

一、填空题：（每个空格 1 分，共 20 分）

1. 根据不同滤波器的滤波特性，经典数字滤波器可分为 低通、高通、带通、带阻 四种。
2. 若序列 $x(n)$ 长度为 N , $h(n)$ 长度为 M , 则 $x(n)$ 和 $h(n)$ 经线性卷积后长度为 $N+M+1$ 。
3. 模/数转换 (ADC) 的过程主要包括 采样 和 量化 两步。
4. 序列 $x(n)=\sin(3\pi/5)$ 的周期为 10。
5. 常用的 FIR 滤波器的设计方法有 窗函数法 和 频率采样法。
6. 用 DFT 近似分析模拟信号的频谱时, 可能出现的误差包括 混叠现象, 栅栏效应, 截断效应。
7. 和 IIR 滤波器相比, FIR 滤波器最主要的优点有 稳定 和 线性相位。
8. 实指数序列 $x(n)=a^n u(n)$ (a 为实数), 当 $|a|$ <1 时, $x(n)$ 为收敛序列; 当 $|a|$ >1 时, $x(n)$ 为发散序列。
9. 在窗函数法设计 FIR 滤波器中, 常见的窗函数有 矩形窗、汉宁窗、哈明窗。

二、选择题：（每小题 2 分，共 20 分）

1. 若系统稳定, 则系统函数 $H(z)$ 的所有极点均应满足 C
A. 在单位圆外 B. 在单位圆上 C. 在单位圆内 D. 都可以
2. 若给定有限长序列 $x(n)$, 则 $x(5-n)$ 是原序列经 B 变换得到。
A. 先右移 5 位再翻转 B. 先翻转再右移 5 位
C. 先左移 5 位后翻转 D. 先翻转后左移 5 位
3. $\delta(n)$ 的 z 变换是 A
A. 1 B. $\delta(\omega)$ C. $2\pi\delta(\omega)$ D. 2π
4. 无限长脉冲响应 (IIR) 滤波器的结构是 C
A. 非递归 B. 反馈 C. 递归 D. 不确定
5. 用窗函数法设计 FIR 数字滤波器时, 加矩形窗和加三角窗所设计出的滤波器, 其过渡带更 A, 阻带衰减更
A. 窄, 小 B. 宽, 小 C. 窄, 大 D. 宽, 大
6. 对于离散傅里叶变换 (DFT), 以下说法正确的是 D
A. 时域为连续信号, 频域也为连续信号 B. 时域为连续信号, 频域为离散序列
C. 时域为离散信号, 频域为连续信号 D. 时域为离散信号, 频域也为离散信号
7. 下列滤波器的网络结构中哪种不属于 IIR 滤波器的基本结构 D
A. 并联型 B. 级联型 C. 直接型 D. 频率采样型
8. 已知序列 Z 变换的收敛域 $|z|>1$, 则该序列为 B
A. 左边序列 B. 右边序列 C. 双边序列 D. 不确定
9. 若序列的长度为 M , 要能由频域采样信号 $X(k)$ 恢复原序列而不发生时域混叠, 则频域采样点数 N 需满足的条件为 A
A. $N \geq M$ B. $N \leq M$ C. $N \geq M/2$ D. $N \leq M/2$

10. 以下关于巴特沃斯滤波器说法正确的是_____A_____

- A. 具有单调下降的幅频特性，过渡带最宽
- B. 具有单调下降的幅频特性，过渡带最窄
- C. 在通带具有等波纹幅频特性
- D. 在阻带具有等波纹幅频特性

三、简答题：（每小题 5 分，共 15 分）

1. 简述第一类线性相位和第二类线性相位的定义以及对单位脉冲响应 $h(n)$ 的约束条件。

第一类线性相位又称严格线性相位，要求 $h(n)$ 关于求和区间中心 $(N-1)/2$ 偶对称，即 $h(n) = h(N-1-n), 0 \leq n \leq N-1$;

第二类线性相位即 $\theta(\omega) = \theta_0 - \omega \tau$, θ_0 为初始相位，若要满足第二类线性相位，要求 $h(n)$ 关于求和区间中心 $(N-1)/2$ 奇对称，即 $h(n) = -h(N-1-n), 0 \leq n \leq N-1$;

2. 窗函数法设计 FIR 滤波器时产生的截断效应(吉布斯效应)如何引起？在通带、阻带、过渡带分别有何体现？有哪些措施可以降低截断效应？

截断效应又称为吉布斯效应，由于对无限长序列经窗函数进行截断所产生的误差，体现为：1、在理想特性 $\omega = \omega_c$ 附近形成过冲带

2、通带内产生波纹，阻带内产生余振

3、为了减小吉布斯效应，可以通过增大窗函数长度 N 控制过渡带的带宽，通过构造新的窗函数形状，使其谱函数的主瓣包含更多能量，相应旁瓣幅度越小，以减少带内波动以及增大阻带衰减。

3. 简述序列 $x(n)$ 的 Z 变换、序列的傅里叶变换(DTFT)、离散傅里叶变换(DFT)之间的关系。

序列 $x(n)$ 的 N 点 DFT 是 $x(n)$ 的 Z 变换在单位圆上的 N 点等间隔采样结果，是 $x(n)$ 的 DTFT 在区间 $[0, 2\pi]$ 上的 N 点等间隔采样。

四、计算题：（每题 10 分，共 20 分）

1. 已知 $x_1(n) = \{1, 2, 3, 4\}$, $x_2(n) = \{1, 1, 1\}$ ，试计算：

1) $y_1(n) = x_1(n) * x_2(n)$ (线性卷积)

1) $y_1(n) = x_1(n) * x_2(n)$

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{cccc}
 1 & 2 & 3 & 4 \\
 & 1 & 1 & 1 \\
 \hline
 1 & 2 & 3 & 4 \\
 1 & 2 & 3 & 4 \\
 1 & 2 & 3 & 4 \\
 \hline
 1 & 3 & 6 & 9 & 7 & 4
 \end{array} \\
 y_1(n) = \{1, 3, 6, 9, 7, 4\}
 \end{array}$$

2) $y_2(n) = x_1(n) \otimes x_2(n)$ (6 点循环卷积)

2) $y_2(n) = x_1(n) \otimes x_2(n)$

$$\begin{bmatrix} y_2(0) \\ y_2(1) \\ y_2(2) \\ y_2(3) \\ y_2(4) \\ y_2(5) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1(0) & x_1(5) & x_1(4) & x_1(3) & x_1(2) & x_1(1) \\ x_1(1) & x_1(0) & x_1(5) & x_1(4) & x_1(3) & x_1(2) \\ x_1(2) & x_1(1) & x_1(0) & x_1(5) & x_1(4) & x_1(3) \\ x_1(3) & x_1(2) & x_1(1) & x_1(0) & x_1(5) & x_1(4) \\ x_1(4) & x_1(3) & x_1(2) & x_1(1) & x_1(0) & x_1(5) \\ x_1(5) & x_1(4) & x_1(3) & x_1(2) & x_1(1) & x_1(0) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_2(0) \\ x_2(1) \\ x_2(2) \\ x_2(3) \\ x_2(4) \\ x_2(5) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 4 & 3 & 2 \\ 2 & 1 & 0 & 0 & 4 & 3 \\ 3 & 2 & 1 & 0 & 0 & 4 \\ 4 & 3 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 3 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 3 & 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 6 \\ 9 \\ 7 \\ 4 \end{bmatrix}$$

2. 请用留数法或部分分式展开法求 $H(z) = \frac{7z^{-1}}{1+z^{-1}-12z^{-2}}$, $3 < |z| < 4$ 的反变换 $h(n)$ 。

$$\begin{aligned}
 2. \quad \frac{H(z)}{z} &= \frac{7z^{-2}}{1+z^{-1}-12z^{-2}} = \frac{7}{z^2+z-12} = \frac{7}{(z-3)(z+4)} = \frac{A_1}{z-3} + \frac{A_2}{z+4} \\
 A_1 &= \text{Res}\left[\frac{H(z)}{z}, 3\right] = \left.\frac{H(z)}{z}(z-3)\right|_{z=3} = \left.\frac{7}{z+4}\right|_{z=3} = 1 \\
 A_2 &= \text{Res}\left[\frac{H(z)}{z}, -4\right] = \left.\frac{H(z)}{z}(z+4)\right|_{z=-4} = \left.\frac{7}{z-3}\right|_{z=-4} = -1 \\
 \frac{H(z)}{z} &= \frac{1}{z-3} - \frac{1}{z+4} \quad H(z) = \frac{1}{1-3z^{-1}} - \frac{1}{1+4z^{-1}} \\
 \text{由于 } 3 < |z| < 4, \text{ 则 } h(n) &= 3^n u(n) + (-4)^n u(-n-1)
 \end{aligned}$$

五、(10 分) 已知模拟滤波器的系统函数 $H(s) = \frac{2s+3}{s^2+5s+6}$, 试采用双线性变换法将其转换成数字滤波器, 并画出系统对应的直接型网络结构图 (采样频率 $f_s=0.5\text{Hz}$)。

$$\begin{aligned}
 H(s) &= \frac{2s+3}{s^2+5s+6}, \quad T=1/f_s=2 \\
 H(z) &= H(s) \Big|_{s=\frac{2}{T} \cdot \frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}} \\
 &= \frac{2 \cdot \frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}} + 3}{\left(\frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}\right)^2 + 5 \cdot \frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}} + 6} \\
 &= \frac{\frac{5}{12} + \frac{1}{12}z^{-1}}{1 + \frac{5}{6}z^{-1} + \frac{1}{6}z^{-2}}
 \end{aligned}$$

直接型:

六、(15 分) 假定有一用于频谱分析的 FFT 处理器, 其采样点数必须为 2 的整数次幂, 现要求谱分辨率 $F \leq 10\text{Hz}$, 信号最高频率 $f_{\max}=1\text{kHz}$, 试计算: 1) 最小记录时间 T_{\min} ; 2) 最大采样间隔 T_{\max} ; 3) 最少的采样点数 N_{\min} 。

$$\begin{aligned}
 1) \quad T_{\min} &= \frac{1}{F} = 0.1\text{ s} \\
 2) \quad T_{\max} &= \frac{1}{F_{\min}} = \frac{1}{2f_{\max}} = 0.5 \times 10^{-3}\text{ s} \\
 3) \quad N_{\min} &= \frac{2f_{\max}}{F} = 200 \\
 \text{由于 FFT 中采样点数必须为 2 的整数次幂.} \\
 \therefore N_{\min} \text{ 取 } 256.
 \end{aligned}$$