

20210710 高等数学一 (II) 期末考试试题回忆

这该死的，说好的降低难度呢呜呜

顾老师我爱你，小斌也是)

1. 试确定 $\alpha (\alpha > 0)$ 的范围，使得函数 $f(x, y) = \begin{cases} (x^2 + y^2)^\alpha \sin\left(\frac{1}{x^2 + y^2}\right) & x^2 + y^2 \neq 0 \\ 0 & x^2 + y^2 = 0 \end{cases}$

在 $(0, 0)$ 处可微.

2. 计算第二型曲线积分 $\oint_L (\sin y + xy^2) dy - (\cos x + x^2 y) dx$ ，其中 L 为闭曲线 $x^2 + y^2 = 4$ 的逆时针方向边界.

3. 设三角形的周长为 $2p$ ，求怎样的三角形绕其中一条边旋转的得到的旋转体的体积最大.

感谢广宇，梅开二度（可恶！以后必做课本全部课后习题） $///(\wedge v \wedge)\\$

习 题 6.9

4. 已知三角形的周长为 $2p$ ，问怎样的三角形绕自己的一边旋转一周所得的体积最大.

4. 求解微分方程 $y \ln y dx + (x - \ln y) dy = 0$.

5. 求解微分方程 $\frac{d^2 y}{dx^2} = \left(\frac{dy}{dx}\right)^3 + \frac{dy}{dx}$.

6. 求解二阶常微分方程 $y'' + y = e^x + \cos x$ 的通解.

7. 判断级数 $\frac{1}{\sqrt{2}-1} - \frac{1}{\sqrt{2}+1} + \frac{1}{\sqrt{3}-1} - \frac{1}{\sqrt{3}+1} + \frac{1}{\sqrt{4}-1} - \frac{1}{\sqrt{4}+1} + \dots$ 的敛散性.

8. 试讨论 $\alpha (\alpha > 0)$ 的取值，判断级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n} - \sin \frac{1}{n}\right)^\alpha$ 的敛散性.

9. 判断函数项级数 $\sum_{n=1}^{\infty} 2^n \sin \frac{x}{3^n}$ 在下列区间的一致收敛性.

(1) $[-M, M]$ 其中 M 为正的常数

(2) $[-\infty, \infty]$

10. 求幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n)!}{(n!)^2} x^{4n}$ 的收敛半径 R .

11. 求幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{4n+1}}{4n+1}$ 的和函数.

12. 将函数 $f(x) = \ln(\sqrt{x^2+1} - x)$ 在 $x=0$ 处的幂级数展开式.