珠海校区 2012 学年度第一学期 12 级《高等数学一》期末考试题 A

学院/专业_______________学号_____________姓名____________评分_______

阅卷教师签名：________________

警 示

《中山大学授予学士学位工作细则》第六条："考试作弊不授予学士学位。"

一， 完成如下各题（每小题 7 分，共 21 分）

1，设函数 $y=\ln\sqrt{\frac{1+\sin x}{1-\sin x}}$， 求 $\frac{dy}{dx}$ 。

2，求函数 $z(x,y)=\arctan\frac{y}{x}$ 在点 $P(1,1)$ 处的全微分。

3，求函数 $u(x, y, z) = xy^2 z$ 在点 $P(1, -1, 2)$ 处方向导数增加最快的方向，并求沿该方向的方向导数。

二，　　求如下极限（每小题 6 分，共 12 分）

1，$\lim\limits_{x \to 0}\left(\dfrac{1}{x} - \dfrac{1}{e^x - 1}\right)$

2，$\lim\limits_{x \to 0}\left(\dfrac{\tan x}{x}\right)^{\frac{1}{x^2}}$

三，　　完成如下各题（每小题 7 分，共 28 分）

1，$\int \frac{dx}{x(1+x^2)}$

2，$\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} x\left(\sin x+\cos^6 x\right)dx$

3，$\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x\cos^3 x\,dx$

4，求由曲线 $y=\left|\ln x\right|$ 与直线 $x=e^{-1}$， $x=e$ 及 x 轴所围平面图形的面积。

四，（第 1 小题 4 分，第二小题 6 分，共 10 分）

1，$\left|\overrightarrow{a}\right|=1$，$\left|\overrightarrow{b}\right|=5$，$\vec{a}\cdot\vec{b}=-1$，求 $\left|\vec{a}\times\vec{b}\right|$ 。

2，求通过直线 l_1：$\begin{cases}2x+3y+3z=0\\ x+2z-4=0\end{cases}$ 且与直线 l_2：$\dfrac{x+1}{3}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-2}{-1}$ 平行的平面的方程。

五，（6 分）若隐函数 $z=z(x,y)$ 由方程 $x+y+z=xyz$ 确定，求 $\dfrac{\partial z}{\partial x}$，$\dfrac{\partial^2 z}{\partial x^2}$。

六，（11 分） 设函数 $f(x)=\dfrac{(x-3)^2}{4(x-1)}$，（1） 求函数 $f(x)$ 的单调区间与极值点；（2）求函数 $f(x)$ 的凸凹区间与拐点；（3） 求函数 $f(x)$ 的渐近线。

七，（每小题 6 分，共 12 分）

1，证明：当 $x>1$ 时成立不等式 $(1+x)\ln x > 2(x-1)$ 。

2，设函数 $f(x)$ 在区间 $[0,1]$ 上可导，令 $F(x)=x^2\int_x^1 f(t)dt$， $0\le x\le 1$，求证：在区间 $(0,1)$ 内至少存在一点 ξ 满足 $F''(\xi)=0$ 。