

中山大学本科生期末考试

考试科目：《高等数学一》（A 卷）（珠海校区）

学年学期：2015 学年第 2 学期 姓 名：_____学 号：_____

学 院/系：数学与计算科学学院 学 院：_____年级专业：_____

考试方式：闭卷

考试时长：120 分钟 成绩评定：_____阅卷教师：_____

警示 《中山大学授予学士学位工作细则》第八条：“考试作弊者，不授予学士学位。”

一、求下列极限（共 2 小题，每小题 6 分，共 12 分）

1 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x}}{\sin x}$

2 $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^{\sin x}$

二、求下列积分（共 4 小题，每小题 7 分，共 28 分）

1 $\int \frac{1}{x(x-2)^2} dx$

2 $\int \frac{3x^3}{1-x^4} dx$

3 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x \cos^3 x dx$

4 $\int_{-1}^1 \frac{xdx}{\sqrt{5-4x}}$

三、向量代数和空间几何（共 2 小题，每小题 5 分，共 10 分）

1 求单位向量 \vec{n} ，使 $\vec{n} \perp \vec{a}$ 且 $\vec{n} \perp x$ 轴，其中 $\vec{a} = (3, 6, 8)$ 。

2 求过点 $(2, 0, -3)$ 且与直线 $\begin{cases} x - 2y + 4z - 7 = 0 \\ 3x + 5y - 2z + 1 = 0 \end{cases}$ 垂直的平面方程。

四、求最值（共 1 小题，每小题 6 分，共 6 分）

求函数 $y = x + \sqrt{1-x}$ 在 $[-5, 1]$ 上的最大值和最小值

五、(共 1 小题, 每小题 11 分, 共 11 分)

设函数 $f(x) = \frac{x^3}{(x-1)^2}$, (1) 求函数 $f(x)$ 的单调区间与极值点; (2)

求函数 $f(x)$ 的凸凹区间与拐点; (3) 求函数 $f(x)$ 的渐近线。

六、多元函数微分学 (共 3 小题, 每小题 7 分, 共 21 分)

1 求由方程 $f(x+2y+3z, x^2+y^2+z^2)=0$ 确定的函数 $z=z(x, y)$ 的偏导数和全微分

2 若 $z = \frac{x+y}{x-y}$, 求 $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$, $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ 。

3 求函数 $u(x, y, z) = xyz$ 点 $M_0(1, -1, 1)$ 处沿着从 M_0 到 $M_1(2, 3, 1)$ 的方向导数

七、证明题（共 2 小题，每小题 6 分，共 12 分）

1 证明：当 $x > 0$ 时， $\arctan x + \frac{1}{x} > \frac{\pi}{2}$

2 设函数 $F(x) = (x-1)^2 f(x)$ ，其中 $f(x)$ 在区间 $[1, 2]$ 上二阶可导且有 $f(2) = 0$ ，证明存在 $\xi (1 < \xi < 2)$ 使得 $F''(\xi) = 0$ 。