

# 《人工智能原理》2024 年春季学期中期作业参考答案

姓 名: \_\_\_\_\_

学 号: \_\_\_\_\_

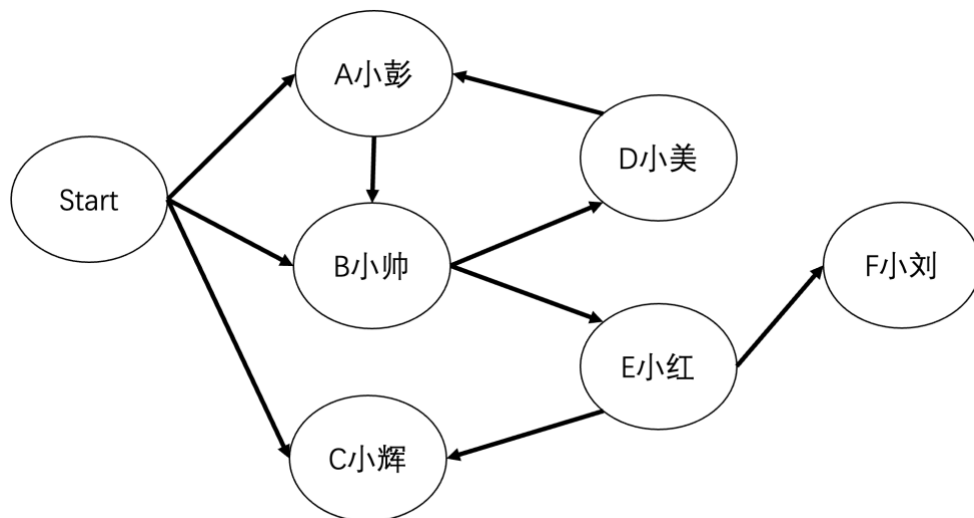
**提交时间：**本次作业于 2024. 05. 13 (周一) 晚上 8 点前提交，无合理理由逾期者按逾期天数每天扣 20%（即周一晚 23:59 前算逾期一天，周二晚 23:59 前算逾期两天...）。本次作业满分 100 分，占期末总评 20%。

**提交方式：**对分易电子版提交，把作业扫描 pdf 文件命名为“学号\_名字\_中期作业.pdf” 上传到对分易理论课中期作业处。请在作业上写上你的学号和姓名，以及在你的每条答案前标明题号。

**注：**查出作弊的情况（e.g., 非选择题的答案完全一样），作弊人与被作弊人本次作业都判为 0 分。

## Q1. 搜索：寻求爱情的蜗牛（共 10 分）

蜗牛老王正在寻找伴侣。它可以根据附近蜗牛的软泥痕迹来访问不同的潜在配偶，然后测试它们的化学反应，如下图所示，每个节点代表一只蜗牛。 在所有情况下，按蜗牛名字前字母顺序访问具有相同优先级的节点。



(a) 在这小问，假设老王的唯一匹配项是 D小美（即 D小美 是目标状态）。 搜索上图时，判断每小问的正确性（4分，每题1分）

(i) DFS 树搜索比 BFS 树搜索扩展了更多的节点 ☐ 正确 ☒ 错误

(ii) DFS 树搜索能找到通往D小美的路径 ☒ 正确 ☐ 错误

(iii) DFS 图搜索能找到到达D小美的最短路径 ☐ 正确 ☒ 错误

(iv) 如果我们删除从 A小彭 → B小帅 的连接，DFS 图搜索能否找到通往D小美的最短路径？ ☒ 能 ☐ 不能

(b) 在这小问，我们假设老王的择偶偏好发生了变化。 它在伴侣中寻找的新标准是它之前曾两次访问过该伴侣

(即，当它第三次访问任何状态时，它已经找到了通往目标的路径)。

(i) 最简单但最充分的新状态空间表示应该包括什么信息？（多选）（2分）

☒ 老王当前位置

☐ 到目前为止走过的总边数

☐ 到目前为止访问过的不同蜗牛的数量

☒ 数值数组，数组中每个元素表示到目前为止相应的蜗牛被访问了多少次

☐ 布尔值数组，数组中每个元素表示到目前为止是否访问过相应的蜗牛

错误扣完2分

(ii) DFS 树搜索找到此(b)小问目标是A小彭 ☒ 正确 ☐ 错误 (1分)

(iii) BFS 图搜索能找到通往此(b)小问目标的路径 ☒ 正确 ☐ 错误 (1分)

(c) 在这小问我们继续(b)部分，目标仍然是找到第三次访问的伴侣。假设我们正在使用一致代价搜索(UCS)，我们现在可以在图中加上每次行动(图中每条边)的代价。(2分，每题1分)

(i) 是否可以将非负代价分配给图中的行动，从而使 UCS (树搜索) 返回的目标状态发生变化？ ☒ 可以 ☐ 不可以

(ii) 是否可以将可能为负的代价分配给图中的行动，使得 UCS (树搜索) 永远找不到目标状态？ ☐ 可以 ☒ 不可以

## Q2. 搜索: A\* 搜索 (共 6 分)

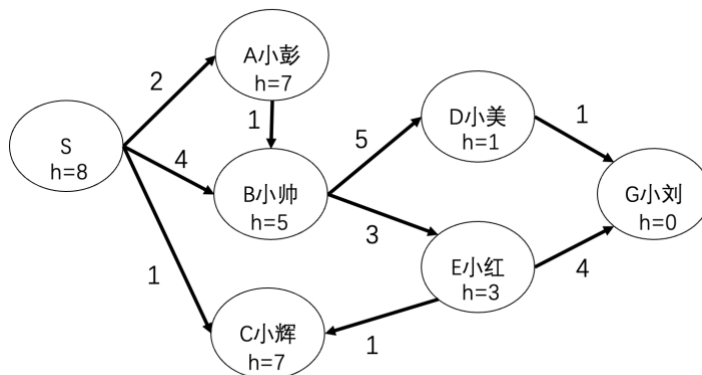
(a) 考虑一个搜索问题，其中对于每个行动，代价至少为  $\epsilon$ ,  $\epsilon > 0$ 。令  $h_1(s)$  是一个可采纳的 A\* 启发式。令  $h_2(s) = 4h_1(s)$ 。判断以下语句的正确性：(2分，每空1分)

(i) A\* 树搜索用  $h_2$  找到的解的代价保证最多是最优路径的代价的四倍。 ☒ 正确 ☐ 错误

(ii) A\* 图搜索用  $h_2$  找到的解保证是最优解。 ☐ 正确 ☒ 错误

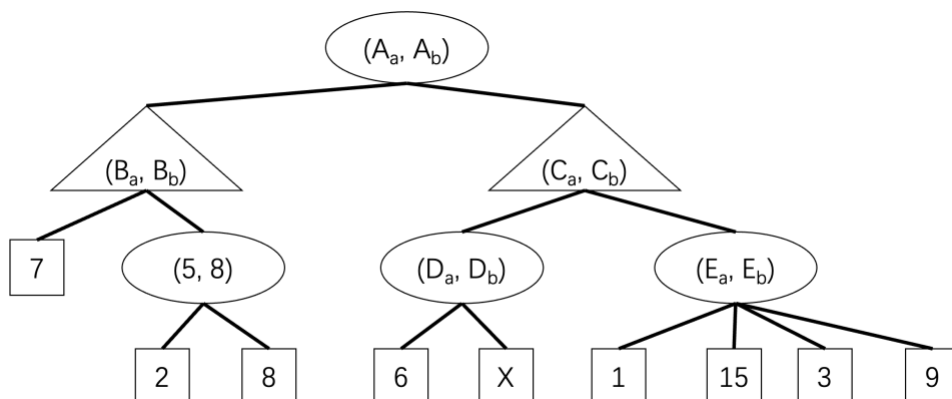
(b) 考虑下图的搜索问题，起点为S，终点为G小刘。下图的启发式值是不正确的，请通过更改其中一个状态 (S、A、B、C、D、E 或 G) 的启发式值以使所有启发式值都可采纳且一致，该状态的启发式值可以改为多少？(4分，每空2分)

应更改启发式值的一个状态 (字母即可): B 或 A; 该状态的启发式值可以改为: 6。



### Q3. 博弈 (共 17 分)

Alice正在和Bob玩一个两人游戏，他们交替移动。 Alice是maximizer。 尽管 Bob 也是一个maximizer，但 Alice 假设 Bob 以概率 0.5 作为minimizer，另以概率 0.5 作为maximizer。 Bob 知道 Alice 的假设。 在下面的博弈树中，方形节点是结果，正三角形节点是Alice的动作轮次，椭圆形节点是Bob的动作轮次。 Alice/Bob 的每个节点都包含一个元组，左边的值是 Alice 对结果的期望，右边的值是 Bob 对结果的期望。 当出现同等优先级的情况时，我们选择左边的节点分支。



(a) 在下面的空白处，填写上述博弈树中元组  $(B_a, B_b)$  和  $(E_a, E_b)$  的值。(4分，每空1分)

$(B_a, B_b) = (\underline{7}, \underline{7})$

$(E_a, E_b) = (\underline{8}, \underline{15})$

(b) 在这一小问中，我们将确定元组  $(D_a, D_b)$  的值。(2分，每空1分)

(i)  $D_a = \textcircled{\phantom{x}} 6 \quad \textcircled{\phantom{x}} X \quad \textcircled{\phantom{x}} 6+X \quad \textcircled{3+0.5X} \quad \textcircled{\phantom{x}} \min(6, X) \quad \textcircled{\phantom{x}} \max(6, X)$

(ii)  $D_b = \textcircled{\phantom{x}} 6 \quad \textcircled{\phantom{x}} X \quad \textcircled{\phantom{x}} 6+X \quad \textcircled{\phantom{x}} 3+0.5X \quad \textcircled{\phantom{x}} \min(6, X) \quad \textcircled{\phantom{x}} \max(6, X)$

(c) 在下面填写元组  $(C_a, C_b)$  的值。 对于第一小小问中  $X$  的边界，你可以写成标量数值、 $\infty$  或  $-\infty$ 。对于第二小小问，你可以写标量数值或带有  $X$  的表达式。(6分，每空1分)

1. If  $-\infty < X < \underline{10}$ ,  $(C_a, C_b) = (\underline{8}, \underline{15})$

2. Else,  $(C_a, C_b) = (\underline{3+0.5X}, \max(\underline{6}, \underline{X}))$

它是一个三角形节点，所以它的元组与其具有最大左值的子节点相同。 它的子节点:  $(3+0.5X, \max(6, X))$

和 (8, 15)。因此, 如果  $3+0.5X < 8$ , 即  $-\infty < X < 10$ , 则选子节点 (8, 15) 相同, 否则为  $(3+0.5X, \max(6, X))$ 。

(d) 在下面填写元组  $(A_a, A_b)$  的值。对于第一小小问中  $X$  的边界, 你可以写成标量数值、 $\infty$  或  $-\infty$ 。  
对于第二小小问, 你可以写标量数值或带有  $X$  的表达式。(5分, 每空1分)

1. If  $-\infty < X < 10$ ,  $(A_a, A_b) = (7.5, 15)$
2. Else,  $(A_a, A_b) = (5+0.25X, X)$

它是一个圆形节点, 所以  $\text{left} = 0.5(\max(\text{children.left}) + \min(\text{children.left}))$ ,  $\text{right} = \max(\text{children.right})$ 。  
它的子节点: (7,7) 和节点 “Part (c)”。

- 如果  $-\infty < X < 10$ , 则子结点是 (7,7) 和 (8, 15)。
  - $\text{left} = 0.5(\max(\text{children.left}) + \min(\text{children.left})) = 0.5(7+8) = 7.5$
  - $\text{right} = \max(\text{children.right}) = \max(7, 15) = 15$ 。
- 否则 ( $10 \leq X < +\infty$ ), 子结点是 (7,7) 和  $(3+0.5X, \max(6, X))$ 。
  - $\text{left} = 0.5(\max(\text{children.left}) + \min(\text{children.left})) = 0.5(7+3+0.5X) = 5 + 0.25X$
  - $\text{right} = \max(\text{children.right}) = \max(7, \max(6, X)) = X$

#### Q4. 约束满足问题 (共 6 分)

对于以下这些问题, 除非另有说明, 否则假设只有二元约束 (6 分, 每问 2 分)。

- (i) 在利用回溯搜索求解CSP时, 采用最小剩余值启发式 (MRV) 可以帮助减少搜索空间。  
☒ 正确    ☐ 错误
- (ii) 如果一个约束满足问题有解, 则它的解总是唯一的。  
☐ 正确    ☒ 错误
- (iii) 在运行弧相容和应用 MRV 和 LCV 启发式算法的情况下, 通用 CSP 中回溯搜索算法可能需要回溯的最大次数是多少?  
☐ 0    ☐  $O(1)$     ☐  $O(n^2d^3)$     ☐  $O(nd^2)$     ☒  $O(d^n)$     ☐  $\infty$

$O(d^n)$ . The MRV and LCV heuristics are often helpful to guide the search, but are not guaranteed to reduce backtracking in the worst case.

CSP搜索算法的复杂性在最坏情况下是 $O(d^n)$ 。MRV和LCV启发式策略经常有助于指导搜索, 但不能保证减少回溯。

复杂性为 $O(n^2d^3)$ 。有多达 $n^2$ 个约束条件。每个约束进行弧一致性检查时需要 $d^2$ 次比较, 每个约束可以插入到队列中多达 $d$ 次, 因为每个变量最多有 $d$ 个值需要被删除。

#### Q5. 逻辑 (共 18 分)

(a) 判断并证明以下每个断言的真伪 (4 分, 每问 2 分):

- (i) 如果  $\alpha \models \gamma$  或  $\beta \models \gamma$  (或两者都满足) 那么  $(\alpha \wedge \beta) \models \gamma$   
True. 列真值表可证(需看真值表是否正确)  
判断1分, 证明1分

(ii) 如果 $(\alpha \wedge \beta) \models \gamma$  那么  $\alpha \models \gamma$  或  $\beta \models \gamma$  (或两者都满足)。

有歧义，不扣分

False. 举反例可证，如  $\alpha \equiv A, \beta \equiv B, \gamma \equiv (A \wedge B)$  其它证明方法有理也可  
判断1分，证明1分

- (b) 假设agent生活在一个有两个状态 $S$ 和 $\neg S$ 的世界中，并且可以执行两个动作 $a$ 和 $b$ 中的一个。动作 $a$ 什么都不做，动作 $b$ 从一种状态翻转到另一种状态。设 $S^t$ 是agent在时间 $t$ 处于状态 $S$ 的命题， $a^t$ 是agent在时间 $t$ 执行动作 $a$ 的命题 ( $b^t$ 有类似的定义)。

没写对答案(比如第二问)但有合理过程，适当给分，标准一致即可。

- (i) 写出  $S^{t+1}$ 的后继状态公理命题语句(即等价于  $t$  时刻的什么命题语句) (2 分)。

$$S^{t+1} \Leftrightarrow [(S^t \wedge a^t) \vee (\neg S^t \wedge b^t)]$$

- (ii) 把前面部分的命题语句转换成合取范式 (CNF) (2 分) 4

如果不是完全一样的这些语句，验证后合理也应给分

因为agent只能做出一个动作，可知 $b^t \equiv \neg a^t$ ，因此将所有的 $b^t$ 进行替换，从而得到了四个分句：

Because the agent can do exactly one action, we know that  $b^t \equiv \neg a^t$  so we replace  $b^t$  throughout. We obtain four clauses:

1:  $(\neg S^{t+1} \vee S^t \vee \neg a^t)$

2:  $(\neg S^{t+1} \vee \neg S^t \vee a^t)$

3:  $(S^{t+1} \vee \neg S^t \vee \neg a^t)$

4:  $(S^{t+1} \vee S^t \vee a^t)$

(c) 考虑以下符号：

- $Occupation(p, o)$ ：谓词。某个人  $p$  有职业  $o$ 。
- $Customer(p1, p2)$ ：谓词。某个人  $p1$  是另一个人  $p2$  的客户。
- $Boss(p1, p2)$ ：谓词。某人  $p1$  是另一人  $p2$  的老板。
- $Teacher$  (教师),  $Doctor$  (医生),  $Programmer$  (程序员),  $Actor$  (演员)：表示职业的常量。
- $Alice, Joe$ ：表示人的常量。
- $p, q$ ：表示人的变量；  $o$ ：表示职业的变量

使用这些符号写出以下断言的一阶逻辑语句（每小问2分）：

(i) Alice 是一名教师且是一名医生。

$Occupation(Alice, Teacher) \wedge Occupation(Alice, Doctor)$

(ii) Joe有一份工作且这份工作一定不是演员。

$\forall o o \neq Actor \wedge Occupation(Joe, o)$

(iii) 存在一部分医生是教师。

$\exists p Occupation(p, Doctor) \wedge Occupation(p, Teacher)$

(iv) Alice 的老板是程序员。

$\exists p Boss(p, Alice) \wedge Occupation(p, Programmer)$

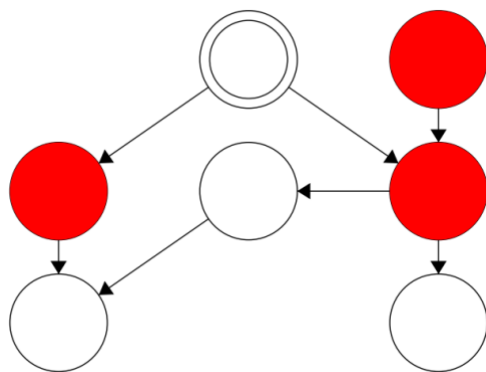
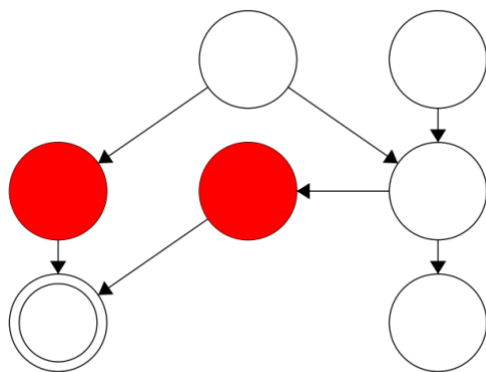
(v) 存在一个程序员，他的客户都不可能是演员。

$\exists p Occupation(p, Programmer) \wedge \forall q Customer(q, p) \Rightarrow \forall o o \neq Actor \wedge Occupation(q, o)$

如果不是完全一样的这些语句，验证后合理也应给分

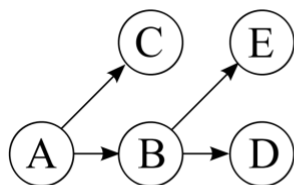
## Q6. 贝叶斯网络（共 21 分）

(a) 在以下每个贝叶斯网络中，给双圆圈变量（查询变量）的马尔可夫覆盖涂上阴影。(4分，每个2分)



只有全部画对才给分

(b) 使用下面的贝叶斯网络，计算以下概率，请算出最后的结果（可保留计算过程）（3分，每小题1分）



	$P(A)$
$+a$	0.25
$-a$	0.75

$P(B A)$	$+b$	$-b$
$+a$	0.5	0.5
$-a$	0.25	0.75

$P(C A)$	$+c$	$-c$
$+a$	0.2	0.8
$-a$	0.6	0.4

$P(D B)$	$+d$	$-d$
$+b$	0.6	0.4
$-b$	0.8	0.2

$P(E B)$	$+e$	$-e$
$+b$	0.25	0.75
$-b$	0.1	0.9

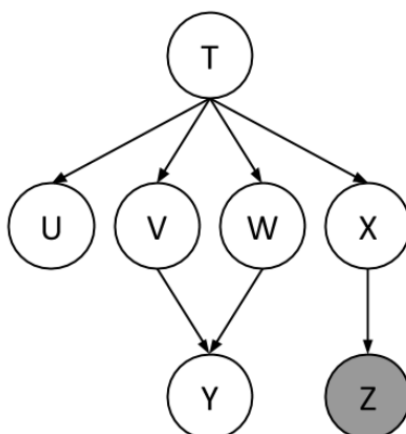
(i)  $P(+b | +a) = 0.5$

(ii)  $P(+a, +b, -c, -d, +e) = 0.25 * 0.8 * 0.5 * 0.4 * 0.25 = 0.01$

(iii)  $P(+a | -c) = (0.25 * 0.8) / (0.25 * 0.8 + 0.75 * 0.4) = 0.4$

结果正确即可满分，结果不正确，但有合理过程，也适当给分。

(c) 现在我们将考虑以下的贝叶斯网络。



我们想要计算  $P(Y | +z)$ 。所有变量的定义域大小都为2（即true or false）。我们运行变量消元算法，使用以下变量消除顺序： $X, T, U, V, W$ 。

插入证据后，我们从以下的因子开始：

$$P(T), P(U|T), P(V|T), P(W|T), P(X|T), P(Y|V, W), P(+z|X)$$

(1)（此小问不用做）当消除  $X$  时，我们生成一个新的因子  $f_1$  的过程如下所示：

$$f_1(+z|T) = \sum_x P(x|T)P(+z|x)$$

这给我们留下了以下因子：

$$P(T), P(U|T), P(V|T), P(W|T), P(Y|V, W), f_1(+z|T)$$

注：对（2）-（5），如果每小问写了合理内容，但没写对，每小问只扣1分，如果完全不写内容，每小问扣2分。

（2）(2分)当消除  $T$  时，我们生成一个新的因子  $f_2$  的过程为：

$$f_2(U, V, W, +z) = \sum_t P(t)P(U|t)P(V|t)P(W|t)f_1(+z|t)$$

这给我们留下的因子有：

$$P(Y|V, W), f_2(U, V, W, +z)$$

（3）(2分)当消除  $U$  时，我们生成一个新的因子  $f_3$  的过程为：

$$f_3(V, W, +z) = \sum_u f_2(u, V, W, +z)$$

这给我们留下的因子有：

$$P(Y|V, W), f_3(V, W, +z)$$

（4）(2分)当消除  $V$  时，我们生成一个新的因子  $f_4$  的过程为：

$$f_4(W, Y, +z) = \sum_v f_3(v, W, +z)P(Y|v, W)$$

这给我们留下的因子有：

$$f_4(W, Y, +z)$$

（5）(2分)当消除  $W$  时，我们生成一个新的因子  $f_5$  的过程为：

$$f_5(Y, +z) = \sum_w f_4(w, Y, +z)$$

这给我们留下的因子有：

$$f_5(Y, +z)$$

（6）(2分)从上面剩下的因子中如何求得 $P(Y | +z)$ ? **写错扣1分，不写扣2分**

$$P(y | +z) = \frac{f_5(y, +z)}{\sum_{y'} f_5(y', +z)}$$

（7）在上述过程中产生的最大因子是：\_\_\_\_\_（1分）

它的大小是（即它的概率表的条目数量）：\_\_\_\_\_（1分）

$f_2(U, V, W, +z)$ . 这个因子包含三个非条件变量，因此它会有 $2^3 = 8$ 个条目（ $U, V, W$ 的定



义域大小为2，我们只需存储这些变量每种可能的情况下所对应的+z的条目)。

(8) 是否存在更好的变量消除顺序(产生较小的最大因子)? 如有, 请给出一个顺序例子。

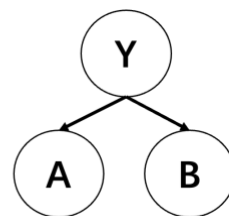
如无, 请写无, 无需说明理由。(2分) 写了Yes但没给例子, 扣1分

Yes, 如以下顺序: X, U, T, V, W。所有由此顺序产生的因子中至多包含两个非条件变量, 因此概率表将至多含有 $2^2 = 4$ 个条目(因为所有变量的定义域都是2)。

## Q7. 朴素贝叶斯 (共 10 分)

在这个问题中, 我们将训练一个朴素贝叶斯分类器来预测类标签  $Y$ , 它作为输入特征  $A$  和  $B$  的函数。 $Y$ 、 $A$  和  $B$  都是二元变量, 值域为 0 和 1。我们得到 10 个训练点, 从中我们将估计我们的分布。

A	1	1	1	0	0	1	0	1	1	1
B	1	0	0	1	1	1	1	0	1	1
Y	1	1	0	1	0	1	1	1	0	0



1. 表  $P(Y)$ 、 $P(A|Y)$  和  $P(B|Y)$  的最大似然估计是多少? (5 分, 每空 0.5 分)

Y	$P(Y)$
0	2/5
1	3/5

A	Y	$P(A Y)$
0	0	1/4
1	0	3/4
0	1	1/3
1	1	2/3

B	Y	$P(B Y)$
0	0	1/4
1	0	3/4
0	1	1/3
1	1	2/3

2. 考虑一个新的数据点 ( $A = 1, B = 1$ )。这个分类器会给这个样本分配什么  $Y$  标签? (3 分)

$$P(Y=0, A=1, B=1)=P(Y=0)P(A=1|Y=0)P(B=1|Y=0)=(2/5)(3/4)(3/4)=9/40$$

$$P(Y=1, A=1, B=1)=P(Y=1)P(A=1|Y=1)P(B=1|Y=1)=(3/5)(2/3)(2/3)=4/15$$

会分为  $Y=1$  类。

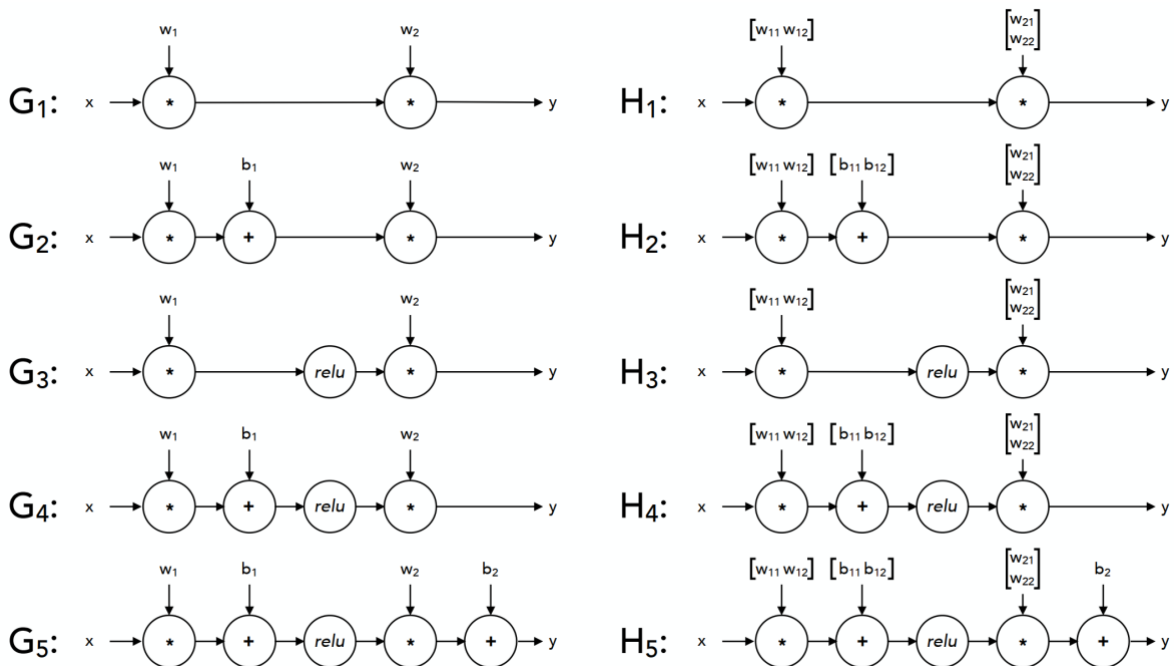
结果正确即可满分, 结果不正确, 但有合理过程, 也适当给分。

3. 让我们使用拉普拉斯平滑来平滑我们的分布。给定强度  $\alpha = 2$  的拉普拉斯平滑, 计算  $P(A|Y)$  的新分布。(2 分, 每空 0.5 分)

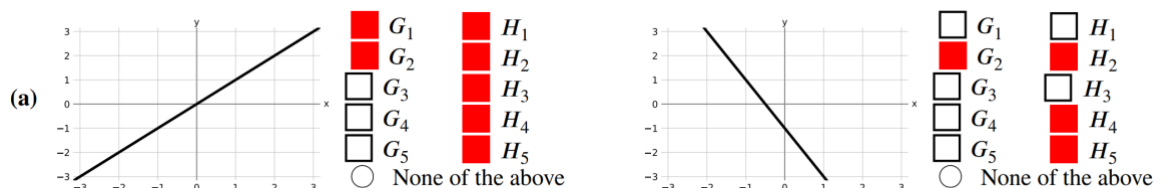
A	Y	P(A Y)
0	0	
1	0	
0	1	
1	1	

3/8、5/8、2/5、3/5

Q8. 神经网络表示 (共 12 分)



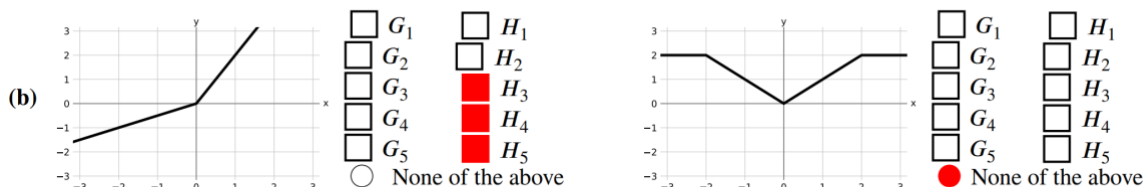
对于下面的每个分段线性函数(piece-wise linear function), 标记上面列表中可以精确表示范围  $x \in (-\infty, +\infty)$  上的函数的所有网络 (多选题, 每个图 2 分, 共 6 分)。 在上面的网络中,  $relu$  表示 ReLU 逐元素非线性(element-wise non-linearity)函数:  $relu(z) = \max(0, z)$ 。 网络  $G_i$  使用一维的层, 而网络  $H_i$  有一些二维中间层。注: 当你将 ReLU 按 element-wise 应用于向量、矩阵或任何高维张量时, 只需将 ReLU 函数单独应用于该张量的每个元素即可。例如, 如果你有一个向量  $v = [-1, 2, -3, 4]$ , 并且应用逐元素 ReLU, 则可以得到  $ReLU(v) = [0, 2, 0, 4]$ 。例如, 对于  $H_4$ , 可以理解为:  $y = w_{21}relu(w_{11}x + b_{11}) + w_{22}relu(w_{12}x + b_{12})$



The networks  $G_3, G_4, G_5$  include a ReLU nonlinearity on a scalar quantity, so it is impossible for their output to represent a non-horizontal straight line. On the other hand,  $H_3, H_4, H_5$  have a 2-dimensional hidden layer, which allows two ReLU elements facing in opposite directions to be added together to form a straight line. The second subpart requires a bias term because the line does not pass through the origin.

网络 $G_3$ 、 $G_4$ 、 $G_5$ 在一个标量上包含一个ReLU非线性函数，因此它们的输出不可能代表一个非水平直线。另一方面， $H_3$ 、 $H_4$ 、 $H_5$ 具有一个二维隐藏层，这允许两个ReLU函数相反方向相加，形成一条直线。第二张图需要一个偏置项，因为该直线不通过原点。

例如第一张图  $y = \text{relu}(x) - \text{relu}(-x)$ 、第二张图  $y = 2\text{relu}\left(-x - \frac{1}{2}\right) - 2\text{relu}\left(x + \frac{1}{2}\right)$ 。



These functions include multiple non-horizontal linear regions, so they cannot be represented by any of the networks  $G_i$  which apply ReLU no more than once to a scalar quantity.

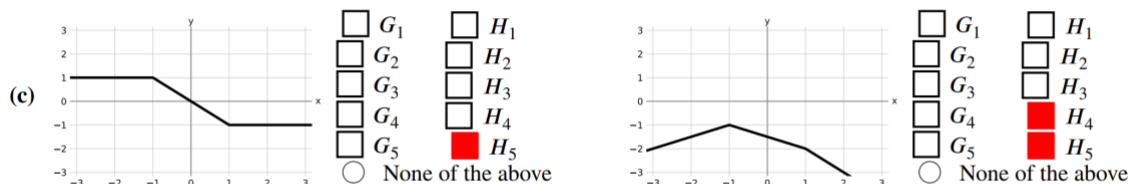
The first subpart can be represented by any of the networks with 2-dimensional ReLU nodes. The point of nonlinearity occurs at the origin, so nonzero bias terms are not required.

这些函数包括多个非水平的线性区域，因此不能通过任何网络 $G_i$ 来表示，这些网络对标量最多只应用一次ReLU函数。

第一张图可以由任何具有二维ReLU节点的网络来表示。非线性点出现在原点，因此不需要非零的偏置项，例如 $y = \text{relu}(2x) - \text{relu}\left(-\frac{1}{2}x\right)$ 。

第二张图在3个点处斜率发生变化，但是网络 $H_i$ 只有一个二维ReLU节点。对一个元素应用ReLU的每一次，只能引入一次对单一x值的斜率变化。

The second subpart has 3 points where the slope changes, but the networks  $H_i$  only have a single 2-dimensional ReLU node. Each application of ReLU to one element can only introduce a change of slope for a single value of  $x$ .



Both functions have two points where the slope changes, so none of the networks  $G_i$ ;  $H_1$ ,  $H_2$  can represent them.

An output bias term is required for the first subpart because one of the flat regions must be generated by the flat part of a ReLU function, but neither one of them is at  $y = 0$ .

The second subpart doesn't require a bias term at the output: it can be represented as  $-\text{relu}\left(\frac{-x+1}{2}\right) - \text{relu}(x + 1)$ . Note how if the segment at  $x > 2$  were to be extended to cross the  $x$  axis, it would cross exactly at  $x = -1$ , the location of the other slope change. A similar statement is true for the segment at  $x < -1$ .

两个函数都有两个斜率变化的点，所以网络 $G_i$ 、 $H_1$ 、 $H_2$ 均不能表示它们。

第一张图需要一个输出偏置项，因为一块平坦区域必须由ReLU函数的平坦部分生成，但它们两者都不在 $y=0$ 处。例如 $y = \text{relu}(x - 1) - \text{relu}(x + 1) + 1$ 。

第二张图不需要输出偏置项，它可以表达为 $y = -\text{relu}\left(\frac{-x+1}{2}\right) - \text{relu}(x + 1)$ 。如果 $x > 2$ 的部分被延长以交叉x轴，它会精确地在 $x = -1$ 处交叉，也就是另外一个斜率变化的位置。对于 $x < -1$ 的部分也是类似的情况。