

Обобщенная схема радиотехнического генератора. Уравнение Ван-дер-Поля

1 Обобщенная схема радиотехнического генератора

Схема радиотехнического генератора представлена на рис. 11.2. Основные структурные элементы включают RLC-контур, который служит колебательной системой. Напряжение с контура подается на вход активного элемента — усилителя. Нелинейная характеристика усилителя аппроксимируется кубическим полиномом:

$$i(u) = g_0 u - g_2 u^3 + \dots \quad (1)$$

где коэффициенты g_n положительны. Выход усилителя нагружен на катушку индуктивности L_1 , которая индуктивно связана с катушкой контура, обеспечивая обратную связь.

1.1 Механизм возбуждения автоколебаний

Даже при отсутствии напряжения на выходе усилителя напряжение в контуре испытывает случайные флуктуации, которые усиливаются и вновь поступают в контур через цепь обратной связи. Если энергия, вносимая в контур, превосходит энергию потерь, амплитуда колебаний нарастает. Коэффициент усиления должен быть достаточно велик, но нелинейность приводит к установлению стационарных автоколебаний с постоянной амплитудой.

1.2 Дифференциальное уравнение генератора

Запишем уравнения Кирхгофа для контура:

$$L \frac{dI}{dt} + RI + u = M \frac{di(u)}{dt} \quad (2)$$

$$u = \frac{1}{C} \int I dt \quad (3)$$

Из этих уравнений с учетом выражения для нелинейной характеристики можно получить:

$$\frac{d^2 u}{dt^2} - \omega_0^2 \left(\frac{Mg_0 - RC - 3Mg_2 u^2}{2} \right) \frac{du}{dt} + \omega_0^2 u = 0 \quad (4)$$

где $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ — собственная частота колебательного контура. Это уравнение называется уравнением Ван-дер-Поля.

1.3 Условия самовозбуждения

Линеаризуя уравнение, получаем:

$$\frac{d^2 u}{dt^2} - \frac{Mg_0 - RC}{LC} \frac{du}{dt} + \frac{u}{LC} = 0 \quad (5)$$

При $RC > Mg_0$ состояние равновесия устойчиво. При $Mg_0 > RC$ малые возмущения нарастают.

2 Уравнение Ван-дер-Поля

Уравнение Ван-дер-Поля имеет единственную особую точку $x = \dot{x} = 0$. При $\lambda > 0$ на фазовой плоскости имеется предельный цикл, отвечающий режиму периодических автоколебаний. Фазовые портреты и временные реализации колебаний представлены на рис. 11.3.

3 Автогенератор на активном элементе с отрицательной дифференциальной проводимостью

Рассмотрим схему генератора с активным элементом, вольтамперная характеристика которого имеет падающий участок. Уравнение для генератора:

$$C \frac{du}{dt} + Gu + i - g_0 u + g_2 u^3 = 0 \quad (6)$$

$$u = L \frac{di_L}{dt} \quad (7)$$

Дифференцируя и подставляя, приходим к уравнению Ван-дер-Поля:

$$\frac{d^2 u}{dt^2} - \frac{1}{C}(g_0 - G - 3g_2 u^2) \frac{du}{dt} + \omega_0^2 u = 0 \quad (8)$$

Условие самовозбуждения: $g_0 > G$.

4 Ламповый генератор Ван-дер-Поля

Ламповый генератор Ван-дер-Поля служит классической моделью для изучения автоколебательных систем. Основные структурные элементы включают колебательный контур, обратную связь и активный элемент — триод.

$$i_a = i_L + i_C \quad (9)$$

$$L \frac{di_L}{dt} + Ri = \frac{1}{C} \int i_C dt \quad (10)$$

Дифференцируя и подставляя, получаем уравнение, аналогичное уравнению Ван-дер-Поля.