

# Программная реализация (на языке JavaScript) алгоритмов генерации ФОС по математике 2023

*Автор: Суматохина А.С.*

*Научный руководитель: Авдеев Н.Н.*

13 апреля 2023 г.

# Существующие проблемы

- ▶ Дефицит заданий для подготовки
- ▶ Списывание ответов учениками
- ▶ При появлении новых заданий в экзамене — дефицит материалов увеличивается в разы
- ▶ Некоторые задания решаются слишком быстро, а их составление вручную занимает несоразмерно много времени.

# Проект «Час ЕГЭ»

«Час ЕГЭ» — компьютерный образовательный проект, разрабатываемый с 2013 года при математическом факультете ВГУ в рамках «OpenSource кластера» и предназначенный для помощи учащимся старших классов подготовиться к тестовой части единого государственного экзамена.

## Примеры генерации задач №10

На рисунке изображены графики функций  $f(x) = a\sqrt{x} + c$  и  $g(x) = kx + b$ , которые пересекаются в точках  $A$  и  $B$ . Найдите абсциссу точки  $B$ .

Ответ: 16

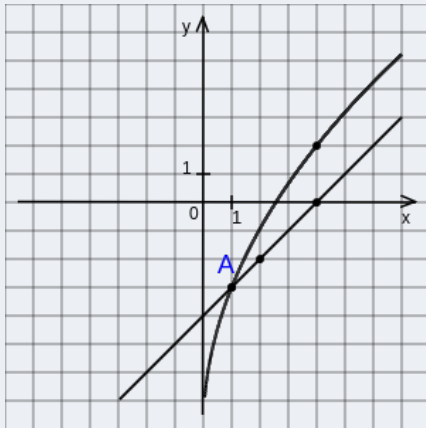
Решение:

$$f(x) = 5\sqrt{x} - 8$$

$$g(x) = x - 4$$

$$A(1; -3)$$

$$B(16; 12)$$



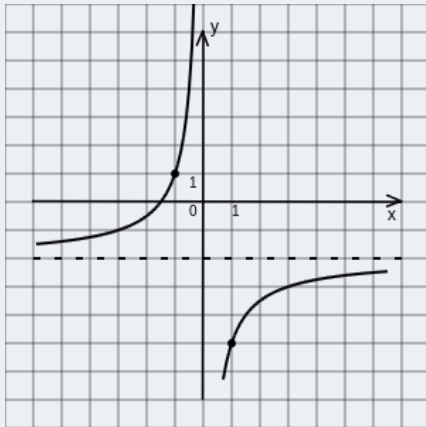
## Примеры генерации задач №10

На рисунке изображён график функции  $f(x) = \frac{k}{x} + b$ . Найдите значение  $x$ , при котором  $f(x) = -1,75$ .

Ответ: 9

Решение:

$$f(x) = \frac{3}{x} - 2$$



## Примеры генерации задач №10

На рисунке изображены графики функций  $f(x) = \frac{a}{x+c}$  и  $g(x) = kx + b$ , которые пересекаются в точках  $A$  и  $B$ . Найдите абсциссу точки  $B$ .

Ответ:  $-16$

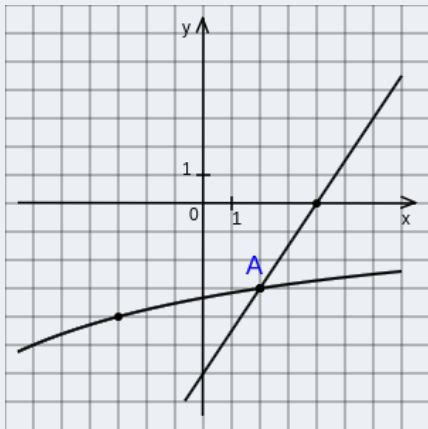
Решение:

$$f(x) = -\frac{60}{x+18}$$

$$g(x) = 1,5x - 6$$

$A(2; -3)$

$B(-16; 30)$



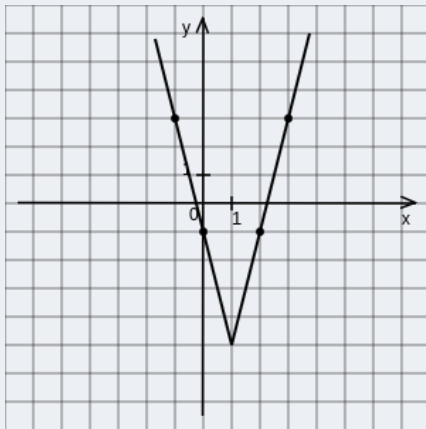
## Задание по мотивам вариантов А. Ларина

На рисунке изображён график функции вида  $f(x) = |kx + b| + c$ , где числа  $b$ ,  $c$  и  $k$  — целые,  $k \leq 0$ ,  $b \geq 0$ . Найдите сумму  $k + b + c$ .

Ответ:  $-5$

Решение:

$$f(x) = |4x - 4| - 5$$



# Этапы генерации

- ▶ Генерация коэффициентов функций
- ▶ Подсчёт количества точек в узлах целочисленной решётки (функция `intPoints`)
- ▶ Отрисовка целочисленной сетки и осей координат (функция `drawCoordinatePlane`)
- ▶ Отрисовка графика (функция `graph9AdrawFunction`)
- ▶ Отображение нескольких точек в узлах решётки (функция `graph9AmarkCircles`)



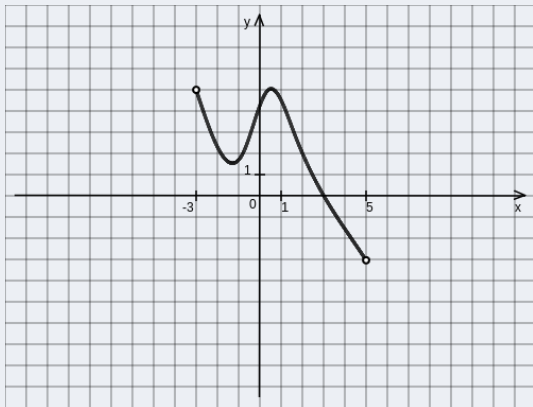
# Достижения

- ▶ Полностью покрыт открытый банк заданий ФИПИ по заданию №10.
- ▶ Разработано 35 шаблонов
- ▶ В ядро добавлено несколько вспомогательных функций, которые позволят быстро разрабатывать новые шаблоны при добавлении новых прототипов в открытый банк заданий

## Примеры генерации задач №7

На рисунке изображён график  $y = f'(x)$  — производной функции  $f(x)$ , определенной на интервале  $(-3; 5)$ . В какой точке отрезка  $[2; 3]$  функция  $f(x)$  принимает наибольшее значение?

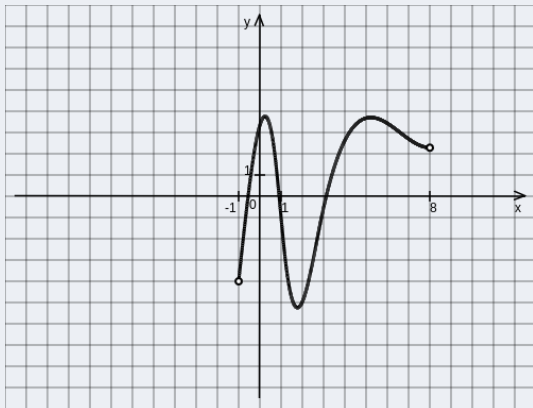
Ответ: 3



## Примеры генерации задач №7

На рисунке изображен график производной функции  $f'(x)$ , определенной на интервале  $(-1; 8)$ . Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции  $f(x)$  параллельна прямой  $y = -3x + 14,8$  или совпадает с ней.

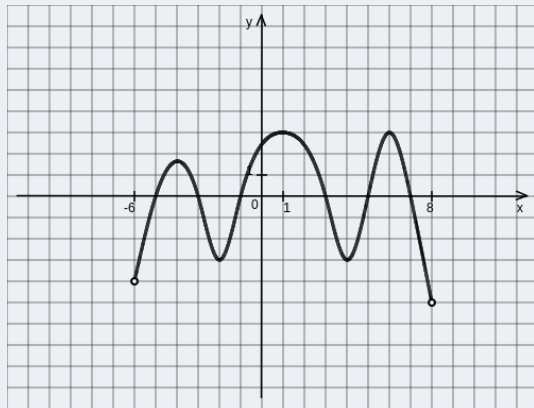
Ответ: 3



## Примеры генерации задач №7

На рисунке изображен график функции  $y = f(x)$ , определенной на интервале  $(-6; 8)$ . Найдите сумму точек экстремума функции  $f(x)$ .

Ответ: 5



# Этапы генерации

- ▶ Генерация точек, через которые будет проходить функция
- ▶ Использование сторонней библиотеки `cubic-spline` для построения графика функции по точкам сплайна третьего порядка.
- ▶ Проверка на нахождение графика в рамках видимости
- ▶ Подсчёт и нахождение точек экстремума функции (функция `findExtremumOfFunction`)
- ▶ Отрисовка графика функции

# Кубический сплайн





Кубическим сплайном функции  $y = f(x)$ ,  $x \in [a, b]$  на сетке  $a = x_0 < x_1 < x_2 < \dots < x_n = b$  назовём функцию  $S(x)$ , удовлетворяющую условиям:

1. На каждом отрезке  $[x_{i-1}, x_i]$ , функция  $S(x)$  является полиномом третьей степени.
2. Функция  $S(x)$ , ее первая  $S'(x)$  и вторая  $S''(x)$  производные непрерывны на сегменте  $[a, b]$ .
3.  $S(x_i) = f(x_i) = f_i, i = 0, \dots, n$ .

# Достижения

- ▶ Полностью покрыт открытый банк заданий ФИПИ по теме производная функции.
- ▶ Разработано 20 шаблонов
- ▶ В проект добавлена сторонняя библиотека `cubic-spline`
- ▶ Добавлена функция для нахождения экстремумов функции

# Ссылки

-  Момот Е. А., Арахов Н. Д. Разработка и внедрение ПО для сбора статистики результатов подготовки к ЕГЭ по математике профильного уровня //Актуальные проблемы прикладной математики, информатики и механики. – 2021. – С. 1-2.
-  Костомаров Д. П., Фаворский А. П. Вводные лекции по численным методам.
-  Открытый банк задач ЕГЭ по Математике.Профильный уровень. – URL: <https://prof.mathege.ru>
-  Федеральный институт педагогических измерений. – URL: <https://fipi.ru/ege/otkrytyy-bank-zadaniy-ege>



**Спасибо за внимание**