

# Автоколебательный режим и связанные с ним системы

## 1 Основные определения и понятия

Наряду с колебательными системами, в которых энергия с течением времени может только уменьшаться из-за диссипации, существуют и такие, в которых возможно пополнение энергии колебаний за счет неустойчивостей. Это может иметь место, когда система в состоянии обмениваться с окружающей средой энергией или веществом, т.е. является энергетически неизолированной (открытой). В открытых системах возникает множество принципиально новых явлений, в первую очередь — генерация автоколебаний. Термин «автоколебания» ввел А.А. Андронов в 1928 г. Он же заложил основы теории автоколебаний, впервые связав их с предельными циклами Пуанкаре.

Современное определение автоколебаний можно сформулировать следующим образом. Автоколебания — это незатухающие колебания в нелинейной диссипативной системе, вид и свойства которых определяются самой системой и не зависят от начальных условий (по крайней мере, в конечных пределах). Ключевым в этом определении является требование независимости от начальных условий. С течением времени фазовая траектория стремится к некоторому притягивающему множеству, называемому аттрактором. После переходного процесса в системе устанавливаются колебания, которым отвечает движение изображающей точки по аттрактору. Такие колебания, очевидно, будут зависеть только от параметров системы, а не от начальных условий.

### 1.1 Аттракторы и предельные циклы

Аттракторами, соответствующими периодическим автоколебаниям, являются устойчивые *предельные циклы*. Под предельным циклом понимается замкнутая изолированная фазовая траектория. Термин «изолированная» означает, что в её достаточно малой (кольцеобразной) окрестно-

сти не существует других замкнутых фазовых траекторий. Это отличает предельные циклы от замкнутых фазовых траекторий, соответствующих периодическим колебаниям консервативного нелинейного осциллятора. Предельный цикл является устойчивым, если все соседние траектории приближаются к нему при  $t \rightarrow \infty$ , и неустойчивым, если соседние траектории удаляются от него при  $t \rightarrow \infty$ .

## 1.2 Типы автоколебаний

Автоколебания не обязательно должны быть периодическими. Различают также *квазипериодические*, т.е. содержащие несколько независимых спектральных компонент, находящихся в иррациональном соотношении, а также *хаотические* автоколебания, которые являются случайными, хотя совершаются под действием неслучайных источников энергии. Спектр хаотических автоколебаний сплошной. Математическим образом квазипериодических автоколебаний в фазовом пространстве является  $n$ -мерный тор, а стохастических — *странный аттрактор*, т.е. притягивающее множество, имеющее чрезвычайно сложную внутреннюю структуру, на котором все (или почти все) траектории неустойчивы.

## 2 Примеры автоколебательных систем

Класс автоколебательных систем очень широк: механические часы, радиотехнические, электронные и квантовые генераторы электромагнитных колебаний, духовые и смычковые музыкальные инструменты и др. Автоколебательный характер носят некоторые химические реакции, процессы в биологических популяциях и живых организмах.

## 3 Задача 11.1

В сосуд с поперечным сечением  $S_1$  из крана с сечением  $S_2$  поступает со скоростью  $V$  вода. Вода может выливаться через узкую сифонную трубку с поперечным сечением  $S_3$ . Высота левого колена трубки равна  $h$ , а правого —  $H$ . Постройте график зависимости уровня воды в сосуде от времени и обоснуйте автоколебательный характер поведения системы. Найдите период установившихся автоколебаний. Считайте, что скорость вытекания воды через трубку определяется формулой Торричелли.

## 4 Элементы автоколебательных систем

В простейших автоколебательных системах можно, как правило, выделить следующие основные элементы:

- Колебательная система с затуханием;
- Усилитель, содержащий источник энергии и преобразователь энергии источника в энергию колебаний;
- Нелинейный ограничитель;
- Звено обратной связи.

Рассмотрим эти элементы на классическом примере радиотехнического генератора, обобщенная схема которого приведена на рис. 11.2.