中山大学本科生期末考试

考试科目：《高等数学（一）》（A 卷）

学年学期：**2014** 学年第 **2** 学期　　　　姓　　名：________________

学　院/系：数计学院　　　　学　　号：________________

考试方式：闭卷　　　　学　　院：________________

考试时长：120 分钟　　　　年级专业：________________

警示 《中山大学授予学士学位工作细则》第八条："考试作弊者，不授予学士学位。"

------------以下为试题区域，共七道大题，总分 100 分，考生请在答题纸上作答------------

一、求如下极限（共 2 小题，每小题6分，共12分）

1，$\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{1}{\ln(1+x)}-\dfrac{1}{x}\right)$；

2，$\lim\limits_{x\to 0}(\cos x)^{\frac{1}{x^2}}$。

二、求如下积分（共 4 小题，每小题7分，共28分）

1，$\displaystyle\int\frac{x^2}{1+x}dx$；

2，$\displaystyle\int\frac{\arctan\sqrt{x}}{\sqrt{x}}dx$；

3，$\displaystyle\int_1^e x(\ln x)^2\,dx$ ；

4，$\displaystyle\int_{-2}^{2}\left|x^2-1\right|dx$。

三、（共 10 分）

已知平面 π：$y+2z-2=0$ 与直线 $L:\begin{cases}2x-y-2=0\\3y-2z+2=0\end{cases}$，

（1）问直线 L 和平面 π 是否平行？

（2）如直线 L 与平面 π 平行，则求直线 L 与平面 π 的距离，如不平行，则求直线 L 与平面 π 的交点。

（3）求经过直线 L 且与平面 π 垂直的平面方程。

四、（共6分）

求函数 $F(x)=\int_0^x t(t-1)dt$ 在区间 $[-1,2]$ 上的最大值和最小值。

五、（共11分）

设函数 $f(x)=\dfrac{x^3}{2(1+x)^2}$，（1） 求函数 $f(x)$ 的单调区间与极值点；（2） 求函数 $f(x)$ 的凸凹区间与拐点； （3） 求函数 $f(x)$ 的渐近线。

六、完成如下各题**（共 3 小题，每小题7分，共21分）**

1，求函数 $z(x,y)=e^{xy}\ln\left(x^2+y^2\right)$ 在点 $P(1,1)$ 处的全微分。

2，若隐函数 $z=z(x,y)$ 由方程 $z^3-3xyz=1$ 确定，求 $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x^2}$ 。

3，求函数 $u=xy^2+yz^3+3$ 在点 $A(2,-1,1)$ 处的梯度及其在点 A 处沿向量 $l=(1,2,2)$ 的方向导数.

七、完成如下各题**（共 2 小题，每小题6分，共12分）**

1，求证： $e^x - 1 > (1+x)\ln(1+x)$， $x > 0$ 。

2，设函数 $f(x)$ 在闭区间 $[0,\ 1]$连续，且 $\int_0^1 f(x)dx = 0$， 求证：存在点 $\xi \in (0,1)$，满足 $f(\xi) + f(1-\xi) = 0$ 。