
Группа <u>РЗ109</u>	К работе допущен _____
Студент <u>Суханкин Дмитрий Юрьевич</u>	Работы выполнена _____
Преподаватель <u>Крылов В. А.</u>	Отчет принят _____

Рабочий протокол и отчет по лабораторной работе №1.01

«Исследование распределения случайной Величины»

1. Цель работы.

1. Провести многократные измерения определенного интервала времени.
2. Построить гистограмму распределения результатов измерения.
3. Вычислить среднее значение и дисперсию полученной выборки.
4. Сравнить гистограмму с графиком функции Гаусса с такими же как и у экспериментального распределения средним значением и дисперсией.

2. Задачи, выполняемые при выполнении работы.

Исследование закономерностей в распределении случайных чисел.

3. Объект исследования.

Статические закономерности.

4. Метод экспериментального исследования.

1. Анализ
2. Лабораторный эксперимент

5. Рабочие формулы и исходные данные.

Закон распределения исследуемой величины

$$\rho(t) = \lim_{\substack{n \rightarrow \infty \\ \Delta t \rightarrow 0}} \frac{\Delta N}{N \Delta t} = \frac{1}{N} \frac{dN}{dt}$$

Нормальное распределение, описанное функцией Гаусса

$$\rho(t) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(t - \langle t \rangle)^2}{2\sigma^2}\right)$$

Среднее арифметическое результатов измерений (выборочное среднее)

$$\langle t \rangle_N = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N t_i$$

Выборочное среднеквадратическое отклонение

$$\sigma_N = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (t_i - \langle t \rangle_N)^2}$$

Нормальное распределение, описанное функцией Гаусса, если подставить $t = \langle t \rangle$ для определения максимальной высоты гистограммы

$$\rho_{max} = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}$$

Соотношение для вероятности попадания результата измерения в интервал $[t_1, t_2]$

$$P(t_1 < t < t_2) = \int_{t_1}^{t_2} \rho(t) dt \approx \frac{N_{12}}{N}$$

Доверительный интервал для измеряемого промежутка времени

$$\Delta t = t_{\alpha, N} \cdot \sigma_{\langle t \rangle}$$

Для нахождения приближенных значений границ интервалов

$$[t_N - \sigma_{\langle t \rangle}, \langle t \rangle_N + \sigma_N]$$

$$[t_N - 2\sigma_{\langle t \rangle}, \langle t \rangle_N + 2\sigma_N]$$

$$[t_N - 3\sigma_{\langle t \rangle}, \langle t \rangle_N + 3\sigma_N]$$

Стандартные доверительные интервалы для нахождения приближенных значений вероятности

$$t \in [\langle t \rangle - \sigma, \langle t \rangle + \sigma], P_\sigma \approx 0.683$$

$$t \in [\langle t \rangle - 2\sigma, \langle t \rangle + 2\sigma], P_\sigma \approx 0.954$$

$$t \in [\langle t \rangle - 3\sigma, \langle t \rangle + 3\sigma], P_\sigma \approx 0.997$$

6. Измерительные приборы.

№ п/п	Наименование	Тип прибора	Используемый диапазон	Погрешность прибора
1	Часы	Измеритель времени	0-60 с	0,5 с
2	Электронный секундомер	Измеритель времени	0-60 с	0,005 с*

* Цена деления составляет 0,01 с

7. Схема установки.

8. Результаты прямых измерений и их обработки.

№	t_i, c	$t_i - \langle t \rangle_N, c$	$(t_i - \langle t \rangle_N)^2, c^2$
1	10.31	0.15	0.02
2	10.19	0.03	0.00
3	10.37	0.21	0.04
4	10.11	-0.05	0.00
5	10.42	0.26	0.07
6	10.1	-0.06	0.00
7	10.05	-0.11	0.01
8	9.98	-0.18	0.03
9	9.92	-0.24	0.06
10	10.17	0.01	0.00
11	10.23	0.07	0.00
12	10.18	0.02	0.00
13	10.38	0.22	0.05
14	10.94	0.78	0.61
15	10.35	0.19	0.04
16	9.92	-0.24	0.06
17	10.02	-0.14	0.02
18	9.72	-0.44	0.19
19	9.85	-0.31	0.10
20	10.53	0.37	0.14
21	10.08	-0.08	0.01
22	10.26	0.1	0.01
23	10.03	-0.13	0.02
24	10.01	-0.15	0.02
25	9.9	-0.26	0.07
26	10.24	0.08	0.01

№	t_i, c	$t_i - \langle t \rangle_N, c$	$(t_i - \langle t \rangle_N)^2, c^2$
27	10.22	0.06	0.00
28	10.12	-0.04	0.00
29	10.06	-0.1	0.01
30	10.11	-0.05	0.00
31	10.37	0.21	0.04
32	10.15	-0.01	0.00
33	10.49	0.33	0.11
34	10.03	-0.13	0.02
35	10.12	-0.04	0.00
36	10.35	0.19	0.04
37	10.17	0.01	0.00
38	10.22	0.06	0.00
39	10.14	-0.02	0.00
40	10.03	-0.13	0.02
41	10.07	-0.09	0.01
42	10.22	0.06	0.00
43	10.13	-0.03	0.00
44	9.87	-0.29	0.08
45	10.18	0.02	0.00
46	10.43	0.27	0.07
47	10.12	-0.04	0.00
48	10.04	-0.12	0.01
49	10.18	0.02	0.00
50	9.82	-0.34	0.12
	$\langle t \rangle_N = 10.16 c$	$\sum_{i=1}^N (t_i - \langle t \rangle_N)^2 = 2.12 c$	$\sigma_N = 0.2 c$ $\rho_{max} = 2 c^{-1}$

Найдем выборочное среднеквадратичное отклонение

$$\sigma_N = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (t_i - \langle t \rangle_N)^2} = \sqrt{\frac{2.12}{49}} \approx \sqrt{0.043} \approx 0.2 c$$

Найдем максимальную высоту гистограммы

$$\rho_{max} = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \approx \frac{1}{0.5} \approx 2 c^{-1}$$

$$t_{min} = 9.72 c$$

$$t_{max} = 10.94 c$$

9. Расчет результатов косвенных измерений.

Границы интервалов, с	ΔN	$\frac{\Delta N}{N\Delta t}, c^{-1}$	t_{cp}, c	$\rho(t), c^{-1}$
9.72	2	0.2	9.82	0.47
9.92				
9.98	1	0.28	10.015	1.53
10.05				
10.06	1	0.33	10.09	1.88
10.12				
10.12	2	0.8	10.145	2
10.17				
10.18	1	0.4	10.205	1.94
10.23				
10.24	5	0.76	10.305	1.53
10.37				
10.38	1	0.036	10.66	0.088
10.94				

Примеры вычислений для первого интервала:

$$\frac{\Delta N}{N\Delta t} = \frac{2}{50 \cdot 0.2} = 0.2 \text{ c}^{-1}$$

$$t_{cp} = \frac{(9.72 + 9.92)}{2} = 9.82 \text{ c}$$

$$\rho(t) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(t - \langle t \rangle)^2}{2\sigma^2}\right) = \frac{1}{0.2 \cdot \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(9.82 - 10.16)^2}{2 \cdot (0.2)^2}\right) = 0.47 \text{ c}^{-1}$$

	Интервал, с		ΔN	$\frac{\Delta N}{N}$	P
	от	до			
$\langle t \rangle_N \pm \sigma_N$	9.96	10.36	35	0.7	0.683
$\langle t \rangle_N \pm 2\sigma_N$	9.76	10.56	48	0.96	0.954
$\langle t \rangle_N \pm 3\sigma_N$	9.56	10.76	49	0.98	0.997

10.Размер погрешностей измерений.

Среднеквадратичное отклонение среднего значения

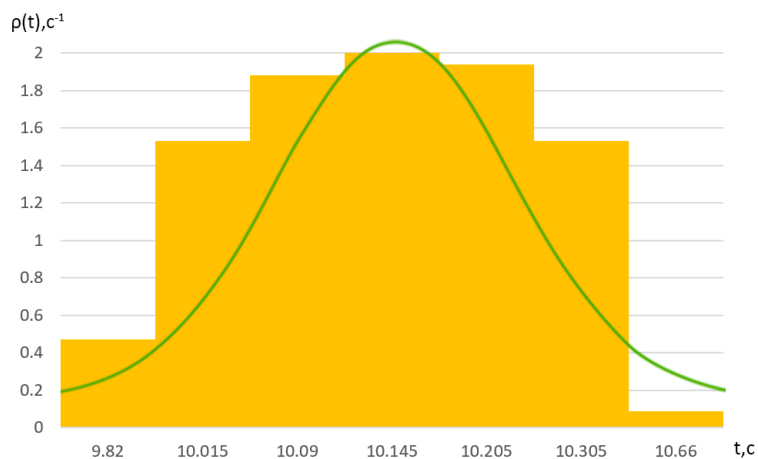
$$\sigma_{\langle t \rangle} = \sqrt{\frac{1}{N(N-1)} \sum_{i=1}^N (t_i - \langle t \rangle_N)^2} = \sqrt{\frac{2.12}{2450}} = 0.03 \text{ с}$$

$$\alpha = 0.95$$

$$t_{\alpha, N} = 2 \text{ (табличное значение)}$$

$$\Delta t = t_{\alpha, N} \cdot \sigma_{\langle t \rangle} = 0.06 \text{ с} - \text{доверительный интервал для измеряемого в работе промежутка}$$

11.Графики.



12.Окончательные результаты.

$$\alpha = P(t \in [\langle t \rangle - \Delta t; \langle t \rangle + \Delta t])$$

$$\alpha = P(t \in [10.10; 10.22])$$

13.Выводы и анализ результатов работы.

В ходе данной работы было сделано по 50 измерений одного и того же отрезка времени. Указанными в методических указаниях формулами было доказано, что при проведении большого количества измерений, эти случайные величины можно описать закономерностями. Была построена гистограмма, кривая Гаусса, найдено среднее значение и дисперсия данной выборки. Полученные результаты в целом кривой Гаусса соответствуют.