最优化方法作业5. 2021210929 方言.

1. $\min\ x_1-2x_2$

s.t. $x_1+x_2\le 10$

$-x_1+x_2\le 5$

$x_1,x_2\ge 0$, 且为整数.

引入松弛变量, 化为标准型:

$$\begin{cases} x_1+x_2+x_3=10 \\ -x_1+x_2+x_4=5 \\ x_1,x_2,x_3,x_4\ge 0 \end{cases}$$

	x_1	x_2	x_3	x_4	b
x_3	1	1	1	0	10
x_4	-1	$\boxed{1}$	0	1	5
	-1	2 ↑	0	0	0

x_2进基. x_4出基.

	x_1	x_2	x_3	x_4	b
x_3	$\boxed{2}$	0	1	-1	5
x_2	-1	1	0	1	5
	1 ↑	0	0	-2	-10.

x_1进基. x_3出基.

	x_1	x_2	x_3	x_4	b
x_1	1	0	1/2	-1/2	5/2
x_2	0	1	1/2	1/2	15/2
	0	0	-1/2	-3/2	-25/2.

得到最优表.

此时 $x_1=5/2$ 不是整数.

取相应的方程: $x_1+\frac{1}{2}x_3-\frac{1}{2}x_4=2+\frac{1}{2}$

得到平面方程: $y_1-\frac{1}{2}x_3+\frac{1}{2}x_4=-\frac{1}{2}$

引入原最优表:

	x_1	x_2	x_3	x_4	y_1	b
x_1	1	0	1/2	-1/2	0	5/2
x_2	0	1	1/2	1/2	0	15/2
y_1	0	0	$\boxed{-1/2}$	1/2	1	-1/2. ←
	0	0	-1/2	-3/2	0	-25/2.

y_1出基. x_3进基.

	x_1	x_2	x_3	x_4	y_1	b
x_1	1	0	0	0	1	2
x_2	0	1	0	1	1	7
x_3	0	0	1	-1	-2	1
	0	0	0	-2	-1	-12

此时得最优表, 且对应 x_i 均为整数.

故最优解为: $\begin{cases} x_1=2 \\ x_2=7 \end{cases}$

最优值 $f_{min}=-12$

2. $\min \quad 2x_1+3x_2+4x_3$

$$\text{s.t.}\quad \begin{aligned} -3x_1+5x_2-2x_3 &\geq -4 \quad &1)\\ 3x_1+x_2+4x_3 &\geq 3. \quad &2)\\ x_1+x_2 &\geq 1 \quad &3)\end{aligned}$$

x_1, x_2, x_3 取0或1

1° 试探法求出一个可行解：$x^0=(1,0,0)^T$. 此时 $z_0=2$.

2° 增加约束： $2x_1+3x_2+4x_3 \leq 2$. 4).

枚举：

$(0,0,0)^T$	不满足约束 2) 3) 4)
$(0,0,1)^T$	不满足约束 3) 4)
$(0,1,0)^T$	不满足约束 2) 4)
$(1,0,0)^T$	可行
$(0,1,1)^T$	不满足约束 4)
$(1,0,1)^T$	不满足约束 1) 4)
$(1,1,0)^T$	不满足约束 4)
$(1,1,1)^T$	不满足约束 4)

故最优解为 $(1,0,0)^T$. 即 $\begin{cases} x_1=1\\ x_2=0\\ x_3=0\end{cases}$ 最优值 $z_{min}=2$.