

不确定规划课程作业 5

方言

2021210929

2022 年 4 月 26 日

1 Exercise 1

由于 $\sqrt{x_1 + \xi_1} + \sqrt{x_2 + \xi_2} + \sqrt{x_3 + \xi_3}$ 对于 ξ_1, ξ_2, ξ_3 是一个严格递增的函数, 同时, $(x_1 + \eta_1)^2 + (x_2 + \eta_2)^2 + (x_3 + \eta_3)^2$ 对于 η_1, η_2, η_3 是一个严格递增的函数, 则可以将不确定规划模型转换为:

$$\begin{cases} \max_{x_1, x_2, x_3} \int_0^1 \left(\sqrt{x_1 + \Phi_1^{-1}(\alpha)} + \sqrt{x_2 + \Phi_2^{-1}(\alpha)} + \sqrt{x_3 + \Phi_3^{-1}(\alpha)} \right) d\alpha \\ \text{subject to :} \\ (x_1 + \Psi_1^{-1}(0.9))^2 + (x_2 + \Psi_2^{-1}(0.9))^2 + (x_3 + \Psi_3^{-1}(0.9))^2 \leq 100 \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{cases}$$

其中, $\Phi_1^{-1}, \Phi_2^{-1}, \Phi_3^{-1}, \Psi_1^{-1}, \Psi_2^{-1}, \Psi_3^{-1}$ 分别为上述不确定变量的逆分布函数:

$$\begin{cases} \Phi_1^{-1}(\alpha) = 1 + \alpha \\ \Phi_2^{-1}(\alpha) = 2 + \alpha \\ \Phi_3^{-1}(\alpha) = 3 + \alpha \\ \Psi_1^{-1}(\alpha) = 2\alpha + 1 \\ \Psi_2^{-1}(\alpha) = 2\alpha + 2 \\ \Psi_3^{-1}(\alpha) = 2\alpha + 3 \end{cases}$$

由此可得:

$$\begin{cases} \max_{x_1, x_2, x_3} \int_0^1 (\sqrt{x_1 + 1 + \alpha} + \sqrt{x_2 + 2 + \alpha} + \sqrt{x_3 + 3 + \alpha}) d\alpha \\ \text{subject to :} \\ (x_1 + 2.8)^2 + (x_2 + 3.8)^2 + (x_3 + 4.8)^2 \leq 100 \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{cases}$$

化简可得:

$$\begin{cases} \max_{x_1, x_2, x_3} \frac{2}{3} \left((x_1 + 2)^{\frac{3}{2}} + (x_2 + 3)^{\frac{3}{2}} + (x_3 + 4)^{\frac{3}{2}} - (x_1 + 1)^{\frac{3}{2}} - (x_2 + 2)^{\frac{3}{2}} - (x_3 + 3)^{\frac{3}{2}} \right) \\ \text{subject to :} \\ (x_1 + 2.8)^2 + (x_2 + 3.8)^2 + (x_3 + 4.8)^2 \leq 100 \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{cases}$$

使用 MATLAB 可以求得数值解:

$$\begin{cases} x_1 = 2.9735 \\ x_2 = 1.9735 \\ x_3 = 0.9735 \end{cases}$$

此时 $\mathbb{E}[\sqrt{x_1 + \xi_1} + \sqrt{x_2 + \xi_2} + \sqrt{x_3 + \xi_3}] = 6.3419$

2 Exercise 2

由于 $x_1 \sin(x_1 - \xi_1) - x_2 \cos(x_2 + \xi_2)$ 对于 ξ_1 是一个严格递减的函数, 对于 ξ_2 是一个严格递增的函数, 则可以将不确定规划模型转换为:

$$\begin{cases} \min_{x_1, x_2} \int_0^1 (x_1 \sin(x_1 - \Phi_1^{-1}(1 - \alpha)) - x_2 \cos(x_2 + \Phi_2^{-1}(\alpha))) d\alpha \\ \text{subject to :} \\ 0 \leq x_1 \leq \frac{\pi}{2}, \quad 0 \leq x_2 \leq \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

其中, Φ_1^{-1}, Φ_2^{-1} 为上述不确定变量的逆分布函数:

$$\Phi_1^{-1}(\alpha) = \Phi_2^{-1}(\alpha) = \frac{\pi}{2}\alpha$$

使用 MATLAB 可以求得数值解:

$$\begin{cases} x_1 = 0.4026 \\ x_2 = 0.4026 \end{cases}$$

此时 $\mathbb{E}[x_1 \sin(x_1 - \xi_1) - x_2 \cos(x_2 + \xi_2)] = -0.2708$