
Группа <u>Р3109</u>	К работе допущен _____
Студент <u>Суханкин Д. Ю.</u>	Работы выполнена _____
Преподаватель <u>Крылов В. А.</u>	Отчет принят _____

Рабочий протокол и отчет по лабораторной работе №1.00

1. Цель работы.

Определить объем тела неправильной формы, рассматривая его как цилиндр.
Вычислить абсолютную и относительную погрешность.

2. Задачи, выполняемые при выполнении работы.

- Измерение диаметра и высоты цилиндра
- Вычисление погрешности (по средним значениям)
- Нахождение объема цилиндра по формуле $V = \pi \left(\frac{D}{2}\right)^2 h$

3. Объект исследования.

Деревянное тело неправильной формы.

4. Метод экспериментального исследования.

5. Рабочие формулы и исходные данные.

1) Формулы:

Среднее арифметическое значение

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

Оценка среднеквадратического отклонения

$$S_{\bar{x}} = \sigma = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

Доверительный интервал случайной погрешности

$$\Delta_{\bar{x}} = t_{a,n} S_{\bar{x}}$$

Абсолютная погрешность измерения с учетом случайной погрешности Δ_x и инструментальной погрешности Δ и x

$$\Delta_x = \sqrt{\Delta_{\bar{x}}^2 + \left(\frac{2}{3} \Delta_{ix}\right)^2}$$

Относительная погрешность измерения

$$\varepsilon_x = \frac{\Delta_x}{\bar{x}} \cdot 100\%$$

Объем цилиндра

$$V = \pi \left(\frac{D}{2}\right)^2 h$$

6. Измерительные приборы.

Наименование средства измерения	Предел измерения, мм	Цена деления, мм	Класс точности	Погрешность, мм
Линейка	150	1	-	0.5

7. Схема установки.

8. Результаты прямых измерений и их обработки.

Диаметр	D ₁	D ₂	D ₃	D ₄	D ₅
Значение диаметра, мм	40	44	45	39	45
Высота	H ₁	H ₂	H ₃	H ₄	H ₅
Значение высоты, мм	66	64	65	63	62

9. Расчет результатов косвенных измерений.

10. Размер погрешностей измерений.

1) Диаметр

Рассчитаем среднее арифметическое значение

$$\bar{D} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n D_i = \frac{1}{5} (D_1 + \dots + D_5) = \frac{213}{5} = 42.6 \text{ мм}$$

Находим оценку СКО результата

$$S_{\bar{D}} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (D_i - \bar{D})^2} = \sqrt{\frac{1}{20} \sum_{i=1}^n (D_i - \bar{D})^2}$$
$$S_{\bar{D}} = \sqrt{\frac{(40 - 42.6)^2 + (44 - 42.6)^2 + (45 - 42.6)^2 + (39 - 42.6)^2 + (45 - 42.6)^2}{20}}$$
$$= \frac{6.76 + 1.96 + 5.76 + 12.96 + 5.76}{20} = \frac{33.2}{20} = 1.66 \text{ мм}$$

Рассчитываем доверительный интервал случайной погрешности

$$t_{a,n} = 2.78, \text{ т.к. } n = 5. \text{ Тогда } \Delta_{\bar{D}} = t_{a,n} \cdot S_{\bar{D}} = 2.78 \cdot 1.66 = 4.6148 \text{ мм}$$

Определяем абсолютную погрешность измерения

$$\Delta_D = \sqrt{\Delta_{\bar{D}}^2 + \left(\frac{2}{3} \Delta_{\text{инD}}\right)^2} = \sqrt{21.29637904 + \left(\frac{2}{3} \cdot 0.5\right)^2}$$
$$= \sqrt{21.29637904 + \frac{1}{9}} \approx 4.62682290034 \text{ мм} = 4.6 \text{ мм}$$

Вычислим относительную погрешность

$$\varepsilon_D = \frac{\Delta_D}{\bar{D}} \cdot 100\% = \frac{4.6}{42.6} \cdot 100\% \approx 10.798122065\% = 10.8\%$$

Конечный результат

$$D = (42.6 \pm 3.6) \text{ мм}$$

2) Высота

Рассчитаем среднее арифметическое значение

$$\bar{H} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n H_i = \frac{1}{5} (H_1 + \dots + H_5) = \frac{320}{5} = 64 \text{ мм}$$

Находим оценку СКО результата

$$S_{\bar{H}} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (H_i - \bar{H})^2} = \sqrt{\frac{1}{20} \sum_{i=1}^n (H_i - \bar{H})^2}$$

$$S_{\bar{H}} = \sqrt{\frac{(66 - 64)^2 + (64 - 64)^2 + (65 - 64)^2 + (63 - 64)^2 + (62 - 64)^2}{20}}$$

$$= \frac{4 + 0 + 1 + 1 + 4}{20} = \frac{10}{20} = 0.5 \text{ мм}$$

Рассчитываем доверительный интервал случайной погрешности

$$t_{a,n} = 2.78, \text{ т.к. } n = 5. \text{ Тогда } \Delta_{\bar{H}} = t_{a,n} \cdot S_{\bar{H}} = 2.78 \cdot 0.5 = 1.39 \text{ мм}$$

Определяем абсолютную погрешность измерения

$$\Delta_H = \sqrt{\Delta_{\bar{H}}^2 + \left(\frac{2}{3} \Delta_{\text{ин}}\right)^2} = \sqrt{1.9321 + \left(\frac{2}{3} \cdot 0.5\right)^2}$$

$$= \sqrt{1.9321 + \frac{1}{9}} \approx 1.42940935743 \text{ мм} = 1.4 \text{ мм}$$

Вычислим относительную погрешность

$$\varepsilon_H = \frac{\Delta_H}{\bar{H}} \cdot 100\% = \frac{1.4}{64} \cdot 100 = 2.1875\% = 2.2\%$$

Конечный результат

$$H = (64 \pm 1.4) \text{ мм}$$

3) Объем

$$\bar{V} = \frac{\pi \bar{D}^2}{4} \bar{H}$$

$$\bar{V} = \frac{\pi 42.6^2}{4} 64 = \frac{\pi 1814.76}{4} 64 \approx 91173.5424 \text{ мм}^3 = 9.11735424 \cdot 10^4 \text{ мм}^3$$

Рассчитаем относительную погрешность измерения

$$\varepsilon_V = \sqrt{(2\varepsilon_D)^2 + \varepsilon_H}$$

$$\varepsilon_V = \sqrt{(2 \cdot 10.8)^2 + 2.2^2} = \sqrt{466.56 + 4.84} \approx 21.711747972\% = 21.7\%$$

Определим абсолютную погрешность измерения

$$\Delta_V = \frac{\varepsilon_V \bar{V}}{100}$$

$$\Delta_V = \frac{21.7 \cdot 91173}{100} = 19784.541 \text{ мм}^3 = 1.9784541 \cdot 10^4 \text{ мм}^3$$

Конечный результат

$$V = (9.1 \pm 2) \cdot 10^4 \text{ мм}^3; \varepsilon_V = 21.7\%; \alpha = 0.95$$

11.Графики.

12.Окончательные результаты.

$$V = (9.1 \pm 2) \cdot 10^4 \text{ мм}^3; \varepsilon_V = 21.7\%; \alpha = 0.95$$

13.Выводы и анализ результатов работы.

Входе данной работы было сделано по 5 измерений диаметра и высоты фигуры, с учетом абсолютных и относительных погрешностей вычислен объем цилиндра.

При выполнении данной работы я научился оценивать погрешности.

14. Ответы на контрольные вопросы

- 1) Понятие о прямых и косвенных измерениях. Погрешность измерения. Абсолютная и относительная погрешности. Случайные и систематические погрешности.

Прямые измерения – это измерения, при которых искомое значение физической величины находят непосредственно с помощью специальных технических средств. Например, измерение длины с помощью линейки, измерение массы с помощью весов и др.

Косвенные измерения – это измерения, при которых искомое значение величины вычисляют по формуле, связывающей эту величину с величинами, полученными прямыми измерениями. Например: вычисление объема тела по прямым измерениям его геометрических размеров; вычисление скорости равномерного движения по прямым измерениям длины пройденного пути и соответствующего промежутка времени $V = S / t$ и т. п.

Погрешностью измерения называется отклонение измеренного значения от истинного значения измеряемой величины. При этом различают абсолютную и относительную погрешности.

Абсолютная погрешность измерения – это разница между измеренным x и истинным $x_{\text{ист}}$ значениями измеряемой величины, выраженная в единицах измеряемой величины

Относительная погрешность измерения – это отношение абсолютной погрешности к истинному значению измеряемой величины. Относительная погрешность может быть выражена в относительных единицах (в долях) $\varepsilon_x = 0,005$ или процентах $\varepsilon_x = 0,5\%$.

Случайные погрешности – это погрешности, значения которых изменяются непредсказуемым образом при повторных измерениях одной и той же величины. Они обусловлены большим числом случайных причин, действие которых на каждое измерение различно и не может быть заранее учтено (колебания воздуха, вибрации здания, трения в осях при взвешивании, изменение внимания оператора и т. д.).

Систематические погрешности – это такие погрешности, значения которых при повторных измерениях остаются постоянными или изменяются по определенному закону.

- 2) Инструментальная погрешность и ее учет при оценке погрешности результата измерения.

Инструментальные погрешности – это погрешности, зависящие от применяемых средств измерений. Задается, с доверительной вероятностью (надежностью) $\alpha=1$ при нормальных условиях эксплуатации. Пределы допускаемой основной погрешности средств измерений устанавливаются в виде абсолютных Δ_i , приведенных γ или относительных δ погрешностей, или в виде определенного числа делений. Значения погрешностей указываются либо в виде условных обозначений на шкале прибора, либо в паспорте измерительного прибора. Если условия эксплуатации прибора отличаются от нормальных, то может возникать дополнительная погрешность.

- 3) Последовательность обработки результатов измерений при прямых многократных измерениях.
- I. Провести n измерений x_i измеряемой величины x
 - II. Вычислить среднее арифметическое значение измеряемой величины
 - III. Вычислить оценку среднего квадратического отклонения (СКО) результата измерения
 - IV. Рассчитать доверительный интервал случайной погрешности (случайную погрешность)
 - V. Определить абсолютную погрешность измерения с учетом случайной погрешности Δ_x и инструментальной погрешности Δ_{ix}
 - VI. Вычислить относительную погрешность измерения
 - VII. Используя правила представления результатов измерения, определить количество значащих цифр в абсолютной и относительной погрешностях, и в значении измеряемой величины.
- 4) Последовательность обработки результатов измерений при косвенных измерениях.

- I. Найти значения входящих в расчетную формулу величин, а также их абсолютную и относительную погрешности
 - II. По уравнению вычислить значение \bar{z} измеряемой величины при измеренных значениях аргументов $\bar{a}, \bar{b}, \bar{c} \dots$
 - III. Вывести формулу для расчета погрешности искомой величины z как функции погрешностей прямо измеренных величин.
 - IV. Используя правила представления результатов измерений, определить количество значащих цифр в абсолютной и относительной погрешностях, и в значении измеряемой величины.
- 5) Правила округления погрешности и измеряемой величины.

Если первая из отбрасываемых цифр меньше, чем “5”, то цифра предыдущего разряда не изменяется.	52.64 -> 52.6
Если первая из отбрасываемых цифр больше, чем “5”, то цифра предыдущего разряда увеличивается на единицу.	52.68 -> 52.7
Если отбрасываются несколько цифр и первая из отбрасываемых цифр “5”, то цифра предыдущего разряда увеличивается на единицу.	52.695 -> 52.7
Если отбрасывается только одна цифра “5”, а за ней нет цифр, то округление производится до ближайшего четного числа, т. е. цифра предыдущего разряда остается неизменной, если она четная, и увеличивается на единицу, если она нечетная.	52.5 -> 52 53.5 -> 54