 1)$。

请问，当 $n = 20210509$ 时有多少种方案？

【答案提交】

这是一道结果填空的题，你只需要算出结果后提交即可。本题的结果为一个整数，在提交答案时只填写这个整数，填写多余的内容将无法得分。

本题的答案比较大，如果你编程解决本题，请注意使用合适的数据类型。

试题 F: 小平方

时间限制: 1.0s　内存限制: 256.0MB　本题总分：15 分

【问题描述】

小蓝发现，对于一个正整数 n 和一个小于 n 的正整数 v，将 v 平方后对 n 取余可能小于 n 的一半，也可能大于等于 n 的一半。

请问，在 1 到 $n-1$ 中，有多少个数平方后除以 n 的余数小于 n 的一半。

例如，当 $n = 4$ 时，$1, 2, 3$ 的平方除以 4 的余数都小于 4 的一半。

又如，当 $n = 5$ 时，$1, 4$ 的平方除以 5 的余数都是 1，小于 5 的一半。而 $2, 3$ 的平方除以 5 的余数都是 4，大于等于 5 的一半。

【输入格式】

输入一行包含一个整数 n。

【输出格式】

输出一个整数，表示满足条件的数的数量。

【样例输入】

```
5
```

【样例输出】

```
2
```

【评测用例规模与约定】

对于所有评测用例，$1 \le n \le 10000$。

试题 G: 完全平方数

时间限制: 1.0s　内存限制: 256.0MB　本题总分：20 分

【问题描述】

一个整数 a 是一个完全平方数，是指它是某一个整数的平方，即存在一个整数 b，使得 $a = b^2$。

给定一个正整数 n，请找到最小的正整数 x，使得它们的乘积是一个完全平方数。

【输入格式】

输入一行包含一个正整数 n。

【输出格式】

输出找到的最小的正整数 x。

【样例输入 1】

```
12
```

【样例输出 1】

```
3
```

【样例输入 2】

```
15
```

【样例输出 2】

```
15
```

【评测用例规模与约定】

对于 30% 的评测用例，$1 \le n \le 1000$，答案不超过 1000。

对于 60% 的评测用例，$1 \leq n \leq 10^8$，答案不超过 10^8。

对于所有评测用例，$1 \leq n \leq 10^{12}$，答案不超过 10^{12}。

试题 H: 负载均衡

时间限制: 1.0s　内存限制: 256.0MB　本题总分：20 分

【问题描述】

有 n 台计算机，第 i 台计算机的运算能力为 v_i。

有一系列的任务被指派到各个计算机上，第 i 个任务在 a_i 时刻分配，指定计算机编号为 b_i ，耗时为 c_i 且算力消耗为 d_i 。如果此任务成功分配，将立刻开始运行，期间持续占用 b_i 号计算机 d_i 的算力，持续 c_i 秒。

对于每次任务分配，如果计算机剩余的运算能力不足则输出 -1，并取消这次分配，否则输出分配完这个任务后这台计算机的剩余运算能力。

【输入格式】

输入的第一行包含两个整数 n, m，分别表示计算机数目和要分配的任务数。

第二行包含 n 个整数 $v_1, v_2, \cdots v_n$，分别表示每个计算机的运算能力。

接下来 m 行每行 4 个整数 a_i, b_i, c_i, d_i，意义如上所述。数据保证 a_i 严格递增，即 $a_i < a_{i+1}$。

【输出格式】

输出 m 行，每行包含一个数，对应每次任务分配的结果。

【样例输入】

```
2 6
5 5
1 1 5 3
2 2 2 6
3 1 2 3
4 1 6 1
5 1 3 3
6 1 3 4
```

【样例输出】

```
2
-1
-1
1
-1
0
```

【样例说明】

时刻 1，第 1 个任务被分配到第 1 台计算机，耗时为 5 ，这个任务时刻 6 会结束，占用计算机 1 的算力 3。

时刻 2，第 2 个任务需要的算力不足，所以分配失败了。

时刻 3，第 1 个计算机仍然正在计算第 1 个任务，剩余算力不足 3，所以失败。

时刻 4，第 1 个计算机仍然正在计算第 1 个任务，但剩余算力足够，分配后剩余算力 1。

时刻 5，第 1 个计算机仍然正在计算第 1,4 个任务，剩余算力不足 4，失败。

时刻 6，第 1 个计算机仍然正在计算第 4 个任务，剩余算力足够，且恰好用完。

【评测用例规模与约定】

对于 20% 的评测用例，$n, m \leq 200$。

对于 40% 的评测用例，$n, m \leq 2000$。

对于所有评测用例，$1 \leq n, m \leq 200000$，$1 \leq a_i, c_i, d_i, v_i \leq 10^9$，$1 \leq b_i \leq n$。

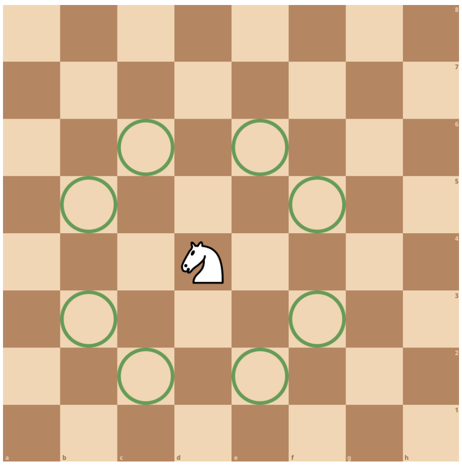
试题 I: 国际象棋

时间限制: 1.0s　内存限制: 256.0MB　本题总分：25 分

【问题描述】

众所周知，“八皇后” 问题是求解在国际象棋棋盘上摆放 8 个皇后，使得两两之间互不攻击的方案数。已经学习了很多算法的小蓝觉得 “八皇后” 问题太简单了，意犹未尽。作为一个国际象棋迷，他想研究在 $N \times M$ 的棋盘上，摆放 K 个马，使得两两之间互不攻击有多少种摆放方案。由于方案数可能很大，只需计算答案除以 1000000007 (即 $10^9 + 7$) 的余数。

如下图所示，国际象棋中的马摆放在棋盘的方格内，走 “日” 字，位于 (x, y) 格的马（第 x 行第 y 列）可以攻击 $(x+1, y+2)$、$(x+1, y-2)$、$(x-1, y+2)$、$(x-1, y-2)$、$(x+2, y+1)$、$(x+2, y-1)$、$(x-2, y+1)$ 和 $(x-2, y-1)$ 共 8 个格子。



【输入格式】

输入一行包含三个正整数 N, M, K，分别表示棋盘的行数、列数和马的个数。

【输出格式】

输出一个整数，表示摆放的方案数除以 1000000007 (即 $10^9 + 7$) 的余数。

【样例输入】

```
1 2 1
```

【样例输出】

```
2
```

【样例输入】

```
4 4 3
```

【样例输出】

```
276
```

【样例输入】

```
3 20 12
```

【样例输出】

```
914051446
```

【评测用例规模与约定】

对于 5% 的评测用例，$K = 1$；

对于另外 10% 的评测用例，$K = 2$；

对于另外 10% 的评测用例，$N = 1$；

对于另外 20% 的评测用例，$N, M \leq 6$，$K \leq 5$；

对于另外 25% 的评测用例，$N \leq 3$，$M \leq 20$，$K \leq 12$；

对于所有评测用例，$1 \leq N \leq 6$，$1 \leq M \leq 100$，$1 \leq K \leq 20$。

试题 J: 完美序列

时间限制: 2.0s　内存限制: 512.0MB　本题总分：25 分

【问题描述】

一个序列中取出一些元素按照原来的顺序排列成新的序列称为该序列的一个子序列。子序列的价值为子序列中所有元素的和。

如果一个序列是单调递减的，而且除了第一个数以外的任何一个数都是上一个数的因数，则称这个序列为一个完美序列。

一个序列中的一个子序列如果是完美序列，则称为该序列的一个完美子序列。一个序列的最长完美子序列长度，称为该序列的完美长度。

给定正整数 n，1 至 n 的所有排列的完美长度的最大值，称为 n 阶最大完美长度。

给定正整数 n，请求出 1 至 n 的所有排列中长度正好为 n 阶最大完美长度的所有完美子序列的价值的和。

【输入格式】

每个评测用例包含多组询问。询问之间彼此独立。

输入的第一行包含一个整数 T，表示询问数。

接下来 T 行，每行包含一个整数 n，表示一个给定的 n。

【输出格式】

输出 T 行，依次对应每组询问的答案。

每行包含一个整数，表示对应的答案除以 1000000007 (即 $10^9 + 7$) 的余数。

【样例输入】

```
5
1
2
```

```
3
5
10
```

【样例输出】

```
1
3
21
140
2268000
```

【样例说明】

当 $n = 1$ 时，答案显然是 1。

当 $n = 2$ 时，全排列包括 $(1, 2)$ 和 $(2, 1)$，其中 $(2, 1)$ 拥有最长的完美子序列，也就是 $(2, 1)$ 本身，2 阶最大完美长度为 2，答案即为 $2 + 1$。

当 $n = 3$ 时，全排列包括 $(1, 2, 3)$、$(1, 3, 2)$、$(2, 1, 3)$、$(2, 3, 1)$、$(3, 1, 2)$、$(3, 2, 1)$。其中 $(2, 1)$ 和 $(3, 1)$ 都是最长的完美子序列，3 阶最大完美长度为 2。

序列 $(1, 2, 3)$ 和 $(1, 3, 2)$ 中没有长度为 2 的完美子序列。

序列 $(2, 1, 3)$ 中有完美子序列 $(2, 1)$，价值和为 3。

序列 $(2, 3, 1)$ 中有完美子序列 $(2, 1)$ 和 $(3, 1)$，价值和为 7。

序列 $(3, 1, 2)$ 中有完美子序列 $(3, 1)$，价值和为 4。

序列 $(3, 2, 1)$ 中有完美子序列 $(2, 1)$ 和 $(3, 1)$，价值和为 7。

答案为 $3 + 7 + 4 + 7 = 21$。

【评测用例规模与约定】

对于 10% 的评测用例，$n \leq 10$；

对于 20% 的评测用例，$n \leq 20$；

对于 30% 的评测用例，$T \leq 20$，$n \leq 1000$；

对于 40% 的评测用例，$T \leq 20$，$n \leq 10^5$；

对于所有评测用例，$1 \leq T \leq 10^5$，$1 \leq n \leq 10^6$。