

南京工程学院试卷(A)

2018 /2019 学年 第 1 学期

共 6 页 第 1 页

课程所属部门: 机械工程学院 课程名称: 机器人技术(双语)

考试方式: 闭卷 使用班级: 机电151/152/153/154

命题人: 熊建桥 教研室主任审核: 陈彦红 主管领导批准: 王早早

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	总分
得分	10	20	10	10	10	10	15	14			99

一、填空题(本题共 10 空,每空 1 分,共 10 分)

1. 机器人由如下部件: 机械传动件, 末端执行器, 驱动器, 传感器, 控制器, 处理器, 软件等组成。

本题得分 10

2. 机器人需要 6 自由度才能随意地在它的工作空间内放置物体。

3. 为了得到机器人的运动方程,要定义拉格朗日函数: $L = K - P$, 其中, K 是 系统动能, P 是 系统势能。

本题得分 20

二、简答题(本题共 5 小题,每小题 4 分,共 20 分)

1. 请写出平移为[1, 2, 3]的算子矩阵。

$$\text{解: } T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$F_{\text{new}} = T \times F_{\text{old}} = \begin{bmatrix} nx & ox & ax & pxtoldx \\ ny & oy & ay & pytoldy \\ nz & oz & az & pztoldz \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

2. 请写出绕 z 轴旋转 45° 的算子矩阵。

$$\text{解: } Rot(z, 45^\circ) = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & -\frac{\sqrt{2}}{2} & 0 & 0 \\ \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$Rot(z, \theta) = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

姓名: 王早早 学号: 201151102 班级: 机电152

3. 已知旋转算子为 $\text{Rot}(y, 30^\circ)$ 请给出其逆矩阵。

解: $\text{Rot}(y, 30^\circ) = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{3}}{2} & 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{2} & 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

$$A^{-1} = \frac{A^*}{|A|}$$

$$\text{Rot}(y, 30^\circ)^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{3}}{2} & 0 & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{1}{2} & 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

4. 请写出微分算子 $[\Delta]$:

解: $[\Delta] = \begin{bmatrix} 0 & -s_z & s_y & dx \\ s_z & 0 & -s_x & dy \\ -s_y & s_x & 0 & dz \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

5. 写出斯坦福机械臂的第 4 根连杆相对基座坐标系的变换矩阵关于第 2 关节变量的导数表达式 U_{42} 。

解: ${}^0T_4 = A_1 A_2 A_3 A_4$

$$U_{42} = \frac{\partial {}^0T_4}{\partial \theta_2} = A_1 \dot{A}_2 A_3 A_4$$

第二节为转动关节

三、计算题(本题共 10 分)

Find the values of the missing elements of frame B and complete the matrix representation of the frame.

本题
得分 10

解:

$$B = \begin{bmatrix} 0.707 & 0 & 0 & 2 \\ n_y & 0 & 1 & 4 \\ n_z & -0.707 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^B = \begin{bmatrix} 0.707 & ? & 0 & 2 \\ ? & 0 & 1 & 4 \\ ? & -0.707 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

由 $n \cdot a = 0$ 得 $n_y = 0$

由 $|n| = 1$ 得 $0.707^2 + n_z^2 = 1$, $n_z = \pm 0.707$

由 $|o| = 1$ 得 $0_x^2 + (-0.707)^2 = 1$, $0_x = \pm 0.707$

则

$$B = \begin{bmatrix} 0.707 & 0.707 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \\ 0.707 & -0.707 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ 和 } \begin{bmatrix} 0.707 & -0.707 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \\ -0.707 & -0.707 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

四、计算题(本题共 10 分)

A frame B is rotated 90° about the z-axis, then translated 3 and 5 units relative to the n- and o-axes respectively, then rotated another 90° about the n-axis, and finally, 90° about the y-axis. Find the new location and orientation of the frame.

本题
得分 10

解: $B_{new} = Rot(y, 90^\circ) Rot(z, 90^\circ) Trans(3, 5, 0) Rot(n, 90^\circ)$

$$T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$B_{new} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 6 \\ 1 & 0 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

五、计算题(本题共 10 分)

对如下的坐标系 B, 绕 y 轴做 0.01 弧度的微分转动, 然后微分平移 [0.05, 0, 0.2], 求微分变换的结果。

本题
得分 10

解: 由题可得

$$\begin{cases} \delta y = 0.01 \\ \delta z = 0 \\ \delta x = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} dx = 0.05 \\ dy = 0 \\ dz = 0.2 \end{cases} \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 9 \\ 1 & 0 & 0 & 6 \\ 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$[\Delta] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0.01 & 0.05 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.01 & 0 & 0 & 0.2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$[dB] = [\Delta][B] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0.01 & 0.05 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.01 & 0 & 0 & 0.2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 9 \\ 1 & 0 & 0 & 6 \\ 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & 0.01 & 0 & 0.08 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0.01 & 0.11 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

六、计算题(本题共 10 分)

假设手坐标系的位姿用如下的伴随矩阵表示。若绕 z 轴作 0.15 弧度的微分旋转, 再作 [0.1, 0.1, 0.3] 的微分平移, 这样的微分运动将产生怎样的影响 (即求 $d[{}^R T_H]$), 并求出手的新位置 (求 $[{}^R T_H]_{new}$)。

本题
得分

10

$${}^R T_H = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 0 & 7 \\ 0 & 1 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

解: 由题可得 $\delta z = 0.15, \delta x = 0, \delta y = 0$
 $dx = 0.1, dy = 0.1, dz = 0.3$

$$[\Delta] = \begin{bmatrix} 0 & -0.15 & 0 & 0.1 \\ 0.15 & 0 & 0 & 0.1 \\ 0 & 0 & 0 & 0.3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} d[{}^R T_H] &= [\Delta][{}^R T_H] = \begin{bmatrix} 0 & -0.15 & 0 & 0.1 \\ 0.15 & 0 & 0 & 0.1 \\ 0 & 0 & 0 & 0.3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 0 & 7 \\ 0 & 1 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} -0.15 & 0 & 0 & -0.95 \\ 0 & 0 & 0.15 & 0.4 \\ 0 & 0 & 0 & 0.3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} [{}^R T_H]_{new} &= [{}^R T_H]_{old} + d[{}^R T_H] \\ &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 0 & 7 \\ 0 & 1 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -0.15 & 0 & 0 & -0.95 \\ 0 & 0 & 0.15 & 0.4 \\ 0 & 0 & 0 & 0.3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$= \begin{bmatrix} -0.15 & 0 & 1 & 1.05 \\ 1 & 0 & 0.15 & 7.4 \\ 0 & 1 & 0 & 5.3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

七、计算题(本题共 15 分)

要求 6 轴机器人的第 1 关节用 3s 由初始角 50° 移动到终止角 80° 。假设机器人从静止开始运动，最终停在目标点上，计算一条三次多项式关节空间轨迹的系数，确定 1s、2s、3s 时的关节角度、速度和加速度。

本题
得分 15

解：设 $\theta(t) = C_0 + C_1 t + C_2 t^2 + C_3 t^3$

$$\dot{\theta}(t) = C_1 + 2C_2 t + 3C_3 t^2$$

$$\theta_i = 50 = C_0$$

$$\dot{\theta}_i = 0 = C_1 \text{ (初始速度为零)}$$

$$\theta_f = 80 = 50 + C_2 t^2 + C_3 t^3$$

$$\dot{\theta}_f = 2C_2 t + 3C_3 t^2 = 0$$

解得 $C_0 = 50, C_1 = 0, C_2 = 10, C_3 = -2.222$

$$\text{则 } \theta(t) = 50 + 10t^2 - 2.222t^3$$

$$\dot{\theta}(t) = 20t - 6.666t^2$$

$$\ddot{\theta}(t) = 20 - 13.332t$$

①

当 $t = 1s$ 时

$$\begin{cases} \theta = 57.778^\circ \\ \dot{\theta} = 13.334^\circ/\text{sec} \\ \ddot{\theta} = 6.668^\circ/\text{sec}^2 \end{cases}$$

② 当 $t = 2s$ 时

$$\begin{cases} \theta = 72.224^\circ \\ \dot{\theta} = 13.336^\circ/\text{sec} \\ \ddot{\theta} = -6.664^\circ/\text{sec}^2 \end{cases}$$

③ 当 $t = 3s$ 时

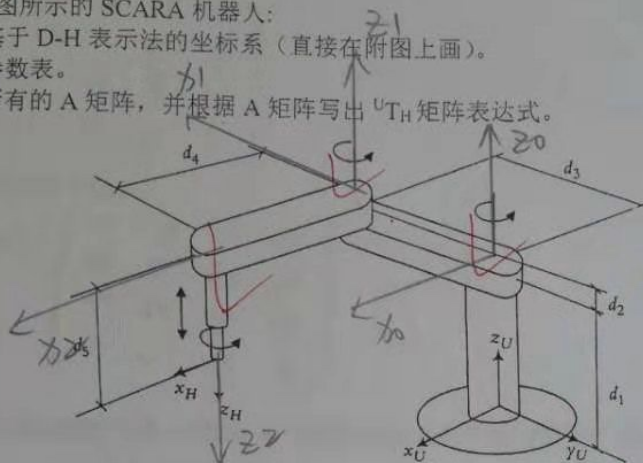
$$\begin{cases} \theta = 80.006^\circ \\ \dot{\theta} = 0.006^\circ/\text{sec} \\ \ddot{\theta} = -19.996^\circ/\text{sec}^2 \end{cases}$$

八、计算题(本题共 15 分)

对于如图所示的 SCARA 机器人:

- (1) 建立基于 D-H 表示法的坐标系 (直接在附图上画)。
- (2) 填写参数表。
- (3) 写出所有的 A 矩阵, 并根据 A 矩阵写出 ${}^U T_H$ 矩阵表达式。

本题得分	14
------	----



解: (1) 坐标系如图所示

(2) 参数表如下

#	θ	d	a	α
0-1	θ_1	0	d_3	0
1-2	θ_2	0	d_4	180°
2-H	θ_3	d_5	0	0

$$(3) {}^U T_H = {}^U T_0 {}^0 T_H = {}^U T_0 A_1 A_2 A_3$$

$$A_1 = \begin{bmatrix} C_1 & -S_1 & 0 & d_3 C_1 \\ S_1 & C_1 & 0 & d_3 S_1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, A_2 = \begin{bmatrix} C_2 & S_2 & 0 & d_4 C_2 \\ S_2 & -C_2 & 0 & d_4 S_2 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, A_3 = \begin{bmatrix} C_3 & -S_3 & 0 & 0 \\ S_3 & C_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & d_5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\text{则 } {}^U T_H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_1 + d_2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_1 & -S_1 & 0 & d_3 C_1 \\ S_1 & C_1 & 0 & d_3 S_1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_2 & S_2 & 0 & d_4 C_2 \\ S_2 & -C_2 & 0 & d_4 S_2 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_3 & -S_3 & 0 & 0 \\ S_3 & C_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & d_5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

其中, S 表示 \sin , C 表示 \cos