

Использование сплайнов третьего порядка для программной генерации некоторых заданий ЕГЭ по математике

Докладчик: Суматохина А.С.

Научный руководитель: Авдеев Н.Н.

13 апреля 2023 г.

Воронеж, ВГУ

Существующие проблемы

- ▶ Дефицит заданий для подготовки
- ▶ Списывание ответов учениками
- ▶ При появлении новых заданий в экзамене — дефицит материалов увеличивается в разы
- ▶ Некоторые задания решаются слишком быстро, а их составление вручную занимает несоразмерно много времени.

Проект «Час ЕГЭ»

«Час ЕГЭ» — компьютерный образовательный проект, разрабатываемый с 2013 года при математическом факультете ВГУ в рамках «OpenSource кластера» и предназначенный для помощи учащимся старших классов подготовиться к тестовой части единого государственного экзамена.

Примеры генерации задач №10

На рисунке изображены графики функций $f(x) = a\sqrt{x} + c$ и $g(x) = kx + b$, которые пересекаются в точках A и B .
Найдите абсциссу точки B .

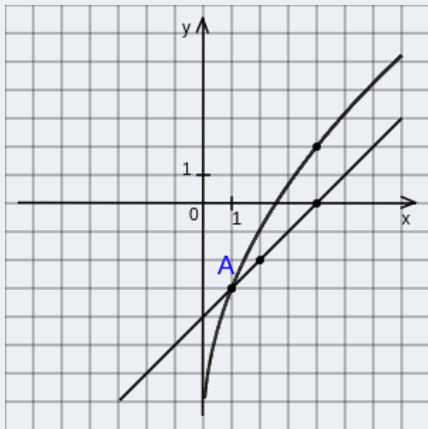
Ответ: 16

Решение:

$$f(x) = 5\sqrt{x} - 8$$

$$g(x) = x - 4$$

$$A(1; -3) \quad B(16; 12)$$



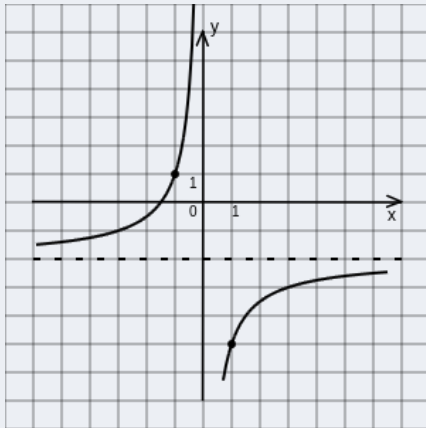
Примеры генерации задач №10

На рисунке изображён график функции $f(x) = \frac{k}{x} + b$. Найдите значение x , при котором $f(x) = -1,75$.

Ответ: 9

Решение:

$$f(x) = \frac{3}{x} - 2$$



Примеры генерации задач №10

На рисунке изображены графики функций $f(x) = \frac{a}{x+c}$ и $g(x) = kx + b$, которые пересекаются в точках A и B .
Найдите абсциссу точки B .

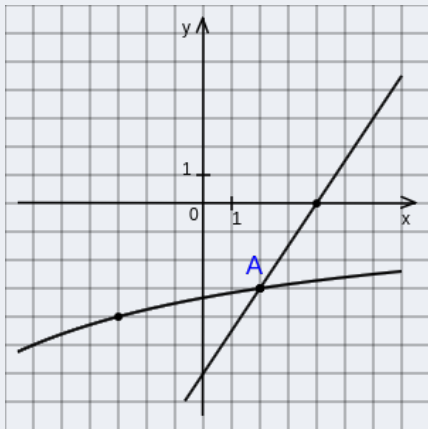
Ответ: -16

Решение:

$$f(x) = -\frac{60}{x+18}$$

$$g(x) = 1,5x - 6$$

$$A(2; -3) \quad B(-16; 30)$$



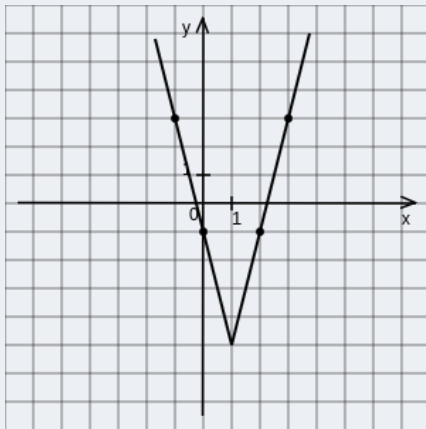
Задание по мотивам вариантов А. Ларина

На рисунке изображён график функции вида $f(x) = |kx + b| + c$, где числа b , c и k — целые, $k \leq 0$, $b \geq 0$. Найдите сумму $k + b + c$.

Ответ: -5

Решение:

$$f(x) = |4x - 4| - 5$$



Этапы генерации

- ▶ Генерация коэффициентов функций
- ▶ Подсчёт количества точек в узлах целочисленной решётки (функция `intPoints`)
- ▶ Отрисовка целочисленной сетки и осей координат (функция `drawCoordinatePlane`)
- ▶ Отрисовка графика (функция `graph9AdrawFunction`)
- ▶ Отображение нескольких точек в узлах решётки (функция `graph9AmarkCircles`)

Достижения

- ▶ Полностью покрыт открытый банк заданий ФИПИ по заданию №10.
- ▶ Разработано 35 шаблонов
- ▶ В ядро добавлено несколько вспомогательных функций, которые позволят быстро разрабатывать новые шаблоны при добавлении новых прототипов в открытый банк заданий

Кубический сплайн

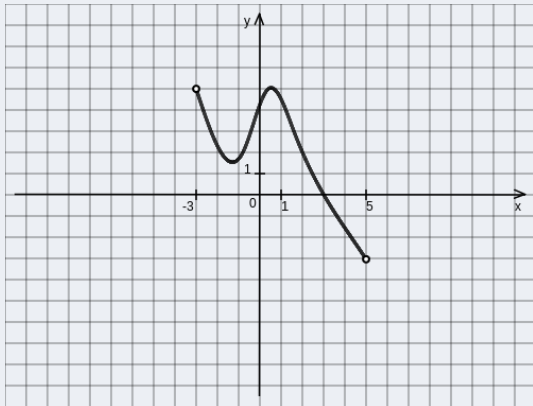
Кубическим сплайном функции $y = f(x)$, $x \in [a, b]$ на сетке $a = x_0 < x_1 < x_2 < \dots < x_n = b$ назовём функцию $S(x)$, удовлетворяющую условиям:

1. На каждом отрезке $[x_{i-1}, x_i]$, функция $S(x)$ является полиномом третьей степени.
2. Функция $S(x)$, ее первая $S'(x)$ и вторая $S''(x)$ производные непрерывны на сегменте $[a, b]$.
3. $S(x_i) = f(x_i) = f_i, i = 0, \dots, n$.

Примеры генерации задач №7

На рисунке изображён график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-3; 5)$. В какой точке отрезка $[2; 3]$ функция $f(x)$ принимает наибольшее значение?

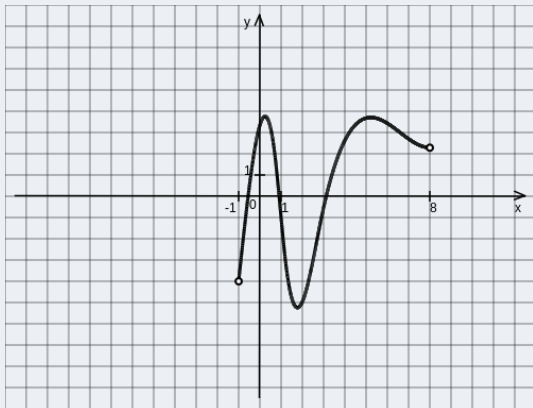
Ответ: 3



Примеры генерации задач №7

На рисунке изображен график производной функции $f'(x)$, определенной на интервале $(-1; 8)$. Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции $f(x)$ параллельна прямой $y = -3x + 14,8$ или совпадает с ней.

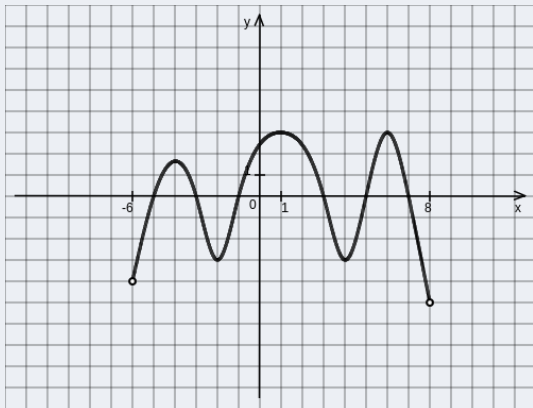
Ответ: 3



Примеры генерации задач №7

На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-6; 8)$. Найдите сумму точек экстремума функции $f(x)$.

Ответ: 5







Этапы генерации

- ▶ Генерация точек, через которые будет проходить функция
- ▶ Использование сторонней библиотеки `cubic-spline` для построения графика функции по точкам сплайна третьего порядка.
- ▶ Проверка на нахождение графика в рамках видимости
- ▶ Подсчёт и нахождение точек экстремума функции (функция `findExtremumOfFunction`)
- ▶ Отрисовка графика функции

Достижения

- ▶ Полностью покрыт открытый банк заданий ФИПИ по теме "Изучение графика функции и её производной".
- ▶ Разработано 20 шаблонов
- ▶ В проект добавлена сторонняя библиотека `cubic-spline`
- ▶ Добавлена функция для нахождения экстремумов функции

Список используемых источников

-  Момот Е. А., Арахов Н. Д. Разработка и внедрение ПО для сбора статистики результатов подготовки к ЕГЭ по математике профильного уровня //Актуальные проблемы прикладной математики, информатики и механики. – 2021. – С. 1-2.
-  Костомаров Д. П., Фаворский А. П. Вводные лекции по численным методам.
-  Открытый банк задач ЕГЭ по Математике. Профильный уровень. – URL: <https://prof.mathege.ru>
-  Федеральный институт педагогических измерений. – URL: <https://fipi.ru/ege/otkrytyy-bank-zadaniy-ege>

Спасибо за внимание