Ludwig-Maximilians-Universität München

FORTGESCHRITTENENPRAKTIKUM II WINTERSEMESTER 22/23

Rheologie

Guido Osterwinter und Jan-Philipp Christ

München, den 14. Dezember 2022

Inhaltsverzeichnis

1	Ziel	Zielsetzung und Motivation										
2	2.1 2.2 2.3	Elasti Klass Visko	cher Hintergrund izität und Viskosität ifizierung von Flüssigkeiten anhand ihres Fließverhaltens elastizität ionsrheometer									
3	Vers	suchsd	urchführung									
	3.1	Wasse	er-Saccharose									
		3.1.1	Anmischen der Lösungen									
		3.1.2	Scherratenmessungen									
	3.2	Wasse	er-Guaran									
		3.2.1	Anmischen der Lösungen									
		3.2.2	Scherratenmessungen									
		3.2.3	Frequenzversuch									
4	Ergebnisse und Diskussion											
_			er-Saccharose									
		4.1.1	Scherratenmessungen									
		4.1.2	Fehlerbetrachtung									
	4.2	Wasse	er-Guaran									
		4.2.1	Fehlerabschätzung zum Anmischen der Lösungen									
		4.2.2	Scherratenmessungen									
		4.2.3	Fehlerbetrachtung Scherratenmessungen									
		4.2.4	Frequenzversuch									
		4.2.5	Fehlerbetrachtung Frequenzversuch									
5	Zus	ammei	nfassung									
A	_		le Plots									
	A.1		mmung der Konzentrationsabhängigkeit der Viskosität bei									
	4.0		arose									
	A.2		mmung der Überlappkonzentration für verschiedene Scherbei Guaran									
В	Pvt	hon-Sk	kripte zur Auswertung									
_	•		mmung des Potenzgesetzes für Saccharose									
			mmung des Potenzgesetzes für Guaran									
		Besti	mmung der Konzentrationsabhängigkeit der Viskosität bei									
	D 4											
	D. 4		mmung der Konzentrationabhängigkeit der Viskosität bei an									
		Gual	uii									

B.5	Frequenzversuch .															62)

1. Zielsetzung und Motivation

Die Rheologie befasst sich mit dem Fließen und der Verformung von Materie, also mit dem Verhalten von Flüssigkeiten und Feststoffen unter dem Einfluss äußerer Kräfte. Die Viskoelastizität ist ein Teilgebiet der Rheologie, das die mechanischen Eigenschaften von Materialien untersucht, die sich wie eine Kombination aus einer viskosen Flüssigkeit und einem elastischen Festkörper verhalten. Viskoelastische Materialien zeigen sowohl viskoses als auch elastisches Verhalten als Reaktion auf Scherung oder andere mechanische Belastungen und sind beispielsweise in medizinischen oder industriellen Anwendungen von Relevanz.

Konkret sollen im Rahmen des hier vorgestellten Versuchs die viskoelastischen Eigenschaften von wässrigen Saccharose-Lösungen (Zuckerwasser) und von wässrigen Guaran-Lösungen verschiedener Konzentrationen untersucht werden. Für die genanten Lösungen werden unter Verwendung eines Rotationsrheometers die Scherrate und der Scherstress in Abhängigkeit der Scherrate vermessen.

Zuletzt wird eine 0.5-prozentige Wasser-Guaran-Lösung einer oszillatorischen Scherverformung, wobei die Oszillationsfrequenz bei fester Amplitude variiert wird, ausgesetzt, um damit die Abhängigkeit der visko-elastischen Materialantwort von der Frequenz zu beleuchten.

2. Theoretischer Hintergrund

2.1. Elastizität und Viskosität

2.2. Klassifizierung von Flüssigkeiten anhand ihres Fließverhaltens

Fließgesetz nach Ostwald und de Waele -;[1]

2.3. Viskoelastizität

Zeigt ein Material sowohl elastisches und viskoses Verhalten, so kann dessen Antwort für hinreichend kleine Scherungen/ Deformationen/ Dehnungen als linear angenommen werden. Dies führt für rein elastische Materialien zum Modell des Hookschen Körpers und für rein viskose Flüssigkeiten zu dem Modell der newtonschen Flüssgkeiten, die als Netzwerk von kleinen, bei Auslenkung Energie dissipierenden, Kolben beschrieben werden können. Das Maxwell-Modell kombiniert diese beiden Modelle, indem Materialien sowohl viskosen als auch elastischen Eigenschaften als Netzwerke von in Serie geschalteten Federn und Kolben interpretiert werden.

Legt man an solche Körper eine oszillatorische Verformung

$$\gamma(t) = \operatorname{Re}\left(\gamma_0 e^{i\omega t}\right) \tag{1}$$

an, so teilt sich die Stressantwort des Materials nach dem Maxwell-Modell in einen Term proportional zur Scherung und in einen Term proportional zur Scherrate auf, sodass

$$\sigma(t) = \operatorname{Re}\left(G\gamma(t) + \eta\dot{\gamma}(t)\right) = \operatorname{Re}\left(G\gamma_0 + \gamma_0\eta \cdot i\omega e^{i\omega t}\right) =: \operatorname{Re}\left(\sigma_0 e^{i\omega t + \delta}\right)$$
(2)

$$= \frac{\sigma_0}{\gamma_0} \operatorname{Re} \left(\gamma(t) (\cos \delta + i \cdot \sin \delta) \right) =: \operatorname{Re} \left((G' + iG') \cdot \gamma(t) \right) =: \operatorname{Re} \left(G^* \cdot \gamma(t) \right)$$
(3)

gilt mit dem Verlustmodul $G'' = \eta \omega$ und dem Speichermodul G' = G. Die Phase von G^* definiert den Verlustfaktor tan $\delta = G''/G'$.

Das Verlust- und das Speichermodul sind beide i.A. abhängig von der Art der Verformung. Legt man beispielsweise eine oszillatorische Verschiebung variabler Frequenz mit fester Amplitude an, so ergibt sich für Polymere in Wasserlösung typischerweise das folgende viskoelastische Spektrum:

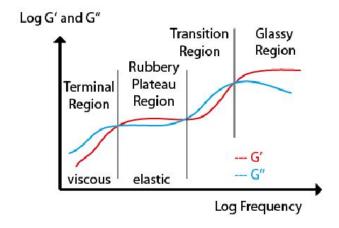


Abbildung 1 Viskoelastisches Spektrum einer Polymerlösung (aus [2])

Für kleine Frequenzen ist G'' > G'. In diesem Bereich hat der Stoff den Charakter einer viskoelastischen Flüssigkeit. Nachdem sich Speicher- und Verlustmodul gekreuzt haben, sind über einen gewissen Frequenzbereich (die Rubbery Plateau Region) die viskoelastischen Stofeigenschaften weitestgehend unabhängig von der Frequenz, und der Stoff verhält sich gelartig oder wie ein viskoelastischer Festkörper. In der sich daran anschließenden Übergangsregion dominieren die viskosen Eigenschaften des Körpers. Für höhere Frequenzen wird die Glassy Region erreicht, in der das Speichermodul plateauartig wird, wohingegen das Speichermodul abnimmt. Der Stoff verhält sich also zunehmend wie ein (elastischer) Festkörper.

2.4. Rotationsrheometer

Im Versuch wurde das Rotationsrheometer KINEXUS ultra+ von Malvern Panalytical verwendet. Die Probe wird zwischen zwei runden Metallplatten aufgetragen, von denen die obere drehbar gelagert ist und mit variabler Winkelgeschwindigkeit Ω rotieren kann.

Der Plattenabstand ist variabel, wird bei den Messungen hier fest auf d=1 mm gesetzt. Bei einer viskosen Probe wird durch das Rotieren eine Stressantwort $\sigma \propto \eta$ resultieren, welche proportional zum Drehmoment M ist, welches auf die obere Platte wirkt. Dieses Drehmoment wird mit einer Auflösung von 0.05 nNm gemessen (vgl. [3]), was bei Kenntnis der Normalkraft, die auf die Platte wirkt, und einiger geometrieabhängiger Kenngrößen das Berechnen der Stressantwort und damit der Viskosität zulässt.

Wegen $\eta \propto M$ ist $\frac{\Delta \eta}{\eta} = \frac{\Delta M}{M}$ und damit der relative Fehler bei der Viskositätsbestimmung für weniger viskose Flüssigkeiten größer.

3. Versuchsdurchführung

- 3.1. Wasser-Saccharose
- 3.1.1. Anmischen der Lösungen
- 3.1.2. Scherratenmessungen
- 3.2. Wasser-Guaran

3.2.1. Anmischen der Lösungen

Prinzipiell gleicht das Vorgehen beim Anmischen und Auftragen der Lösungen auf das Rheometer dem in Abschnitt 3.1.1. Da Guaran bei Wasserkontakt schnell eine viskose Flüssigkeit bildet, die nur mit großen Schwierigkeiten pipettiert werden kann, wurde die jeweilige Probe unmittelbar vor Messbeginn mit Wasser versetzt. Dabei war auf ein möglichst schnelles Vermischen von Guaran und Wasser zu achten, da Guaran die Tendenz hat, bei Wasserkontakt Klumpen auszubilden, die ein vollständiges Durchmischen der gesamten Pulversubstanz erheblich erschweren. Eine solche Klumpenbildung war bei der 1% igen-Lösung zu beobachten. Durch mehrfaches Pipettieren konnten die Klumpen so weit aufgelöst werden, dass keine mehr mit bloßem Auge zu erkennen waren. Im Prozess bildeten sich in der Flüssigkeit jedoch kleine Luftblasen, die nicht vollständig von der Flüssigkeit getrennt werden konnten. Auf deren Einfluss auf die Messergebnisse wird in Abschnitt 4.2.3 eingegangen.

Eine weitere Schwierigkeit beim Anmischen der Lösungen ist, dass gerade bei höheren Konzentrationen ein nicht unerheblicher Anteil der Substanz wegen der hohen Viskosität nach dem Einziehen in der Pipette verbleibt. In besonderem Maße wurde deshalb beim Loaden des Samples darauf geachtet, dass eine ausreichende Abdeckung des Messstempels am Rheometer erzielt wurde, um Underfilling zu vermeiden. So musste beispielsweise für die 2.3%ige Lösung nachträglich noch Flüssigkeit hinzugefügt werden, da anfangs nicht das gesamte Volumen unter der Geometry-Platte von Flüssigkeit ausgefüllt wurde. Auf diese Weise wurde ein Zustand erreicht, bei dem die Flüssigkeit sich so aus dem Spalt herauskrümmte, dass der Krümmungsradius unterhalb der Geometry lag.

3.2.2. Scherratenmessungen

Die sich anschließende Messung wurde nach Vornehmen der entsprechenden Einstellungen unter Toolkit_V001 Shear Rate Table mit $\dot{\gamma} \in [1,100] \mathrm{s}^{-1}$, $T = 25^{\circ} C$, 5 Messpunkten pro Dekade und dem Parameter Tskip nach 1 min vom Rheometer automatisiert durchgeführt, woraufhin die Messwerte als Tabelle exportiert werden konnten.

Es wurden Konzentrationen $c \in [0, 0.25, 0.5, 1.0, 1.4, 2.0, 2.3]\%$ untersucht, wobei die Messwerte für die reine Wasserlösung mit c = 0.0% aus der vorangegangenen Saccharose-Messreihe übernomen werden konnten.

3.2.3. Frequenzversuch

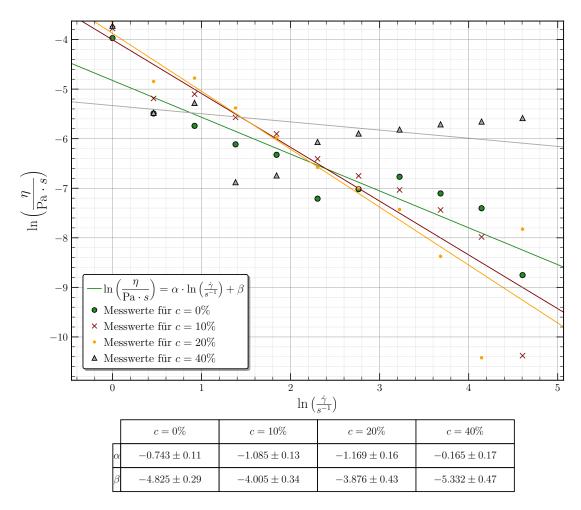
In diesem Versuchsteil sollte eine 0.5%ige Guaran-Lösung einer oszillatorischen Scherverformung ausgesetzt worden. Es wurde dieselbe Probe, mit der auch die entsprechende Messung in Abschnitt 3.2.1 durchgeführt wurde, verwendet. Der eigentliche Messprozess lief automatisiert nach Aufrufen des entsprechenden Programms Toolkit_O002 Frequency Table in der Rheometer-Software und dem Einstellen des Messbereichs von $0.01-200~{\rm Hz}$, der Soll-Temperatur $T=25^{\circ}C$ und der Anzahl (5) von Messpunkten pro Dekade. Tskip wurde auf 1 min gesetzt, die Stärke der Scherverformung betrug 0.5%.

Aufgezeichnet wurden das Speichermodul G' und das Verlustmodul G'' als Funktion der Oszillationsfrequenz bei konstanter Amplitude der Scherverformung.

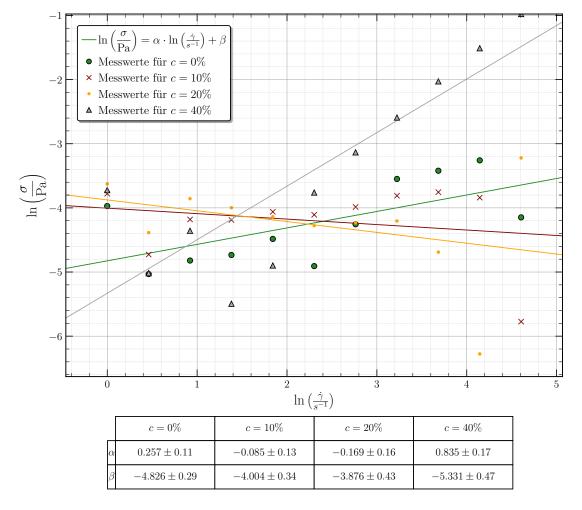
4. Ergebnisse und Diskussion

4.1. Wasser-Saccharose

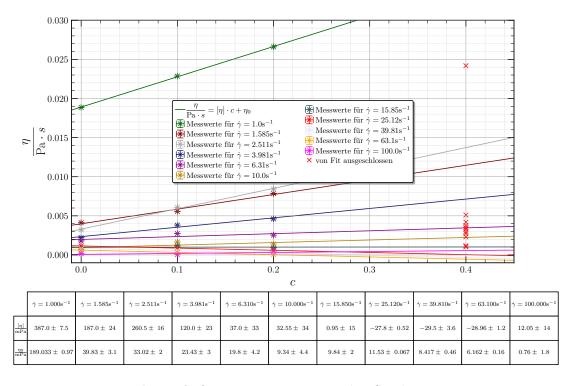
4.1.1. Scherratenmessungen



Plot 1 Auftragung von η gegen $\dot{\gamma}$ bei Saccharose



Plot 2 Auftragung von σ gegen $\dot{\gamma}$ bei Saccharose



Plot 3 Auftragung von η gegen c bei Saccharose

4.1.2. Fehlerbetrachtung



Abbildung 2 Zur korrekten Platzierung des Samples (aus [2])

4.2. Wasser-Guaran

4.2.1. Fehlerabschätzung zum Anmischen der Lösungen

Es ist interessant abzuschätzen, ob mit den verwendeten Wasser- und Saccharosemengen tatsächlich die gewünschten Konzentrationen erreicht werden konnten, da einige Vereinfachungen angenommen wurden: So wurde beim Abmessen der Wassermenge, die notwendig ist, um gegeben einer festen zu lösenden Stoffmenge eine bestimmte Konzentration zu erreichen, die Dichte von Wasser auf $\rho_W = 1 \frac{g}{ml}$ gesetzt. Dies gilt bei Raumtemperatur und Normaldruck nicht exakt. Mittels [4] kann die Dichte bei Raumtemperatur $T = 25^{\circ}$ C und Normaldruck auf etwa $\rho = (0.99705 \pm 0.0015) \frac{g}{ml}$. Die Unsicherheit kommt dadurch, dass das Wasser erstens wahrscheinlich eine geringere Temperatur als

die Luft im Labor hatte, da das Wasser auch über gewisse Zeiten hinweg im deutlich kälteren Versuchsraum mit dem Rheometer stand, und zweitens der Luftdruck nicht genau bekannt ist.

Ferner wurden die Messunsicherheiten der verwendeten Präzisionswaage und Pipette vernachlässigt. Die Unsicherheit in Messungen der Waage werden auf $\Delta m = 0.0002$ und die Unsicherheit bei Messungen mit der Pipette auf $\Delta V = 2\mu$ l geschätzt. Damit lassen sich die folgenden Werte für die relativen Unsicherheiten in den Stoffkonzentrationen gewinnen: Man erkennt also, dass die relativen Fehler in der Konzentration sehr

c[%]-Soll	$V_{ m H_2O}[\mu m l]$	m[g]	$c = \frac{m}{\rho \cdot V + m} [\%]$	$\Delta c [\%]$	$\frac{\Delta c}{c}$ [%]
0.25	1189	0.00298	0.2507	0.00017	0.0670
0.5	1465	0.00736	0.5013	0.00014	0.0271
1	1096	0.01107	1.0029	0.00018	0.0180
1.4	1158	0.01644	1.4039	0.00017	0.0122
2	963	0.01964	2.0045	0.00021	0.0103
2.3	1078	0.02537	2.3060	0.00019	0.0080

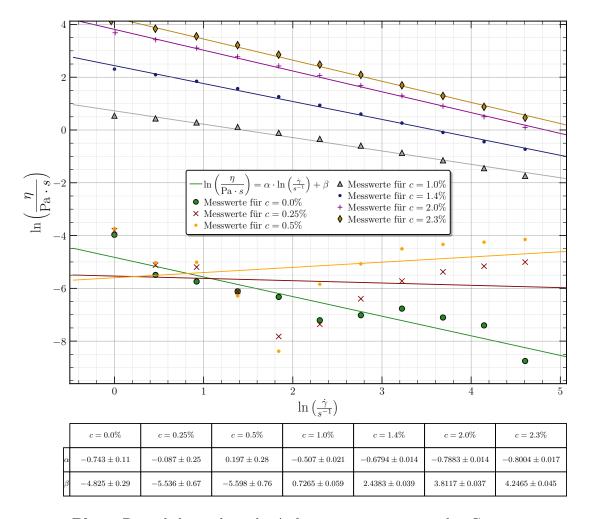
klein werden für größere Konzentrationen. Insbesondere werden sie noch geringer für die nochmals deutlich höheren untersuchten Konzentration von Saccharose in Wasser:

c[%]-Soll	$V_{ m H_2O}[\mu m l]$	m[g]	$c = \frac{m}{\rho \cdot V + m} [\%]$	$\Delta c [\%]$	$\frac{\Delta c}{c}$ [%]
10	1233	0.13736	10.0503	0.00024	0.0024
20	857	0.21426	20.0481	0.00047	0.0023
40	518	0.34569	40.0957	0.00100	0.0025

Die Konzentrationen hatten also im Rahmen der (sehr geringen) Messunsicherheit die Soll-Konzentration der jeweiligen Stoffe, sodass eine zu große oder zu kleine untersuchte Konzentration wegen ungenau abgemessener Massen oder Volumina keine relevante Fehlerquelle ist.

4.2.2. Scherratenmessungen

Trägt man die für die verschiedenen Konzentrationen und Scherraten aufgenommenen Messwerte gegeneinander auf, so können die Werte $(\eta_i, \dot{\gamma}_i)$ für feste Konzentration c nach dem Fließgesetz von Ostwald und de Waele (vgl. [1]) bei einem doppelt-logarithmischen Plot durch Geraden beschrieben werden.



Plot 4 Doppelt logarithmische Auftragung von η gegen $\dot{\gamma}$ bei Guaran

Rein qualitativ stellt man durch Inspektion von Plot 4 fest, dass die Messwerte für $c \in [1.0, 1.4, 2.0, 2.3]\%$ gut durch eine Gerade beschrieben werden können, was die Gültikgkeit des Fließgesetzes von Ostwald und de Waele stützt und sich in einer geringen Standardabweichung der Fitparameter α ("Steigung") und β ("Verschiebung entlang der Ordinate") niederschlägt. In guter Näherung parallel zu den vier genannten Geraden verläuft die Fitgerade, die die Messwerte für die reine Wasserlösung beschreiben soll. Es fällt die große Streuung der Messwerte auf, was auf die Bemerkung in 2.4, wonach der relative Fehler in der Viskosität bei weniger viskosen Flüssigkeiten größer sein sollte, zurückzuführen ist. Durch den größeren Fehler bei jedem Messwert wird die statistische Streuung um die Fitgerade und damit auch die Unsicherheit der Fitparameter α, β größer.

Unerwartet hingegen ist das Verhalten, das sich für c=0.25% und c=0.5% zeigt. Für die 0.5%ige Lösung legt der Fit gar ein $\alpha>0$ nahe, was bedeuten würde, dass die untersuchte Lösung scher*verdickendes* Verhalten zeigen würde. Dies steht im Widerspruch dazu,

dass Guaran nach [5] stark scher $verd\ddot{u}nnende$ Eigenschaften hat. Tatsächlich ist aber ein lineares Modell höchst unzureichend zur Beschreibung der betreffenden Daten. Nur für die letzten 4-5 Messwerte (bei hohen Scherraten) lässt sich ein linearer Zusammenhang (aber mit positiver Steigung!) erahnen. Für kleinere Scherraten sieht es vielmehr so aus, als ob die Daten zwei nach unten geöffneten Hyperbelästen folgen würden, die sich etwa bei $\ln\left(\frac{\dot{\gamma}}{s^{-1}}\right)\approx 1.8$ treffen. Entsprechend schwach in der Aussagekraft sind die jeweiligen Fitparameter α , die je mit einer mehr als hundertprozentigen Unsicherheit behaftet sind. Insbesondere kann also anhand von Plot 4 nicht darauf geschlossen werden, dass Guar für manche Konzentrationen scherverdickendes Verhalten zeigt. Da der Mechanismus, der bestimmt, ob ein Stoff scherverdünnende oder -dickende Eigenschaften hat, prinzipiell für alle Konzentrationen derselbe ist (bei Polymeren wie Guaran: "Verhaken" der langkettigen Moleküle in der Lösung), muss auch eine 0.5%ige Guar-Wasser-Lösung eindeutig scherverdünnende Eigenschaften haben und das erläuterte Verhalten bei c=0.25%, 0.5% auf systematische Messfehler zurückzuführen sein (siehe dazu Abschnitt 4.2.3).

Weiterhin muss angemerkt werden, dass Wasser als Standardbeispiel für ein Newtonsches Fluid eigentlich eine scherratenunabhängige Viskosität haben müsste.

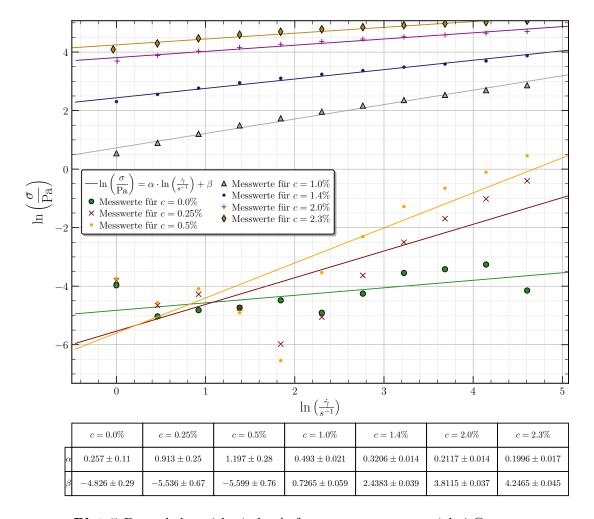
Erklärungsansätze, warum dennoch scherverdünnendes Verhalten beobachtet wurde, wurden bereits in Abschnitt 4.1.2 gefunden.

Für c = [1.0, 1.4, 2.0, 2.3]% entspricht das beobachtete Verhalten der Erwartung, dass Guaran in Wasserlösung ein scherverdünnendes Fluid ist. Die Potenzabhängigkeit ist also von der Form

$$\eta \propto \dot{\gamma}^{\alpha}$$
 (4)

mit $c \in [-0.51 \pm 0.03, -0.68 \pm 0.02, -0.79 \pm 0.02, -0.80 \pm 0.02]$. Die Güte und Aussagekraft dieser Werte ist hoch; lediglich eine Veschiebung dieser Werte durch systematische Fehlereinflüsse ist denkbar. Diese werden in Abschnitt 4.2.3 eingeschätzt. Für die drei niedrigesten Konzentrationen ist aus den oben erläuterten Gründen ein abschließendes Festhalten des Fitparameters α zur Bestmmung der Potenzgesetz-Beziehung nicht sinnvoll

Zuletzt kann der Scherstress gegen die Scherrate aufgetragen werden. Plot 5 enthält aber im Vergleich zu Plot 0 keinerlei neue Information, da die vom Rheometer ausgegebenen Messwerte für σ und η beide aus dem gemessenen Drehmoment berechnet wurden und zwischen ihnen die Abhängigkeit $\sigma = \dot{\gamma} \cdot \eta$ gilt.



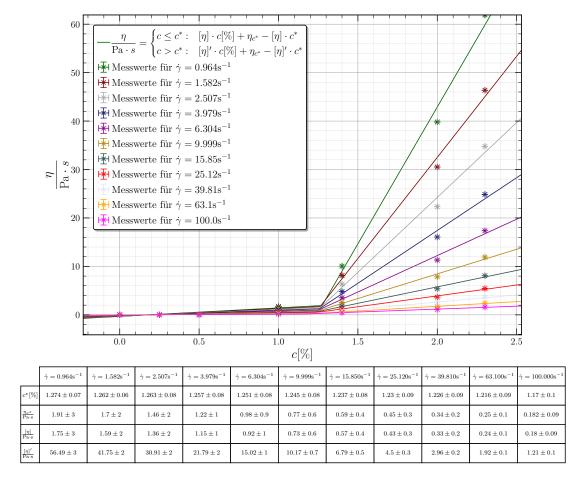
Plot 5 Doppelt logarithmische Auftragung von σ gegen $\dot{\gamma}$ bei Guaran

Entsprechend dieser Abhängigkeit sind die für die Parameter α_{σ} und α_{η} für die aus Plot 5 bzw. Plot 4 gewonnenen Parameter numerisch exakt $\alpha_{\sigma} - \alpha_{\eta} = 1$. Da $0 < \alpha_{\sigma} < 1$ kann erneut bestätigt werden, dass scherverdünnendes Verhalten vorliegt.

Schon rein visuell fällt in Plot 4 auf, dass für die Viskositäten zwischen den Konzentrationen c=1.0% und c=1.4% gemessen an der kleinen Konzentrationsdifferenz ein recht großer Sprung in der Viskosität zu beobachten ist. Und tatsächlich modelliert man die Abhängigkeit der Viskosität von der Konzentration bei Polymerlösungen häufig folgt:

$$\eta(c) = \begin{cases}
c \le c^* : & [\eta] \cdot (c - c^*) + \eta_{c^*} \\
c > c^* : & [\eta]' \cdot (c - c^*) + \eta_{c^*}
\end{cases}$$
(5)

Für eine feste Scherrate kann somit durch Variation der Parameter ($[\eta], [\eta]', c^*, \eta_{c^*}$) ein Fit der Daten vorgenommen werden. Es ergibt sich der folgende Plot:



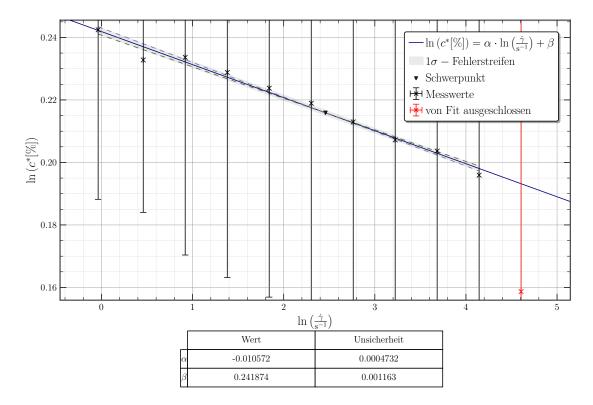
Plot 6 Auftragung von η gegen c bei Guaran

In der Appendix A.2 sind für jede Scherrate dieselben Daten nochmals in einzelnen Figures aufgetragen, um die Übersichtlichkeit zu verbessern. Qualitativ kann festgehalten werden, dass das verwendete Modell die Messdaten gut zu beschreiben vermag, also tatsächlich eine Konzentration c^* existiert, ab der der Anstieg der Viskosität mit der Konzentration schneller wird.

Die Güte der Fits mag überraschend sein, da bei der Betrachtung der Viskosität als Funktion der Scherrate zumindest für zwei Konzentrationen äußerst unzufriedenstellende Messwerte aufgenommen wurden. Da aber nun $\dot{\gamma}$ festgehalten wird, haben wir bei jedem der 11 Fits in Plot 6 mindestens vier Messwerte mit guter Ausagekraft, sodass diese den Einfluss der beobachteten Abweichung der zwei bis drei anderen Messwerte abschwächen und zu einer relativ hohen Aussagekraft der Fitparameter führt.

Ein Blick auf die Fitparameter zeigt, dass c^* monoton mit der Scherrate $\dot{\gamma}$ abzunehmen scheint. Tatsächlich zeigt sich in einer doppelt logarithmischen Darstelllung der kritischen Konzentration gegen die Scherrate ein klarer linearer Trend (\rightarrow Plot 7). Beim Wert zu $\dot{\gamma}=100~{\rm s}^{-1}$ handelt es sich um einen statistischen Ausreißer, der deshalb

nicht bei der Regression berücksichtigt wurde. Ein Berücksichtigen dieses Messwertes hätte zu einer Verschlechterung in der Beschreibung des ansonsten eindeutig linearen Zusammenhangs geführt.



Plot 7 Doppelt logarithmische Auftragung von c^* gegen $\dot{\gamma}$ bei Guaran

In der Tat erscheint es plausibel, dass ein Potenzgesetz zwischen der kritischen Konzentration und der Scherrate vorliegt: Die Viskosität nimmt gemäß eines Potenzgesetzes mit der Scherrate ab. Das heißt auch, dass die Kurven in Plot 6 für festes c gemäß

$$\frac{\dot{\gamma}_1}{\dot{\gamma}_2} = \frac{\eta_1^{\alpha(c)}}{\eta_2^{\alpha(c)}} \tag{6}$$

ineinander überführt werden können. Stellt man sich nun eine Kurve (η,c) für festes $\dot{\gamma}=\dot{\gamma}_2$ vor und möchte diese in eine Kurve mit $\dot{\gamma}=\dot{\gamma}_1>\dot{\gamma}_2$ überführen, so gilt $\eta_1=\left(\frac{\dot{\gamma}_1}{\dot{\gamma}_2}\right)^{1/\alpha(c)}\cdot\eta_2$. Nun kann man Plot 4 entnehmen, dass $|\alpha|$ für größere Konzentrationen zunimmt. Das bedeutet auch, dass die η -Werte für kleinere c (relativ gesehen) weniger gestaucht werden als die Werte mit größere c. Damit flacht die Kurve $\eta(c)|_{\dot{\gamma}_1}$ im Vergleich zur Kurve $\eta(c)|_{\dot{\gamma}_2}$ ab, und insbesondere wird der Punkt der kritischen Konzentration nach links verschoben (zu kleineren c). Für die konkrete Form des Potenzgesetzes, wie c^* von $\dot{\gamma}$ abhängt, kommt es nun auf die konkrete Form der Abhängigkeit $\alpha(c)$ an. Klar ist aber, dass zwischen c^* und $\dot{\gamma}$ ein Potenzzusammenzang gelten muss.

Da also, wie gerade dargelegt, die kritische Konzentration nicht nur eine Stoffeigenschaft ist, sondern auch von der Scherrate abhängt, ist es nicht sinnvoll, abschließend eine kritische Konzentration für Guaran-Wasser-Lösungen festzuhalten. Stattdessen bemerken wir also, dass der folgende funktionale Zusammenhang empirisch gefunden wurde:

$$c^*[\%] = e^{0.242 \pm 0.002} \cdot \dot{\gamma}^{-0.0106 \pm 0.0005} \tag{7}$$

4.2.3. Fehlerbetrachtung Scherratenmessungen

Wie in im vorigen Abschnitt 4.2.2 bereits angemerkt, muss das beobachtete Verhalten bei c=0.25%, 0.5% auf systematische Messfehler zurückzuführen sein. Es sind folgende Fehlereinflüsse denkbar:

- Under- oder Overfilling: In besonderem Maße wurde bei dem Loaden des Samples bei den Guar-Messungen darauf geachtet, dass eine ausreichende Lösungsmenge aufgebracht wird, da stets ein Teil der mittels einer Pipette abgemessenen Menge in der Pipette zurückblieb. Hellström (2015) merkt an: "Small changes in the radius of a rheometer sample can cause significant errors in the measured apparent viscosity " ([6]). Er empfiehlt ein Verfahren, bei dem mittels Bildgebung der reale Sample-Radius bestimmt wird, um auf diesen Fehler hin zu korrigieren. Dies ist auch bei dem hier verwendeten Setup leicht umzusetzen und verspricht erhebliche Verbesserungen in der Messgenauigkeit.
- Nicht-Konstanz der Sample-Temperatur während der Messung (vgl. dazu auch Abschnitt 4.1.2): Kleine Variationen in der Temperatur führen zu vernachlässigbaren Messfehlern. Bei den Saccharose-Messungen wurde jedoch schon die Beobachtung gemacht, dass entgegen der Erwartung- die Saccharose-Lösungen und sogar die reine Wasserlösung scherverdünnendes Verhalten zeigen. Da die Temperatur nicht direkt am Sample gemessen wird (sonder in der Platte darunter), und da die Anfangstemperatur des Samples etwas 12 K unter der Soll-Temperatur während des Versuchs lag, bleibt die Frage offen, ob das Sample bei der ersten Scherrate für die bereits die Soll-Temperatur erreicht hat. Würde sich die Temperatur des Samples im Verlauf der weiteren Messungen weiter erhöhen, würde ein verstärkt scherverdünnendes Verhalten beobachtet werden, da höhere Temperaturen zu einer Abnahme der Viskosität führen.
- (kleine) Luftblaseneinschlüsse im Sample, der beim Anmischen der Lösungen entstanden sein könnte: Stadler spekuliert, dass die wegen ihrer Oberflächenspannung sehr elastischen Luftblasen bei Elastizitätsmessungen deformiert werden und zu einer erhöhten Elastiziätsmessung führen ([7]). Analoge Überlegugnen könnten nahelegen, dass Lufblaseneinschlüsse zu einer geringeren Viskosität führen, da die Luftblasen lokal des Zusammenhalt der Polymermoleküle schwächen würden. Denkbar ist auch, dass sich bei einer gewissen Scherrate zwei eingeschlossene Luftblasen vereinigen, da sie sich durch die Deformation näher kommen. Ein solches Vereinigen könnte zu einem unstetigen Verhalten bei der Viskositätsmessung führen. Die

Bewegung von Luftblasen in Flüssigkeiten ist hydrodynamisch jedoch sehr komplex, sodass der konkrete Einfluss schwer abzuschätzen ist. Klar ist jedoch, dass Luftblaseneinschlüsse im Sample als wahrscheinlich eingeschätzt werden müssen, da sie beim Schütteln des Samples oder dem Pipettieren entstanden sein könnten.

- nicht vollständig gelöstes Guaran-Pulver, das ausklumpt: Solche Klumpen würden eine Inhomogenität in der Lösung bedeuten, die lokal die Viskosität (stark) erhöht. Insgesamt wäre die gelöste Pulvermenge durch solche Klumpen verringert, da das Pulver innerhalb der Klumpen natürlich nicht gelöst werden kann. Das Auftreten solcher Klumpen steht außer Frage, jedoch wurden sie stets so weit ausgemerzt, bis keine mehr mit bloßem Auge sichtbar waren. Bei der 1%igen Lösung sind solche Einflüsse wegen Schwierigkeiten beim Anmischen wahrscheinlich. Dort ist jedoch im Gegensatz zu den Lösungen mit c=0.25%, 0.5% ein klar linearer Zusammenhang erkennbar, weshalb Klumpenbildung vermutlich nicht alleine das Verhalten bei den besagten zwei Konzentrationen erklären kann.
- Erschütterungen im Raum während der Versuchsdurchführung: Einflüsse dadurch sind wegen der hohen Genauigkeit bei der Drehmomentbestimmung prinzipiell möglich, beispielsweise wenn die Tür rapide zugezogen werden würde. Außern würde es sich durch einzelne Messausreißer. Für die Messungen mit c=0.25%, 0.5% kann ein solcher Einfluss nicht als Erklärung herangezogen werden, da die beiden Messungen in dem Sinn korrelliert erscheinen, dass sie das gleiche qualitative Verhalten (aus zwei nach unten gerichteten Hyperbelästen zu bestehen) zeigen.
- Falschausrichtung der Geometry (vgl. dazu [7]): Wurde die Geometry in der Vergangenheit einmal fallen gelassen oder hat sie sich anderweitig deformiert, ist es denkbar, dass die beiden Platten nicht mehr parallel sind. Dies würde den Plattenabstand (Gap) verändern, was die ausgegebenen Scherraten wegen $\dot{\gamma} \propto d^{-1}$ systematisch verfälschen würde. Da das verwendete Rheometer jedoch häufig in Benutzung ist, ist es wahrscheinlich, dass solche Veränderungen sehr frühzeitig bemerkt werden würden und deshalb der Einfluss von dadurch induzierten Fehlern als unwahrscheinlich einzuschätzen.

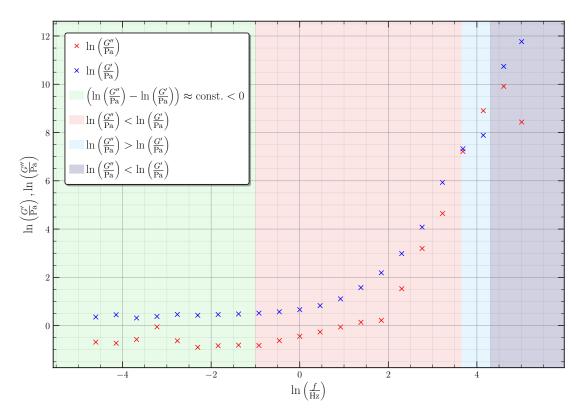
Außerdem gilt weiterhin die Bemerkung aus Abschnitt 2.4, dass prinzipiell der relative Fehler bei der Viskositätsbestimmung für kleiner Viskositäten und somit kleinere Stoffkonzentrationen größer ist. Dies Zusammen mit der Nicht-Konstanz der Temperatur und der Gefahr von Under- oder Overfilling sind als die wahrscheinlichsten Fehlereinflüsse zu nennen. Zuletzt sei folgende Bemerkung von Stadler ([7]) erwähnt, wonach ein erheblicher Anteil der beobachteten Anomalitäten auf falsche Anwendung seitens des Benutzers zurückzuführen sind:

 $, many\ in experienced\ users\ obtain\ data,\ which\ is\ significantly\ error\ afflicted\ in\ nontrivial\ ways``$

Denkbar hier sind das unzureichende Reinigen der Platten am Rheometer vor dem Loaden des Samples oder sonstige Flüchtigkeitsfehler.

4.2.4. Frequenzversuch

Trägt man das Speicher- bzw. Verlustmodul doppellogarithmisch gegen die Oszillationsfrequenz auf, erhält man den folgenden Plot:



Plot 8 Doppelt logarithmische Auftragung von G', G'' gegen die Frequenz f bei Guaran

Es zeigt sich, dass für kleine Frequenzen sowohl das Speicher- als auch das Verlustmodul in sehr guter Näherung konstant sind, wobei das Speichermodul größer ist als das Verlustmodul (grün hinterlegt). In Abbildung 1 kann dies der Rubbery Plateau Region zugeordnet werden, in der sich der Stoff gelartig verhält.

Im sich anschließenden rot hinterlegten Bereich nehmen die viskosen Anteile weiter zu, bis sich das Speicher- und das Verlustmodul bei $f^* \approx 40$ Hz kreuzen. Für einen kurzen Frequenzbereich (hellblau hinterlegt) dominiert das Verlustmodul gegenüber dem Speichermodul. Dieser Bereich kann der Transition Region in Abbildung 1 zugeordnet werden. In diesem Bereich wäre eine höhere Messwertdichte wünschenswert, um eine definitivere Aussage darüber treffen zu können, in welchem Bereich G'' > G' ist. Anschließend nimmt das Speichermodul weiter zu und das Verlustmodul ab, sodass G'' > G' (dunkelblau hinterlegt). Gemäß Abbildung 1 ist für noch höhere Frequenzen ein Abflachen von G' und Abnehmen von G'' zu erwarten. Es wäre schön, noch weitere Messwerte zu sehen, um das Verhalten, das vermutlich der Glossy Region zugeordnet werden kann, weiter zu beleuchten.

Ferner konnte für keinen Frequenzbereich ein Verhalten wie in der Terminal Region beobachtet werden. Es ist möglich, dass für kleinere Frequenzen ($\lesssim 0.01~{\rm Hz}$) als im betrachteten Messbereich ein solches auftreten würde.

Insgesamt konnten also drei der vier Regionen, die im viskoelastischen Spektrum einer Polymerlösung zu erwarten sind, bei der Analyse der 0.5%igen Guaran-Wasser-Lösung beobachtet werden.

4.2.5. Fehlerbetrachtung Frequenzversuch

Da die Beobachtungen, die zum Frequenzversuch gemacht wurden, nur qualitativer Natur sind, ist der Einfluss von systematischen Fehlern als äußerst gering einzustufen. Eine von der Soll-Temperatur verschiedene Temperatur würde die Breite und Höhe der einzelnen viskoelastischen Bereiche verändern, aber nichts an deren qualitativen Natur ändern. Selbst eine sich zeitlich (monoton) ändernde Temperatur des Samples, wie in Abschnitt 4.1.2 diskutiert, würde den qualitativen Verlauf kaum ändern, sondern nur zu einer Stauchung entlang der Abszisse und auch Ordinate führen und damit zwar u.U. das Bestimmen von f^* systematisch verfälschen, aber an der prinzipiellen Abfolge der viskoelastischen Bereiche nichts ändern. Der Einfluss durch Temperaturvariation ist jedoch (im Gegensatz zu den Messungen mit Saccharose) ohnehin als unerheblich einzustufen, da die 0.5%ige Lösung wegen der zuvor mit ihr vorgenommenen Messungen schon lange vor dem Beginn der eigentlichen Oszillationsmessung auf das Rheometer gegeben wurde, also auf jeden Fall genug Zeit hatte, die Temperatur Soll-Temperatur von $25^{\circ}C$ anzunehmen.

Auch der Einfluss eines Underfills wäre nur gering, da dadurch die elastischen und viskosen Eigenschaften gleichermaßen als zu gering gemessen worden wären, der Graph dadurch also nur entlang der Ordinate gestaucht werden würde.

Der größte Fehler bei der Bestimmung der einzelnen viskoelastischen Bereiche ist die recht grobe Auflösung in der Frequenz, da dadurch beispielsweise die Schnittpunkte vom Verlust- und vom Speichermodul nur äußerst grob abgeschätzt werden konnten. Es wäre sinnvoll, die Messpunkte pro Dekade bei einer Wiederholung des Versuchs zu Kosten einer längeren Versuchsdurchführung auf einen Wert > 5 zu setzen. Auch ist es empfehlenswert, den Messbereich selbst zu vergrößern. Bei einigen hundert Hz maximaler Messfrequenz mehr könnte die Glossy Region deutlich detaillierter beleuchtet werden. Änderte man zudem die minimale Messfrequenz, ist es denkbar, dass die Terminal Region noch zu beobachten wäre.

5. Zusammenfassung

Es gelingt uns nicht, eine zufriedenstellende Erklärung für die Messwerte bei den Konzentrationen c=0.25%, 0.5% zu finden. Ein Wiederholen dieser Messungen wird ausdrücklich empfohlen, um zu prüfen, ob das beobachtete Verhalten reproduzierbar ist. Zu erwarten ist jedoch, dass sich bei einer Wiederholung "schönere" Werte ergeben würden, die erstens stützen, dass auch bei diesen Konzentrationen zwischen der Viskosität und

der Scherrate ein Potenzgesetzzusammenhang gilt, und zweitens, das Guaran-Wasser-Lösungen für beliebige Konzentrationen scherverdünnend sind.

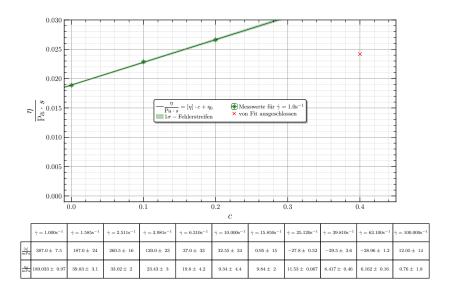
Weiterhin empfehlen wir eine Versuchsdurchführung in einem wärmeren Raum. Wahrscheinlich würde dann kein scherverdünnendes Verhalten bei den Saccharose-Lösungen beobachtet werden.

Literatur

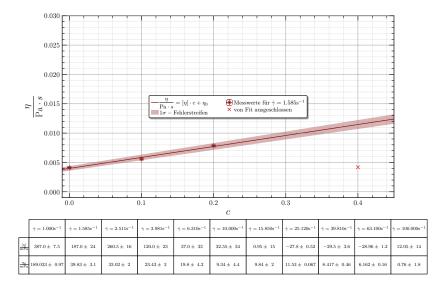
- [1] Wikipedia, "Potenzgesetz (Flüssigkeit)." https://de.wikipedia.org/w/index.php?title=Potenzgesetz_(Fl%C3%BCssigkeit)&oldid=192899581, 2019. [Online; Stand 3. Dezember 2022].
- [2] Malvern, "Kinexus series user manual," Jan 2014. [Online unter https://www.equipx.net/uploads/Malvern%20Instruments/MalvernKinexus-usermanual.pdf, Stand 08.12.2022].
- [3] Malvern, "Kinexus Brochure," 2017. [Online unter https://www.malvernpanalytical.com/de/assets/MRK1089-06-DE_Kinexus_Brochure_LRA4_tcm57-17219.pdf, Stand 08.12.2022].
- [4] E. W. Lemmon, I. H. Bell, M. L. Huber, M. O. McLinden, P. Linstrom, and W. Mallard, *Thermophysical Properties of Fluid Systems*. National Institute of Standards and Technology. [Online unter https://doi.org/10.18434/T4D303, Zugriff am 11.12.2022].
- [5] Wikipedia contributors, "Guar gum." https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Guar_gum&oldid=1124053245, 2022. [Online; Zugriff am 08. Dezember 2022].
- [6] L. H. O. Hellström, M. A. Samaha, K. M. Wang, A. J. Smits, and M. Hultmark, "Errors in parallel-plate and cone-plate rheometer measurements due to sample underfill," *Measurement Science and Technology*, vol. 26, p. 015301, nov 2014.
- [7] F. J. Stadler, "What are typical sources of error in rotational rheometry of polymer melts?," *Korea-Australia Rheology Journal*, vol. 26, pp. 277–291, Aug 2014.

A. Ergänzende Plots

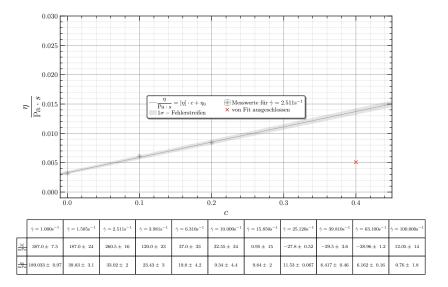
A.1. Bestimmung der Konzentrationsabhängigkeit der Viskosität bei Saccharose



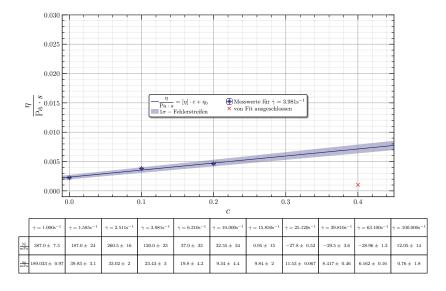
Plot 9 Auftragung von η gegen cbei Saccharose für Scherrate 1



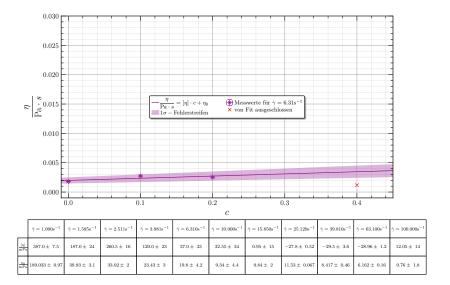
Plot 10 Auftragung von η gegen cbei Saccharose für Scherrate 2



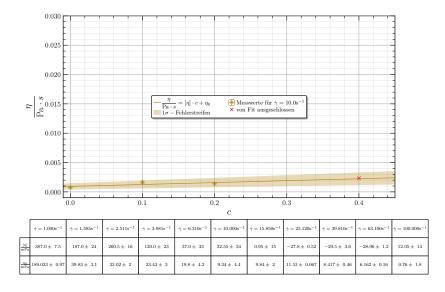
Plot 11 Auftragung von η gegen cbei Saccharose für Scherrate 3



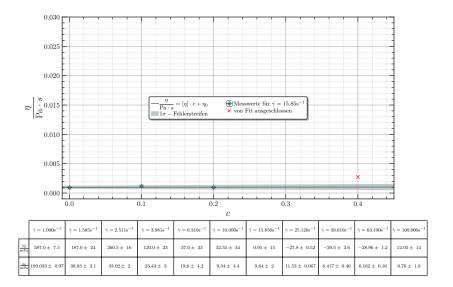
Plot 12 Auftragung von η gegen cbei Saccharose für Scherrate 4



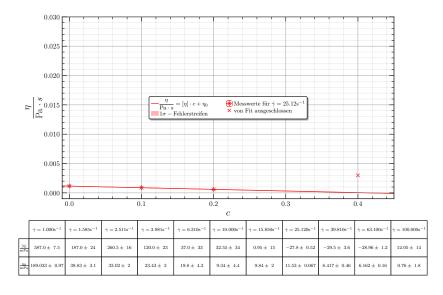
Plot 13 Auftragung von η gegen cbei Saccharose für Scherrate 5



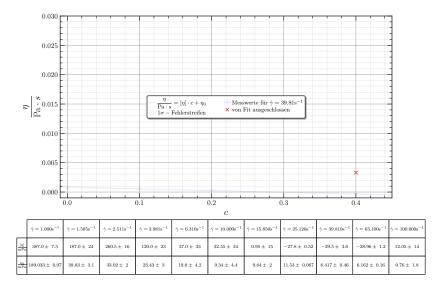
Plot 14 Auftragung von η gegen cbei Saccharose für Scherrate 6



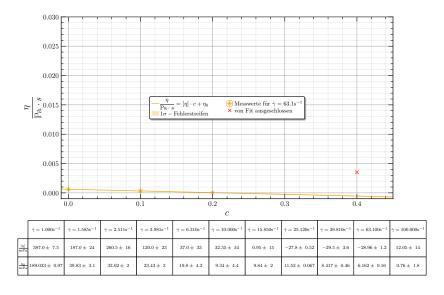
Plot 15 Auftragung von η gegen cbei Saccharose für Scherrate 7



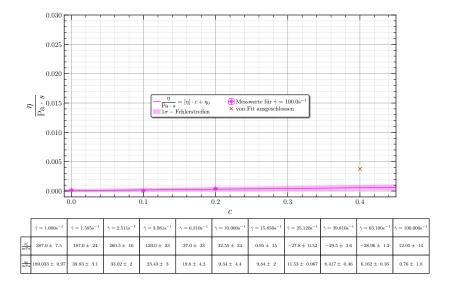
Plot 16 Auftragung von η gegen cbei Saccharose für Scherrate 8



Plot 17 Auftragung von η gegen c bei Saccharose für Scherrate 9

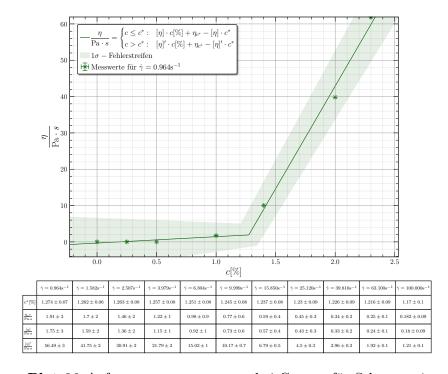


Plot 18 Auftragung von η gegen cbei Saccharose für Scherrate 10

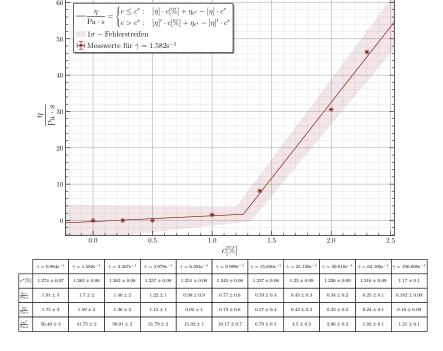


Plot 19 Auftragung von η gegen c bei Saccharose für Scherrate 11

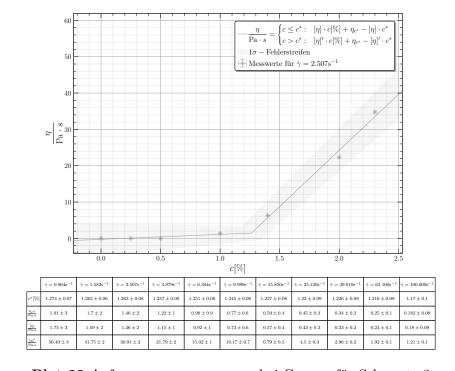
A.2. Bestimmung der Überlappkonzentration für verschiedene Scherraten bei Guaran



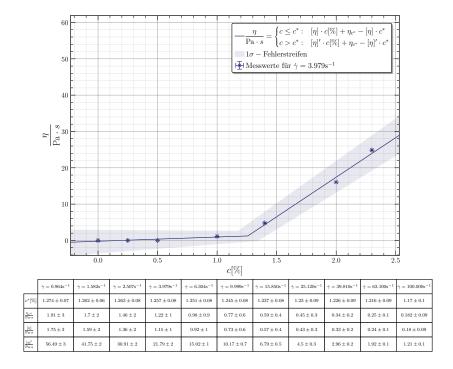
Plot 20 Auftragung von η gegen c bei Guaran für Scherrate 1



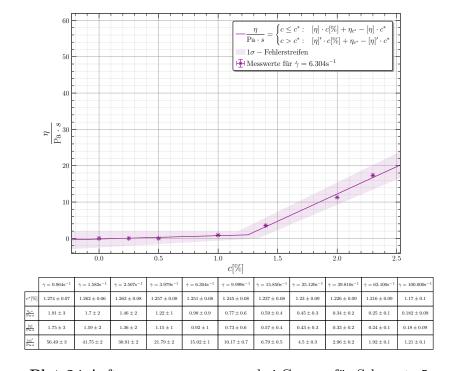
Plot 21 Auftragung von η gegen c bei Guaran für Scherrate 2



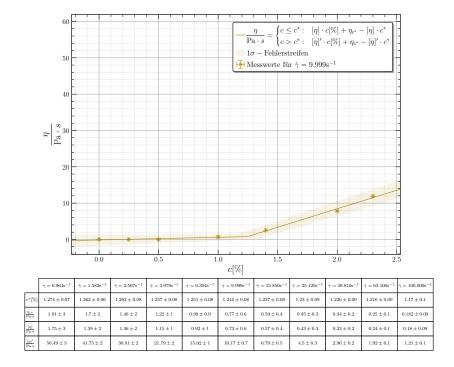
Plot 22 Auftragung von η gegen cbei Guaran für Scherrate 3



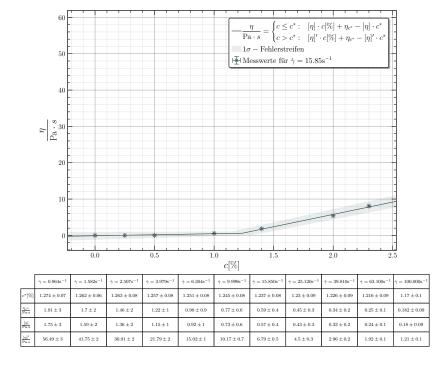
Plot 23 Auftragung von η gegen c bei Guaran für Scherrate 4



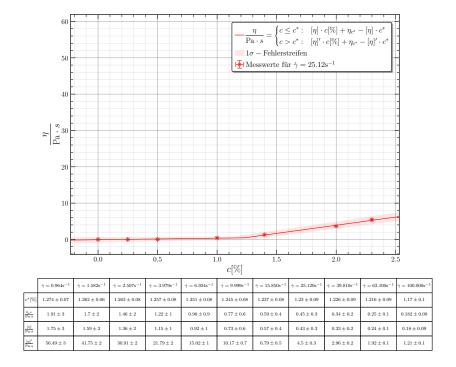
Plot 24 Auftragung von η gegen cbei Guaran für Scherrate 5



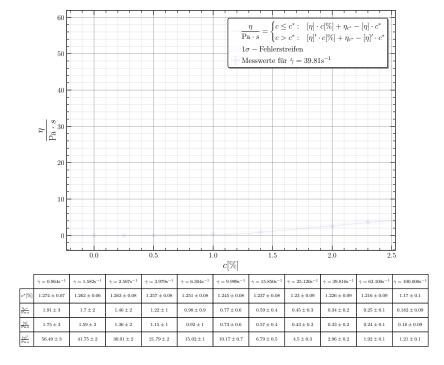
Plot 25 Auftragung von η gegen c bei Guaran für Scherrate 6



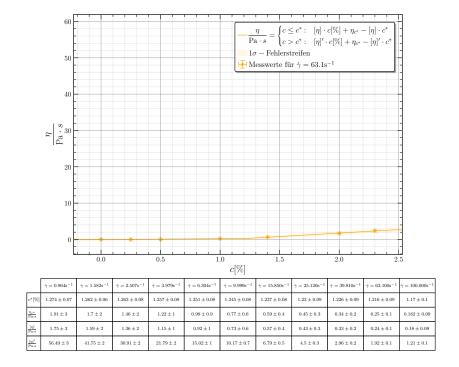
Plot 26 Auftragung von η gegen cbei Guaran für Scherrate 7



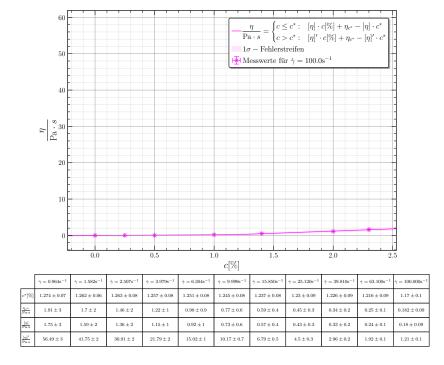
Plot 27 Auftragung von η gegen c bei Guaran für Scherrate 8



Plot 28 Auftragung von η gegen cbei Guaran für Scherrate 9



Plot 29 Auftragung von η gegen c bei Guaran für Scherrate 10



Plot 30 Auftragung von η gegen cbei Guaran für Scherrate 11

B. Python-Skripte zur Auswertung

B.1. Bestimmung des Potenzgesetzes für Saccharose

```
1 \# -*- coding: utf-8 -*-
 2
 3 Created on Sat Dec 3 14:51:49 2022
 4
   @author: Jan-Philipp
 5
 6
 8 import numpy as np #math functions, arrays
 9 import matplotlib.pyplot as plt #visualizing
10 from scipy.optimize import curve_fit
11 from itertools import product, combinations
12 import matplotlib
13 import pandas as pd
14
15 matplotlib.style.use('JaPh') #merely contains basic style
       information
16 plt.ioff()
17
18
19 def LinXY(x,y):
         """ "Scale\ x\ and\ y\ to\ obtain\ an\ linear\ relation\ between
20
            ordinate and abscissa"""
21
        return \operatorname{np.log}(x), \operatorname{np.log}(y)
22
23 \operatorname{def} \operatorname{LinXYerr}(\operatorname{xerr}, \operatorname{yerr}, \operatorname{x}, \operatorname{y}):
         """Scale xerr and yerr according to LinXY"""
24
        return xerr/np.abs(x), yerr/np.abs(y)
25
26
27
   \mathbf{def} \operatorname{LinRegr1}(\mathbf{x}, \mathbf{a}, \mathbf{b}):
         """Model of a linear function for fitting and plotting """
28
29
        return a*x+b
30
31 def LinRegr(tup, x):
         """Model of a linear function for fitting and plotting"""
32
33
        a, b = tup
34
        return a*x+b
35
36 def LineIntersection (m1, m2, b1, b2):
         """determining the geometric center of the 1-sigma-range"""
37
38
        x = (b2-b1)/(m1-m2)
```

```
39
                          y = m1*x+b1
40
                          return x,y
41
42
43
         def plot (CSVNAMES):
44
                           fig , ax=plt . subplots (1,1, figsize = (10,10/np. sqrt(2)))
45
46
                           colorlist = ['forestgreen', 'maroon', 'orange', 'darkgray', '
47
                                       midnightblue', 'darkmagenta', 'darkgoldenrod', '
                                       darkslategray', 'red', 'lavender', 'magenta']
48
49
                          shear_ind = 2
                          cs = [0, 10, 20, 40]
50
51
                          cs = np.array(cs)
52
                          \max = -np.inf
53
                          \min y = np.inf
54
                          stdList = []
                          poptList = []
55
                          markers = ['o', 'x', '.', ', ', ', ', '+', 'd']
56
                          ylabel = r'\$ \mathbf{ln} \leq \mathbf{l} \leq \mathbf{la} \leq \mathbf{la} \leq \mathbf{la} 
57
                                       _s \} \setminus right) $;
                          xlabel = r' \sum_{n=1}^{l} \left( \frac{\int dot \sum_{n} (\int frac {\int dot \sum_{n} (frac 
58
                                       right)$'
59
60
                          for i ,CSVNAME in enumerate(CSVNAMES) :
                                         PATH = CSVNAME + '.csv'
61
62
                                          df = pd.read_csv(PATH, sep=', ', header=None)
                                          y=np.array(df.iloc[:,8])
63
                                          x=np.array(df.iloc[:,7])
64
65
66
67
68
                                           xerr_rel= xerr_abs= yerr_rel= yerr_abs = np.zeros(len(x
                                                     ))
69
                                           xerr = x*xerr_rel+xerr_abs
70
                                          yerr = y*yerr_rel+yerr_abs
71
72
73
                                         X,Y = LinXY(x,y)
                                          Xerr, Yerr = LinXYerr(xerr, yerr, x, y)
74
75
76
                                          maxy = max(Y) if maxy < max(Y) else maxy
77
                                          \min y = \min(Y) \text{ if } \min y > \min(Y) \text{ else } \min y
```

```
78
79
            dx = (max(X) - min(X))/10
            dy = (maxy-miny)/15
80
            xlim = (min(X)-dx, max(X)+dx)
81
82
            ylim = (miny-dy, maxy+dy)
83
84
85
            popt, pcov = curve_fit (LinRegr1, X, Y, maxfev=10000)
            stdDev=np.sqrt(np.diag(pcov))
86
87
            t1 = np. linspace (xlim [0], xlim [1], 500)
88
89
90
91
92
            \#ax. \ axvline(popt[0], marker='None', linestyle='dotted',
                color = 'navajowhite', label = r' $c^* * '
            \#ax. axvspan(popt[0]-stdDev[0], popt[0]+stdDev[0],
93
                linestyle = 'None', alpha = .2, color = 'navajowhite')
            \#ax. \ annotate(r'\$c^*\$', (popt[0], (popt[1] + min(Y))/2),
94
                xytext = ((popt | 0) * 1.5 + max(X) * .5) / (2), (popt | 1) + min(Y))
                /2), arrowprops=dict (arrowstyle=matplotlib.patches.
                ArrowStyle ("Fancy", head\_length = .2, head\_width = .2,
                tail_-width = .1), color = 'black')
95
            PointWise\_LowerBound = np.zeros(len(t1))
96
97
            PointWise_UpperBound = np. zeros (len(t1))
98
             for tind in range(len(t1)):
                 t = t1 [tind]
99
                 Min = LinRegr(popt, t)
100
101
                 Max = LinRegr(popt, t)
                 for comb1, comb2 in combinations (product ([-1,1],
102
                     repeat=len(stdDev)),2):
103
                     p1 = popt+stdDev*comb1
104
                     p2 = popt+stdDev*comb2
                     Min = min(LinRegr(p1, t), Min)
105
                     Max = max(LinRegr(p2, t), Max)
106
                 PointWise_LowerBound[tind] = Min
107
108
                 PointWise\_UpperBound[tind] = Max
109
             if i = 0:
110
                 ax.plot(t1, LinRegr(popt, t1), marker = 'None',
111
                     linestyle = '-', color = colorlist[i], label=
                     y label[:-1] + '= \ \ cdot' + x label[1:-1] + '+ \ \
                     beta$')
```

```
112
                #ax.fill_between(t1, PointWise_LowerBound,
                    PointWise\_UpperBound, color=colorlist[i], alpha =
                     .1, label = r'$1 \setminus sigma - \setminus text\{Fehlerstreifen\}$')
113
            else:
114
                ax.plot(t1, LinRegr(popt, t1), marker = 'None',
                    linestyle = '-', color = colorlist[i])
                #ax.fill_between(t1, PointWise_LowerBound,
115
                    PointWise\_UpperBound, color=colorlist[i], alpha =
                     .1)
            ax.\,plot\,(X,Y,marker=markers\,[\,i\,]\,\,,\ color\,=\,colorlist\,\lceil\,i\,]\,,
116
               linestyle='None', label=r'Messwerte_für_$c='+str(int(
               cs[i]))+'\%$')
            poptList.append(popt)
117
            stdList.append(stdDev)
118
119
120
        cell_text = np.core.defchararray.add(np.core.defchararray.
           add(np.round(np.transpose(poptList)).astype(str),np.full
           (np. transpose (poptList).shape, '+-')), np.round(np.
           transpose (stdList)).astype(str))
        \#cell\_text = np.core.defchararray.add(np.core.defchararray.
121
           add(np.full(np.full(np.transpose(poptList).shape, '$'),
           cell_text)), np. full (np. transpose (poptList). shape, '$'))
122
        sigfig = 2
        stdDevFlat = np.array(stdList).flatten()
123
        poptFlat = np.array(poptList).flatten()
124
125
        stdDev\_rounded = ['\{:g\}'.format(float('\{:.\{p\}g\}'.format(
126
           stdDevFlat[i], p=sigfig)))+'$' for i in range(0,len(
           stdDevFlat))]
127
        decimals = [len(str(stdDev_rounded[i].split('.')[-1]))  for
           i in range(0,len(stdDev_rounded))]
128
        popt_rounded = [r'$'+str(round(poptFlat[i],decimals[i]))+'\
           pm' for i in range(len(poptFlat))]
129
        poptList = np.reshape(np.array(popt_rounded),np.array(
           poptList).shape)
        stdList = np.reshape(np.array(stdDev_rounded),np.array(
130
           stdList).shape)
        cell_text = np.core.defchararray.add(np.transpose(poptList)
131
           , np.transpose(stdList).astype(str))
132
        the_table = the_table = plt.table(cellText=cell_text,
133
                         \#rowLabels = np.full(7, 'a'),
134
135
                           rowLabels=[r'$\alpha$',r'$\beta$'],
```

```
136
                             colLabels = [r' c='+str(i)+'\%\_$' for i in
                                cs],
                             loc='bottom',
137
                             cellLoc='center',
138
                             bbox = [.1, -0.31, .8, 0.2],
139
                             edges='closed')
140
        \#the\_table. auto\_set\_font\_size (False)
141
142
        \#the\_table.set\_fontsize(8)
143
144
        ax.set_ylim(ylim[0], maxy)
145
        ax.set_xlabel(xlabel,size=16)
        ax.set_ylabel(ylabel, size=16)
146
147
        ax.set_x lim(x lim[0], x lim[1])
        ax.grid(visible=True, which='minor', color="grey",
148
            linestyle='-', linewidth=.008, alpha=.2
149
        ax.legend(loc='best', fontsize=13)
150
151
152
        \#fig.tight_layout()
153
154
        #----Save Figure-
155
156
        plt.savefig("
            Water\_Sucrose\_Viscosity\_vs\_Shearrate\_all\_Concentrations.
           pdf", dpi = 1200)
157
   if __name__ == "__main__":
158
        plot(['sac_00_percent', 'sac_10_percent', 'sac_20_percent', '
159
            sac_40_percent'])
```

```
1 \# -*- coding: utf-8 -*-
  Created on Sat Dec 3 16:40:27 2022
3
4
5
  @author: Jan-Philipp
   """
6
7
8
9 import numpy as np #math functions, arrays
10 import matplotlib.pyplot as plt #visualizing
11 from scipy.optimize import curve_fit
12 from itertools import product, combinations
13 import matplotlib
14 import pandas as pd
```

```
15
16 matplotlib.style.use('JaPh') #merely contains basic style
       information
17 plt.ioff()
18
19
20
  \mathbf{def} \operatorname{LinXY}(\mathbf{x}, \mathbf{y}):
        """Scale x and y to obtain an linear relation between
21
            ordinate and abscissa """
22
        return np. log(x), np. log(y)
23
24
   def LinXYerr(xerr, yerr, x, y):
        """Scale xerr and yerr according to LinXY"""
25
        return xerr/np.abs(x), yerr/np.abs(y)
26
27
  \mathbf{def} \operatorname{LinRegr1}(\mathbf{x}, \mathbf{a}, \mathbf{b}):
28
        """Model of a linear function for fitting and plotting """
29
30
        return a*x+b
31
32
  def LinRegr(tup, x):
        """Model of a linear function for fitting and plotting """
33
34
        a,b = tup
35
        return a*x+b
36
37
  def LineIntersection (m1, m2, b1, b2):
38
        """ determining the geometric center of the 1-sigma-range"""
39
        x = (b2-b1)/(m1-m2)
        y = m1*x+b1
40
41
        return x,y
42
43
  def plot (CSVNAMES):
44
45
46
        fig , ax=plt . subplots (1,1, figsize = (10,10/np. sqrt(2)))
47
        colorlist = ['forestgreen', 'maroon', 'orange', 'darkgray','
48
            midnightblue', 'darkmagenta', 'darkgoldenrod', '
            darkslategray', 'red', 'lavender', 'magenta']
49
        shear_ind = 2
50
        cs = [0, 10, 20, 40]
51
52
        cs = np.array(cs)
53
        \max = -np.inf
54
        miny = np.inf
```

```
55
        stdList = []
56
        poptList = []
        markers = ['o', 'x', '.', ', ', ', ', '+', 'd']
57
        ylabel = r' \sum_{l=1}^{l} \left( \frac{\sqrt dfrac}{\sqrt dfrac} \right)
58
            right)$'
        xlabel = r' \sum_{n=1}^{n} \left( \frac{n}{rac} \right) 
59
            right)$'
60
        for i ,CSVNAME in enumerate(CSVNAMES):
61
62
            PATH = CSVNAME + '.csv'
            df = pd.read_csv(PATH, sep=', ', header=None)
63
64
            y=np.array(df.iloc[:,6])
65
            x=np.array(df.iloc[:,7])
66
67
68
69
             xerr_rel = xerr_abs = yerr_rel = yerr_abs = np.zeros(len(x))
                ))
70
             xerr = x*xerr_rel+xerr_abs
             yerr = y*yerr_rel+yerr_abs
71
72
73
74
            X,Y = LinXY(x,y)
            Xerr, Yerr = LinXYerr(xerr, yerr, x, y)
75
76
77
            maxy = max(Y) if maxy < max(Y) else maxy
78
            \min y = \min(Y) \text{ if } \min y > \min(Y) \text{ else } \min y
79
80
            dx = (max(X) - min(X))/10
81
            dy = (maxy-miny)/15
82
            xlim = (min(X)-dx, max(X)+dx)
83
            y \lim = (\min y - dy, \max y + dy)
84
85
            popt, pcov = curve_fit (LinRegr1, X, Y, maxfev=10000)
86
            stdDev=np.sqrt(np.diag(pcov))
87
88
            t1 = np. linspace (xlim [0], xlim [1], 500)
89
90
91
92
            \#ax. \ axvline (popt [0], marker = 'None', linestyle = 'dotted',
93
                color = 'navajowhite', label = r' $c^* * ')
            \#ax. axvspan(popt[0]-stdDev[0], popt[0]+stdDev[0],
94
```

```
linestyle = 'None', alpha = .2, color = 'navajowhite')
95
            \#ax.\ annotate(r' \$c^* \$', (popt[0], (popt[1] + min(Y))/2),
                xytext = ((popt | 0) * 1.5 + max(X) * .5) / (2), (popt | 1) + min(Y))
                /2), arrowprops=dict(arrowstyle=matplotlib.patches.
                ArrowStyle ("Fancy", head\_length = .2, head\_width = .2,
                tail_-width = .1), color = 'black')
96
            PointWise_LowerBound = np. zeros(len(t1))
97
            PointWise_UpperBound = np.zeros(len(t1))
98
99
             for tind in range(len(t1)):
                 t = t1 [tind]
100
                 Min = LinRegr(popt, t)
101
102
                 Max = LinRegr(popt, t)
                 for comb1, comb2 in combinations (product ([-1,1],
103
                    repeat=len(stdDev)),2):
                     p1 = popt+stdDev*comb1
104
105
                     p2 = popt+stdDev*comb2
106
                     Min = min(LinRegr(p1, t), Min)
107
                     Max = max(LinRegr(p2, t), Max)
                 PointWise_LowerBound[tind] = Min
108
109
                 PointWise_UpperBound[tind] = Max
110
111
             if i = 0:
                 ax.plot(t1, LinRegr(popt, t1), marker = 'None',
112
                    linestyle = '-', color = colorlist[i], label=
                    y label[:-1] + '= \ \ cdot' + x label[1:-1] + '+ \ \
                    beta$')
                 #ax.fill_between(t1, PointWise_LowerBound,
113
                    PointWise\_UpperBound, color=colorlist[i], alpha =
                      .1, label = r'\$1 \setminus sigma - \setminus text \{ Fehlerstreifen \} \$' \}
114
             else:
115
                 ax.plot(t1, LinRegr(popt, t1), marker = 'None',
                    linestyle = '-', color = colorlist[i])
                 \#ax. fill_between(t1, PointWise_LowerBound,
116
                    PointWise\_UpperBound, color=colorlist[i], alpha =
                      .1)
            ax.plot(X,Y,marker=markers[i], color = colorlist[i],
117
                linestyle='None', label=r'Messwerte_für_$c='+str(int(
                cs[i]))+'\%$')
             poptList.append(popt)
118
             stdList.append(stdDev)
119
120
121
        cell_text = np.core.defchararray.add(np.core.defchararray.
           add(np.round(np.transpose(poptList)).astype(str),np.full
```

```
(np. transpose (poptList).shape, '+-')), np.round(np.
           transpose(stdList)).astype(str))
122
       \#cell\_text = np.core.defchararray.add(np.core.defchararray.
           add(np.full(np.full(np.transpose(poptList).shape,'$'),
           cell_text)), np. full (np. transpose (poptList). shape, '$'))
123
        sigfig = 2
        stdDevFlat = np.array(stdList).flatten()
124
125
        poptFlat = np.array(poptList).flatten()
126
127
        stdDev\_rounded = ['{:g}'.format(float('{:.{p}g}'.format(
           stdDevFlat[i], p=sigfig)))+'$' for i in range(0,len(
           stdDevFlat))]
        decimals = [len(str(stdDev_rounded[i].split('.')[-1]))  for
128
           i in range(0,len(stdDev_rounded))]
        popt_rounded = [r'$'+str(round(poptFlat[i],decimals[i]))+'\
129
           pm' for i in range(len(poptFlat))]
130
        poptList = np.reshape(np.array(popt_rounded),np.array(
           poptList).shape)
        stdList = np.reshape(np.array(stdDev_rounded),np.array(
131
           stdList).shape)
132
        cell_text = np.core.defchararray.add(np.transpose(poptList)
           , np. transpose (stdList).astype(str))
133
        the_table = the_table = plt.table(cellText=cell_text,
134
                         \#rowLabels = np.full(7, 'a'),
135
136
                           rowLabels=[r'$\alpha$',r'$\beta$'],
                           colLabels = [r' sc='+str(i)+'\% s' for i in
137
                              cs],
                           loc='bottom',
138
139
                           cellLoc='center',
                           bbox = [.1, -0.31, .8, 0.2],
140
141
                           edges='closed')
142
       \#the\_table. auto\_set\_font\_size (False)
143
       \#the\_table.set\_fontsize(8)
144
       ax.set_ylim(ylim[0], maxy)
145
146
       ax.set_xlabel(xlabel, size=16)
147
       ax.set_ylabel(ylabel, size=16)
       ax.set_xlim(xlim[0],xlim[1])
148
       ax.grid(visible=True, which='minor', color="grey",
149
           linestyle='-', linewidth=.008, alpha=.2
150
151
       ax.legend(loc='best', fontsize=13)
152
```

B.2. Bestimmung des Potenzgesetzes für Guaran

```
1 \# -*- coding: utf-8 -*-
2
3 Created on Sat Dec 3 16:47:25 2022
   @author: Jan-Philipp
5
6
8 import numpy as np #math functions, arrays
9 import matplotlib.pyplot as plt #visualizing
10 from scipy.optimize import curve_fit
11 from itertools import product, combinations
12 import matplotlib
13 import pandas as pd
14
15
  matplotlib.style.use('JaPh') #merely contains basic style
       information
16 plt.ioff()
17
18
19
  \mathbf{def} \operatorname{LinXY}(x,y):
        """Scale x and y to obtain an linear relation between
20
           ordinate \ and \ abscissa"""
21
       return \operatorname{np.log}(x), \operatorname{np.log}(y)
22
23
  def LinXYerr(xerr, yerr, x, y):
        """"Scale\ xerr\ and\ yerr\ according\ to\ LinXY"""
24
25
       return xerr/np.abs(x), yerr/np.abs(y)
26
27 def LinRegr1 (x, a, b):
```

```
28
        """Model of a linear function for fitting and plotting """
29
        return a*x+b
30
  def LinRegr(tup, x):
31
        """Model of a linear function for fitting and plotting """
32
        a,b = tup
33
34
        return a*x+b
35
36 def LineIntersection (m1, m2, b1, b2):
        """ determining \ the \ geometric \ center \ of \ the \ 1-sigma-range"""
37
        x = (b2-b1)/(m1-m2)
38
        y = m1*x+b1
39
        return x,y
40
41
42
43 def plot (CSVNAMES):
44
        fig , ax=plt . subplots (1,1, figsize = (10,10/np.sqrt(2)))
45
46
        colorlist = ['forestgreen', 'maroon', 'orange', 'darkgray', '
47
           midnightblue', 'darkmagenta', 'darkgoldenrod', '
            darkslategray', 'red', 'lavender', 'magenta']
48
        shear_ind = 2
49
50
        cs = [0, .25, .5, 1, 1.4, 2, 2.3]
51
        cs = np.array(cs)
        \max y = -np.inf
52
53
        miny = np.inf
        stdList = []
54
55
        poptList = []
        markers = ['o', 'x', '.', ', ', ', ', '+', 'd']
56
        ylabel = r' \sum_{n=1}^{ln} \left( \int_{sigma} {\mathbf{Pa}} \right)
57
           right)$'
        xlabel = r'\$ \mathbf{ln} \left\{ ln \right\} \left\{ c \left( \frac{dot \gamma }{samma} \right) \right\}
58
           right)$'
59
        for i,CSVNAME in enumerate(CSVNAMES):
60
            PATH = CSVNAME + '.csv'
61
            df = pd.read_csv(PATH, sep=', ', header=None)
62
63
            y=np.array(df.iloc[:,6])
            x=np.array(df.iloc[:,7])
64
65
66
67
```

```
68
             xerr_rel= xerr_abs= yerr_rel= yerr_abs = np.zeros(len(x
                 ))
             xerr = x*xerr_rel+xerr_abs
69
70
             yerr = y*yerr_rel+yerr_abs
71
72
             X,Y = LinXY(x,y)
73
             Xerr, Yerr = LinXYerr(xerr, yerr, x, y)
74
75
76
             maxy = max(Y) if maxy < max(Y) else maxy
77
             \min y = \min(Y) \text{ if } \min y > \min(Y) \text{ else } \min y
78
             dx = (max(X) - min(X))/10
79
             dy = (maxy-miny)/15
80
81
             xlim = (min(X)-dx, max(X)+dx)
             y \lim = (\min y - dy, \max y + dy)
82
83
84
             popt, pcov = curve_fit (LinRegr1, X, Y, maxfev=10000)
85
             stdDev=np.sqrt(np.diag(pcov))
86
87
             t1 = np. linspace (xlim [0], xlim [1], 500)
88
89
90
91
92
             \#ax. \ axvline (popt [0], marker = 'None', linestyle = 'dotted',
                 color = 'navajowhite', label=r' $c^* * ')
             \#ax. axvspan(popt[0] - stdDev[0], popt[0] + stdDev[0],
93
                 linestyle = 'None', alpha = .2, color = 'navajowhite')
             \#ax. \ annotate(r'\$c^*\$', (popt[0], (popt[1] + min(Y))/2),
94
                 xytext = ((popt | 0) * 1.5 + max(X) * .5) / (2), (popt | 1) + min(Y))
                 /2), arrowprops=dict(arrowstyle=matplotlib.patches.
                 ArrowStyle ("Fancy", head\_length = .2, head\_width = .2,
                 tail_-width = .1), color = 'black'))
95
             PointWise\_LowerBound = np.zeros(len(t1))
96
97
             PointWise\_UpperBound = np.zeros(len(t1))
98
             for tind in range(len(t1)):
                  t = t1 / tind /
99
                  Min = LinRegr(popt, t)
100
                  Max = LinRegr(popt, t)
101
102
                  for comb1, comb2 in combinations(product([-1,1]),
                     repeat=len(stdDev)),2):
103
                      p1 = popt + stdDev*comb1
```

```
104
                     p2 = popt + stdDev*comb2
105
                     Min = min(LinRegr(p1, t), Min)
106
                     Max = max(LinRegr(p2, t), Max)
107
                PointWise\_LowerBound[tind] = Min
108
                PointWise\_UpperBound[tind] = Max
109
            if i = 0:
110
                ax.plot(t1, LinRegr(popt, t1), marker = 'None',
111
                    linestyle = '-', color = colorlist[i], label=
                    y label[:-1] + '= \ \ cdot' + x label[1:-1] + '+ \ \
                    beta$')
                #ax.fill_between(t1, PointWise_LowerBound,
112
                    PointWise\_UpperBound, color=colorlist[i], alpha =
                     .1, label = r'$1 \setminus sigma - \setminus text\{Fehlerstreifen\}$')
            else:
113
                ax.plot(t1, LinRegr(popt, t1), marker = 'None',
114
                    linestyle = '-', color = colorlist[i])
115
                #ax.fill_between(t1, PointWise_LowerBound,
                    PointWise\_UpperBound, color=colorlist[i], alpha =
            ax.plot(X,Y,marker=markers[i], color = colorlist[i],
116
               linestyle='None', label=r'Messwerte_für_$c='+str(np.
               round (cs [i],2))+'\%\$')
            poptList.append(popt)
117
            stdList.append(stdDev)
118
119
120
        cell_text = np.core.defchararray.add(np.core.defchararray.
           add(np.round(np.transpose(poptList)).astype(str),np.full
           (np.transpose(poptList).shape, '+-')), np.round(np.
           transpose (stdList)).astype(str))
       \#cell\_text = np.core.defchararray.add(np.core.defchararray.
121
           add(np.full(np.full(np.transpose(poptList).shape, '$'),
           cell_text)), np. full(np. transpose(poptList).shape, '$'))
122
        sigfig = 2
        stdDevFlat = np.array(stdList).flatten()
123
124
        poptFlat = np.array(poptList).flatten()
125
        stdDev\_rounded = ['{:g}'.format(float('{:.{p}g}'.format(
126
           stdDevFlat[i], p=sigfig)))+'$' for i in range(0,len(
           stdDevFlat))]
        decimals = [len(str(stdDev_rounded[i].split('.')[-1]))  for
127
           i in range(0,len(stdDev_rounded))]
        popt_rounded = [r'\$'+str(round(poptFlat[i],decimals[i]))+'\
128
           pm' for i in range(len(poptFlat))]
```

```
129
        poptList = np.reshape(np.array(popt_rounded),np.array(
            poptList).shape)
        stdList = np.reshape(np.array(stdDev_rounded),np.array(
130
            stdList).shape)
131
        cell_text = np.core.defchararray.add(np.transpose(poptList)
            , np. transpose (stdList).astype(str))
132
        the_table = the_table = plt.table(cellText=cell_text,
133
134
                          \#rowLabels = np.full(7, 'a'),
                             rowLabels=[r'$\alpha$',r'$\beta$'],
135
                             colLabels = [r' \$c = '+str(np.round(i,2)) + '\% \bot
136
                                 $ ' for i in cs ],
                             loc='bottom',
137
                             cellLoc='center',
138
139
                             bbox = [0, -0.31, 1, 0.2],
                             edges='closed')
140
        \#the\_table. auto\_set\_font\_size (False)
141
        \#the\_table.set\_fontsize(8)
142
143
        ax.set_ylim(ylim[0], maxy)
144
145
        ax.set_xlabel(xlabel, size=16)
        ax.set_ylabel(ylabel, size=16)
146
147
        ax.set_x lim(x lim[0], x lim[1])
        ax.grid(visible=True, which='minor', color="grey",
148
            linestyle='-', linewidth=.008, alpha=.2
149
        ax.legend(loc='best', fontsize=11, ncol=2, columnspacing=0.6,
150
            labelspacing = .3)
151
152
        \#fiq.tight_layout()
153
154
        \#——Save\ Figure —
155
156
        plt.\ savefig\ ("Guar\_Stress\_vs\_Shearrate\_all\_Concentrations.
            pdf", dpi = 1200)
157
   if __name__ == "__main__":
158
        plot(['guar_00000_percent', 'guar_00025_percent', '
159
            guar_00050_percent', 'guar_00100_percent', 'guar_00100_percent', 'guar_00100_percent'
            guar_00140_percent', 'guar_00200_percent', '
            guar_00230_percent'])
```

```
1 \# -*- coding: utf-8 -*- 2 """
```

```
Created on Sat Dec 3 15:33:05 2022
4
  @author: Jan-Philipp
5
6
7
8 import numpy as np \#math functions, arrays
9 import matplotlib.pyplot as plt #visualizing
10 from scipy.optimize import curve_fit
11 from itertools import product, combinations
12 import matplotlib
13 import pandas as pd
14
15 matplotlib.style.use('JaPh') #merely contains basic style
      information
16 plt.ioff()
17
18
19 \operatorname{\mathbf{def}} \operatorname{LinXY}(x,y):
        """Scale x and y to obtain an linear relation between
20
           ordinate \ and \ abscissa"""
21
       return \operatorname{np.log}(x), \operatorname{np.log}(y)
22
23 def LinXYerr(xerr, yerr, x, y):
        """Scale xerr and yerr according to LinXY"""
24
25
       return xerr/np.abs(x), yerr/np.abs(y)
26
27 def LinRegr1 (x, a, b):
28
        """Model of a linear function for fitting and plotting """
29
       return a*x+b
30
31 def LinRegr(tup, x):
       """Model of a linear function for fitting and plotting """
32
33
       a, b = tup
34
       return a*x+b
35
36 def LineIntersection (m1, m2, b1, b2):
37
        """determining the geometric center of the 1-sigma-range"""
38
       x = (b2-b1)/(m1-m2)
       y = m1*x+b1
39
       return x,y
40
41
42
43 def plot (CSVNAMES):
44
```

```
45
        fig , ax=plt . subplots (1,1, figsize = (10,10/np. sqrt(2)))
46
        colorlist = ['forestgreen', 'maroon', 'orange', 'darkgray','
47
           midnightblue', 'darkmagenta', 'darkgoldenrod', '
           darkslategray', 'red', 'lavender', 'magenta']
48
        shear_ind = 2
49
        cs = [0, .25, .5, 1, 1.4, 2, 2.3]
50
51
        cs = np.array(cs)
52
       \max = -np.inf
53
       \min y = np.inf
       stdList = []
54
55
        poptList = []
       markers = ['o', 'x', '.', ', ', ', ', '+', 'd']
56
57
        ylabel = r' \sum_{n=1}^{n} \left( - \frac{r}{c} \right) 
           _s \  \  ight) $'
        xlabel = r' \sum_{n=1}^{l} \left( \frac{\int dot \sum_{s}^{-1}}{\right)}
58
           right)$'
59
        for i,CSVNAME in enumerate(CSVNAMES):
60
            PATH = CSVNAME + '.csv'
61
62
            df = pd.read_csv(PATH, sep=', ', header=None)
63
            y=np.array(df.iloc[:,8])
            x=np.array(df.iloc[:,7])
64
65
66
67
            xerr_rel= xerr_abs= yerr_rel= yerr_abs = np.zeros(len(x
68
                ))
69
            xerr = x*xerr_rel+xerr_abs
70
            verr = v*verr_rel+verr_abs
71
72
73
            X,Y = LinXY(x,y)
            Xerr, Yerr = Lin X Yerr (xerr, yerr, x, y)
74
75
            maxy = max(Y) if maxy < max(Y) else maxy
76
            \min y = \min(Y) \text{ if } \min y > \min(Y) \text{ else } \min y
77
78
            dx = (max(X) - min(X)) / 10
79
            dy = (maxy-miny)/15
80
            x\lim = (\min(X) - dx, \max(X) + dx)
81
82
            ylim = (miny-dy, maxy+dy)
83
```

```
84
85
             popt, pcov = curve_fit (LinRegr1, X, Y, maxfev=10000)
             stdDev=np.sqrt(np.diag(pcov))
86
87
88
             t1 = np. linspace (xlim [0], xlim [1], 500)
89
90
91
             \#ax. \ axvline(popt[0], marker='None', linestyle='dotted',
92
                color = 'navajowhite', label = r' $c^* * $')
             \#ax. axvspan(popt[0]-stdDev[0], popt[0]+stdDev[0],
93
                linestyle = 'None', alpha = .2, color = 'navajowhite')
             \#ax.\ annotate(r' \$c^* \$', (popt[0], (popt[1] + min(Y))/2),
94
                xytext = ((popt | 0) * 1.5 + max(X) * .5) / (2), (popt | 1) + min(Y))
                /2), arrowprops=dict(arrowstyle=matplotlib.patches.
                ArrowStyle ("Fancy", head\_length = .2, head\_width = .2,
                 tail_-width = .1), color = 'black'))
             ,, ,, ,,
95
96
             PointWise\_LowerBound = np.zeros(len(t1))
             PointWise\_UpperBound = np.zeros(len(t1))
97
98
             for tind in range(len(t1)):
                  t = t1 / tind /
99
                 Min = LinRegr(popt, t)
100
                 Max = LinRegr(popt, t)
101
                 for comb1, comb2 in combinations(product([-1,1]),
102
                     repeat=len(stdDev)),2):
103
                      p1 = popt + stdDev*comb1
                      p2 = popt + stdDev*comb2
104
                      Min = min(LinRegr(p1, t), Min)
105
106
                      Max = max(LinRegr(p2, t), Max)
                  PointWise\_LowerBound[tind] = Min
107
108
                  PointWise\_UpperBound[tind] = Max
109
110
             if i = 0:
                 ax.plot(t1, LinRegr(popt, t1), marker = 'None',
111
                     linestyle = '-', color = colorlist[i], label=
                     y label[:-1] + '= \ \ cdot' + x label[1:-1] + '+ \ \
                     beta$')
                 \#ax. fill_between(t1, PointWise_LowerBound,
112
                     PointWise\_UpperBound, color=colorlist[i], alpha =
                      .1, label = r'$1 \setminus sigma - \setminus text\{Fehlerstreifen\}$')
113
             else:
                 ax.plot(t1, LinRegr(popt, t1), marker = 'None',
114
                     linestyle = '-', color = colorlist[i])
```

```
115
                #ax.fill_between(t1, PointWise_LowerBound,
                    PointWise\_UpperBound, color=colorlist[i], alpha =
                     .1)
            ax.plot(X,Y, marker=markers[i], color = colorlist[i],
116
               linestyle='None', label=r'Messwerte_für_$c='+str(np.
               round (cs [i],2))+^{1}
            poptList.append(popt)
117
            stdList.append(stdDev)
118
119
120
        cell_text = np.core.defchararray.add(np.core.defchararray.
           add(np.round(np.transpose(poptList)).astype(str),np.full
           (np.transpose(poptList).shape, '+-')), np.round(np.
           transpose (stdList)).astype(str))
       \#cell\_text = np.core.defchararray.add(np.core.defchararray.
121
           add(np.full(np.full(np.transpose(poptList).shape,'$'),
           cell_text)), np. full (np. transpose (poptList). shape, '$'))
122
        stdDevFlat = np.array(stdList).flatten()
123
124
        poptFlat = np.array(poptList).flatten()
125
       stdDev\_rounded = ['\{:g\}'.format(float('\{:.\{p\}g\}'.format(
126
           stdDevFlat[i], p=sigfig)))+'$' for i in range(0,len(
           stdDevFlat))]
        decimals = [len(str(stdDev_rounded[i].split('.')[-1]))  for
127
           i in range(0,len(stdDev_rounded))]
128
       popt_rounded = [r'$'+str(round(poptFlat[i],decimals[i]))+'\
           pm' for i in range(len(poptFlat))]
        poptList = np.reshape(np.array(popt_rounded),np.array(
129
           poptList).shape)
        stdList = np.reshape(np.array(stdDev_rounded),np.array(
130
           stdList).shape)
        cell_text = np.core.defchararray.add(np.transpose(poptList)
131
           , np. transpose (stdList).astype(str))
132
        the_table = the_table = plt.table(cellText=cell_text,
133
134
                         \#rowLabels = np.full(7, 'a'),
                           rowLabels=[r'$\alpha$',r'$\beta$'],
135
                           colLabels = [r' sc='+str(np.round(i,2))+'\%
136
                              $ ' for i in cs ],
137
                           loc='bottom',
                           cellLoc='center',
138
                           bbox = [0, -0.31, 1, 0.2],
139
140
                           edges='closed')
141
       \#the\_table. auto\_set\_font\_size (False)
```

```
142
        \#the\_table.set\_fontsize(8)
143
144
        ax.set_ylim(ylim[0], maxy)
        ax.set_xlabel(xlabel, size=16)
145
146
        ax.set_ylabel(ylabel, size=16)
        ax.set_x lim(x lim[0], x lim[1])
147
        ax.grid(visible=True, which='minor', color="grey",
148
            linestyle='-', linewidth=.008, alpha=.2
149
150
        ax.legend(loc='best', fontsize=11, ncol=2, columnspacing=0.6,
            labelspacing = .3)
151
152
        \#fig.tight_layout()
153
154
        #---Save Figure-
155
        plt.savefig("Guar_Viscosity_vs_Shearrate_all_Concentrations
156
            .pdf", dpi = 1200)
157
   if __name__ == "__main__":
158
        plot(['guar_00000_percent', 'guar_00025_percent', '
159
            guar_00050_percent', 'guar_00100_percent', '
guar_00140_percent', 'guar_00200_percent', '
            guar_00230_percent'; )
```

B.3. Bestimmung der Konzentrationsabhängigkeit der Viskosität bei Saccharose

```
1 # -*- coding: utf-8 -*-
2 """
3 Created on Sat Dec 3 16:40:27 2022
4
5 @author: Jan-Philipp
6 """
7
8
9 import numpy as np #math functions, arrays
10 import matplotlib.pyplot as plt #visualizing
11 from scipy.optimize import curve_fit
12 from itertools import product, combinations
13 import matplotlib
14 import pandas as pd
15
```

```
16 matplotlib.style.use('JaPh') #merely contains basic style
       information
  plt.ioff()
17
18
19
20
  \mathbf{def} \operatorname{LinXY}(\mathbf{x}, \mathbf{y}):
21
        """Scale x and y to obtain an linear relation between
            ordinate and abscissa"""
22
        return \operatorname{np.log}(x), \operatorname{np.log}(y)
23
   def LinXYerr(xerr, yerr, x, y):
24
        """Scale xerr and yerr according to LinXY""
25
        return xerr/np.abs(x), yerr/np.abs(y)
26
27
28
  \mathbf{def} \operatorname{LinRegr1}(\mathbf{x}, \mathbf{a}, \mathbf{b}):
         """Model of a linear function for fitting and plotting """
29
30
        return a*x+b
31
32 def LinRegr(tup, x):
        """Model of a linear function for fitting and plotting"""
33
34
        a, b = tup
35
        return a*x+b
36
37
  \mathbf{def} LineIntersection (m1, m2, b1, b2):
        """determining the geometric center of the 1-sigma-range"""
38
39
        x = (b2-b1)/(m1-m2)
40
        y = m1*x+b1
        return x,y
41
42
43
  def plot (CSVNAMES):
44
45
        fig , ax=plt . subplots (1,1, figsize = (10,10/np.sqrt(2)))
46
47
        colorlist = ['forestgreen', 'maroon', 'orange', 'darkgray', '
48
            midnightblue', 'darkmagenta', 'darkgoldenrod', '
            darkslategray', 'red', 'lavender', 'magenta']
49
        shear_ind = 2
50
51
        cs = [0, 10, 20, 40]
52
        cs = np.array(cs)
53
        \max y = -np.inf
54
        miny = np.inf
55
        stdList = []
```

```
56
        poptList = []
       markers = ['o', 'x', '.', ', ', ', ', '+', 'd']
57
        ylabel = r' \sum_{n=1}^{ln} \left( \int_{sigma} {\mathrm{Pa}} \right)
58
           right)$'
        xlabel = r' \sum_{n=1}^{n} \left( \frac{n}{rac} \right) 
59
           right)$'
60
        for i,CSVNAME in enumerate(CSVNAMES):
61
            PATH = CSVNAME + '.csv'
62
63
            df = pd.read_csv(PATH, sep=', ', header=None)
            y=np.array(df.iloc[:,6])
64
            x=np.array(df.iloc[:,7])
65
66
67
68
             xerr_rel= xerr_abs= yerr_rel= yerr_abs = np.zeros(len(x
69
                ))
70
            xerr = x*xerr_rel+xerr_abs
71
             yerr = y*yerr_rel+yerr_abs
72
73
            X,Y = LinXY(x,y)
74
75
            Xerr, Yerr = Lin X Yerr (xerr, yerr, x, y)
76
            maxy = max(Y) if maxy < max(Y) else maxy
77
78
            \min y = \min(Y) \text{ if } \min y > \min(Y) \text{ else } \min y
79
            dx = (max(X) - min(X))/10
80
81
            dy = (maxy-miny)/15
82
            x \lim = (\min(X) - dx, \max(X) + dx)
            ylim = (miny-dy, maxy+dy)
83
84
85
86
            popt, pcov = curve_fit (LinRegr1, X, Y, maxfev=10000)
87
            stdDev=np.sqrt(np.diag(pcov))
88
            t1 = np. linspace (xlim [0], xlim [1], 500)
89
90
91
92
            \#ax. \ axvline (popt [0], marker = 'None', linestyle = 'dotted',
93
                color = 'navajowhite', label = r' $c^* * $'
94
            \#ax. axvspan(popt[0] - stdDev[0], popt[0] + stdDev[0],
                linestyle = 'None', alpha = .2, color = 'navajowhite')
```

```
95
            \#ax. \ annotate(r'\$c^*\$', (popt[0], (popt[1] + min(Y))/2),
                xytext = ((popt | 0) * 1.5 + max(X) * .5) / (2), (popt | 1) + min(Y))
                /2), arrowprops=dict(arrowstyle=matplotlib.patches.
                ArrowStyle ("Fancy", head\_length = .2, head\_width = .2,
                tail_-width = .1), color = 'black'))
96
            PointWise_LowerBound = np. zeros(len(t1))
97
98
            PointWise_UpperBound = np.zeros(len(t1))
            for tind in range(len(t1)):
99
100
                 t = t1 [tind]
                 Min = LinRegr(popt, t)
101
                 Max = LinRegr(popt, t)
102
103
                 for comb1, comb2 in combinations (product ([-1,1],
                    repeat=len(stdDev)),2):
104
                     p1 = popt+stdDev*comb1
                     p2 = popt+stdDev*comb2
105
106
                     Min = min(LinRegr(p1,t),Min)
107
                     Max = max(LinRegr(p2, t), Max)
108
                 PointWise_LowerBound[tind] = Min
                 PointWise_UpperBound[tind] = Max
109
110
            if i = 0:
111
112
                 ax.plot(t1, LinRegr(popt, t1), marker = 'None',
                    linestyle = '-', color = colorlist[i], label=
                    y label[:-1] + '= \ \ cdot' + x label[1:-1] + '+ \ \
                    beta$')
                 #ax.fill_between(t1, PointWise_LowerBound,
113
                    PointWise\_UpperBound, color=colorlist[i], alpha =
                      .1, label = r'\$1 \setminus sigma - \setminus text \{ Fehlerstreifen \} \$')
114
            else:
                 ax.plot(t1, LinRegr(popt, t1), marker = 'None',
115
                    linestyle = '-', color = colorlist[i])
                 #ax.fill_between(t1, PointWise_LowerBound,
116
                    PointWise\_UpperBound, color=colorlist[i], alpha =
            ax.plot(X,Y,marker=markers[i], color = colorlist[i],
117
                linestyle='None', label=r'Messwerte_für_$c='+str(int(
                cs[i]))+'\%$')
            poptList.append(popt)
118
            stdList.append(stdDev)
119
120
121
        cell_text = np.core.defchararray.add(np.core.defchararray.
           add(np.round(np.transpose(poptList)).astype(str),np.full
           (np. transpose (poptList).shape, '+-')), np.round(np.
```

```
transpose (stdList)).astype(str))
122
        \#cell\_text = np.core.defchararray.add(np.core.defchararray.
           add(np.full(np.full(np.transpose(poptList).shape,'$'),
           cell_text)), np. full (np. transpose (poptList). shape, '$'))
123
        sigfig = 2
        stdDevFlat = np.array(stdList).flatten()
124
125
        poptFlat = np.array(poptList).flatten()
126
        stdDev\_rounded = ['{:g}'.format(float('{:.{p}g}'.format(
127
           stdDevFlat[i], p=sigfig)))+'$' for i in range(0,len(
           stdDevFlat))]
        decimals = [len(str(stdDev_rounded[i].split('.')[-1])) for
128
           i in range(0,len(stdDev_rounded))]
        popt_rounded = [r'$'+str(round(poptFlat[i],decimals[i]))+'\
129
           pm' for i in range(len(poptFlat))]
        poptList = np.reshape(np.array(popt_rounded),np.array(
130
           poptList).shape)
131
        stdList = np.reshape(np.array(stdDev_rounded),np.array(
           stdList).shape)
        cell_text = np.core.defchararray.add(np.transpose(poptList)
132
           , np. transpose (stdList).astype(str))
133
134
        the_table = the_table = plt.table(cellText=cell_text,
                         \#rowLabels = np.full(7, 'a'),
135
                           rowLabels=[r'$\alpha$',r'$\beta$'],
136
                           colLabels = [r' sc='+str(i)+'\% \_ s' for i in
137
                               cs],
                           loc='bottom',
138
                           cellLoc='center',
139
                           bbox = [.1, -0.31, .8, 0.2],
140
                           edges='closed')
141
142
        \#the\_table. auto\_set\_font\_size (False)
        \#the\_table.set\_fontsize (8)
143
144
        ax.set_ylim(ylim[0], maxy)
145
        ax.set_xlabel(xlabel, size=16)
146
147
        ax.set_ylabel(ylabel, size=16)
        ax.set_xlim(xlim[0],xlim[1])
148
        ax.grid(visible=True, which='minor', color="grey",
149
           linestyle='-', linewidth=.008, alpha=.2
150
        ax.legend(loc='best', fontsize=13)
151
152
153
```

B.4. Bestimmung der Konzentrationabhängigkeit der Viskosität bei Guaran

```
1 \# -*- coding: utf-8 -*-
3 Created on Mon Nov 28 10:49:25 2022
4
5
   @author: Jan-Philipp
6
8 import numpy as np #math functions, arrays
9 import matplotlib.pyplot as plt #visualizing
10 from scipy.optimize import curve_fit
11 from itertools import product, combinations
12 import matplotlib
13 import pandas as pd
14
  matplotlib.style.use('JaPh') #merely contains basic style
15
      information\\
16 plt.ioff()
17
18
19
  \mathbf{def} \operatorname{LinXY}(x,y):
       """Scale x and y to obtain an linear relation between
20
           ordinate and abscissa"""
21
       return x,y
22
23
24 def LinXYerr(xerr, yerr, x, y):
       """Scale xerr and yerr according to LinXY"""
25
26
       return xerr, yerr
27
```

```
\mathbf{def} \operatorname{LinRegr1}(x, x0, y0, k1, k2):
29
        """Model of a piecewise linear function for fitting and
           plotting """
       tup = (x0, y0, k1, k2)
30
31
       return LinRegr(tup, x)
32
33
  def LinRegr(tup, x):
        """Model of a piecewise linear function for fitting and
34
           plotting """
       x0, y0, k1, k2 = tup
35
       return np. piecewise (x, [x < x0], [lambda x:k1*x + y0-k1*x0]
36
            lambda x: k2*x + y0-k2*x0)
37
  def LineIntersection (m1, m2, b1, b2):
38
39
        """determining the geometric center of the 1-sigma-range"""
       x = (b2-b1)/(m1-m2)
40
41
       y = m1*x+b1
42
       return x,y
43
  def plot (CSVNAMES):
44
45
       global cellcand
46
47
        fig , ax=plt . subplots (1,1, figsize = (10,10/np. sqrt(2)))
48
        colorlist = ['darkgreen', 'maroon', 'darkgray', 'midnightblue'
49
           , 'darkmagenta', 'darkgoldenrod', 'darkslategray', 'red', '
           lavender', 'orange', 'magenta']
50
       shear_ind = 2
51
       x = [0, .25, .5, 1, 1.4, 2, 2.3]
52
       x = np.array(x)
53
54
       maxy = 0
55
       stdList = []
56
       poptList = []
       gammadotList = []
57
58
       for shear_ind in range (0,11):
59
            y = []
            for CSVNAME in CSVNAMES:
60
                PATH = CSVNAME + '.csv'
61
62
                df = pd.read_csv(PATH, sep=', ', header=None)
                y.append(df.iloc[shear_ind,8])
63
64
65
            y = np.array(y)
66
```

```
67
             \max y = \max(y) if \max y < \max(y) else \max y
68
             xerr_rel= xerr_abs= yerr_rel= yerr_abs = np.zeros(len(x
69
                ))
70
             xerr = x*xerr_rel+xerr_abs
71
             yerr = y*yerr_rel+yerr_abs
72
             ylabel = r' \dfrac {\langle eta \rangle {\langle mathrm \{Pa \} \rangle cdot \_s \} \$'}
73
74
             xlabel = r' c[\% ] ;
75
76
             X,Y = LinXY(x,y)
             Xerr, Yerr = LinXYerr(xerr, yerr, x, y)
77
             dx = (max(X) - min(X)) / 10
78
79
             dy = (maxy-min(Y))/15
             xlim = (min(X)-dx, max(X)+dx)
80
             ylim = (min(Y)-dy, maxy+dy)
81
82
83
             popt, pcov = curve_fit(LinRegr1, X, Y, p0 = (1.3, 5, 2, 35),
84
                 maxfev = 10000
85
             stdDev=np.sqrt(np.diag(pcov))
86
87
             t1 = np. linspace (xlim [0], xlim [1], 500)
88
89
90
             \#ax. \ axvline \ (popt \ [0], marker = `None', linestyle = `dotted',
91
                 color = 'navajowhite', label = r' $c^* * $')
             \#ax. axvspan(popt[0]-stdDev[0], popt[0]+stdDev[0],
92
                 linestyle = 'None', alpha = .2, color = 'navajowhite')
             \#ax. \ annotate(r'\$c^*\$', (popt[0], (popt[1] + min(Y))/2),
93
                 xytext = ((popt | 0) * 1.5 + max(X) * .5) / (2), (popt | 1) + min(Y))
                 /2), arrowprops=dict(arrowstyle=matplotlib.patches.
                 ArrowStyle ("Fancy", head\_length = .2, head\_width = .2,
                 tail_-width = .1), color = 'black')
94
95
             PointWise\_LowerBound = np.zeros(len(t1))
96
             PointWise\_UpperBound = np.zeros(len(t1))
             for tind in range (len(t1)):
97
98
                  t = t1/tind/
                  Min = LinRegr(popt, t)
99
100
                  Max = LinRegr(popt, t)
101
                  for comb1, comb2 in combinations(product([-1,1],
                     repeat=len(stdDev)),2):
```

```
102
                    p1 = popt + stdDev*comb1
103
                    p2 = popt + stdDev*comb2
104
                    Min = min(LinRegr(p1, t), Min)
                    Max = max(LinRegr(p2, t), Max)
105
106
                PointWise\_LowerBound[tind] = Min
                PointWise\_UpperBound[tind] = Max
107
            ,, ,, ,,
108
            if shear ind = 0:
109
                ax.plot(t1, LinRegr(popt, t1), marker = 'None',
110
                   linestyle = '-', color = colorlist[shear_ind],
                   label=ylabel[:-1]+'=\begin\{cases\}\_c\leq\_c^*: \&\_
                   \cdot_c^*=\cdot_c^*=\cdot_c^*:\cdot_c^*:\cdot_c^*
                   +xlabel[1:-1]+'++eta_{c^*}-[+eta_{c^*}]^*
                   ^*__\end{cases}$')
                \#ax. fill_between(t1, PointWise_LowerBound,
111
                   PointWise_UpperBound, color=colorlist [shear_ind],
                    alpha = .1, label = r'$1 \setminus sigma - \setminus text
                   Fehlerstreifen \} $')
            else:
112
                ax.plot(t1, LinRegr(popt, t1), marker = 'None',
113
                   linestyle = '-', color = colorlist[shear_ind])
114
                #ax.fill_between(t1, PointWise_LowerBound,
                   PointWise_UpperBound, color=colorlist [shear_ind],
                    alpha = .1
115
            ax.errorbar(x=X,y=Y,xerr=Xerr,yerr=Yerr,marker='x',
               color = colorlist [shear_ind], linestyle='None', label=
               r'Messwerte_für_$\dot\gamma='+str(round(df.iloc[
               shear_ind ,7],3) + ' \text{mathrm}_s^{-1} 
            poptList.append(popt)
116
            stdList.append(stdDev)
117
118
            gammadotList.append(df.iloc[shear_ind,7])
119
120
        cell_text = np.core.defchararray.add(np.core.defchararray.
           add(np.round(np.transpose(poptList)).astype(str),np.full
           (np.transpose(poptList).shape, '+-')), np.round(np.
           transpose (stdList)).astype(str))
121
       \#cell\_text = np.core.defchararray.add(np.core.defchararray.
           add(np.full(np.full(np.transpose(poptList).shape,'$'),
           cell_text)), np. full (np. transpose (poptList). shape, '$'))
122
        sigfig = 1
       stdDevFlat = np.array(stdList).flatten()
123
124
       poptFlat = np.array(poptList).flatten()
125
```

```
126
        np.savetxt('c_star_by_gamma_dot.csv', [np.transpose(poptList
           ) [0], np. transpose (stdList) [0], gammadotList], delimiter=',
           ')
127
        stdDev\_rounded = ['\{:g\}'.format(float('\{:.\{p\}g\}'.format(float))]
128
           stdDevFlat[i], p=sigfig)))+'$' for i in range(0,len(
           stdDevFlat))]
        decimals = [len(str(stdDev_rounded[i].split('.')[-1]))  for
129
           i in range(0,len(stdDev_rounded))]
130
        popt_rounded = [r'\$'+str(round(poptFlat[i],decimals[i]))+'\
           pm' for i in range(len(poptFlat))]
        poptList = np.reshape(np.array(popt_rounded),np.array(
131
           poptList).shape)
        stdList = np.reshape(np.array(stdDev_rounded),np.array(
132
           stdList).shape)
        cell_text = np.core.defchararray.add(np.transpose(poptList)
133
           , np. transpose (stdList).astype(str))
134
135
        the_table = the_table = plt.table(cellText=cell_text,
                         \#rowLabels = np.full(7, 'a'),
136
                            rowLabels = [r'$c^*[\\%_{-}]$', r'$\frac{\eta_{c}}
137
                               ^*}{\mathrm{Pa\cdot_s}}$',r'$\frac{[\
                               eta_{-} } {\mathrm{Pa\cdot_s}}$ ', r' \frac
                               {[\det_{a}]^{\min}}{\mathrm{Pa}\cdot\det_{s}}
138
                            colLabels = [r'] \cdot dot = \%.3f \cdot athrm_s
                               \{-1\}$ '%i for i in gammadotList],#/'
                               Wert', 'Unsicherheit',
139
                            loc='bottom',
140
                            cellLoc='center',
                            bbox = [-0.1, -0.4, 1.2, 0.3],
141
142
                            edges='closed')
143
        the_table.auto_set_font_size(False)
144
        the_table.set_fontsize(8)
145
        ax.set_ylim(ylim[0], maxy)
146
147
        ax.set_xlabel(xlabel, size=16)
        ax.set_ylabel(ylabel, size=16)
148
        ax.set_xlim(xlim[0],xlim[1])
149
        ax.grid(visible=True, which='minor', color="grey",
150
           linestyle='-', linewidth=.008, alpha=.2
151
152
        ax.legend(loc='best', fontsize=13)
153
```

```
154
155
      \#fig.tight_layout()
156
       \#——Save Figure -
157
158
       plt.savefig("
          Viscosity_by_Concentration_Guar_all_Shearrates_without_1sigma
          .pdf", dpi=1200)
159
160 if __name__ == "__main__":
161
       plot(['guar_00000_percent', 'guar_00025_percent', '
          guar_00140_percent', 'guar_00200_percent', '
         guar_00230_percent'])
```

B.5. Frequenzversuch

```
1 \# -*- coding: utf-8 -*-
  Created on Sat Dec 3 11:27:48 2022
4
   @author: Jan-Philipp
5
   11 11 11
6
7
8 import numpy as np #math functions, arrays
9 import matplotlib.pyplot as plt #visualizing
10 from scipy.interpolate import make_interp_spline
11 import matplotlib
12 import pandas as pd
13 from scipy.optimize import curve_fit
14
  matplotlib.style.use('JaPh') #merely contains basic style
15
      information
16 plt.ioff()
17
  \mathbf{def} Fit (x, a, b, c, d):
18
19
       return np. tanh(a*(x-b))*c+d
20
  def plot (CSVNAME):
21
22
       global popt1
       PATH = CSVNAME + '.csv'
23
24
       fig , ax=plt . subplots (1,1, figsize = (10,10/np.sqrt(2)))
25
26
       df = pd.read_csv(PATH, sep=', ', header=None)
```

```
27
                                        Y1 = df.iloc[:,10]
28
                                        Y2=df.iloc[:,11]
                                      X = df.iloc[:,6]
29
                                        \mathbf{print}(Y1, Y2, X)
30
31
                                      X = np.log(X)
                                        Y1 = np.log(Y1)
32
                                        Y2 = np.log(Y2)
33
34
                                         ylabel = r'\$ \setminus \{ln\} \setminus \{frac\{G^\perp\}\} \setminus \{Pa\}\} \setminus \{abel = r'\$ \setminus \{ln\} \setminus \{ln\}\} \setminus \{abel = r'\$ \setminus
35
                                                            right), \( \lambda \) \( \l
                                                           {Pa}}\right)$'
                                         xlabel = r' \sum_{h \in \{ln\}} \left( \frac{f}{\mathbf{z}} \right) 
36
37
                                        Ymax = np.max(np.array([Y1,Y2]),axis=0)
38
39
                                        Ymin = np.min(np.array([Y1,Y2]),axis=0)
40
                                        dx = (max(X) - min(X)) / 10
41
                                        dy = (max(Ymax)-min(Ymin))/15
42
                                        xlim = (min(X)-dx, max(X)+dx)
43
                                         y \lim = (\min(Y\min) - dy, \max(Y\max) + dy)
44
45
                                        \#X_-Y1_-Spline = make_interp_spline(X, Y1, k=3)
46
47
                                        \#X_{-}Y2_{-}Spline = make_{-}interp_{-}spline(X, Y2, k=3)
48
                                        popt1, pcov1 = curve\_fit(Fit, X, Y1, maxfev = 100000, p0
49
                                                            =[0.79769266, 3.77394899, 5.19260498, 7.45366197])
                                        popt2, pcov2 = curve_fit(Fit, X, Y2, maxfev = 100000, p0
50
                                                            =[0.79769266, 3.77394899, 5.19260498, 7.45366197])
51
52
                                         t1 = np. linspace(min(X), max(X), 10**3)
53
                                        minind1 = np.argmin(np.round(np.abs(Fit(t1,*popt2)-Fit(t1,*
54
                                                          popt1)),1))
                                         minind2 = np.argmin(np.round(np.abs(Fit(t1,*popt2)-Fit(t1,*
55
                                                          popt1)),4))
56
57
                                        \#ax.\ plot(t1, Fit(t1, *popt2), marker='None', linestyle='-',
58
                                                            color = 'red')
                                        \#ax.\ plot(t1, Fit(t1, *popt1), marker='None', linestyle='-',
59
                                                            color = 'blue')
                                        \#ax.\ plot(t1, X_-Y1_-Spline(t1), marker='None', color='black',
60
                                                            linestyle = '-'
```

```
61
        \#ax.\ plot(t1, X_-Y2_-Spline(t1), marker='None', color='black',
            linestyle = '-'
        ax.plot(X,Y2,marker='x',linestyle='None',color='red',label=
62
            r'$\mathbf{n}\leq G^{\{\{prime\}\}}_{\mathbf{n}}\
            }}\right)$')
        ax.plot(X,Y1,marker='x',linestyle='None',color='blue',label
63
            =r'$\mathrm{ln}\left(\frac{G^{\langle prime}}}{\mathrm{Pa}}\
            right)$')
64
65
        \#ax. \ axvline ((t1 \lceil minind2 \rceil + t1 \lceil minind1 \rceil) / 2, marker = 'None',
66
            linestyle = 'dotted', color = 'navajowhite', label = r'\ddot{U}
            bergangsfrequenz \$f^*=\ left(\%.2f\pm\%.2f\right)\ \mathrm{}
            Hz $ '%(np. exp((t1[minind2]+t1[minind1])/2),(np. exp(t1[
            minind2 | )-np . exp(t1 | minind1 | ))/2))
        \#ax. \ axvline\ (t1\lceil minind2\rceil, marker='None', linestyle='dotted',
67
            color = 'navajowhite')
        \#ax. axvspan(t1 | minind1), t1 | minind2|, linestyle = 'None', alpha
68
            =.2, color = 'navajowhite', label=r' \ mathrm\{ln\} \setminus left (\setminus frac\}
            G^{\{\{\{prime\}\}\}}\{\{nathrm\{Pa\}\}\}\} right) \ approx \ mathrm{
            ln \setminus left ( frac \{G^{(ne)}\} \{ mathrm \{Pa\} \} right ) 
69
        ax.axvspan(-10,-1,linestyle='None',alpha=.2,color='
            lightgreen', label=r' \left(\mathrm{ln}\left(\frac{G^{{}}}{{}}\)
            prime\prime}}{\mathrm{Pa}}\right)-\_\mathrm{ln}\left(\
            frac \{G^{\circ} \{ prime \} \} \{ mathrm \{Pa\} \} \} right) right) approx_\
            \operatorname{mathrm} \{ \operatorname{const.} \} < 0  ')
        ax.axvspan(-1,(t1[minind2]+t1[minind1])/2,linestyle='None',
70
            alpha = .2, color='lightcoral', label=r'\$\mathrm{ln}\\left(\
            frac \{G^{\{\{\}\}}\} \} \{ \operatorname{Pa} \} \} \setminus right > \bot \setminus mathrm \{ ln \} \}
            \left( \left( \frac{G^{\left( prime \right)}}{mathrm{Pa}} \right) \right) 
        ax.axvspan((t1[minind2]+t1[minind1])/2,4.3,linestyle='None'
71
             , alpha = .2, color='lightskyblue', label=r'\s\mathrm{ln}\left
            ( frac \{G^{\{\{\}\}}\}) \} \{ mathrm \{Pa\} \} \} right) >_ mathrm \{ G^{\{\}}\} 
            ln \\ left (\frac \{G^{\{prime\}}\} \\ \\ mathrm \{Pa\}\} \\ right) $')
        ax.axvspan(4.3,10, linestyle='None', alpha=.2, color='
72
            midnightblue', label=r'\$\mathrm{ln}\ left (\frac{G^{{\prime}}}
            \left\{ \operatorname{Pa} \right\} \left\{ \operatorname{Rathrm} \left\{ \operatorname{Pa} \right\} \right\} \right\} 
            ^{\prime}}{\mathrm{Pa}}\right)$')
        \#ax.\ annotate(r'\$c^*\$', (popt[0], (popt[1] + min(Y))/2), xytext
73
            =((popt[0]*1.5+max(X)*.5)/(2),(popt[1]+min(Y))/2),
            arrowprops=dict(arrowstyle=matplotlib.patches.
            ArrowStyle("Fancy", head\_length = .2, head\_width = .2,
            tail_-width = .1), color = 'black'))
```

```
74
75
76
       ax.set_ylim(ylim[0],ylim[1])
77
       ax.set_xlabel(xlabel, size=16)
       ax.set_ylabel(ylabel,size=16)
78
       ax.set_xlim(xlim[0],xlim[1])
79
       ax.grid(visible=True, which='minor', color="grey",
80
          linestyle='-', linewidth=.008, alpha=.2)
81
       ax.legend(loc='best', fontsize=15)
82
       fig.tight_layout()
83
84
       #-----Save Figure ---
85
86
       plt.savefig("Osc_Guaran.pdf",dpi=1200)
87
  if __name__ == "__main__":
88
       plot('Osc_Guaran')
89
```