

# Конспект: Ангармоничность колебаний и генерация гармоник

## Введение

В данном документе рассматривается ангармоничность колебаний и генерация гармоник в нелинейных системах. Основное внимание уделяется спектральному представлению колебаний и влиянию нелинейных элементов на спектр.

## 1 Линейные и нелинейные колебания

### 1.1 Линейный осциллятор

Линейный консервативный осциллятор описывается уравнением:

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0, \quad (3.3)$$

где динамическая переменная изменяется по гармоническому закону:

$$x = A \sin(\omega_0 t + \varphi). \quad (3.4)$$

### 1.2 Нелинейные колебания

В нелинейных системах колебания отличаются от синусоидальных и называются ангармоническими. При малых амплитудах колебания близки к гармоническим, но при больших амплитудах форма колебаний значительно отличается.

## 2 Спектральное представление колебаний

Любую периодическую функцию можно разложить в ряд Фурье:

$$x(t) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} c_m e^{2\pi i m t / T}, \quad (3.5)$$

где коэффициенты  $c_m$  определяются как:

$$c_m = \frac{1}{T} \int_0^T x(t) e^{-2\pi i m t / T} dt. \quad (3.6)$$

### 3 Гармоники и ангармоничность

Разложение Фурье можно записать в виде:

$$x(t) = A_0 + \sum_{m=1}^{\infty} A_m \cos(m\omega t + \varphi_m), \quad (3.8)$$

где  $A_m$  и  $\varphi_m$  определяются через  $c_m$ .

### 4 Нелинейные искажения

Коэффициент нелинейных искажений определяется как:

$$\chi = \frac{\sqrt{A_2^2 + A_3^2 + A_4^2 + A_5^2 + \dots}}{A_1}. \quad (3.11)$$

### 5 Генерация высших гармоник

Нелинейные элементы преобразуют спектр входного сигнала, что приводит к появлению высших гармоник. Рассмотрим элемент с нелинейной характеристикой:

$$y = a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \dots \quad (3.12)$$

### 6 Примеры нелинейного преобразования

Примеры включают оптические эксперименты с генерацией второй гармоники и акустические эффекты, где на большом расстоянии от источника звука появляются высшие гармоники.

### Заключение

Ангармоничность колебаний и генерация гармоник являются важными аспектами в изучении нелинейных систем. Понимание этих процессов позволяет объяснить многие физические явления и их применение в технике.