

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Математический факультет

Кафедра теории функций и геометрии

Программная реализация (на языке JavaScript) алгоритмов  
генерации ФОС по математике 2024

Курсовая работа

Направление 010501 Фундаментальные математика и механика

Зав.кафедрой \_\_\_\_\_ д.физ.-мат.н., проф. Е.М. Семёнов

Обучающийся \_\_\_\_\_ А.С. Суматохина

Руководитель \_\_\_\_\_ д.физ.-мат.н., проф. Е.М. Семёнов

Воронеж 2024

# Содержание

<b>Введение</b>	<b>3</b>
<b>1 Глава первая</b>	<b>4</b>
1.1 Вспомогательные функции . . . . .	4
1.1.1 Функции для работы с массивами . . . . .	4
1.1.2 Функции для работы с числами . . . . .	5
1.1.3 Функции для работы с canvas . . . . .	5
<b>2 Глава вторая</b>	<b>8</b>
2.1 Разработка библиотек с помощью Gpt-Chat . . . . .	8
2.2 Применение ООП для разработки шаблонов . . . . .	10
2.3 Вспомогательные функции . . . . .	10
2.3.1 Функции для работы с координатами . . . . .	10
2.3.2 Функции для работы с canvas . . . . .	11
2.4 Этапы разработки шаблоны с вспомогательным чертежом . . . . .	11
<b>Заключение</b>	<b>17</b>
<b>Приложение</b>	<b>19</b>

# Введение

Единый государственный экзамен (ЕГЭ) — централизованно проводимый в Российской Федерации экзамен в средних учебных заведениях — школах, лицеях и гимназиях, форма проведения ГИА (Государственный Итоговая Аттестация) по образовательным программам среднего общего образования. Служит одновременно выпускным экзаменом из школы и вступительным экзаменом в вузы.

Но за 10 и 11 класс при подготовке к ЕГЭ школьники сталкиваются с дефицитом заданий по определённым категориям. Так в конце 2021 года в список заданий ЕГЭ были добавлены новые задания под номером 11 по теме "графики функции", а в конце 2023 - задание номер 2 по теме "вектора", количество которых, для прорешивания было очень мало. А по теме "Производная и первообразная" банк заданий с невероятной скоростью.

Так как это преимущественно графические задания, решение их занимает менее минуты, а их составление вручную занимает несоразмерно много времени.

ЕГЭ является относительно неизменяемым экзаменом, поэтому все материалы, которые уже были выложены в открытый доступ имеют полные решения, что приводит к списыванию учениками.

При этом существуют задания с вспомогательным чертежом. Чаще всего для целого ряда заданий используется одна и та же иллюстрация, которая не всегда соответствует условиям задачи, а иногда отвлекают от решения. Проект «Час ЕГЭ» позволяет решить все эти проблемы.

«Час ЕГЭ» — компьютерный образовательный проект, разрабатываемый при математическом факультете ВГУ в рамках «OpenSource кластера» и предназначенный для помощи учащимся старших классов подготовиться к тестовой части единого государственного экзамена. Задания в «Час ЕГЭ» генерируются случайным образом по специализированным алгоритмам, называемых шаблонами, каждый из которых охватывает множество вариантов соответствующей ему задачи. Для пользователей предназначены четыре оболочки (режима работы): «Случайное задание», «Тесты на печать», «Полный тест» и «Мини-интеграция». «Час ЕГЭ» является полностью открытым (код находится под лицензией GNU GPL 3.0) и бесплатным. В настоящее время в проекте полностью реализованы тесты по математике с кратким ответом (бывшая «часть В»). [4] Планируется с течением времени включить в проект тесты по другим предметам школьной программы.

«Мини-интеграция» — это форма сотрудничества с образовательными интернет-ресурсами, при которой учебно-методический материал на странице ресурса дополняется виджетами тренажера с заданиями, соответствующими теме статьи, для возможности практического применения полученных знаний. В настоящее время достигнуто сотрудничество с двумя образовательными ресурсами: ege-ok.ru и matematikalegko.ru.

# 1. Глава первая

## 1.1. Вспомогательные функции

### 1.1.1. Функции для работы с массивами

`Array.prototype.permuteCyclic = function(repeat)`

Возвращает массив после циклической перестановки.

```
let array = [1,2,3,4,5];

array.permuteCyclic(1);
// [5, 1, 2, 3, 4]

array.permuteCyclic(-2);
// [3, 4, 5, 1, 2]

array.permuteCyclic(0);
// [1, 2, 3, 4, 5]
```

`Array.prototype.mt_coordinatesOfIntersectionOfTwoSegments = function()`

Возвращает координаты пересечения двух отрезков, задаваемых первыми параметрами точек из массива.

```
let array = [{x:0,y:5},{x:-4,y:4},{x:1,y:10},{x:-3,y:6}];

array.mt_coordinatesOfIntersectionOfTwoSegments()
//{ x: -5.333333333333333, y: 3.666666666666667, status: false }
//Отрезки не пересекаются, но прямые проходящие через них пересекаются в точке {x,y}

array = [{x:0,y:5},{x:-4,y:4},{x:1,y:1},{x:-3,y:6}];
array.mt_coordinatesOfIntersectionOfTwoSegments()
//{ x: -1.833333333333333, y: 4.541666666666667, status: true }
//Отрезки пересекаются в точке {x,y}
```

`Array.prototype.shuffleJoin = function(separator)`

Перемешивает и соединяет массив с разделителем `separator`. `separator` по умолчанию пустая строка.

```
let array = ['A', 'B', 'C', 'D',];
array.shuffleJoin();
//ADBC

array.shuffleJoin('; ');
//C; D; B; A
```

`Array.prototype.joinWithConjunction = function(separator)`

Соединяет массив запятыми и соединяет два последних элемента союзом "и".

```
let array = ['A', 'B', 'C', 'D',];

array.joinWithConjunction();
//A, B, C и D
```

### 1.1.2. Функции для работы с числами

`Number.prototype.perfectCubicMultiplier = function()`

Возвращает максимальный делитель данного числа, куб которого также является делителем данного числа.

```
let number = 81;

number.perfectCubicMultiplier()
//3

number = 36;
number.perfectCubicMultiplier()
//1

number = -27;
number.perfectCubicMultiplier()
//3
```

`Number.prototype.texcbirt = function(p1, p2)`

TeX-представление кубического корня из данного числа.

Если данное число - полный квадрат, то корень из числа.

Если p1, то из-под корня будут вынесены возможные множители.

Если p1, p2 и из-под корня выносится единица, то она будет опущена

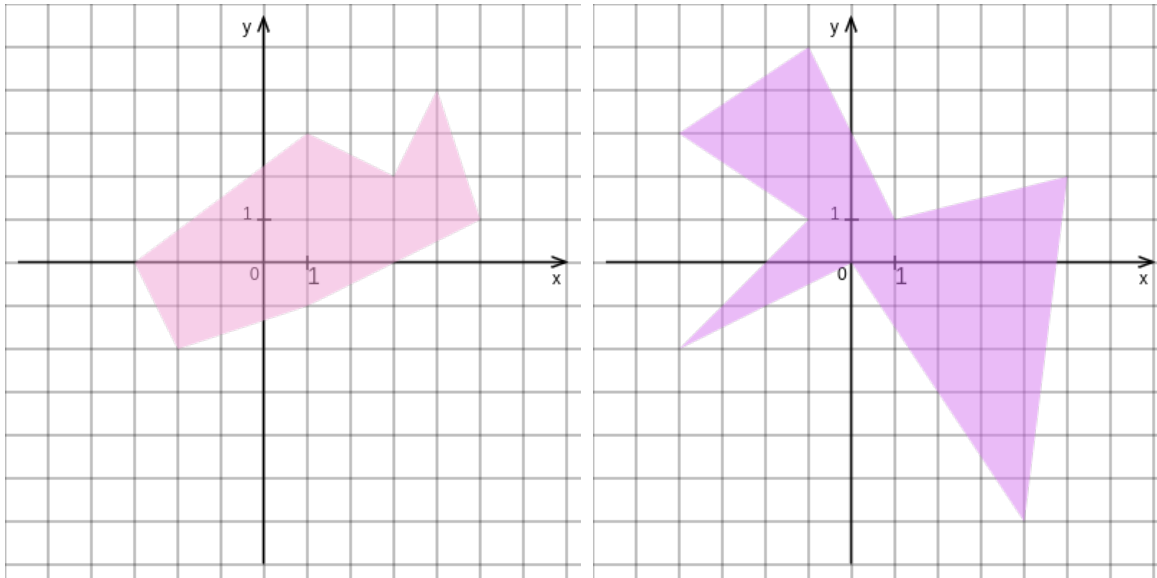
### 1.1.3. Функции для работы с canvas

`CanvasRenderingContext2D.prototype.drawSection = function(vertex, fillStyle)`

Заполняет область цветом fillStyle по вершинам из массива vertex.

```
let paint1 = function(ctx) {
  let h = 400;
  let w = 400;
  ctx.drawCoordinatePlane(w, h, {
    hor: 1,
    ver: 1
  }, {
    x1: '1',
    y1: '1',
    sh1: 16,
  }, 30);
  ctx.scale(30, -30);
  ctx.drawSection([[1, 3], [-3, 0], [-2, -2], [1, -1], [5, 1], [4, 4], [3, 2]]);

  ctx.drawSection([[-2, 0], [-1, 1], [-4, 3], [-1, 5], [1, 1], [5, 2], [4, -6], [0,
0], [-4, -2], []]);
};
```



`CanvasRenderingContext2D.prototype.drawLineAtAngle = function(x, y, angle, length)`

Рисует отрезок длины `length` под углом `angle` в радианах.

`CanvasRenderingContext2D.prototype.strokeInMiddleOfSegment = function(x1, y1, x2, y2, length, quantity)`

Ставит штрихи длины `length` на середине отрезка перпендикулярно ему.

`CanvasRenderingContext2D.prototype.markSegmentWithLetter = function(x, y, angle, letter, length, maxLength)`

Вспомогательная функция для отрисовки текста около некоторого отрезка.

`CanvasRenderingContext2D.prototype.signSegmentInMiddle = function(x1, y1, x2, y2, letter, length, maxLength)`

Рисует `letter` на середине отрезка.

`CanvasRenderingContext2D.prototype.arcBetweenSegments = function(coordinates, radius)`

Рисует знак угла между двумя отрезками в месте их пересечения. `coordinates` - массив вида `[x1, y1, x2, y2]`.

```
let paint1 = function(ctx) {
  let h = 400;
  let w = 400;
  ctx.drawCoordinatePlane(w, h, {
    hor: 1,
    ver: 1
  }, {
    x1: '1',
    y1: '1',
    sh1: 16,
  }, 30);
  ctx.scale(30, -30);

  ctx.lineWidth = 2 / 30;
  ctx.drawLine(1, 5, 3, -2);
  ctx.drawLine(3, -2, 5, -3);
  ctx.arcBetweenSegments([1, 5, 3, -2, 5, -3], 2);

  ctx.drawLine(2, -5, -4, -2);
```

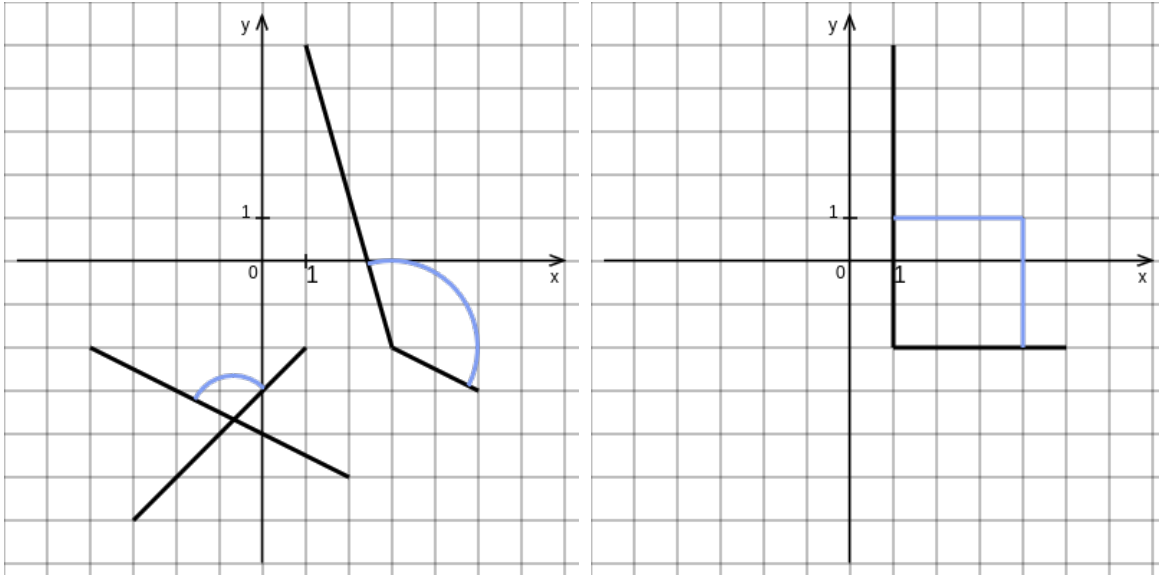
```

ctx.drawLine(1, -2, -3, -6);
ctx.arcBetweenSegments([2, -5, -4, -2, -3, -6, 1, -2,], 1);

ctx.drawLine(1, 5, 1, -2);
ctx.drawLine(1, -2, 5, -2);
ctx.strokeStyle = om.secondaryBrandColors.iz();
ctx.arcBetweenSegments([1, 5, 1, -2, 5, -2], 3);

};

```



`CanvasRenderingContext2D.prototype.arcBetweenSegmentsCount`  
`= function(coordinates, radius, number, step)`

Рисует знак угла между двумя отрезками в месте их пересечения `number` раз с отступом `step`.

`CanvasRenderingContext2D.prototype.drawEllipse`  
`= function(x, y, radiusX, radiusY, rotation, startAngle, endAngle, anticlockwise)`

Рисует эллипс.

`CanvasRenderingContext2D.prototype.drawArc`  
`= function(x, y, radius, startAngle, endAngle, anticlockwise)`

Рисует дугу.

## 2. Глава вторая

### 2.1. Разработка библиотек с помощью Gpt-Chat

На данный момент в языке JavaScript отсутствуют встроенные средства для изображения трёхмерных фигур. И существует только одна подходящая библиотека `Three.js`, которая могла бы выполнить проецирование координат фигуры на плоскость с учётом положения наблюдателя. Возможности библиотеки во много раз превосходят требуемую функциональность для нашего проекта.

Подобные ей библиотеки проводят проецирование на плоскость с поворотом только вокруг осей  $OX$  и  $OZ$ . Что при отрисовке более сложных чертежей является недостаточным.

С учётом самых современных технологий, встал закономерный вопрос, сможет ли нейросеть ChatGPT 3.5 сгенерировать код проектора. Ниже представлен диалог с нейросетью:

write a 2D to 3D projector in JS without using libraries. input: point = {x,y,z}, camera= {x,y,z, angleX, angleY, angleZ, scale}

```
// Define the point in 2D
const point = { x: 100, y: 50, z: 0 };

// Define the camera parameters
const camera = { x: 0, y: 0, z: 0, angleX: 0, angleY: 0, angleZ: 0, scale: 1 };

// Function to project 2D point to 3D
function project2Dto3D(point, camera) {
    // Apply rotation around X axis
    const rotatedY = point.y * Math.cos(camera.angleX) - point.z *
Math.sin(camera.angleX);
    const rotatedZ = point.y * Math.sin(camera.angleX) + point.z *
Math.cos(camera.angleX);

    // Apply rotation around Y axis
    const rotatedX = point.x * Math.cos(camera.angleY) + rotatedZ *
Math.sin(camera.angleY);
    const rotatedZ2 = -point.x * Math.sin(camera.angleY) + rotatedZ *
Math.cos(camera.angleY);

    // Apply rotation around Z axis
    const rotatedX2 = rotatedX * Math.cos(camera.angleZ) - rotatedY *
Math.sin(camera.angleZ);
    const rotatedY2 = rotatedX * Math.sin(camera.angleZ) + rotatedY *
Math.cos(camera.angleZ);

    // Apply scaling
    const scaledX = rotatedX2 * camera.scale;
    const scaledY = rotatedY2 * camera.scale;

    // Translate to camera position
    const translatedX = scaledX + camera.x;
```



```

    const translatedY = scaledY + camera.y;
    const translatedZ = rotatedZ2 * camera.scale + camera.z;

    return { x: translatedX, y: translatedY, z: translatedZ };
  }

  // Project the point from 2D to 3D
  const projectedPoint = project2Dto3D(point, camera);

  // Output the result
  console.log("Projected 3D point:", projectedPoint);

```

## shorten function project2Dto3D

```

function project2Dto3D(point, camera) {
  const { x, y, z } = point;
  const { angleX, angleY, angleZ, scale, x: cx, y: cy, z: cz } = camera;

  const cosX = Math.cos(angleX);
  const sinX = Math.sin(angleX);
  const cosY = Math.cos(angleY);
  const sinY = Math.sin(angleY);
  const cosZ = Math.cos(angleZ);
  const sinZ = Math.sin(angleZ);

  const rx = x * cosY * cosZ - y * cosY * sinZ + z * sinY;
  const ry = (x * (sinX * sinY * cosZ + cosX * sinZ) + y * (sinX * sinY * sinZ - cosX
* cosZ) + z * sinX * cosY) * scale;
  const rz = (-x * (cosX * sinY * cosZ - sinX * sinZ) - y * (cosX * sinY * sinZ +
sinX * cosZ) + z * cosX * cosY) * scale;

  return { x: rx + cx, y: ry + cy, z: rz + cz };
}

```

## add comments in code

```

function project2Dto3D(point, camera) {
  // Extract point coordinates
  const { x, y, z } = point;
  // Extract camera parameters
  const { angleX, angleY, angleZ, scale, x: cx, y: cy, z: cz } = camera;

  // Precompute trigonometric values for rotation angles
  const cosX = Math.cos(angleX);
  const sinX = Math.sin(angleX);
  const cosY = Math.cos(angleY);
  const sinY = Math.sin(angleY);
  const cosZ = Math.cos(angleZ);
  const sinZ = Math.sin(angleZ);

  // Apply rotation around X axis
  const rx = x * cosY * cosZ - y * cosY * sinZ + z * sinY;

```

```

// Apply rotation around Y axis and scale
const ry = (x * (sinX * sinY * cosZ + cosX * sinZ) + y * (sinX * sinY * sinZ - cosX * cosZ) + z * sinX * cosY) * scale;
// Apply rotation around Z axis and scale
const rz = (-x * (cosX * sinY * cosZ - sinX * sinZ) - y * (cosX * sinY * sinZ + sinX * cosZ) + z * cosX * cosY) * scale;

// Translate to camera position
const translatedX = rx + cx;
const translatedY = ry + cy;
const translatedZ = rz + cz;

return { x: translatedX, y: translatedY, z: translatedZ };
}

```

За несколько шагов удалось получить корректный, оптимизированный код.

## 2.2. Применение ООП для разработки шаблонов

Стоит отметить, что задач по теме "Стереометрия" огромное множество. Поэтому одной из первостепенных задач было сократить код шаблонов и исключить вычислительные ошибки. Для этого были разработаны классы многогранников, которые содержат в себе длины рёбер, объем, площади оснований, а так же тернарную матрицу связности и канонические координаты вершин.

Матрица может содержать значения: 1, 0, либо специальное значение, указывающий на отображении ребра пунктиром.

Каноническим положением будем называть такое расположение многогранника, когда его высота, проходящая через центр масс его основания, совпадает с осью аппликата и начало координат делится пополам.

При таком расположении, начало координат можно расположить в центре иллюстрация. Тогда чертёж не будет смещён ни в одну из сторон.

## 2.3. Вспомогательные функции

### 2.3.1. Функции для работы с координатами

**function verticesInGivenRange(vertex, startX, finishX, startY, finishY)**  
Возвращает true, если двухмерная координата точки vertex вида {x,y} находится в некоторой области, иначе false.

**function autoScale(vertex3D, camera, vertex2D, startX, finishX, startY, finishY, step, maxScale)**

Увеличивает свойство объекта camera.scale, пока все двухмерные координаты vertex2D вида {x,y} находится в некоторой области. step по умолчанию 0.1.

**function distanceFromPointToSegment(point, segmentStart, segmentEnd)**  
Возвращает длину перпендикуляра между двухмерной точкой point вида {x,y} до отрезка с концами в segmentStart и segmentEnd.

### 2.3.2. Функции для работы с canvas

`CanvasRenderingContext2D.prototype.drawFigure = function(vertex, matrixConnections)`

Соединяет линиями точки массива `vertex` с элементами `{x,y}` в соответствии с матрицей связей `matrixConnections`, которая является массивом, который может содержать в себе 0, 1 и массив `step`, указывающий на отрисовку пунктиром.

Пример матрицы связей:

```
let matrixConnections = [
  [1],
  [strok, strok],
  [0, 0, strok],
  [1, 0, 0, 1],
  [0, 1, 0, 1, 1]
];
```

`CanvasRenderingContext2D.prototype.drawFigureVer2 = function()`

`vertex, matrixConnections` Соединяет линиями точки массива `vertex` с элементами `{x,y}` в соответствии с матрицей связей `matrixConnections`, которая является объектом с числовыми полями (номера вершин), которые содержат в себе массив с номерами вершин для связи с ними.

Пример матрицы связей:

```
let matrixConnections = {
  0: [1, [3, stroke], 5],
  2: [1, [3, stroke], 7],
  4: [[3, stroke], 5, 7],
  9: [1, 8, 10],
  11: [8, 10, 12],
  13: [5, 8, 12],
  15: [7, 10, 12],
};
```

## 2.4. Этапы разработки шаблоны с вспомогательным чертежом

- Создание объекта нужного класса (фигуры)
- Преобразование канонических координат на двумерную плоскость при помощи функции `project3DTo2D`
- Масштабирование координат функцией `autoScale`
- Корректирование матрицы связей (добавление диагоналей или сечений)
- Отрисовка фигуры `drawFigure`

Для примера возьмём задание 27074

```
(function () {
  retryWhileError(function () {
    NAinfo.requireApiVersion(0, 2);

    let paint1 = function (ctx) {
    };

    NATask.setTask({
      text: 'Объем параллелепипеда ABCDA_1B_1C_1D_1 равен 9. Найдите объем треугольной пирамиды ABCA_1.',
      answers: 0,
      author: ['Сумагохина Александра']
    });
    NATask.modifiers.addCanvasIllustration({
      width: 400,
      height: 400,
      paint: paint1,
    });
  }, 100000);
})();
```

## 1. Создадим объект класса Parallelepiped.

```
(function () {
  retryWhileError(function () {
    NAinfo.requireApiVersion(0, 2);

    let par = new Parallelepiped({
      depth: sl(10, 50),
      height: sl(10, 50),
      width: sl(10, 50),
    });

    let paint1 = function (ctx) {
    };

    NATask.setTask({
      text: 'Объем параллелепипеда ABCDA_1B_1C_1D_1 равен 9. Найдите объем треугольной пирамиды ABCA_1.',
      answers: 0,
      author: ['Сумагохина Александра']
    });
    NATask.modifiers.addCanvasIllustration({
      width: 400,
      height: 400,
      paint: paint1,
    });
  }, 100000);
})();
```

## 2. Определим переменную camera, которая будет отвечать за положение наблюдателя. И спроецируем канонические координаты параллелепипеда на двухмерную плоскость при помощи функции project3DTo2D. И отмасштабируем полученные координаты так, чтобы они занимали максимально заполняли спрайт, функцией autoScale.

```

(function () {
  retryWhileError(function () {
    NAinfo.requireApiVersion(0, 2);

    let par = new Parallelepiped({
      depth: sl(10, 50),
      height: sl(10, 50),
      width: sl(10, 50),
    });

    let camera = {
      x: 0,
      y: 0,
      z: 0,
      scale: 5,

      rotationX: -Math.PI / 2 + Math.PI / 14,
      rotationY: 0,
      rotationZ: 2 * Math.PI / 3,
    };

    let point2DPar = par.verticesOfFigure.map((coord3D) =>
      project3DTo2D(coord3D, camera));

    autoScale(par.verticesOfFigure, camera, point2DPar, {
      startX: -180,
      finishX: 160,
      startY: -160,
      finishY: 160,
      maxScale: 50,
    });

    point2DPar = par.verticesOfFigure.map((coord3D) => project3DTo2D(coord3D,
      camera));

    let paint1 = function (ctx) {
    };

    NATask.setTask({
      text: 'Объем параллелепипеда ABCDA_1B_1C_1D_1 равен 9. Найдите объем
треугольной пирамиды ABCA_1.',
      answers: 0,
      author: ['Суматохина Александра']
    });
    NATask.modifiers.addCanvasIllustration({
      width: 400,
      height: 400,
      paint: paint1,
    });
  }, 100000);
})();

```

3. Перемещаемся в середину спрайта. Отрисовываем фигуру функцией `drawFigure`, отдав в неё матрицу связей для параллелепипеда.

```

(function () {
  retryWhileError(function () {
    NAinfo.requireApiVersion(0, 2);

```

```

let par = new Parallelepiped({
  depth: sl(10, 50),
  height: sl(10, 50),
  width: sl(10, 50),
});

let camera = {
  x: 0,
  y: 0,
  z: 0,
  scale: 5,

  rotationX: -Math.PI / 2 + Math.PI / 14,
  rotationY: 0,
  rotationZ: 2 * Math.PI / 3,
};

let point2DPar = par.verticesOfFigure.map((coord3D) =>
project3DTo2D(coord3D, camera));

autoScale(par.verticesOfFigure, camera, point2DPar, {
  startX: -180,
  finishX: 160,
  startY: -160,
  finishY: 160,
  maxScale: 50,
});

point2DPar = par.verticesOfFigure.map((coord3D) => project3DTo2D(coord3D,
camera));

let paint1 = function (ctx) {
  let h = 400;
  let w = 400;
  ctx.translate(h / 2, w / 2);
  ctx.lineWidth = 2;
  ctx.strokeStyle = om.secondaryBrandColors;
  let strok = [5, 4];
  ctx.drawFigure(point2DPar, [
    [strok],
    [0, 1],
    [strok, 0, 1],
    [0, 0, 0, 1],
    [strok, 0, 0, 0, 1],
    [0, 1, 0, 0, 0, 1],
    [0, 0, 1, 0, 1, 0, 1],
  ]);
};

NAtask.setTask({
  text: 'Объем параллелепипеда ABCDA_1B_1C_1D_1 равен 9. Найдите объем
треугольной пирамиды ABCA_1.',
  answers: 0,
  author: ['Сумагохина Александра']
});
NAtask.modifiers.addCanvasIllustration({
  width: 400,
  height: 400,
  paint: paint1,
});

```

```
    }, 100000);
  })();
```

4. Далее вырезаем из условия значения и заменяем их данными из класса. Впишем ответ. Обособляем имена фигур в `$$`. Добавляем буквы на вершины параллелепипеда. Добавим модификаторы `NAtask.modifiers.assertSaneDecimals` (исключает нецелый ответ) и `NAtask.modifiers.variativeABC(letter)` (заменяет все буквы в задании на случайные).

```
(function() {
  retryWhileError(function() {
    NAtask.requireApiVersion(0, 2);

    let par = new Parallelepiped({
      depth: sl(10, 50),
      height: sl(10, 50),
      width: sl(10, 50),
    });

    let pyr = new Pyramid({
      height: par.height,
      baseArea: 0.5 * par.baseArea,
    });

    let camera = {
      x: 0,
      y: 0,
      z: 0,
      scale: 5,

      rotationX: -Math.PI / 2 + Math.PI / 14,
      rotationY: 0,
      rotationZ: 2 * Math.PI / 3,
    };

    let point2DPar = par.verticesOfFigure.map((coord3D) => project3DTo2D(coord3D, camera));

    autoScale(par.verticesOfFigure, camera, point2DPar, {
      startX: -180,
      finishX: 160,
      startY: -160,
      finishY: 160,
      maxScale: 50,
    });

    point2DPar = par.verticesOfFigure.map((coord3D) => project3DTo2D(coord3D, camera));

    let letter = ['A', 'B', 'C', 'D', 'E', 'F', 'G', 'H', 'I', 'J', 'K', 'L', 'M', 'N', 'O', 'P', 'Q', 'R', 'S', 'T', 'U', 'V', 'W', 'X', 'Y', 'Z'];

    let paint1 = function(ctx) {
      let h = 400;
      let w = 400;
      ctx.translate(h / 2, w / 2);
      ctx.lineWidth = 2;
      ctx.strokeStyle = om.secondaryBrandColors;
      let strok = [5, 4];
```

```

    ctx.drawFigure(point2DPar, [
      [strok],
      [0, 1],
      [strok, 0, 1],
      [0, 0, 0, 1],
      [strok, 0, 0, 0, 1],
      [0, 1, 0, 0, 0, 1],
      [0, 0, 1, 0, 1, 0, 1],
    ]);

    ctx.font = "25px liberation_sans";
    point2DPar.forEach((elem, i) => ctx.fillText(letter[i], elem.x, elem.y
+ ((i < point2DPar.length / 2) ? 15 : -10)));
  };

  NATask.setTask({
    text: 'Объем параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ равен $'+par.volume+'$. Найдите
объем треугольной пирамиды $ABCA_1$.',
    answers: par.volume/6,
    author: ['Суматохина Александра']
  });

  NATask.modifiers.assertSaneDecimals();
  NATask.modifiers.variativeABC(letter);

  NATask.modifiers.addCanvasIllustration({
    width: 400,
    height: 400,
    paint: paint1,
  });
}, 100000);
})();

```



## Заключение

## Список литературы

- [1] Момот Е. А., Арахов Н. Д. Разработка и внедрение ПО для сбора статистики результатов подготовки к ЕГЭ по математике профильного уровня // Актуальные проблемы прикладной математики, информатики и механики. – 2021. – С. 1-2.
- [2] Открытый банк задач ЕГЭ по Математике. Профильный уровень. – URL: <https://prof.mathege.ru/>
- [3] Пошаговая инструкция по созданию элементарных шаблонов. – URL: <https://math.vsu.ru/chas-ege/doc/shabl-b1-po-shagam.html>
- [4] Федеральный институт педагогических измерений. – URL: <https://fipi.ru/ege/otkrytyy-bank-zadaniy-ege>
- [5] Единый государственный экзамен. – URL: [https://ru.wikipedia.org/wiki/Единый\\_государственный\\_экзамен](https://ru.wikipedia.org/wiki/Единый_государственный_экзамен)

# Приложение

## Шаблоны по теме Стереометрия

```
(function() {
  retryWhileError(function() {
    lx_declareClarifiedPhrase('сторона', 'основания');
    NAinfo.requireApiVersion(0, 2);

    let pyr = new RegularPyramid({
      height: sl(20, 50),
      baseSide: sl(20, 40),
      numberSide: 4
    });

    pyr.verticesOfFigure.push({
      x: 0,
      y: 0,
      z: pyr.verticesOfFigure[0].z
    });

    let question = [
      [sklonlxkand('боковое ребро'), pyr.sideEdge],
      [sklonlxkand('объём'), pyr.volume],
    ].shuffle();
    question.unshift([sklonlxkand('сторона основания'), pyr.baseSide]);

    let camera = {
      x: 0,
      y: 0,
      z: 0,
      scale: 5,

      rotationX: -Math.PI / 2 + Math.PI / 14,
      rotationY: 0,
      rotationZ: [1, 2].iz() * Math.PI / 3,
    };

    let point2DPyr = pyr.verticesOfFigure.map((coord3D) => project3DTo2D(coord3D, camera));

    autoScale(pyr.verticesOfFigure, camera, point2DPyr, {
      startX: -180,
      finishX: 160,
      startY: -160,
      finishY: 160,
      maxScale: 50,
    });

    point2DPyr = pyr.verticesOfFigure.map((coord3D) => project3DTo2D(coord3D, camera));

    let letters = ['A', 'B', 'C', 'D', 'S', 'O'];

    let strok = [5, 4];

    let paint1 = function(ctx) {
      let h = 400;
      let w = 400;
```

```

    ctx.translate(h / 2, w / 2);
    ctx.lineWidth = 2;
    ctx.strokeStyle = om.secondaryBrandColors;
    ctx.drawFigure(point2DPyr, [
        [1],
        [strok, strok],
        [1, strok, strok],
        [1, 1, strok, 1, 0, strok],
    ]);

    ctx.font = "30px liberation_sans";
    point2DPyr.forEach((elem, i) => ctx.fillText(letters[i], elem.x, elem.y + ((i !==
point2DPyr.length - 2) ? 15 : -
    10)));
};

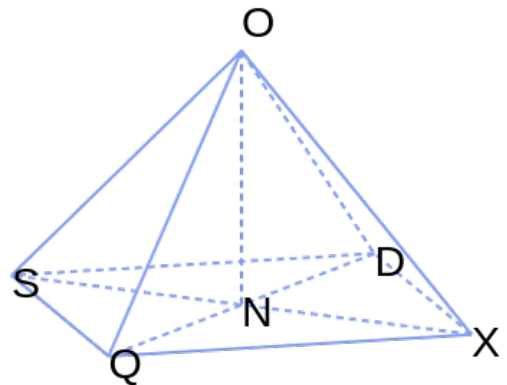
NAtask.setTask({
    text: 'В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$ с ' + 'основанием $ABCD$ ' +
        [question[0][0].ie + ' рав' + ['ен', 'на', 'но'][question[0][0].rod] + ' $' +
question[0][1].pow(2).texsqrt(1) + '$',
        question[1][0].ie + ' рав' + ['ен', 'на', 'но'][question[1][0].rod] + ' $' +
question[1][1].pow(2).texsqrt(1) + '$'
        ].shuffleJoin(', ') +
        '. Найдите ' + question[2][0].ve + ' пирамиды.',
    answers: question[2][1],
    author: ['Сумагохина Александра'],
});
NAtask.modifiers.variativeABC(letters);
NAtask.modifiers.multiplyAnswerBySqrt(13);
NAtask.modifiers.allDecimalsToStandard(true);
NAtask.modifiers.assertSaneDecimals();
NAtask.modifiers.addCanvasIllustration({
    width: 400,
    height: 400,
    paint: paint1,
});
}, 10);
})();
//https://ege314.ru/8-stereometriya-ege/reshenie-3011/
//3011

```

Листинг 1: 3011.js

В правильной четырёхугольной пирамиде  $OQSDX$  с основанием  $QSDX$  боковое ребро равно  $\sqrt{1489,5}$ , сторона основания равна 39. Найдите объём пирамиды.

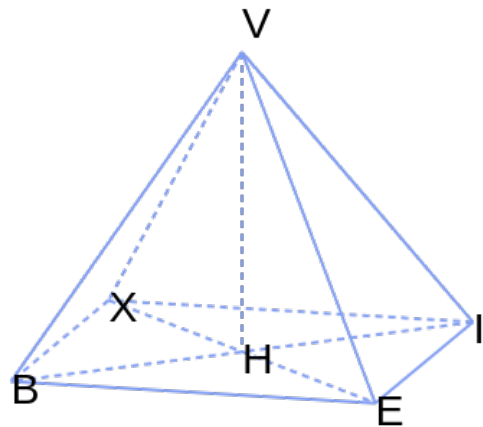
Ответ: 13689



Пример. 1

В правильной четырёхугольной пирамиде  $VEBXI$  с основанием  $EBXI$  боковое ребро равно  $\sqrt{848,5}$ , сторона основания равна 27. Найдите объём пирамиды.

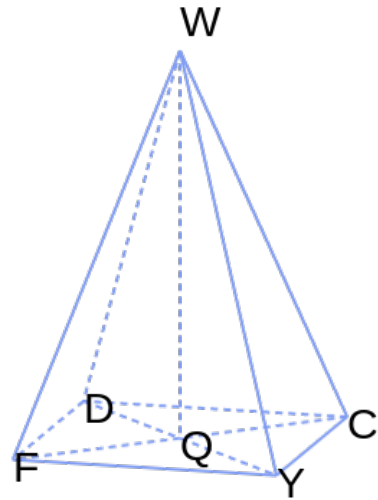
Ответ: 5346



Пример. 2

В правильной четырёхугольной пирамиде  $WYFDC$  с основанием  $YFDC$  боковое ребро равно  $\sqrt{1513}$ , сторона основания равна 24. Найдите объём пирамиды.

Ответ: 6720



Пример. 3

```

(function() {
  retryWhileError(function() {

    let pyr1 = new RegularPyramid({
      height: sl(30, 70),
      baseSide: sl(20, 50),
      numberSide: 4
    });

    let pyr2 = new Pyramid({
      height: 0.5 * pyr1.height,
      baseArea: 0.5 * pyr1.baseArea,
    });

    pyr1.verticesOfFigure = coordinatesMiddleOfSegment3D(pyr1.verticesOfFigure[0],
    pyr1.verticesOfFigure[4]);

    let camera = {
      x: 0,
      y: 0,
      z: 0,
      scale: 5,

      rotationX: -Math.PI / 2 + Math.PI / 14,
      rotationY: 0,
      rotationZ: [1, 2].iz() * Math.PI / 3,
    };

    let point2DPyr = pyr1.verticesOfFigure.map((coord3D) => project3DTo2D(coord3D,
    camera));

    autoScale(pyr1.verticesOfFigure, camera, point2DPyr, {
      startX: -180,
      finishX: 160,
      startY: -160,
      finishY: 160,
      maxScale: 50,
    });

    point2DPyr = pyr1.verticesOfFigure.map((coord3D) => project3DTo2D(coord3D, camera));

    let letters = ['A', 'B', 'C', 'D', 'S', 'E'];
    let strok = [5, 4];

    let paint1 = function(ctx) {
      let h = 400;
      let w = 400;
      ctx.translate(h / 2, w / 2);
      ctx.lineWidth = 2;
      ctx.strokeStyle = om.secondaryBrandColors;
      ctx.drawFigure(point2DPyr, [
        [1],
        [0, strok],
        [1, strok, strok],
        [1, 1, strok, 1, ],
        [0, 1, 0, 1, 0]
      ]);

      ctx.font = "30px liberation_sans";
      point2DPyr.forEach((elem, i) => ctx.fillText(letters[i], elem.x, elem.y + ((i <=

```

```

point2DPyr.length - 3) ? 15 : -
    10)));

};

NAtask.setTask({
    text: 'Объём правильной четырёхугольной пирамиды $SABCD$ равен $' +
pyr1.volume.pow(2).texsqrt(1) + '$. ' +
    'Точка $E$ - середина ребра $SA$. Найдите объём треугольной пирамиды $EABD$.',
    answers: pyr2.volume,
    author: ['Суматохина Александра'],
});
NAtask.modifiers.variativeABC(letters);
NAtask.modifiers.multiplyAnswerBySqrt(13);
NAtask.modifiers.allDecimalsToStandard(true);
NAtask.modifiers.assertSaneDecimals();
NAtask.modifiers.addCanvasIllustration({
    width: 400,
    height: 400,
    paint: paint1,
});
});
})();
//27114 75015 75063 519535 75017 75019 75021 75023 75025 75027 75029 75031 75033 75035
75037 75039 75041 75043 75045 75047 75049 75051 75053 75055 75057 75059 75061

```

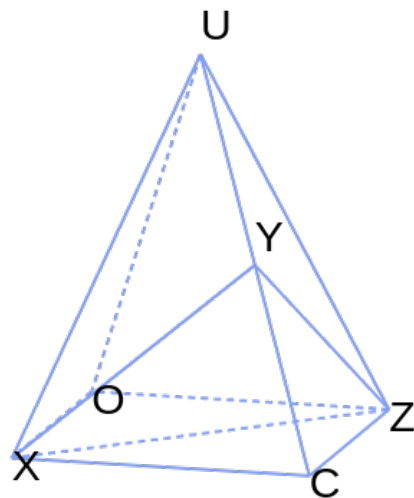
Листинг 2: 27114.js



## Примеры генерируемых задач 3011.js

Объём правильной четырёхугольной пирамиды  $UCXOZ$  равен 31164. Точка  $Y$  – середина ребра  $UC$ . Найдите объём треугольной пирамиды  $YCXZ$ .

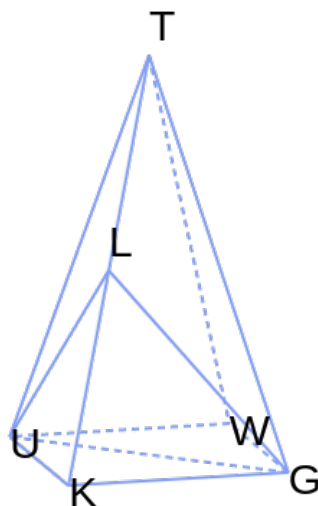
Ответ: 7791



### Пример. 4

Объём правильной четырёхугольной пирамиды  $TKUWG$  равен 4800. Точка  $L$  – середина ребра  $TK$ . Найдите объём треугольной пирамиды  $LKUG$ .

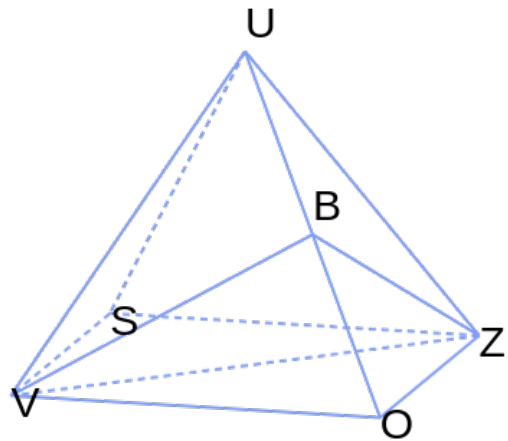
Ответ: 1200



### Пример. 5

Объём правильной четырёхугольной пирамиды  $UOVSZ$  равен 25650. Точка  $B$  – середина ребра  $UO$ . Найдите объём треугольной пирамиды  $BOVZ$ .

Ответ: 6412,5



Пример. 6

```

(function() {
  retryWhileError(function() {

    let pyr1 = new RegularPyramid({
      height: sl(10, 30)*(3).sqrt(),
      baseSide: sl(20, 50),
      numberSide: 3
    });

    let pyr2 = new RegularPyramid({
      height: pyr1.height,
      baseSide: 0.5 * pyr1.baseSide,
      numberSide: 3
    });

    pyr1.verticesOfFigure.push(coordinatesMiddleOfSegment3D(pyr1.verticesOfFigure[0],
pyr1.verticesOfFigure[1]));
    pyr1.verticesOfFigure.push(coordinatesMiddleOfSegment3D(pyr1.verticesOfFigure[0],
pyr1.verticesOfFigure[2]));

    let strok = [5, 4];

    let camera = {
      x: 0,
      y: 0,
      z: 0,
      scale: 5,

      rotationX: -Math.PI / 2 + Math.PI / 14,
      rotationY: 0,
      rotationZ: sl(1,2)* Math.PI / 8,
    };

    let point2DPyr = pyr1.verticesOfFigure.map((coord3D) => project3DTo2D(coord3D,
camera));

    autoScale(pyr1.verticesOfFigure, camera, point2DPyr, {
      startX: -180,
      finishX: 160,
      startY: -160,
      finishY: 160,
      maxScale: 50,
    });

    point2DPyr = pyr1.verticesOfFigure.map((coord3D) => project3DTo2D(coord3D, camera));

    let paint1 = function(ctx) {
      let h = 400;
      let w = 400;
      ctx.translate(h / 2, w / 2);
      ctx.lineWidth = 2;
      ctx.strokeStyle = om.secondaryBrandColors;
      ctx.drawFigure(point2DPyr, [
        [1],
        [strok, strok],
        [1, 1, strok, 0, 1, strok],
        [0, 0, 0, 0, 0, strok]
      ]);
    };
  });
});

```

```

NAtask.setTask({
  text: ' Объем треугольной пирамиды равен $' + pyr1.volume + '$. ' +
    'Через вершину пирамиды и среднюю линию её основания проведена плоскость см(. рисунок). '
+
  'Найдите объем отсечённой треугольной пирамиды.',
  answers: pyr2.volume,
  author: ['Суматохина Александра'],
});
NAtask.modifiers.multiplyAnswerBySqrt(13);
NAtask.modifiers.allDecimalsToStandard(true);
NAtask.modifiers.assertSaneDecimals();
NAtask.modifiers.addCanvasIllustration({
  width: 400,
  height: 400,
  paint: paint1,
});
}, 1000);
})();
//27115 75065 75109 75113 514460 75067 75069 75071 75073 75075 75077 75079 75081 75083
75085 75087 75089 75091 75093 75095 75097 75099 75101 75103 75105 75107 75111

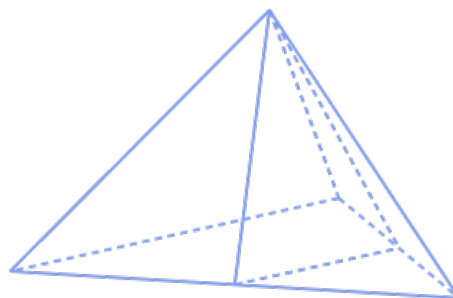
```

Листинг 3: 3011.js

## Примеры генерируемых задач 27115.js

Объём треугольной пирамиды равен 2560. Через вершину пирамиды и среднюю линию её основания проведена плоскость (см. рисунок). Найдите объём отсечённой треугольной пирамиды.

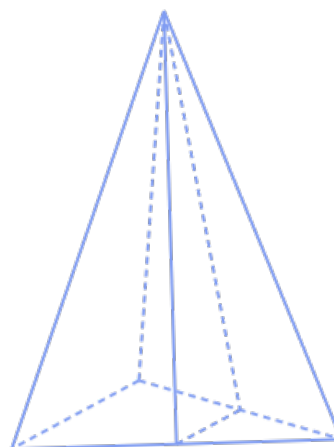
Ответ: 640



### Пример. 7

Объём треугольной пирамиды равен 4950. Через вершину пирамиды и среднюю линию её основания проведена плоскость (см. рисунок). Найдите объём отсечённой треугольной пирамиды.

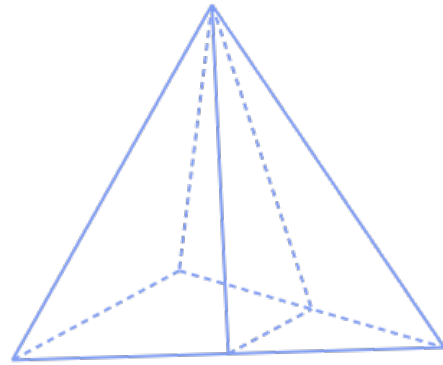
Ответ: 1237,5



### Пример. 8

Объём треугольной пирамиды равен 12096. Через вершину пирамиды и среднюю линию её основания проведена плоскость (см. рисунок). Найдите объём отсечённой треугольной пирамиды.

Ответ: 3024



Пример. 9