

珠海校区 2013 学年度第二学期 13 级《高等数学一》期末考试题 A

学院/专业\_\_\_\_\_学号\_\_\_\_\_姓名\_\_\_\_\_评分\_\_\_\_\_

阅卷教师签名: \_\_\_\_\_



《中山大学授予学士学位工作细则》第六条：“考试作弊不授予学士学位。”

一， 求如下极限（每小题 6 分，共 12 分）

1,  $\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{1}{\ln x} - \frac{1}{x-1} \right)$

2,  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1 + \tan x}{1 + \sin x} \right)^{\frac{1}{x^3}}$

二，求如下积分（每小题 7 分，共 28 分）

1,  $\int \frac{2x^2+1}{x^2(1+x^2)} dx$

2,  $\int \frac{dx}{1+\sqrt[3]{x+2}}$

3,  $\int_0^4 e^{\sqrt{x}} dx$

4,  $\int_1^e \frac{dx}{x(2+\ln^2 x)}$

三, (每小题 5 分, 共 10 分)

1, 已知点  $A(2, 2, 2), B(4, 4, 2), C(4, 2, 4)$ , 求向量  $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$  的夹角。

2, 求经过直线  $L_1: \begin{cases} x+y=0, \\ x-y-z-2=0, \end{cases}$  且平行于直线

$L_2: x=y=z$  的平面的方程。

四, (6 分) 求函数  $f(x) = \int_0^{x^2} (2-t)e^{-t} dt$  的极值。

五, (11 分) 设函数  $f(x) = \frac{x^3}{(x-1)^2}$ , (1) 求函数  $f(x)$  的单调区间与极值点; (2) 求函数  $f(x)$  的凸凹区间与拐点; (3) 求函数  $f(x)$  的渐近线。

六, 完成如下各题 (每小题 7 分, 共 21 分)

1, 求函数  $z(x, y) = \ln(1 + x^2 + y^2)$  在点  $P(1, 1)$  处的全微分。

2 若隐函数  $z = z(x, y)$  由方程  $\frac{x}{z} = \ln \frac{z}{y}$  确定, 求  $\frac{\partial z}{\partial x}$ ,  $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$ 。

3, 求函数  $u(x, y, z) = xyz$  在点  $P(1, 3, -3)$  沿空间曲线  $x = t^2$ ,  $y = 3t^2$ ,  $z = -3t^3$  的切线方向的方向导数。

七, (每小题 6 分, 共 12 分)

1, 求证:  $1+x\ln(x+\sqrt{1+x^2})\geq\sqrt{1+x^2}, \quad x\in R。$

2, 设函数  $f(x)$  在闭区间  $[a, b]$  上二阶可导, 且  $f(a)=f(b)=0, \quad f'(a+0)f'(b-0)>0$ , 求证: 在区间  $(a, b)$  中存在点  $\xi, \eta$ , 满足  $f(\xi)=0, \quad f''(\eta)=0$ 。