

第8章 模拟信号的数字传输

8.1 引言

8.2 模拟信号的抽样

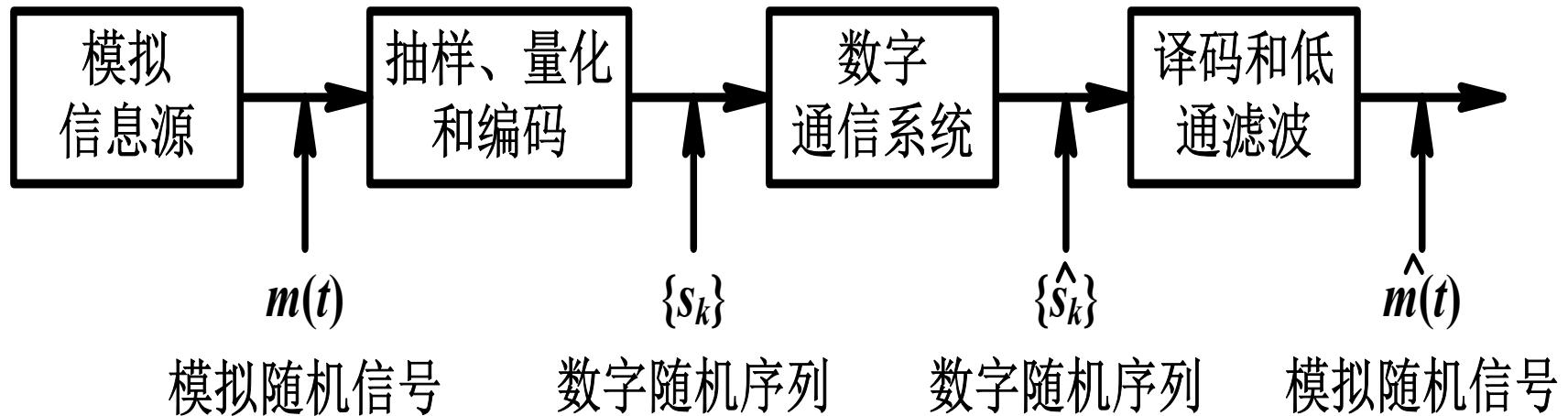
8.3 模拟脉冲调制

8.4 抽样信号的量化

8.5 脉冲编码调制

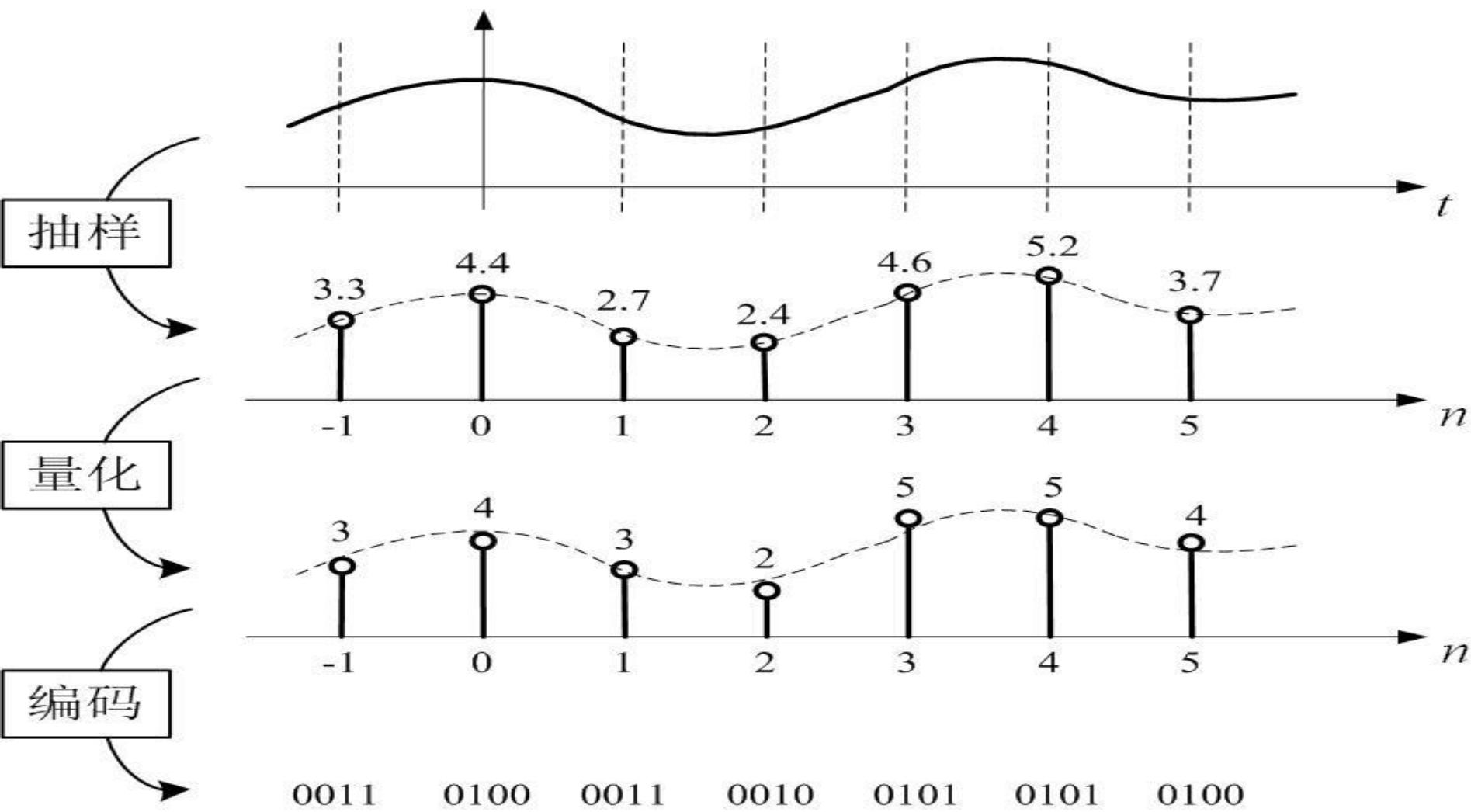
8.1 引言

模拟信号的数字传输过程：



通信与信息处理的基础技术----模拟信号的数字化
电话通信系统----采用**PCM**（脉冲编码调制）技术
实施语音信号的数字化。

数字化过程由**抽样**、**量化**与**编码**三个基本环节组成：



第8章 模拟信号的数字传输

8.1 引言

8.2 模拟信号的抽样

8.3 模拟脉冲调制

8.4 抽样信号的量化

8.5 脉冲编码调制

8.2 模拟信号的抽样

抽样或采样 ---- 在某些时刻上抽取信号值，形成反映原信号的样值序列。

8.2.1 低通模拟信号的抽样定理

给定最高非零频率为 f_H ($B_{\text{基带}} = f_H$) 的带限信号 $m(t)$ ，如果取抽样率 $f_s > 2B_{\text{基带}}$ ，则 $m(t)$ 唯一地由其样值序列： $\{m_n = m(nT_s), n \text{ 为整数}\}$ 决定，即：

$$m(t) \xleftarrow{\text{只要 } f_s > 2B_{\text{基带}}} \{m_n, n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots\}$$

奈奎斯特频率： $2f_H = 2B_{\text{基带}}$

1. 抽样过程

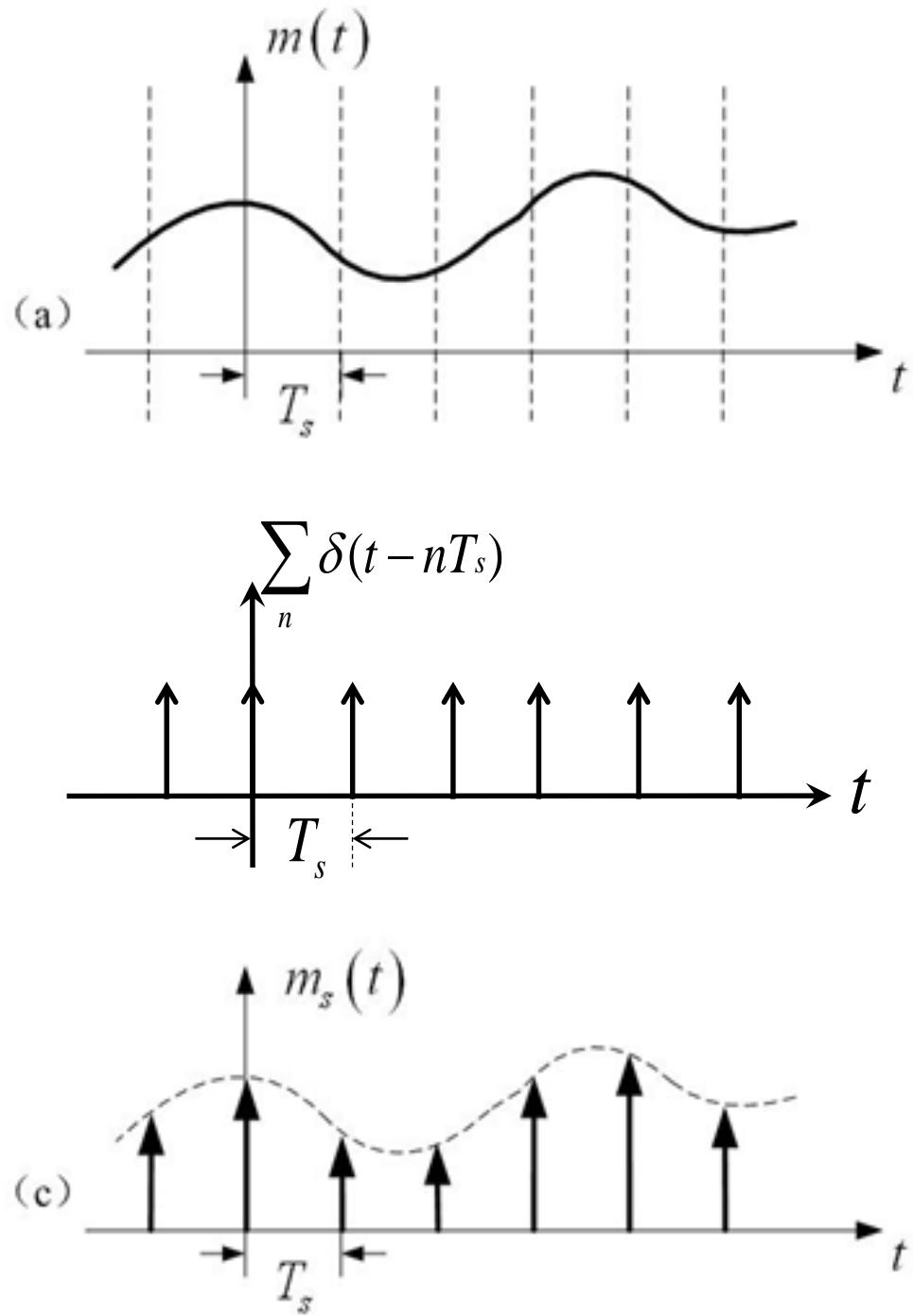
• 时域分析

$$m(t) \xrightarrow{\times} m_s(t)$$

$$\sum_n \delta(t - nT_s)$$

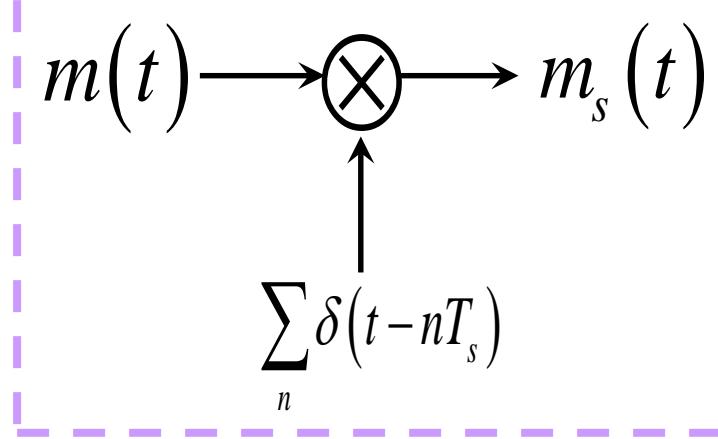
$$m_s(t) = m(t) \times \sum_n \delta(t - nT_s)$$

$$= \sum_n m_n \delta(t - nT_s)$$



• 频域分析

$$m(t) \leftrightarrow M(f) \quad m_s(t) \leftrightarrow M_s(f)$$



$$\sum_n \delta(t - nT_s) \leftrightarrow \frac{1}{T_s} \sum_n \delta(f - nf_s)$$

$$m_s(t) = m(t) \times \sum_n \delta(t - nT_s)$$

傅氏
变换

$$M_s(f) = M(f) * \left[\frac{1}{T_s} \sum_n \delta(f - nf_s) \right] = \frac{1}{T_s} \sum_n M(f - nf_s)$$

$$M_s(f) = \frac{1}{T_s} \sum_n M(f - nf_s)$$

抽样信号的频谱是原带限

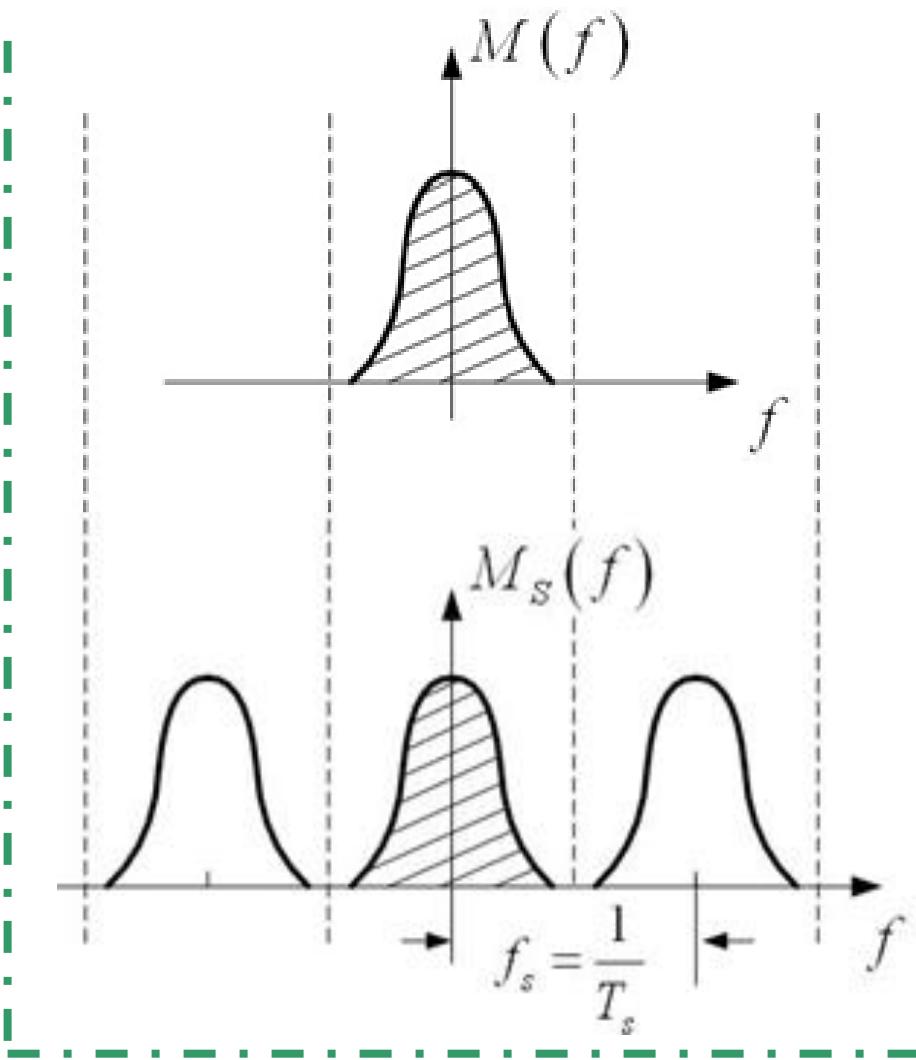
信号的谱按 f_s 周期重复。

条件 $f_s > 2f_H$ 保证了重复

过程中频谱彼此不重叠。

混叠现象 —

如果 $f_s < 2f_H$, 频谱重复中会出现交叠

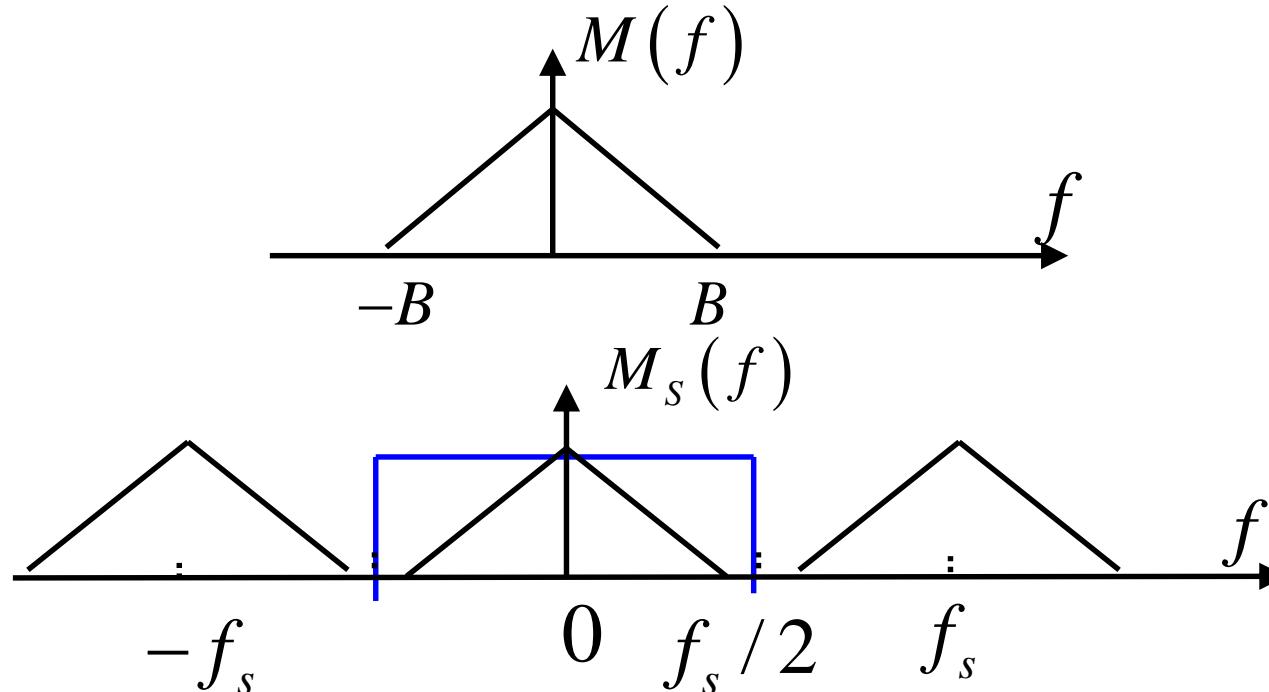


2. 重建过程

(1) 如果原带限信号被**过抽样**，即

$$f_s > 2B$$

抽样信号 $m_s(t)$ 的谱不会产生混叠。



还原 $M(f)$ 的方法：令 $B_{LPF} = f_s/2$

时域上看恢复信号的过程:

由 $f_s \frac{\sin(\pi f_s t)}{\pi f_s t} \leftrightarrow \Pi\left[\frac{f}{f_s}\right]$

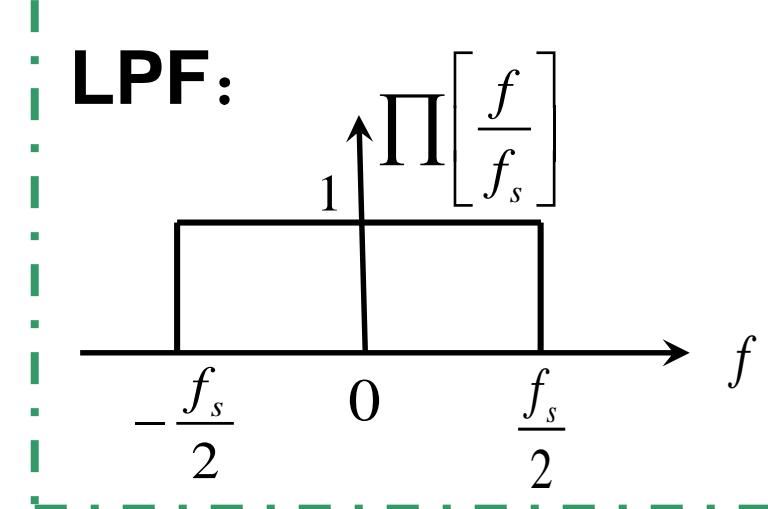
则**LPF的冲激响应**:

$$h(t) = f_s \frac{\sin(\pi f_s t)}{\pi f_s t}$$

恢复的带限信号为:

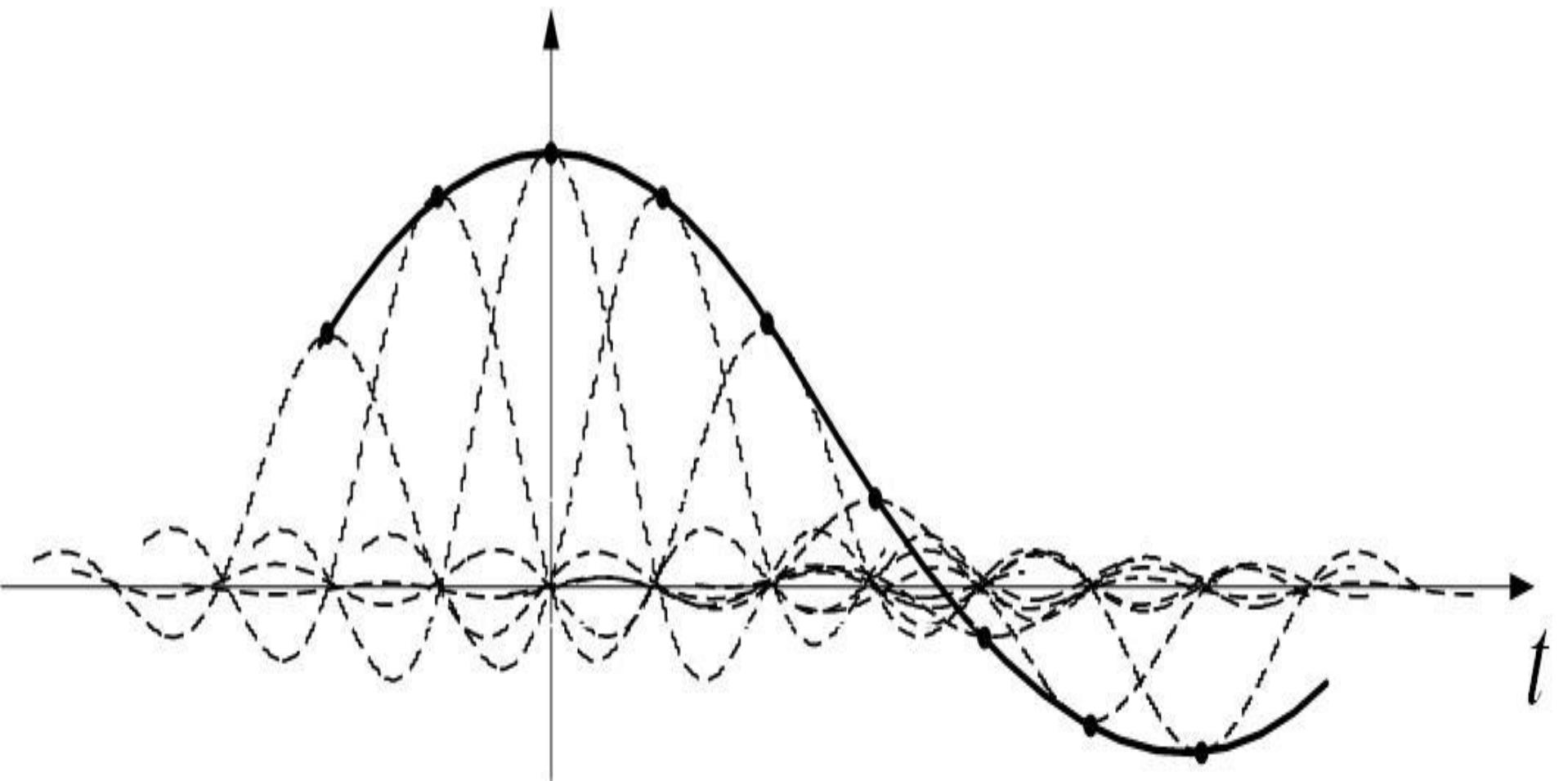
$$\hat{m}(t) = T_s \times LPF[m_s(t)] = T_s \left[m_s(t) * f_s \frac{\sin(\pi f_s t)}{\pi f_s t} \right]$$

$$= T_s \left[\sum_n m_n \delta(t - nT_s) * f_s \frac{\sin(\pi f_s t)}{\pi f_s t} \right] = \sum_n m_n \frac{\sin(\pi f_s (t - n/f_s))}{\pi f_s (t - n/f_s)}$$



$$m(t) = \sum_n m_n \frac{\sin(\pi f_s (t - n/f_s))}{\pi f_s (t - n/f_s)}$$

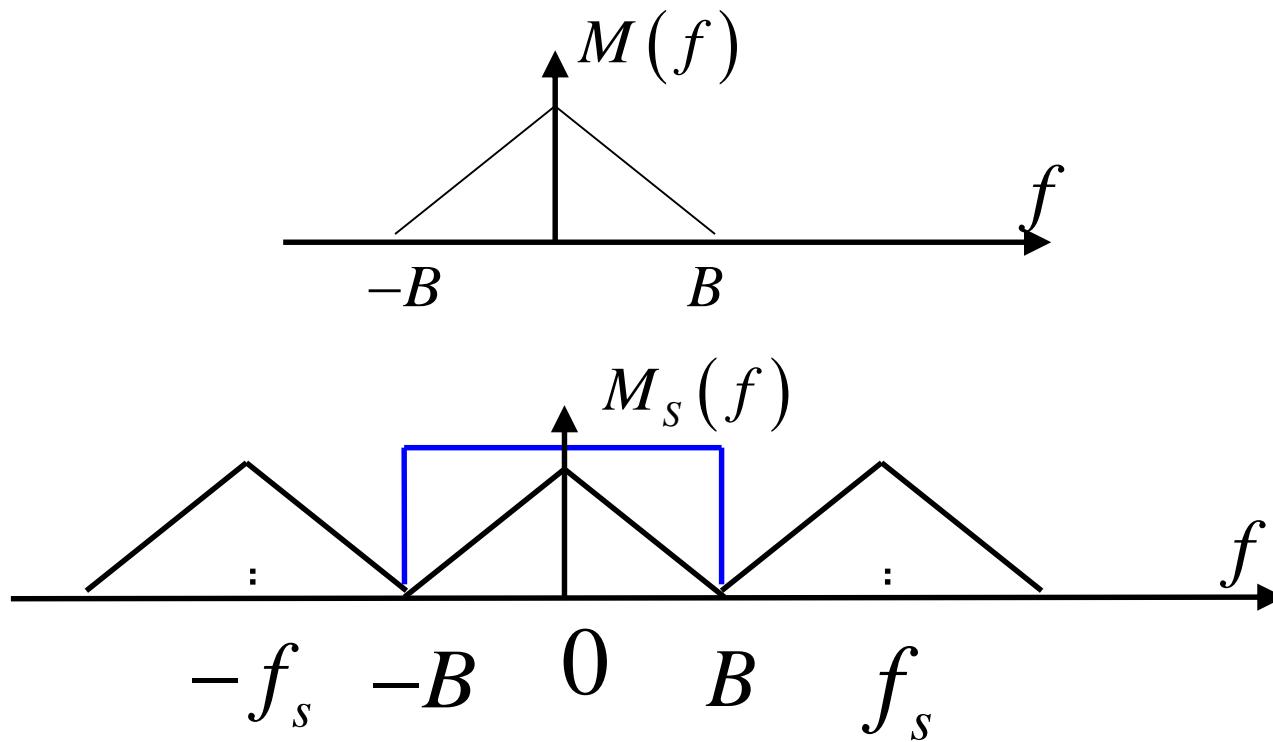
时域上看，就是用 $(\sin x)/x$ 在样值点间进行内插。



(2) 如果原带限信号被奈奎斯特速率采样，即

$$f_s = 2B$$

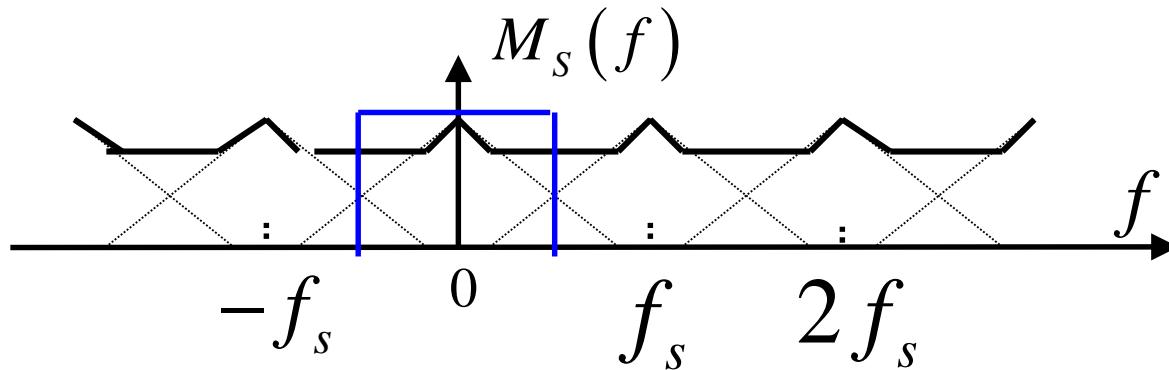
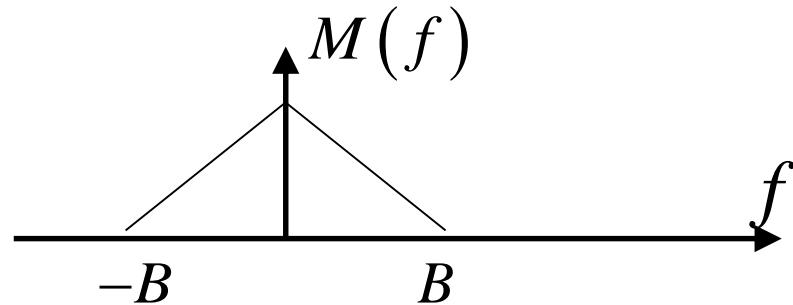
抽样信号 $m_s(t)$ 的谱正好不产生混叠。



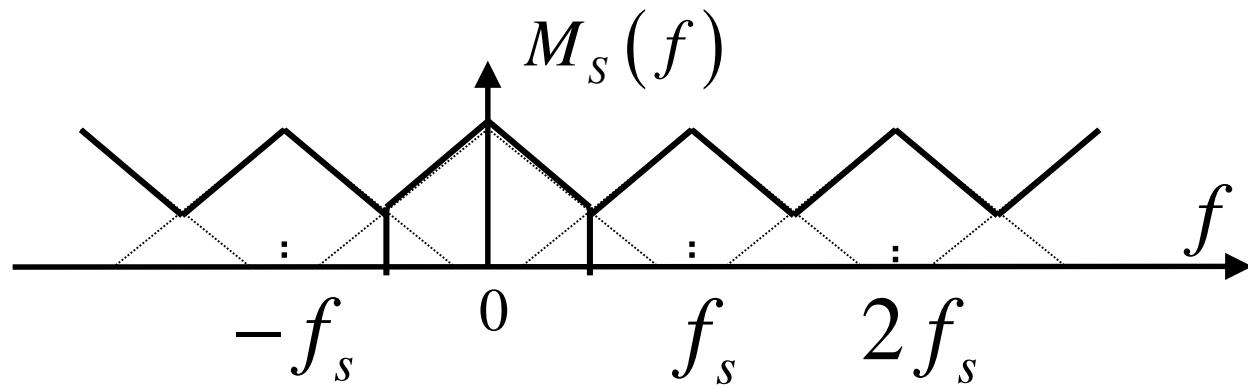
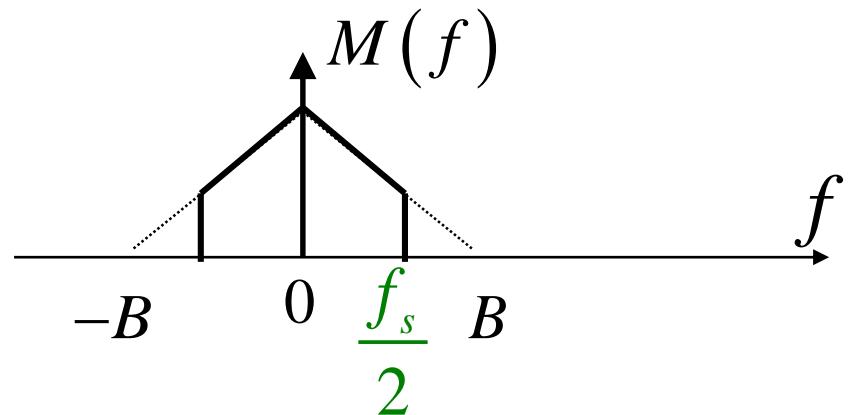
(3) 如果原带限信号被**欠抽样**，即

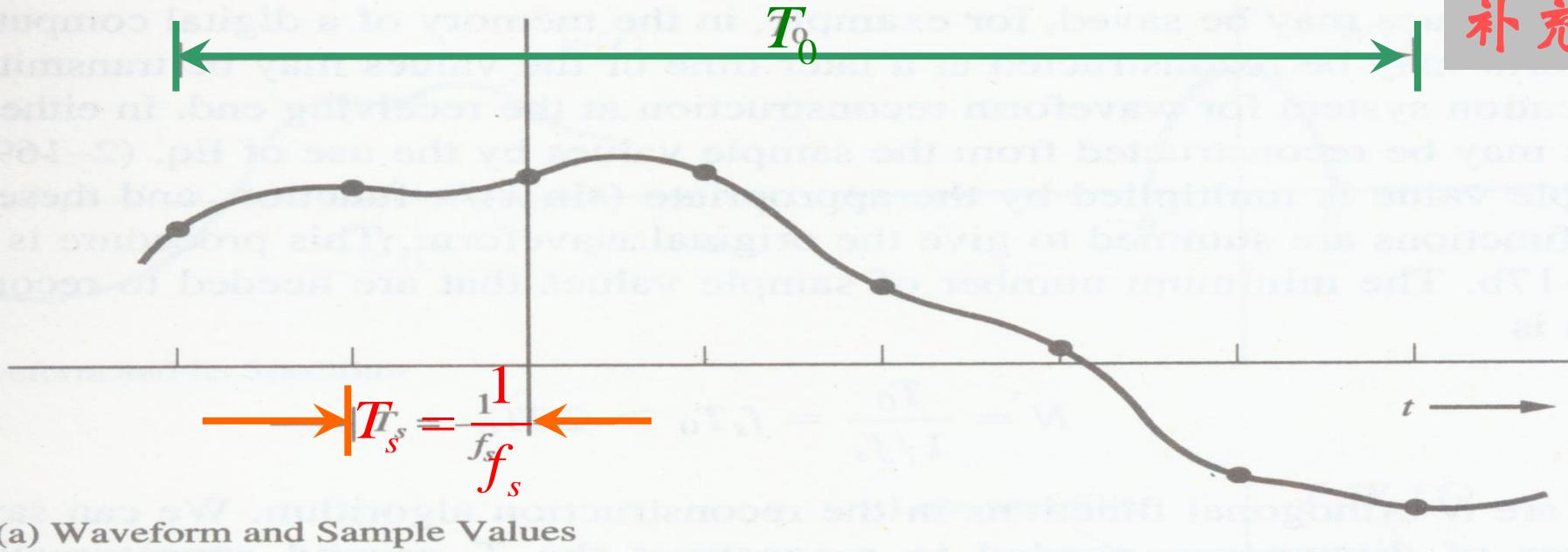
$$f_s < 2B$$

抽样信号 $m_s(t)$ 的谱会产生混叠。



预滤波：防止混叠





无误恢复波形的**最小抽样点数**: 即**维数定理**

$$N = \frac{T_0}{T_s} = f_s \cdot T_0 = 2BT_0$$

应用:

- (1) 计算表示波形所需要的存储单元数量
- (2) 估算波形的带宽

第8章 模拟信号的数字传输

8.1 引言

8.2 模拟信号的抽样

8.3 模拟脉冲调制

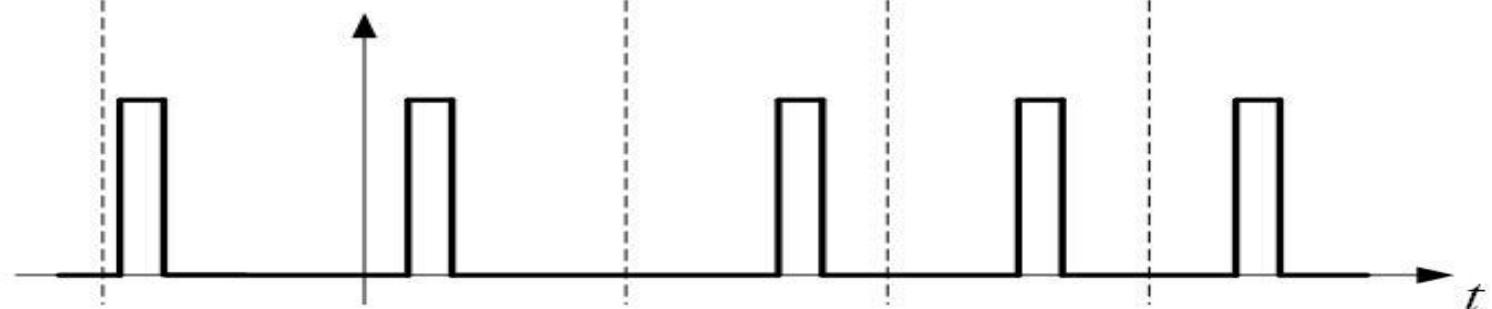
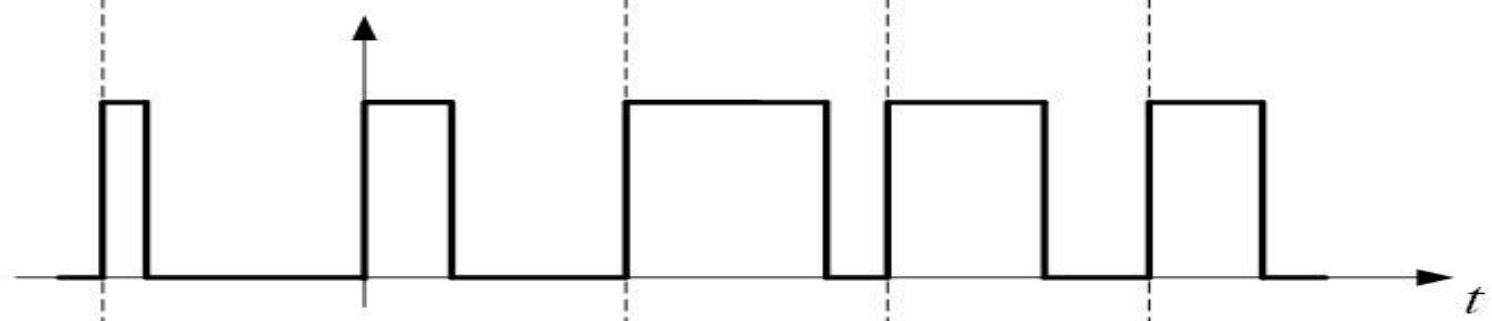
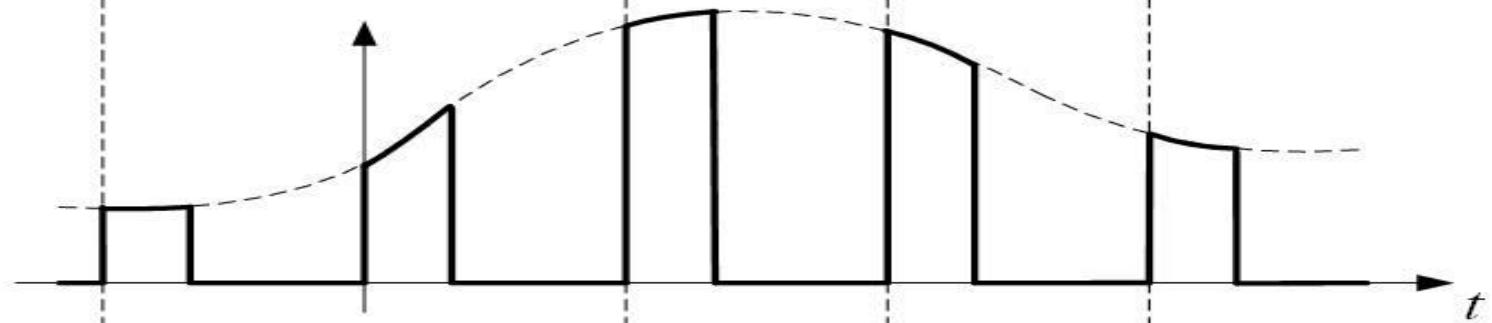
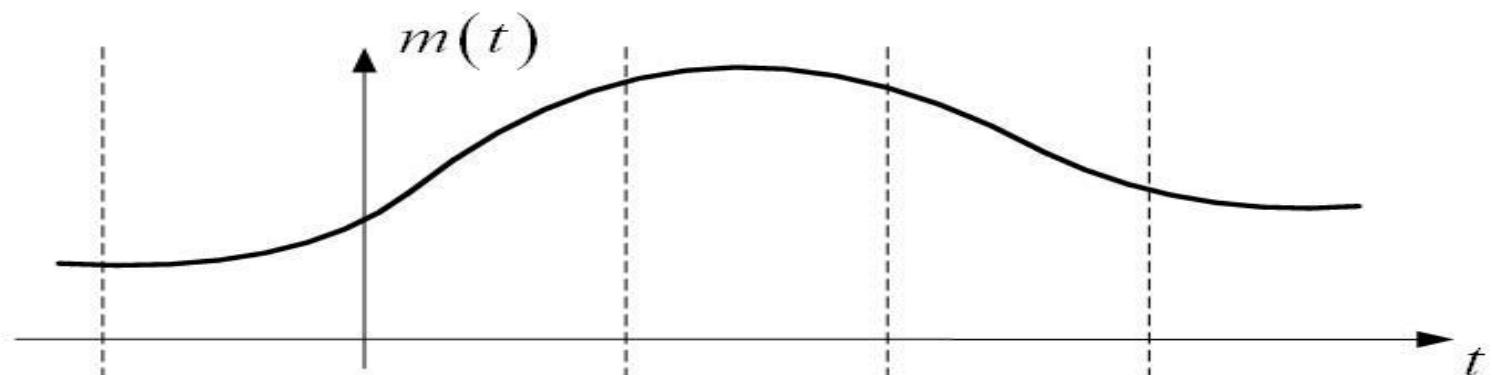
8.4 抽样信号的量化

8.5 脉冲编码调制

8.3 模拟脉冲调制

模拟脉冲调制----以脉冲串承载模拟信号的过程。

- ◆ 脉冲振幅调制 (**PAM**)
- ◆ 脉冲宽度调制 (**PDM**)
- ◆ 脉冲位置调制 (**PPM**)



实际抽样中采用某种物理可实现的窄脉冲。

常用的为矩形脉冲。

抽样过程称为----脉冲振幅调制（PAM）

特点为：

- * PAM ✓ 从模拟到脉冲形式
- ✓ 脉冲的幅度对应模拟信号的信息

仍然需要满足抽样定理: $f_s \geq 2B$

◆ 自然抽样：仅用于模拟传输

◆ 瞬时抽样：可用于数字传输

1. 自然抽样（门控PAM）

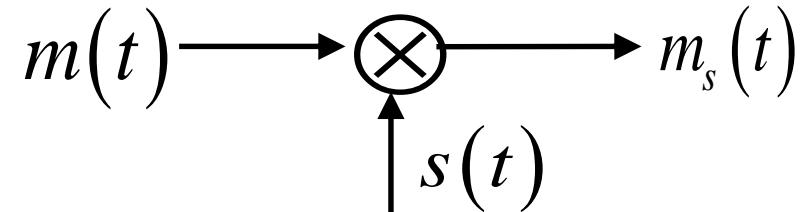
- 时域分析

对带限于**BHz**的基带信号，
对应的**自然PAM**信号为：

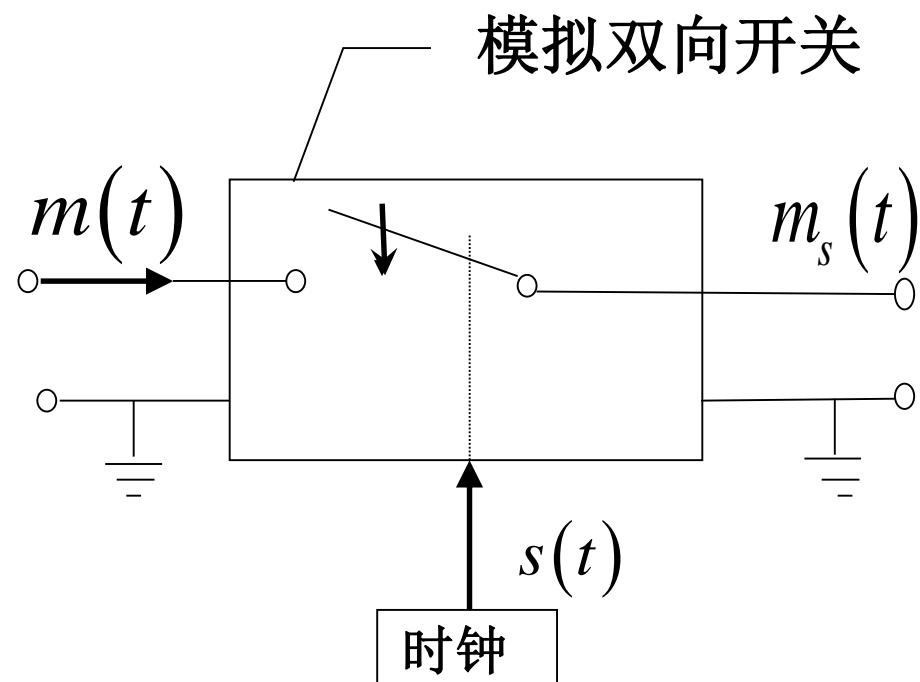
$$m_s(t) = m(t) \cdot s(t)$$

$$s(t) = \sum_n \prod \left(\frac{t - nT_s - \tau/2}{\tau} \right)$$

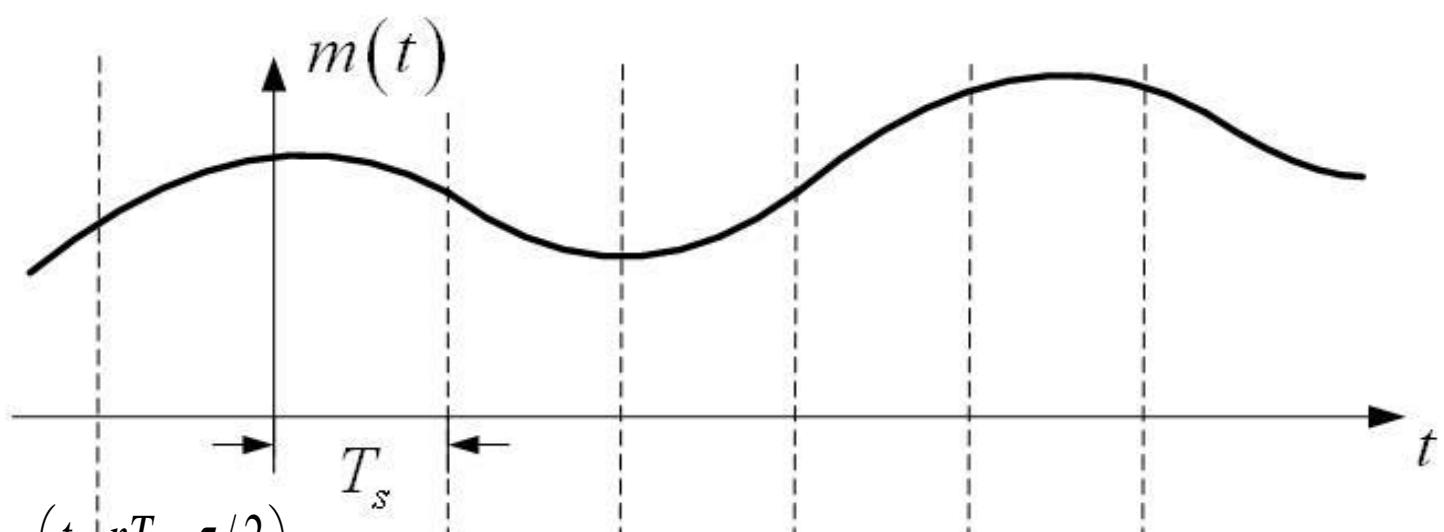
$$f_s = \frac{1}{T_s} \geq 2B$$



原理图

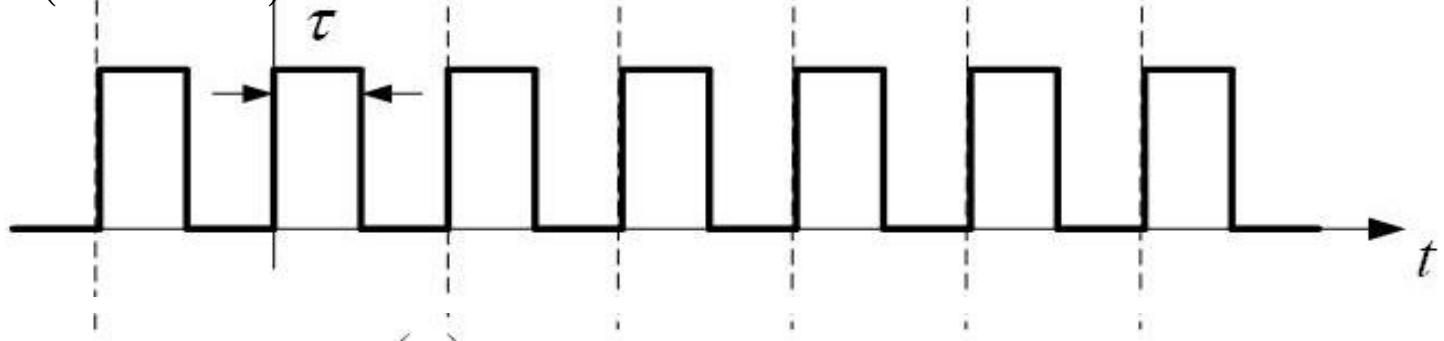


实际电路



$$s(t) = \sum_n \prod \left(\frac{t - nT_s - \tau/2}{\tau} \right)$$

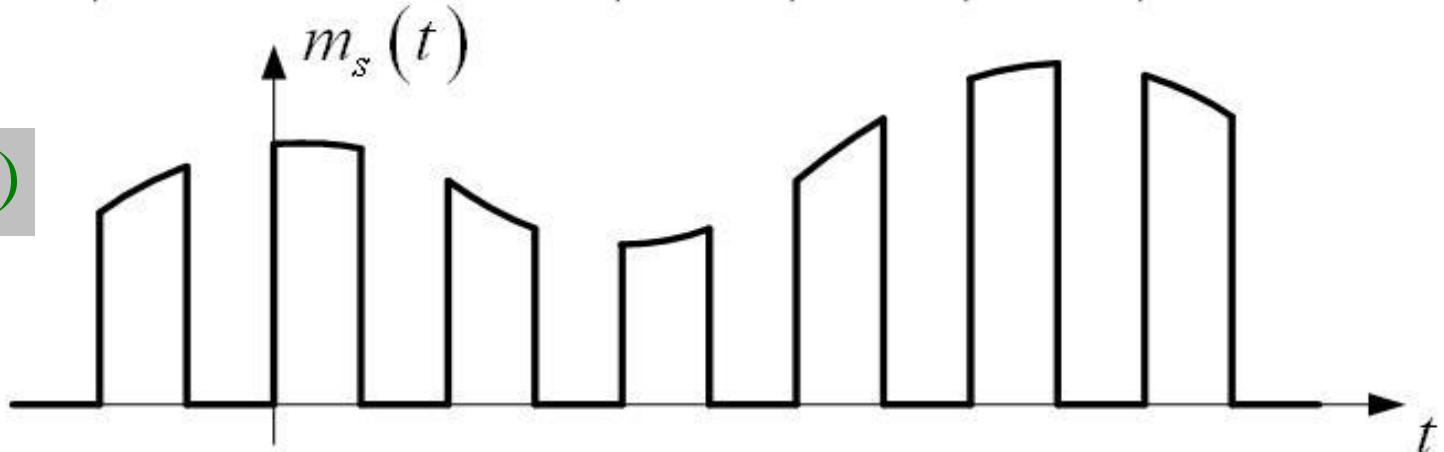
(b) 矩形脉冲串



占空比 $d = \frac{\tau}{T_s}$

$m_s(t) = m(t) \cdot s(t)$

(c) 自然抽样



- 频域分析

矩形脉冲串 $s(t)$ 的频谱为：

$$C_n = d \frac{\sin(\pi n d)}{\pi n d}$$

$$S(f) = F[s(t)] = \sum_n C_n \delta(f - nf_s)$$

由 $m_s(t) = m(t) \cdot s(t)$

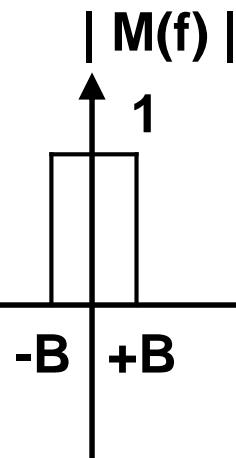
傅氏
↓ 变换

$$\begin{aligned} M_s(f) &= M(f) * S(f) = M(f) * \left[\sum_n C_n \delta(f - nf_s) \right] \\ &= \sum_n C_n M(f) * \delta(f - nf_s) = \sum_n C_n M(f - nf_s) \\ &= d \sum_n \frac{\sin(\pi n d)}{\pi n d} M(f - nf_s) \end{aligned}$$

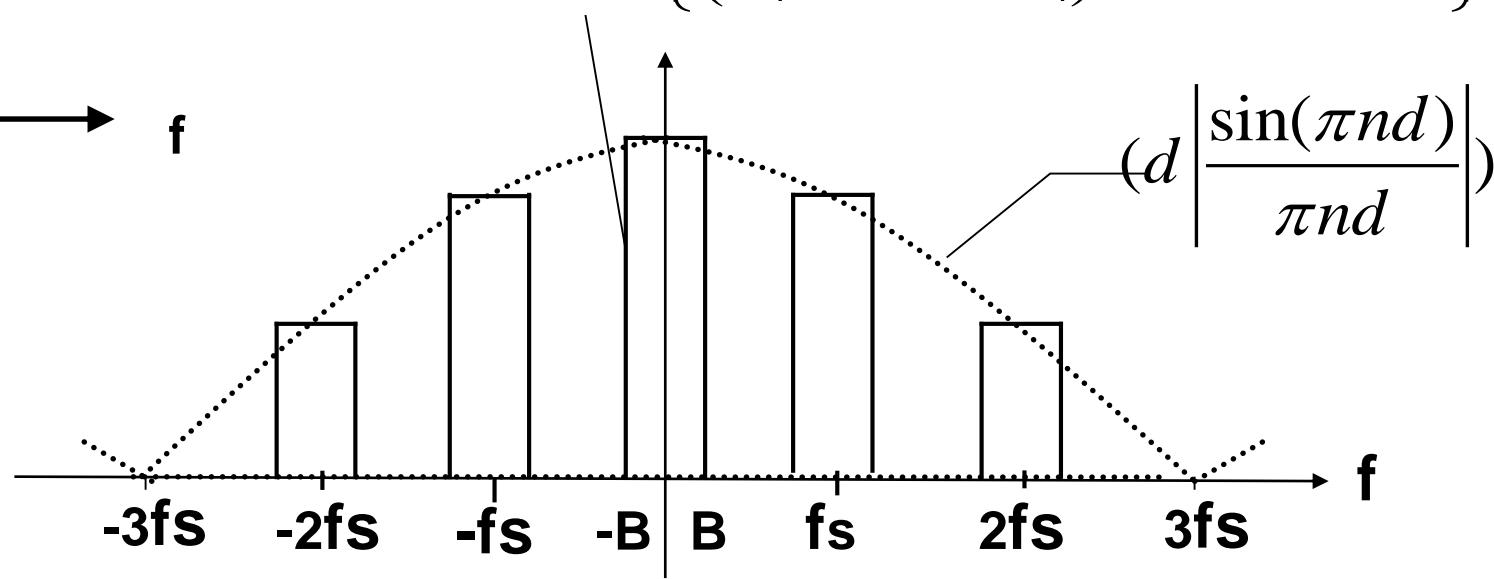
- 频域分析

$$M_s(f) = d \sum_n \frac{\sin(\pi n d)}{\pi n d} M(f - n f_s)$$

假设占空比 $d = \frac{1}{3}$, $f_s = 4B$

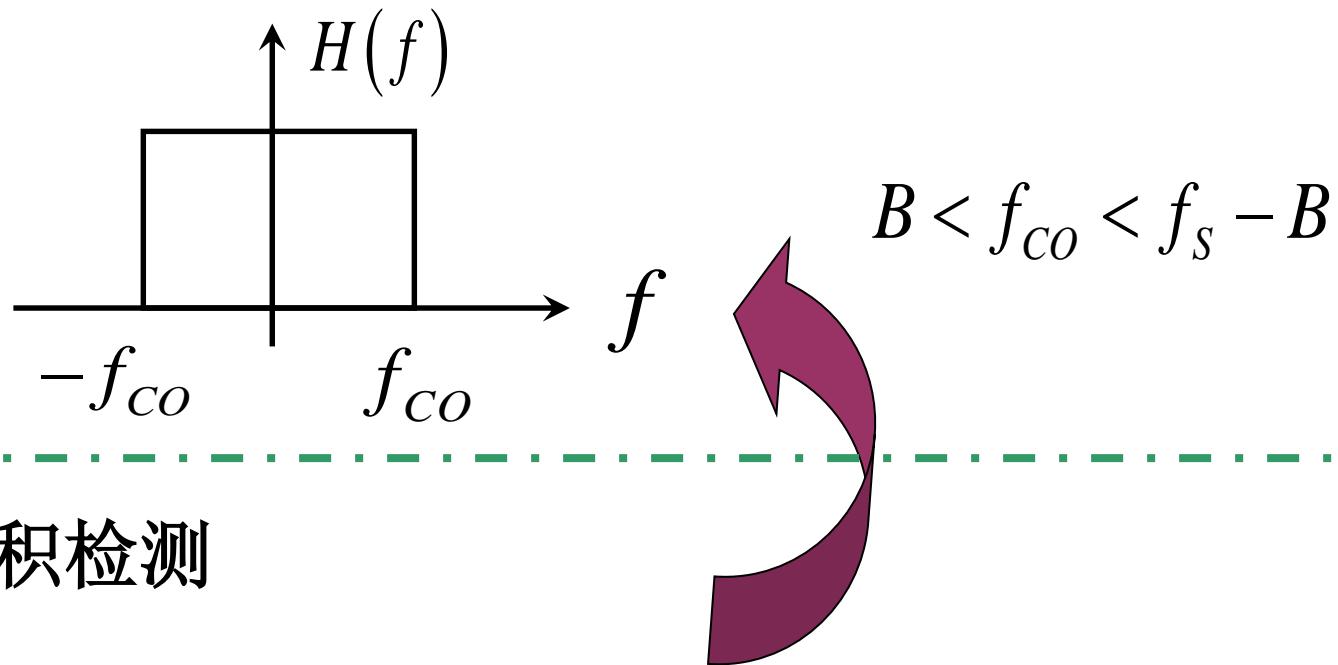


$$|M_s(f)| = \sum_n \left\{ \left(d \left| \frac{\sin(\pi n d)}{\pi n d} \right| \right) |M(f - n f_s)| \right\}$$

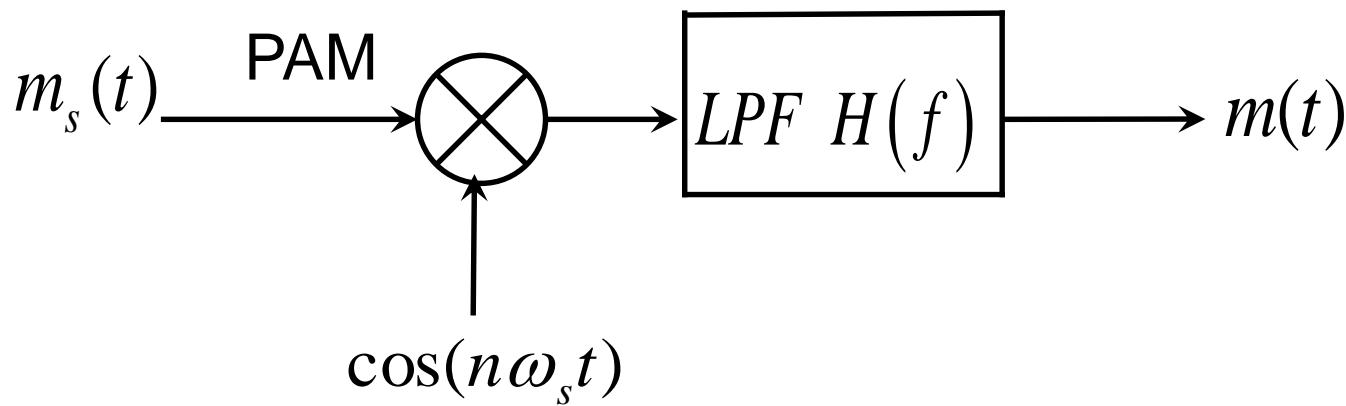


- **解调**

- * **LPF检测**



- * **乘积检测**



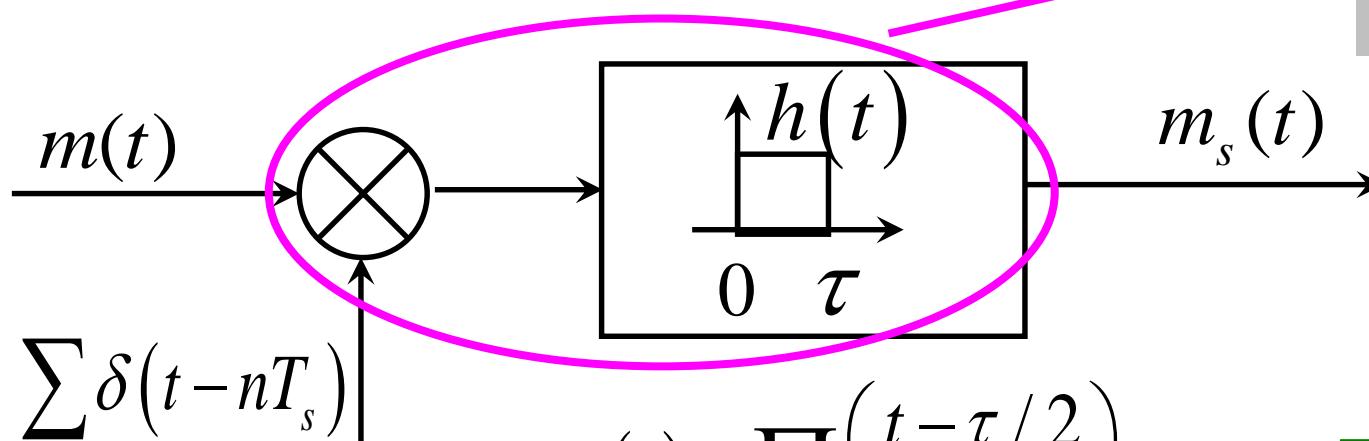
2. 瞬时抽样（平顶PAM）

- 时域分析

对带限于 $B\text{Hz}$ 的基带信号，对应的瞬时PAM信号为：

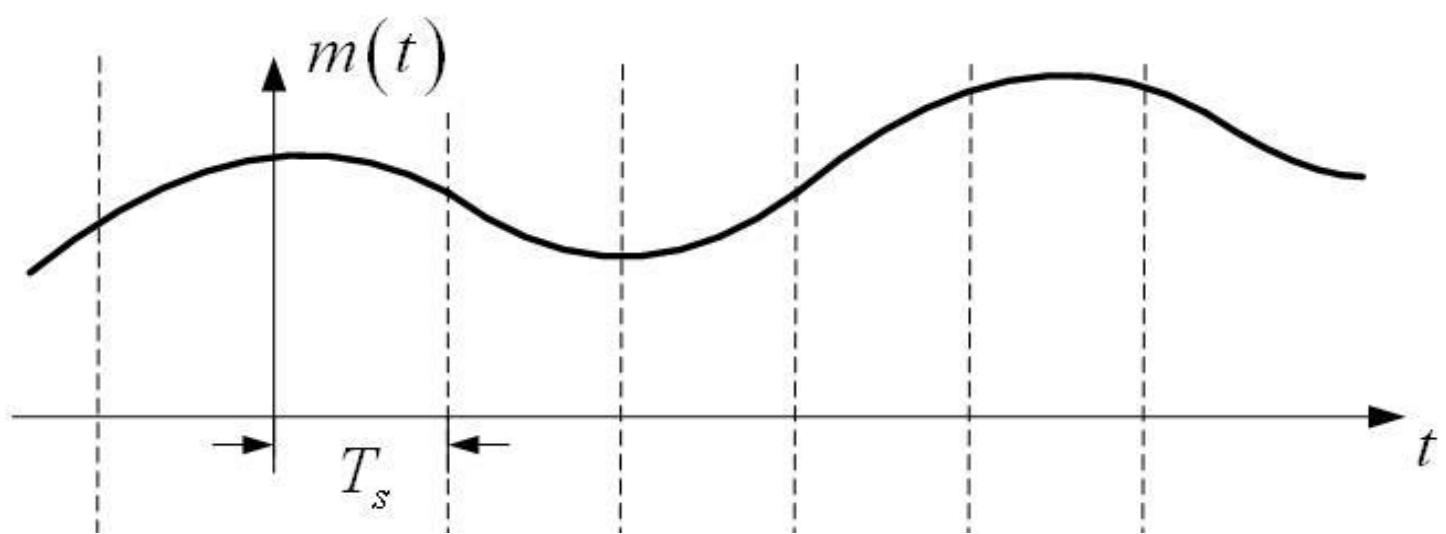
$$m_s(t) = \left[\sum_n m_n \cdot \delta(t - nT_s) \right] * h(t) = \sum_n m_n \cdot h(t - nT_s)$$

实际上用抽样
保持电路实现

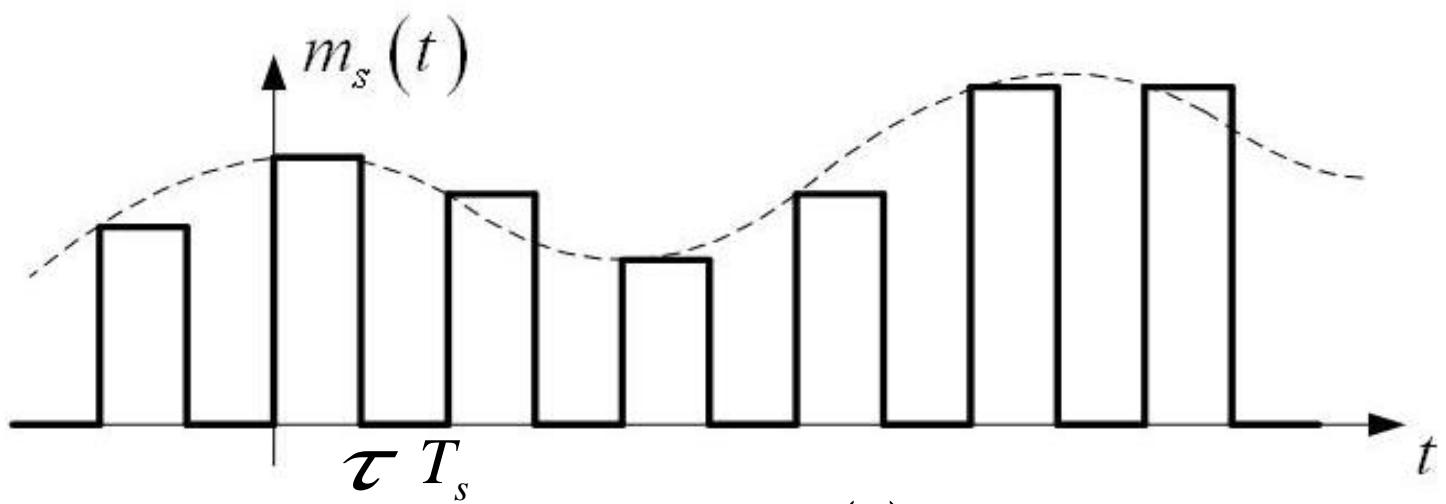


$$h(t) = \prod \left(\frac{t - \tau/2}{\tau} \right) \quad \tau \leq T_s, f_s \geq 2B$$

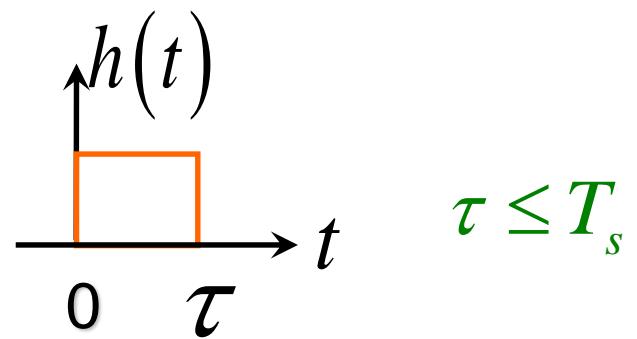
(a) 模拟信号



(d) 平顶抽样



$$m_s(t) = \sum_n m_n \cdot h(t - nT_s)$$



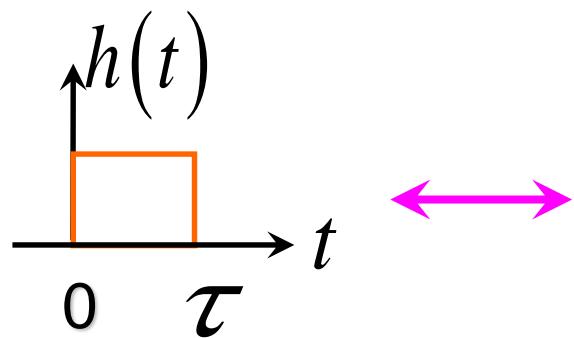
• 频域分析

$$m_s(t) = \left[m(t) \cdot \sum_n \delta(t - nT_s) \right] * h(t)$$

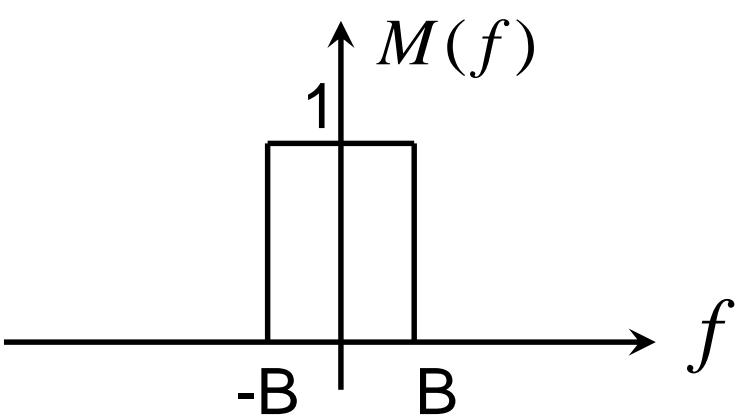
傅氏
变换

$$M_s(f) = \left[M(f) * \frac{1}{T_s} \sum_n \delta(f - nf_s) \right] \cdot H(f)$$

$$= \frac{1}{T_s} H(f) \sum_n M(f - nf_s)$$



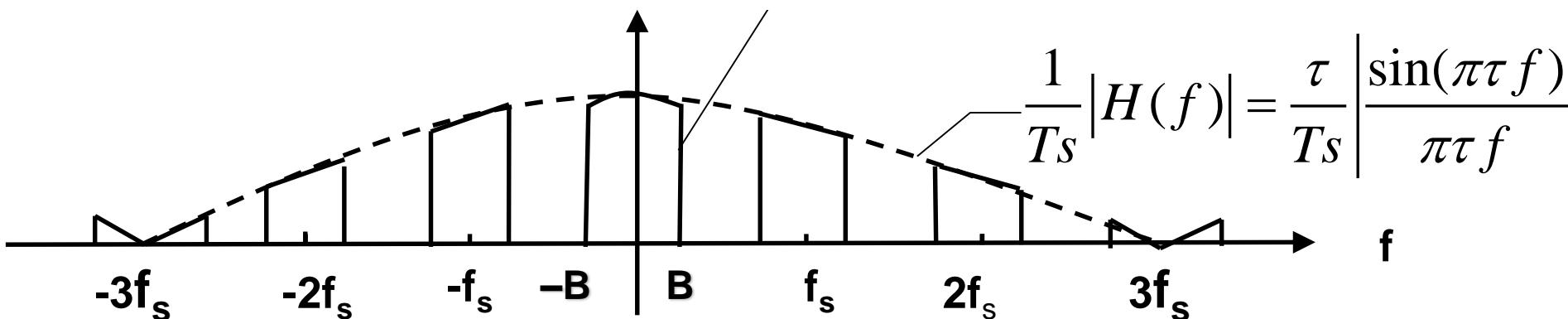
$$H(f) = \tau \frac{\sin(\pi\tau f)}{\pi\tau f} e^{-j\pi f\tau/2}$$



$$M_s(f) = \frac{1}{T_s} H(f) \sum_n M(f - n f_s)$$

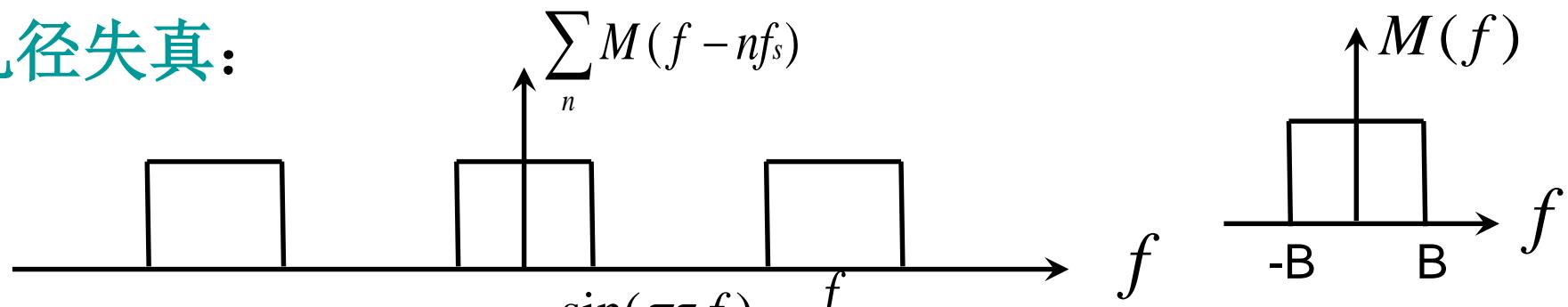
$$|H(f)| = \tau \left| \frac{\sin(\pi \tau f)}{\pi \tau f} \right|$$

$$|M_s(f)| = \left[\frac{1}{T_s} \sum_n |M(f - n f_s)| \right] |H(f)|$$

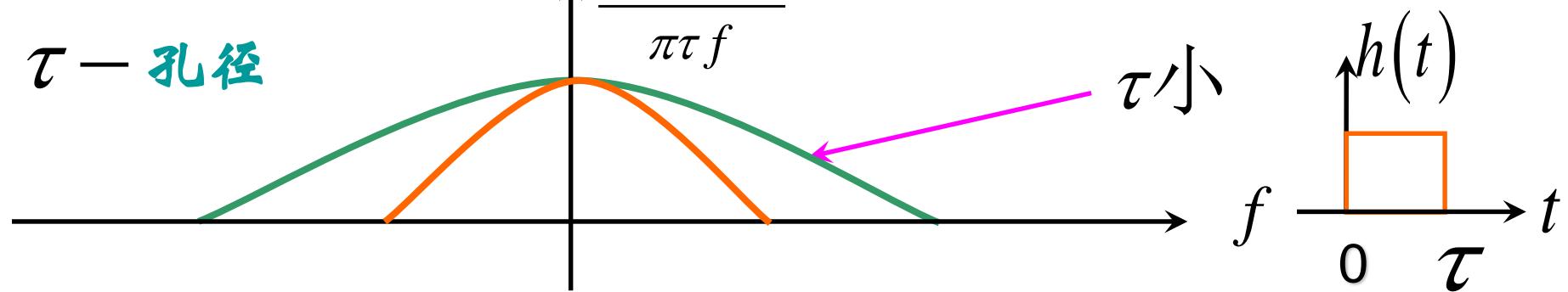


假设 $\tau / T_s = \frac{1}{3}$, $f_s = 4B$

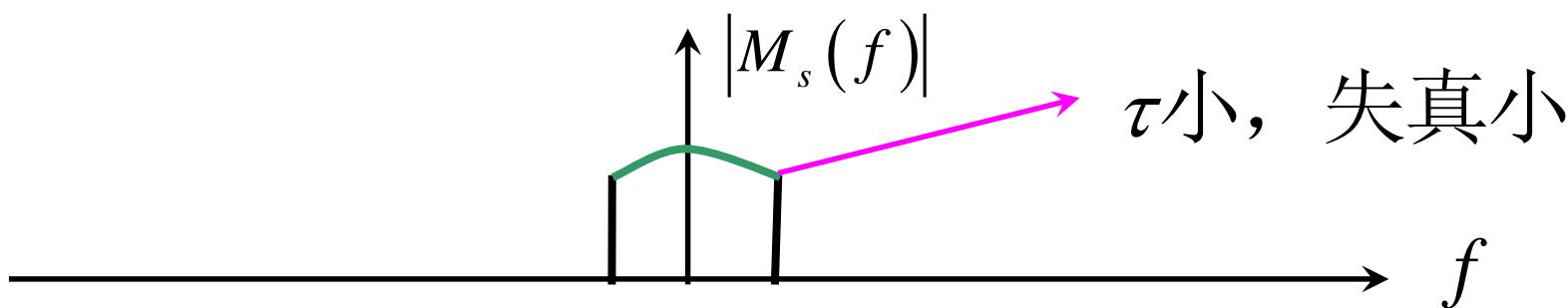
孔径失真:



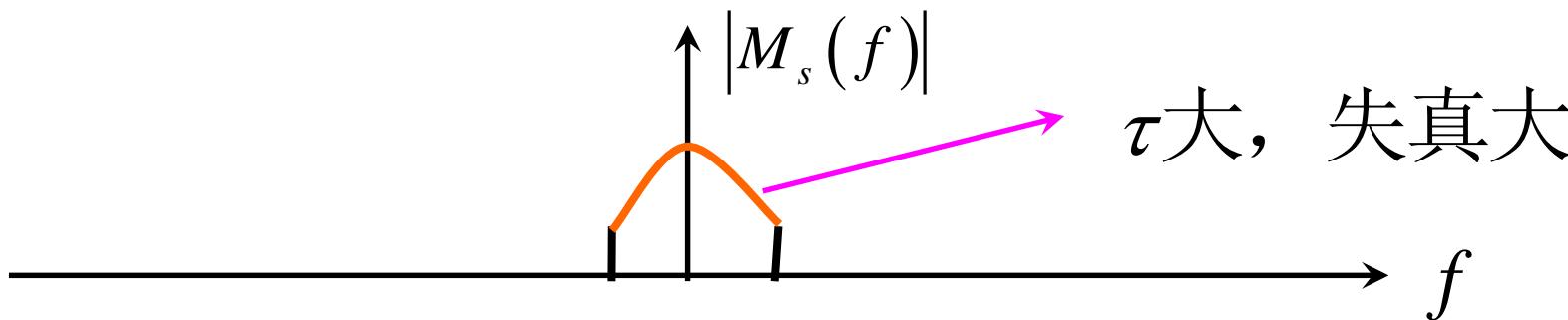
τ - 孔径



τ小



τ小, 失真小

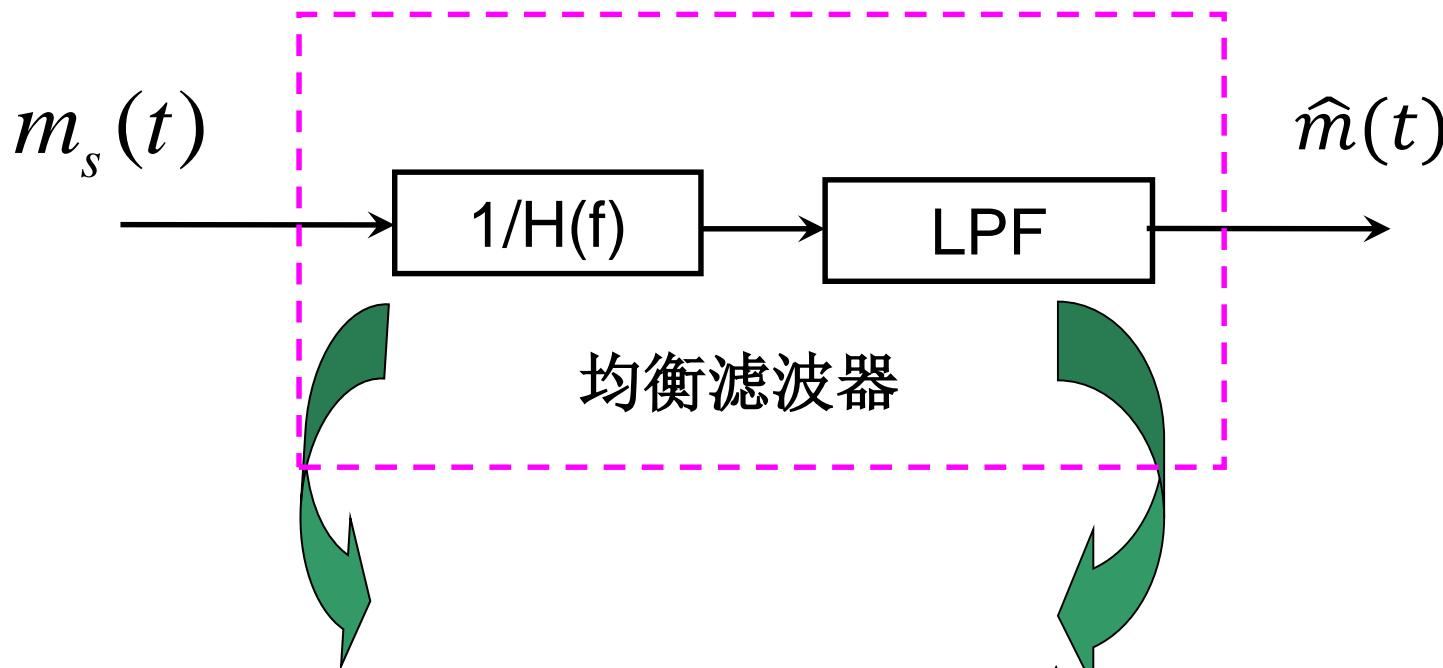


τ大, 失真大

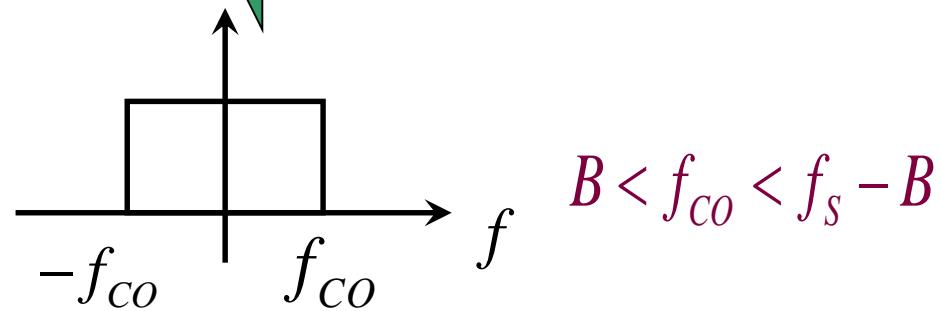
• 解调

$$M_s(f) = \left[\frac{1}{T_s} \sum_n M(f - nf_s) \right] H(f)$$

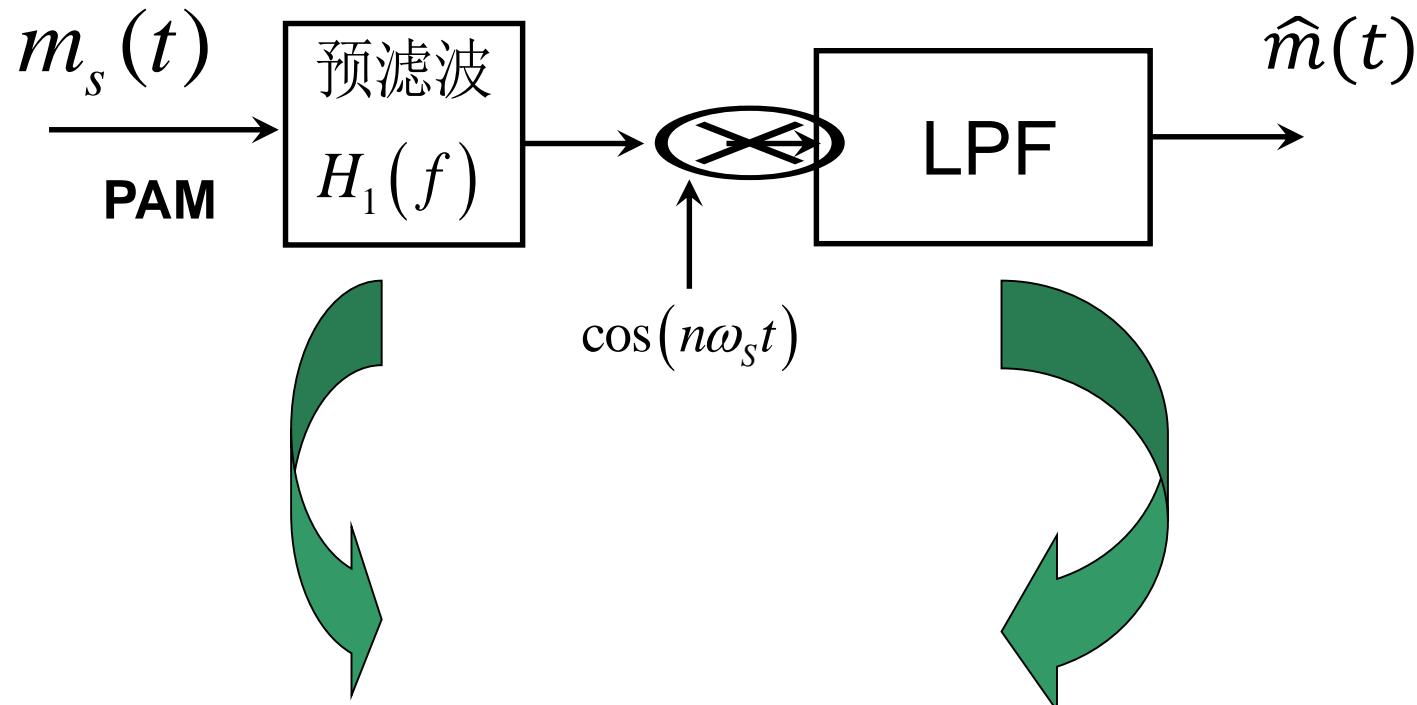
* LPF检测



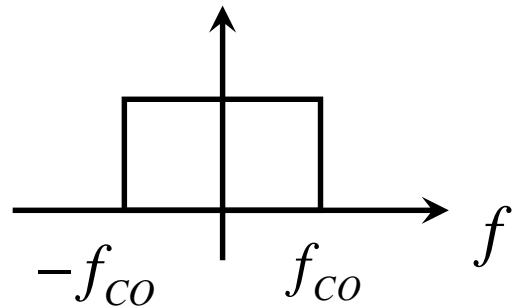
$$H(f) = \tau \left(\frac{\sin \pi \tau f}{\pi \tau f} \right)$$



* 乘积检测



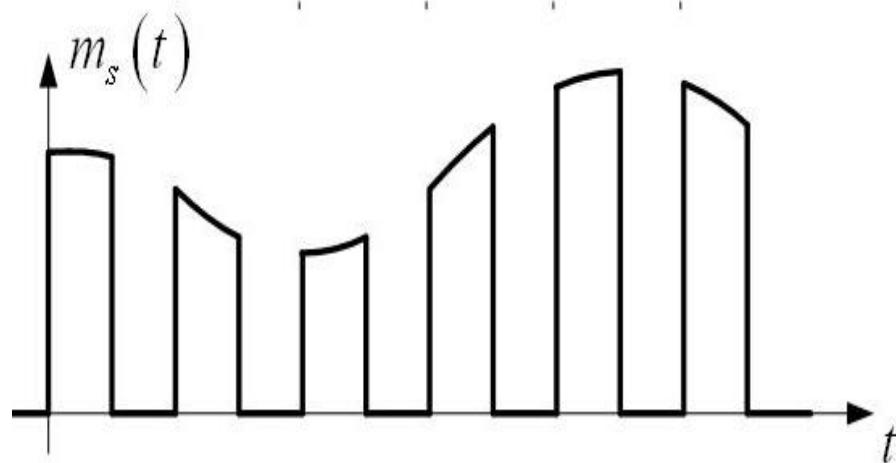
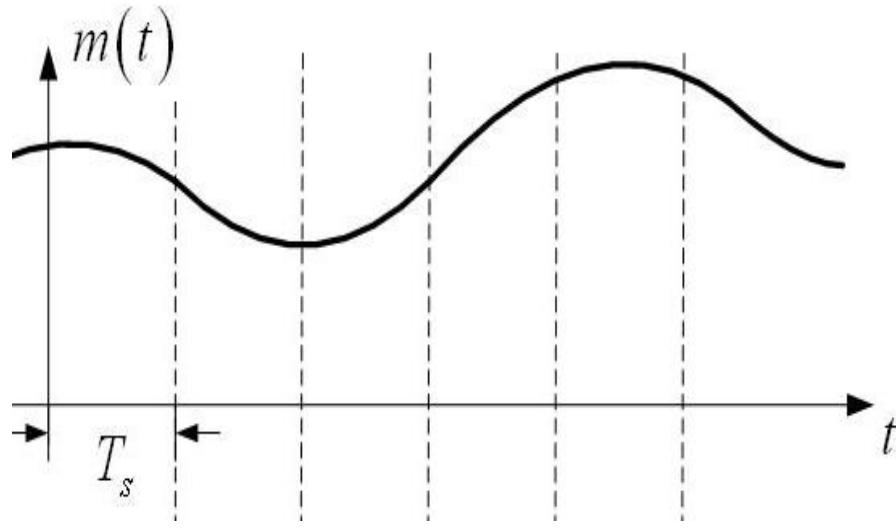
$$H_1(f) = \frac{\pi\tau f}{\sin(\pi\tau f)}$$



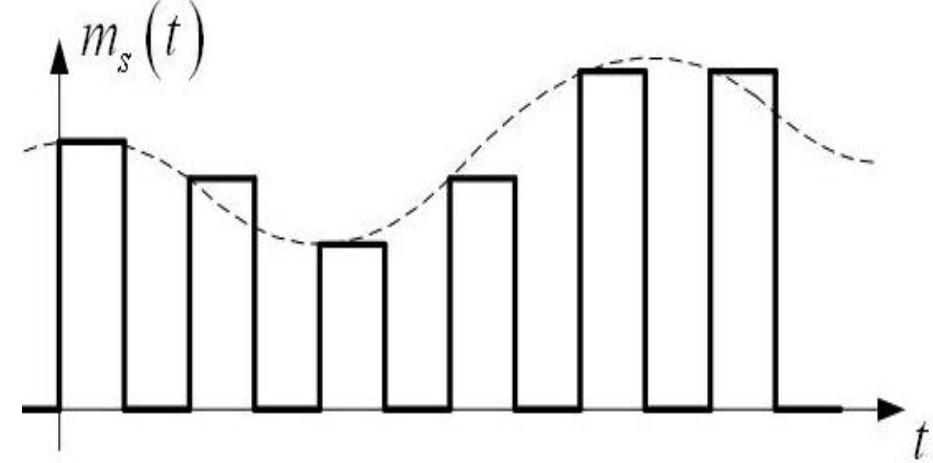
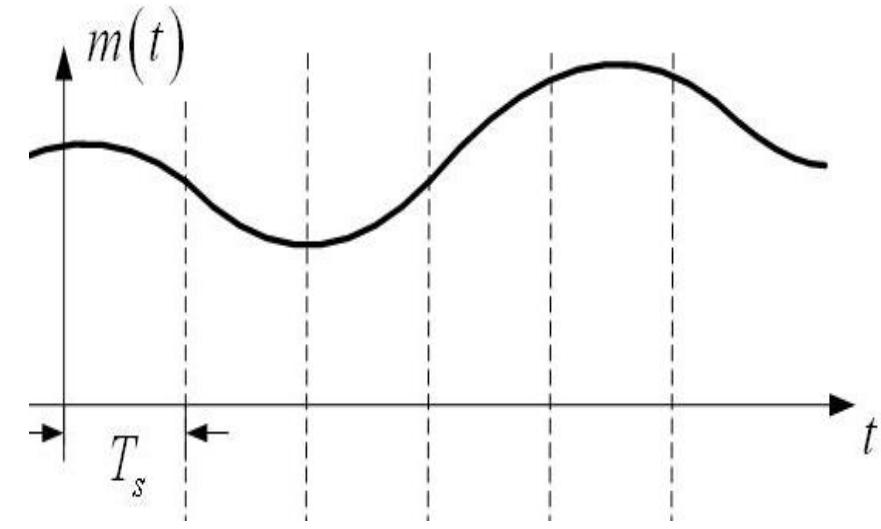
$$B < f_{co} < f_s - B$$

比 较

• 波形



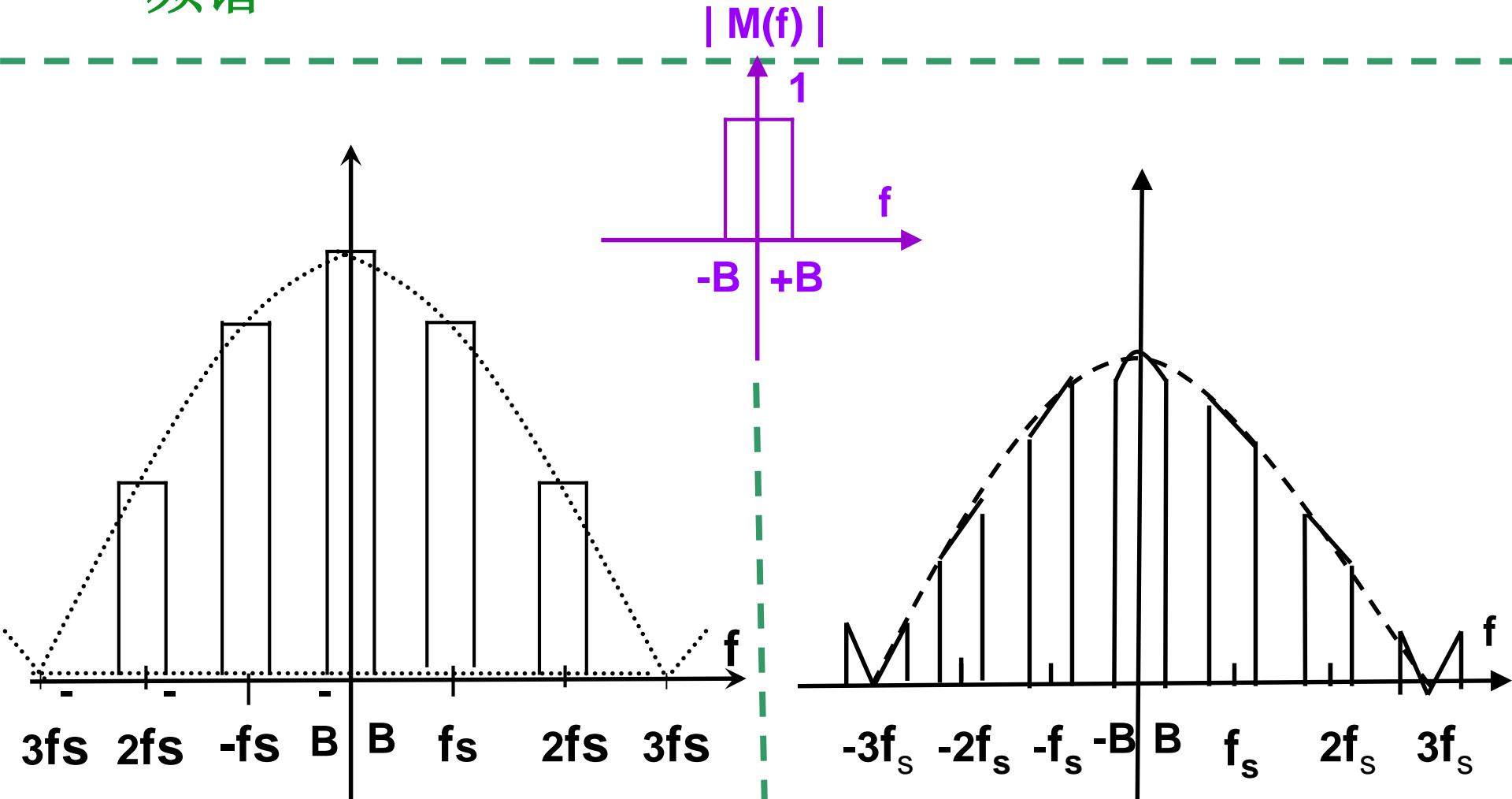
自然抽样



瞬时抽样

比 较

- 频谱



自然抽样

瞬时抽样

总 结

缺点：

- ✓ 传输**PAM**信号所需要的带宽，远大于传输原始模拟波形所需要的带宽
 - ✓ **PAM** 系统的噪声性能，低于直接传输模拟波形的系统的噪声性能
- **PAM**信号不适用于长距离传输

优点：

- ✓ 它提供了一种将模拟信号转换成**PCM**信号的方法
 - ✓ 来自不同信源的多个**PAM**信号可以交织在一起，从而在一个信道上传输多路**PAM**信号
- 时分复用**TDM** 技术

第8章 模拟信号的数字传输

8.1 引言

8.2 模拟信号的抽样

8.3 模拟脉冲调制

8.4 抽样信号的量化

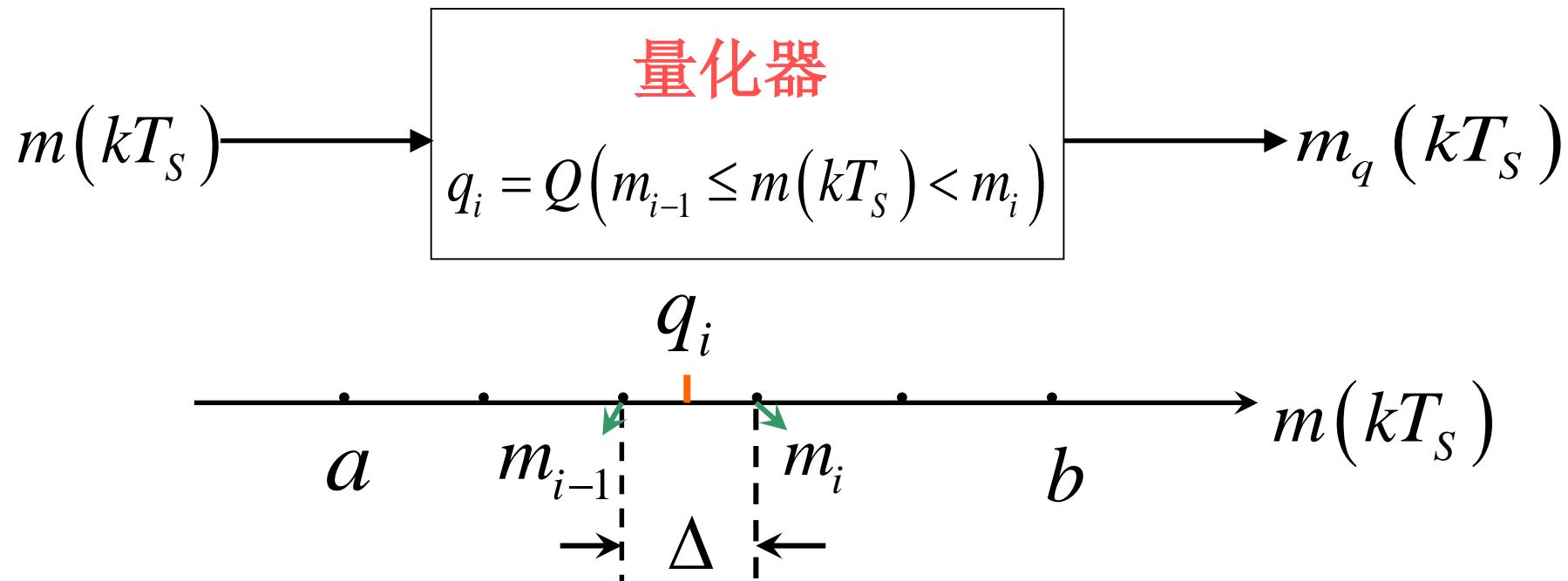
8.5 脉冲编码调制

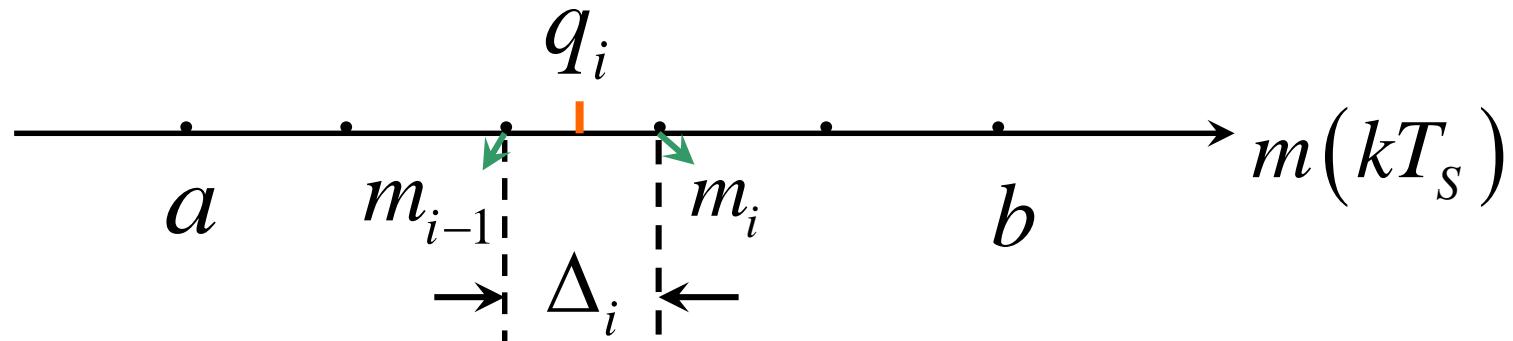
8.4 抽样信号的量化

8.4.1 量化原理

量化 ----利用预先规定的有限个电平来表示模拟抽样值的过程。

1. 量化框图及原理



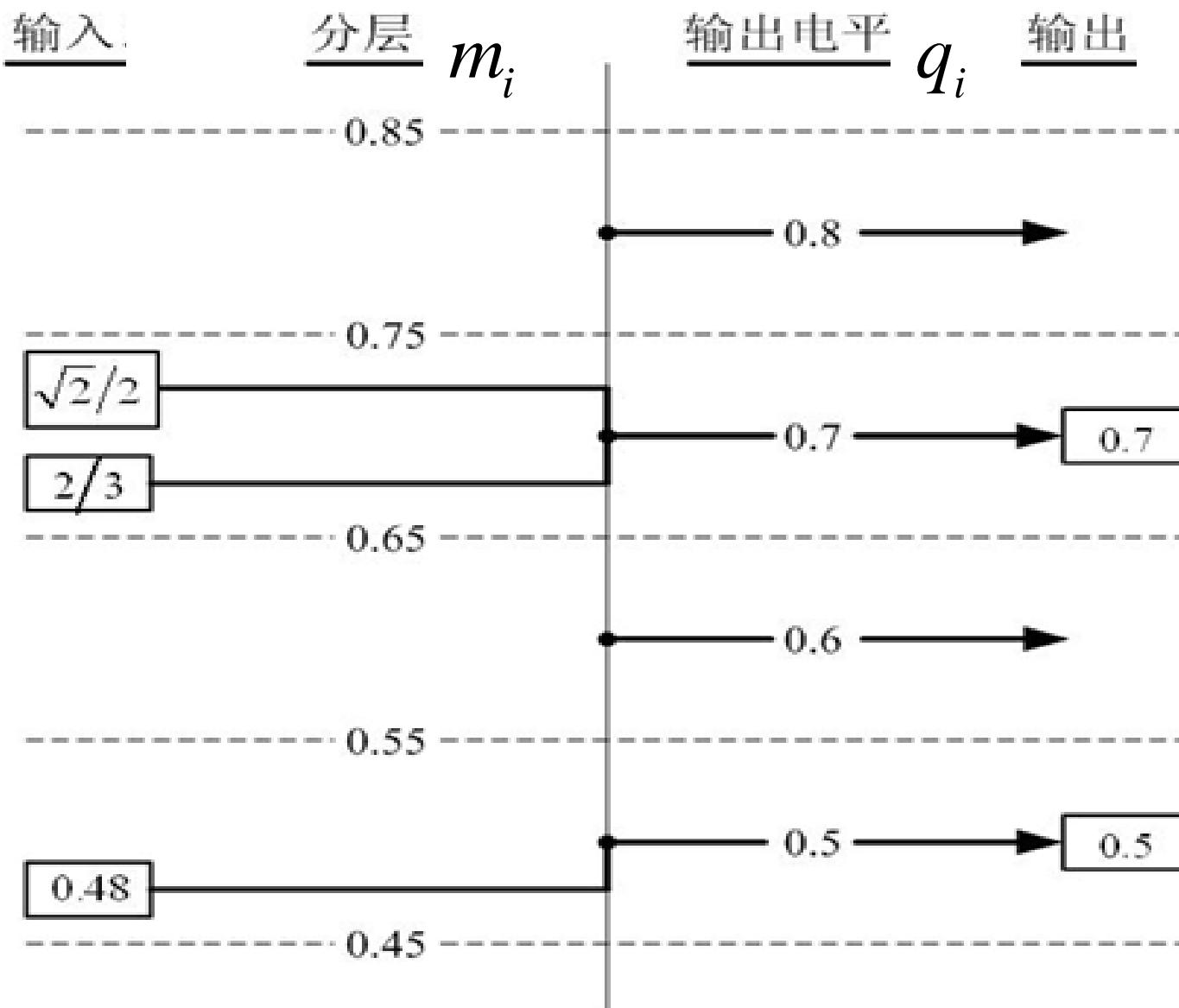


量化器要点：

- (1) 分层或阈值电平 — 区间的分界 m_i
- (2) 输出电平 — 区间对应的输出 q_i
- (3) 量化间隔 — 区间的长度 Δ_i
- (4) 量化电平数 — 区间个数 M

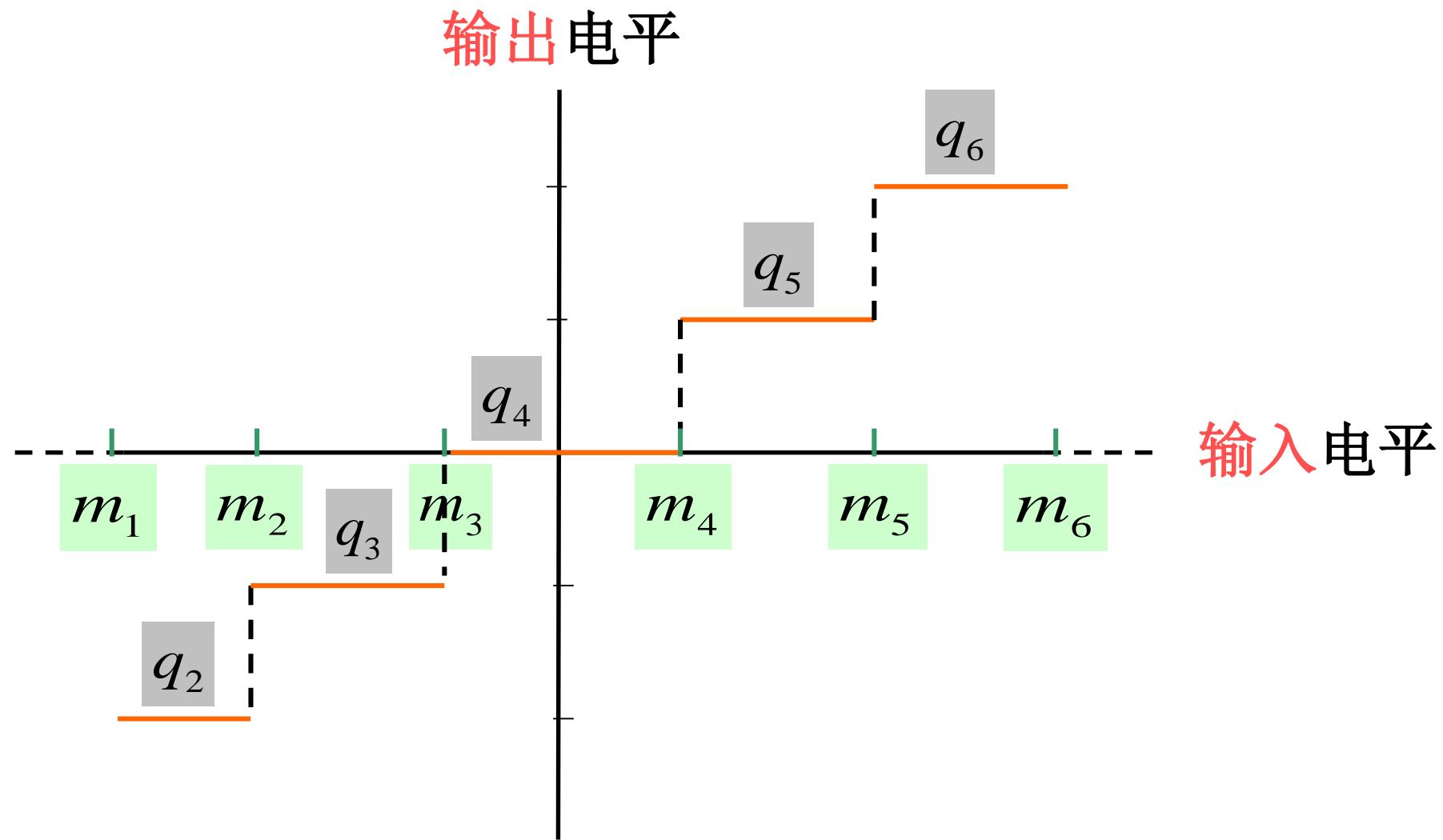
$$M = 2^N, \quad N \text{ — 量化器的位数 (比特数)}$$

- (5) 量化范围(设计电平) — 量化器的最大量化电平



量化 --- 以适度的误差为代价，使无限精度（或较高精度）的数值可以用较少的数位来表示。

2. 量化器输入输出特性



3. 量化误差和量化噪声



量化误差: $e_q = m(kT_s) - m_q(kT_s)$

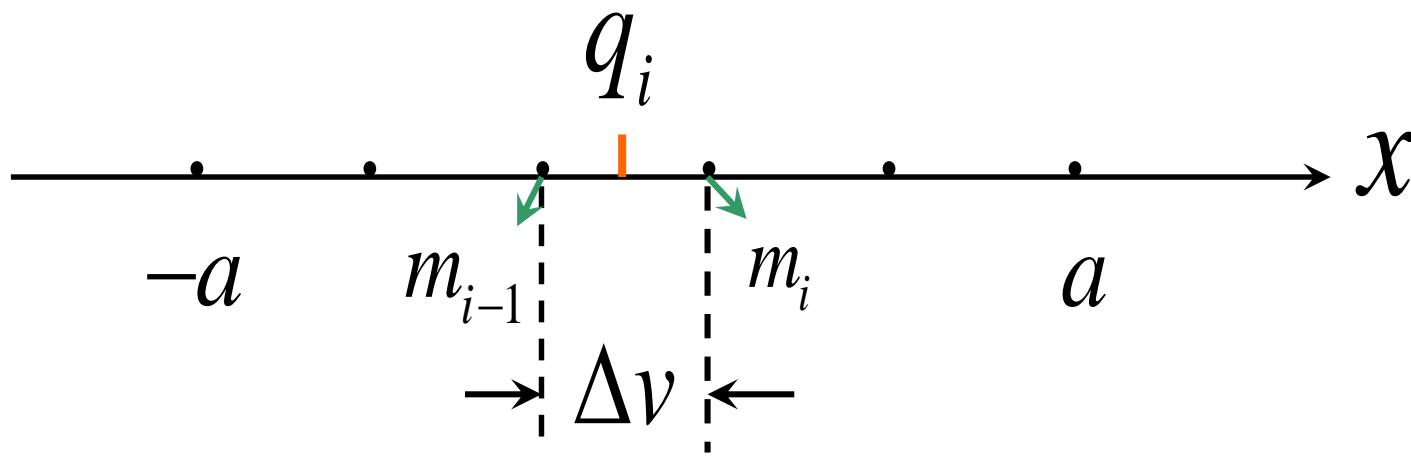
量化噪声: 假设以大于奈奎斯特频率的频率抽样, 并且信道噪声可以忽略, 那么由于量化误差的存在, 恢复的模拟波形中仍将存在噪声, 此噪声就称为量化噪声。它是一种舍入误差。

量化噪声分成四种类型:

- ◆ 过载噪声
- ◆ 随机噪声
- ◆ 颗粒噪声
- ◆ 振荡噪声

8.4.2 均匀量化

M电平均匀量化器（输入范围为 $[-a, +a]$ ）



(1) 区间长度相等 $\Delta v = 2a / M$

(2) 输出电平位于区间中心

$$q_i = \frac{m_i + m_{i-1}}{2}, \quad i = 1, 2, \dots, M$$

•平均信号量噪比 (信号平均功率/量化噪声平均功率)

1) 量化噪声平均功率

$$N_q = E[(x - m_q)^2] = \int_{-a}^a (x - m_q)^2 f(x) dx = \sum_{i=1}^M \int_{m_{i-1}}^{m_i} (x - q_i)^2 f(x) dx$$

式中， x 为模拟信号的抽样值；

m_q 为量化信号值，是 x 的函数；

$f(x)$ 为信号抽样值 x 的概率密度函数。

当 $M \gg 1$ 时，抽样值落入第 k 量化区间的概率为

$$P_i = P(m_{i-1} < x \leq m_i) \approx f(x) \Delta \nu \Rightarrow f(x) \approx \frac{P_i}{\Delta \nu}$$

$$f(x) \approx \frac{P_i}{\Delta\nu}$$

量化噪声平均功率

$$\begin{aligned}
 N_q &= \sum_{i=1}^M \int_{m_{i-1}}^{m_i} (x - q_i)^2 f(x) dx \approx \sum_{i=1}^M \frac{P_i}{\Delta\nu} \int_{m_{i-1}}^{m_i} (x - q_i)^2 dx \\
 &= \sum_{i=1}^M \frac{P_i}{\Delta\nu} \int_{m_{i-1}}^{m_i} \left(x - \frac{m_i + m_{i-1}}{2}\right)^2 dx = \sum_{i=1}^M \frac{P_i}{\Delta\nu} \left[\frac{1}{3} \left(x - \frac{m_i + m_{i-1}}{2} \right)^3 \right]_{m_{i-1}}^{m_i} \\
 &= \sum_{i=1}^M \frac{P_i}{\Delta\nu} \frac{(\Delta\nu)^3}{12} = \frac{(\Delta\nu)^2}{12} \sum_{i=1}^M P_i = \frac{(\Delta\nu)^2}{12}
 \end{aligned}$$

由于 $\Delta\nu = 2a / M$

于是 $N_q = \frac{a^2}{3M^2}$

2) 信号平均功率

随机信号 x (一般为零均值)

$$S_0 = E[x^2] = \int_{-a}^a x^2 f(x) dx$$

当 x 在 $[-a, +a]$ 上均匀分布时 $S_0 = a^2/3$

周期信号

$$S_0 = \frac{1}{T} \int_0^T x(t)^2 dt$$

非周期信号

$$S_0 = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T x(t)^2 dt$$

3)信号量噪比

量化器量化范围为 $[-a, +a]$ ， 有 $M=2^N$

$$N_q = \frac{a^2}{3M^2} = \frac{a^2}{3 \times 2^{2N}}$$

$$\frac{S_0}{N_q} = 3 \times 2^{2N} \frac{S_0}{a^2}$$

$$\left(\frac{S_0}{N_q} \right)_{dB} = 10 \lg \frac{S_0}{N_q} \approx 6.02N + 4.77 + 10 \lg \frac{S_0}{a^2}$$

-----均匀量化时的平均信号量噪比

【例8.1】设均匀量化器的量化电平数为 M , 其输入信号抽样值在区间 $[-a, a]$ 内具有均匀的概率密度。试求该量化器的平均信号量噪比。

【解】 $N_q = \frac{a^2}{3M^2}$ $S_0 = \frac{a^2}{3}$ \Rightarrow $\frac{S_0}{N_q} = M^2$

设 $M = 2^N$

量化器的平均信号量噪比为:

$$\left(\frac{S_0}{N_q} \right)_{dB} = 10 \lg M^2 = 10 \lg 2^{2N} = 20N \lg 2 \approx 6.02N \text{ (dB)}$$

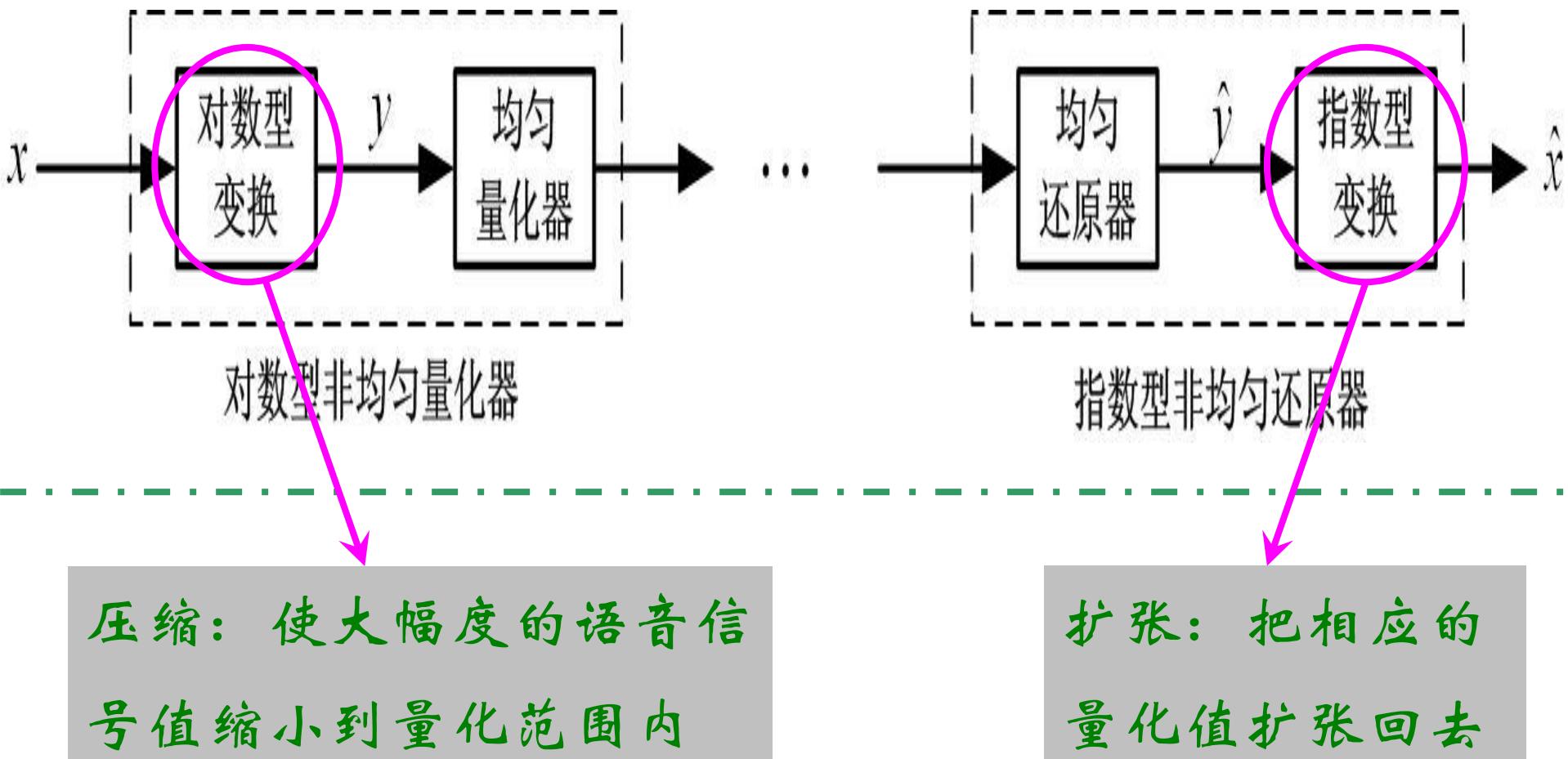
8.4.3 非均匀量化

1. 语音信道量化的问题

- ◆ 模拟语音信号是一种峰平功率差异很大的信号，有效幅度通常只有最大量化范围的20%左右。
- ◆ 实用电话语音信号的幅度难于控制：
 - (1) 不同的发话人与情绪状态；
 - (2) 话机与数字化单元间的距离、衰耗差别。
- ◆ 实际电话系统要求：

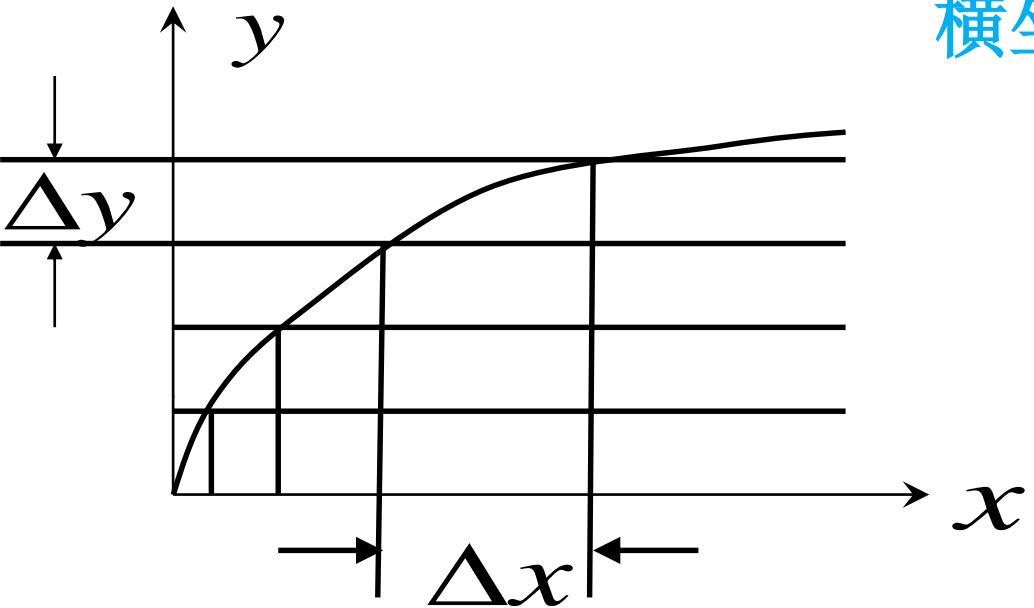
在宽的输入动态范围内（约40~50dB），采用较少的量化比特（通常为8），达到良好的量化信噪比（至少25dB）。

2. 对数量化



压扩器: 两个处理单元合在一起的简称。

a. 压缩



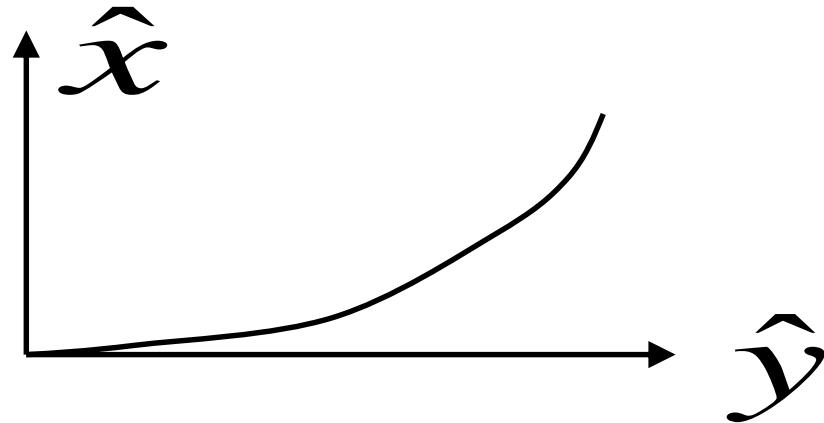
图中纵坐标 y 是均匀刻度的，
横坐标 x 是非均匀刻度的。

增大小信号的幅度

减少大信号的幅度

-----小信号和大信号之间
的差别就减小了

b. 扩张



对压缩环节的逆变换，
以恢复实际语音信号

国际电信联盟（ITU）制定了两种对数压缩建议：

(1) A律 (我国大陆、欧洲各国采用)：

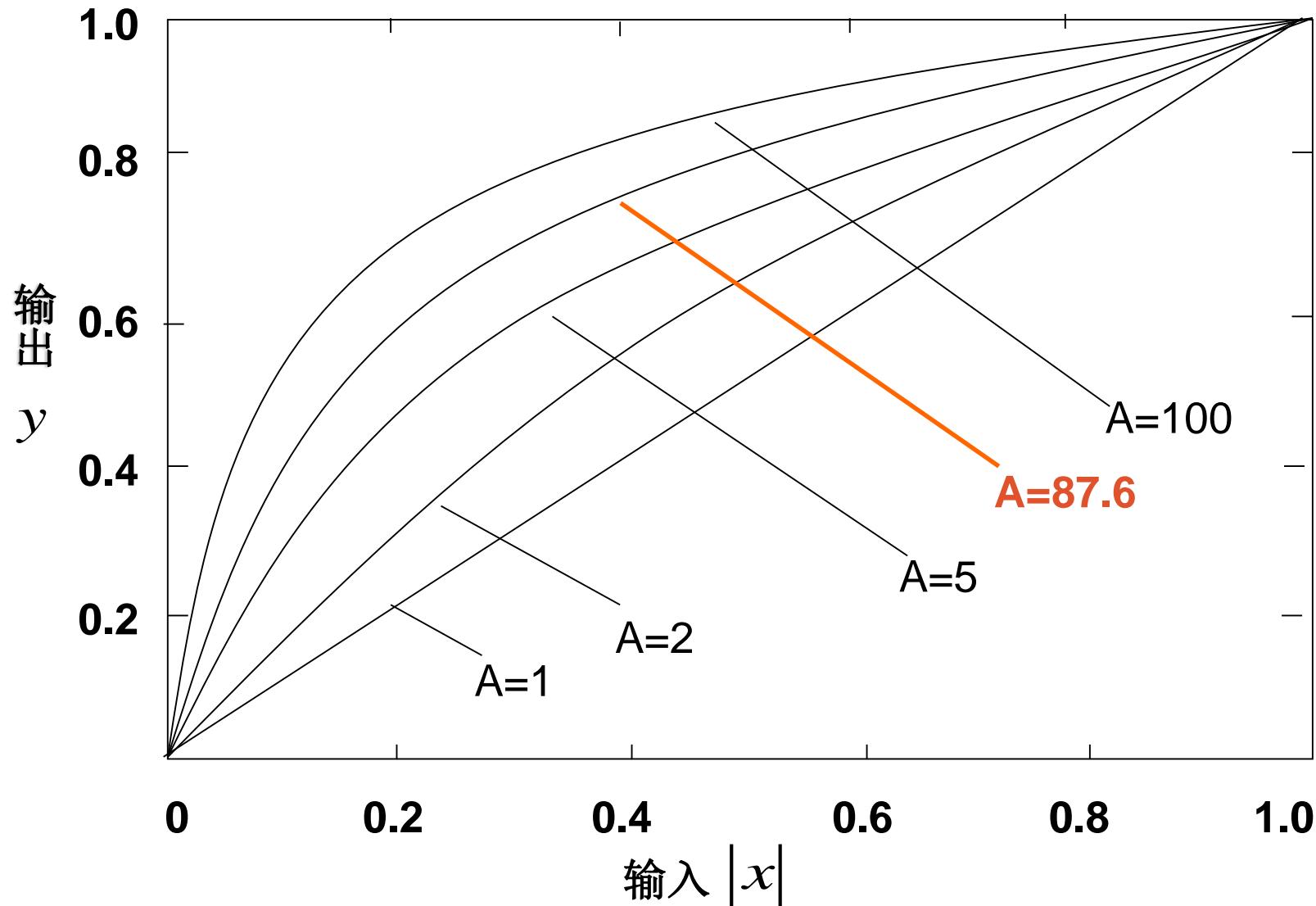
说明中使用归一化量化范围，即取 $a=1$

$$y = \begin{cases} \frac{Ax}{1 + \ln A}, & 0 \leq |x| \leq \frac{1}{A} \\ Sgn(x) \cdot \frac{1 + \ln(A|x|)}{1 + \ln A}, & \frac{1}{A} \leq |x| \leq 1 \end{cases}$$

A- 压缩参数 典型值： A=87.6

$$\frac{S_0}{N_q} \approx \frac{3M^2}{(1 + \ln A)^2} = 6.02n + 4.77 - 20\lg(1 + \ln A)$$

A律特性



$A=87.6$

$SNR \approx 38dB$

(2) μ 律 (北美、日本等国采用)：

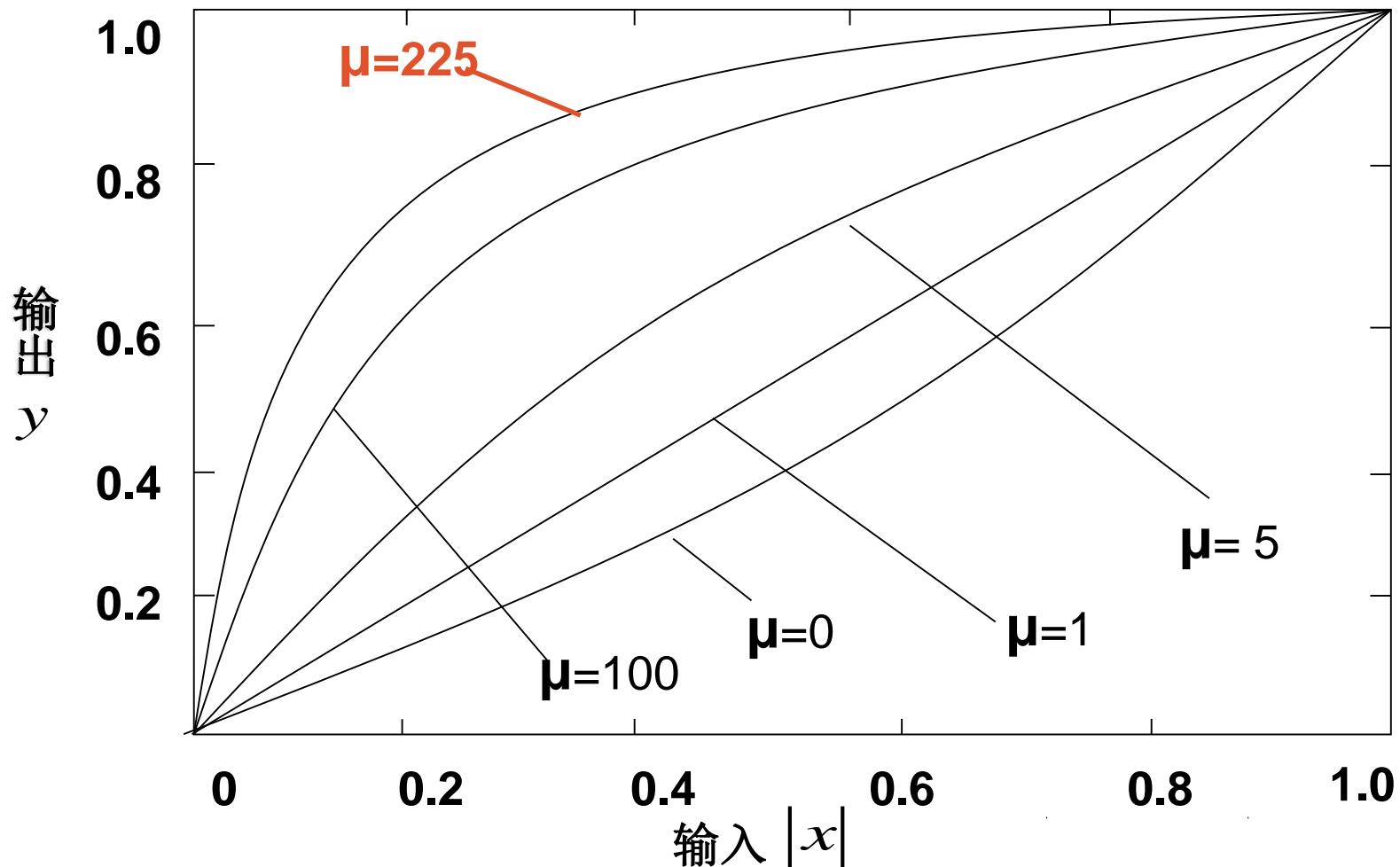
说明中使用归一化量化范围，即取 $a=1$

$$y = Sgn(x) \cdot \frac{\ln(1 + \mu|x|)}{\ln(1 + \mu)}, \quad 0 \leq |x| \leq 1$$

μ - 压缩参数 典型值： $\mu = 225$

$$\frac{S_0}{N_q} \approx \frac{3M^2}{[\ln(1 + \mu)]^2} = 6.02n + 4.77 - 20\lg[\ln(1 + \mu)]$$

μ 律特性



$\mu = 225$

$SNR \approx 38dB$

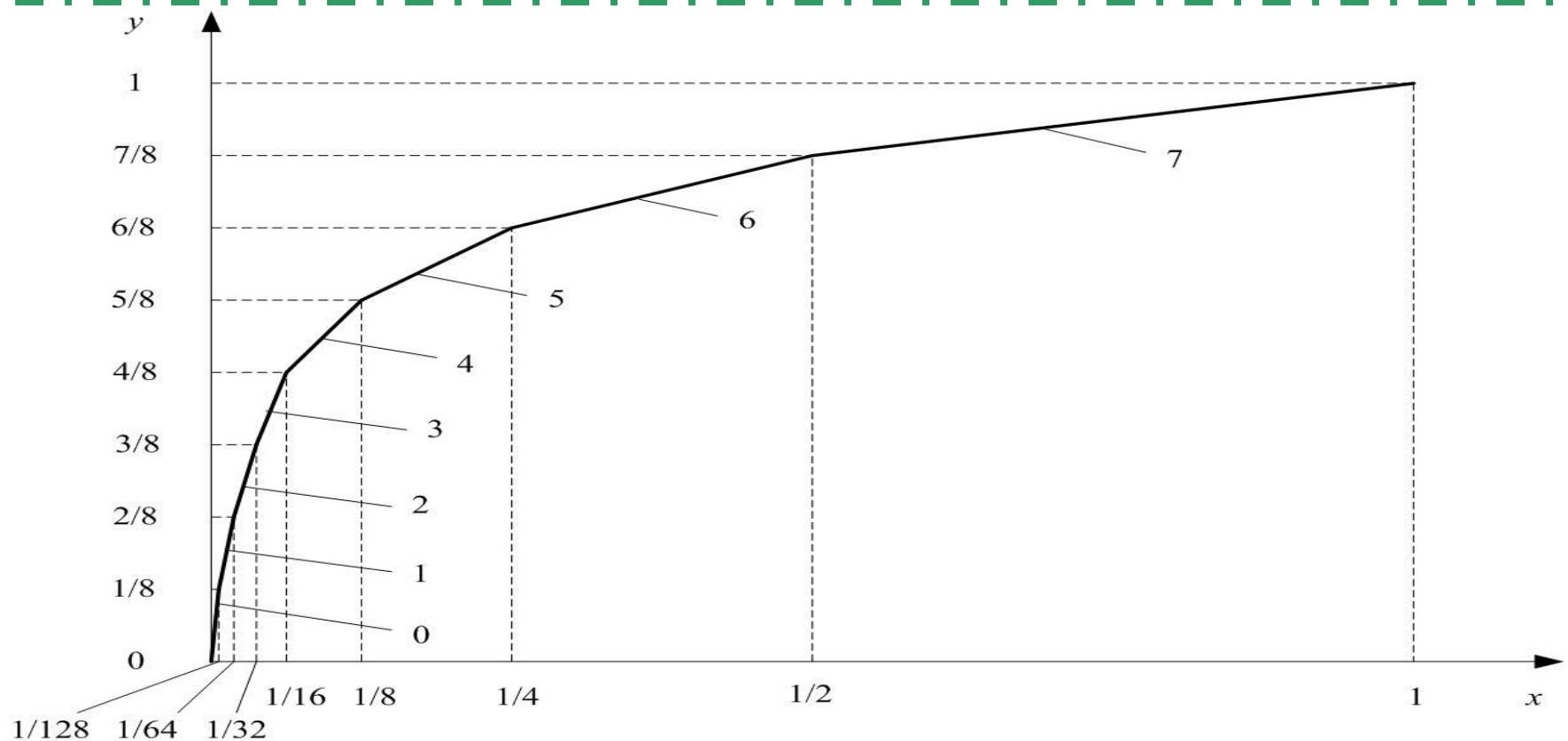
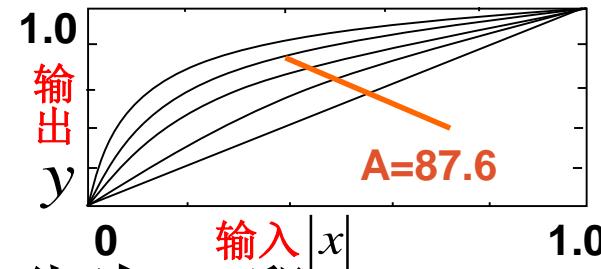
3. A律的折线近似

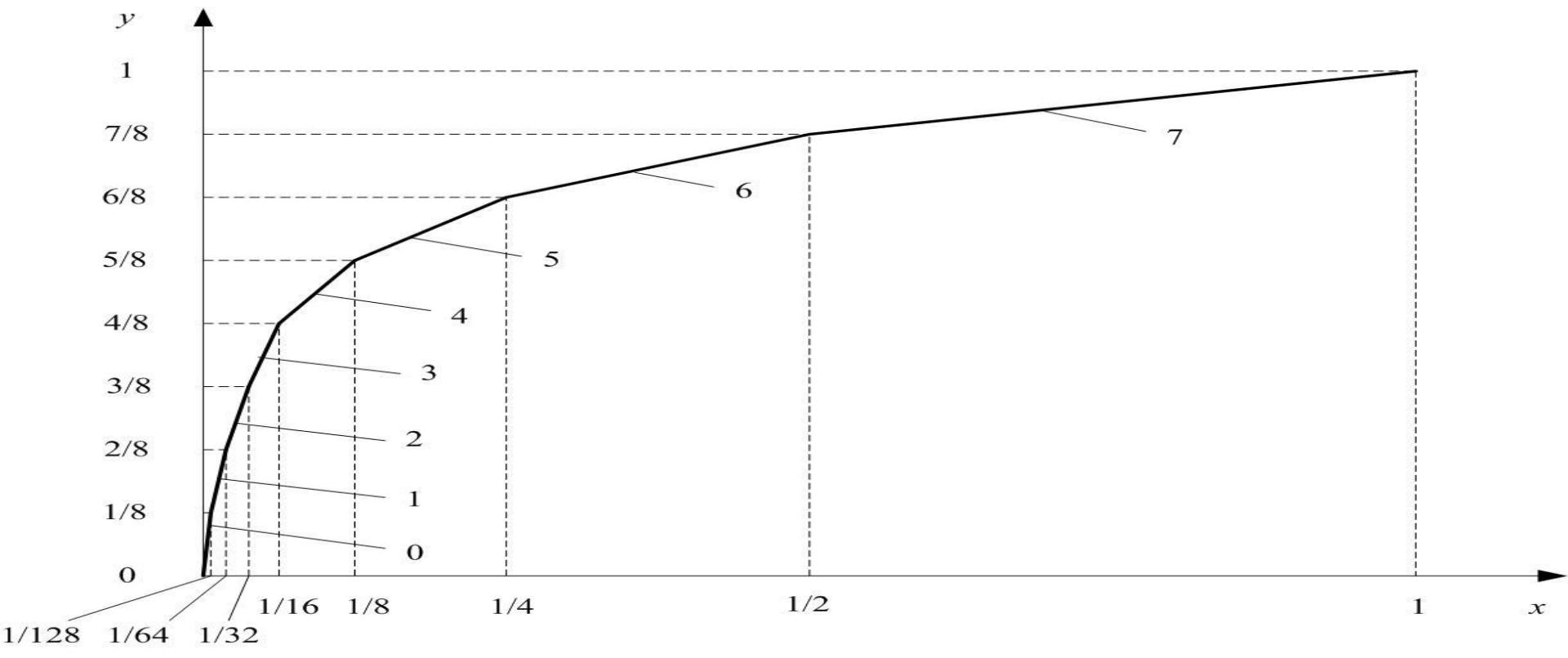
✓ 归一化 $|x| \leq 1, |y| \leq 1$

✓ 输入不均匀地划为**8段**， 每段再等分为**16段**

✓ 输出等分为**8个段**， 每段再等分为**16段**

✓ 负值部分同样划分





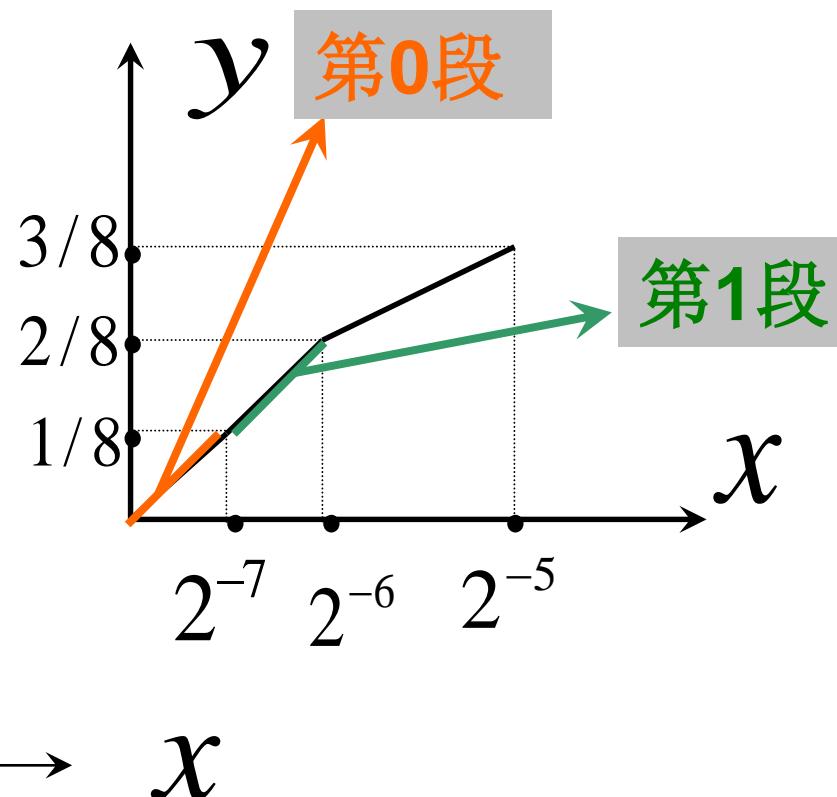
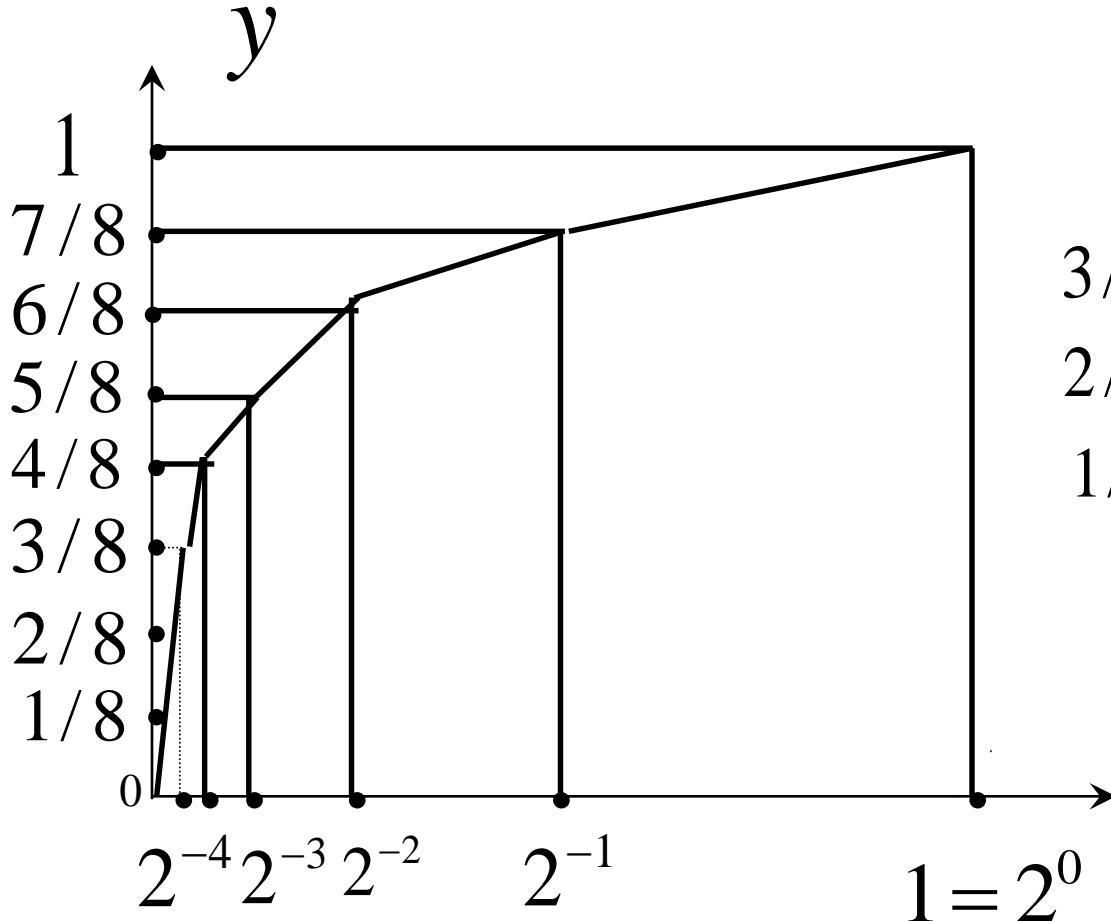
量化电平数:

$$M = 16 \times 8 \times 2 = 256$$

量化比特数:

$$N = \log_2 M = \log_2 256 = 8$$

A律近似—13折线法：

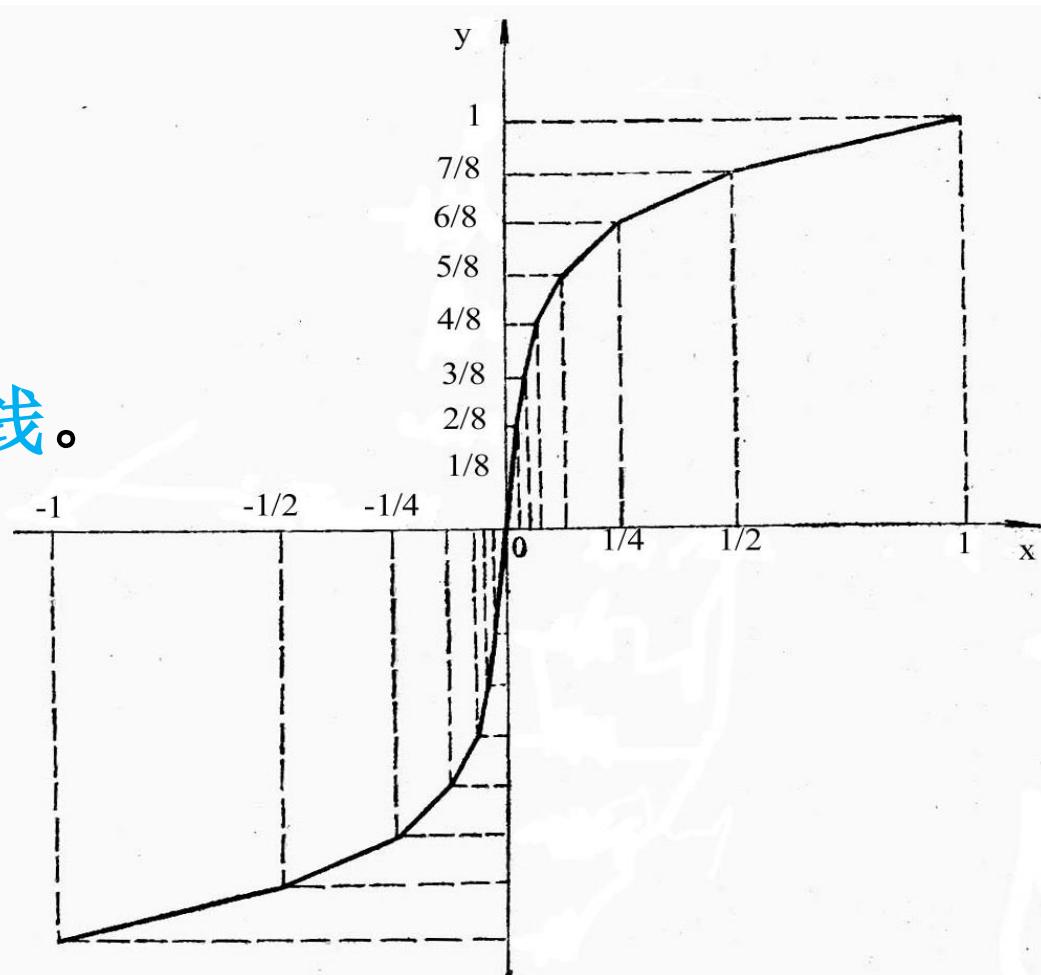


第0、1段的斜率相同，可合并做一条折线。

第0段的量化间隔最小， $\Delta = (1/128) \div 16 = 1/2048$

- 语音为交流信号，故在第3象限还有对原点奇对称的另一半曲线，如下图：
- 图中，第1象限中的第0和第1段折线合并，同样，第3象限中的第0和第1段折线斜率也相同，并且和第1象限中的斜率相同。则，**这4段折线构成一条直线。**

因此，共有**13**段折线，故称**13**折线压缩特性。



第8章 模拟信号的数字传输

8.1 引言

8.2 模拟信号的抽样

8.3 模拟脉冲调制

8.4 抽样信号的量化

8.5 脉冲编码调制

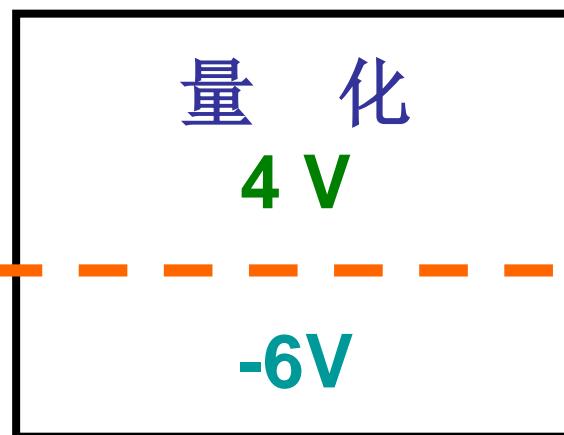
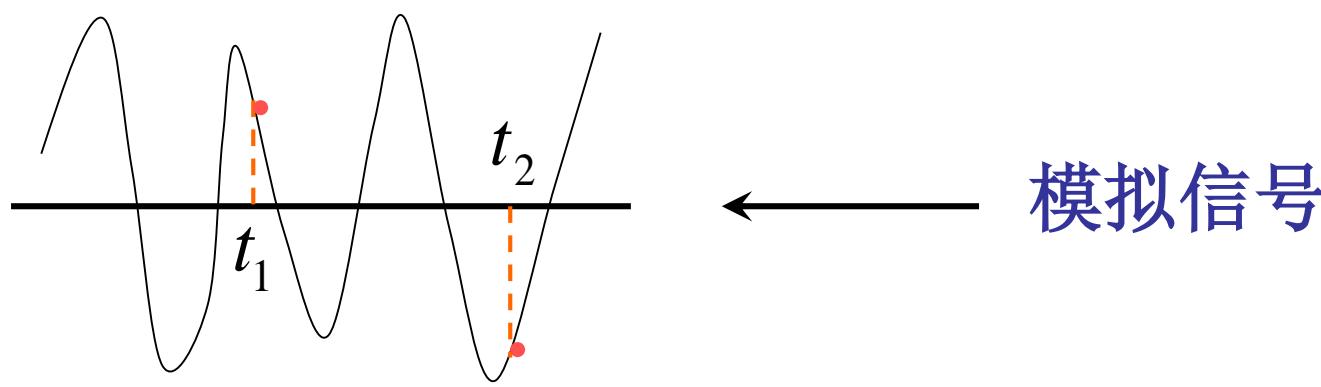
8.5 脉冲编码调制

8.5.1 PCM的基本原理

脉冲编码调制 ---- 把模拟信号表示成串行二进制码流。

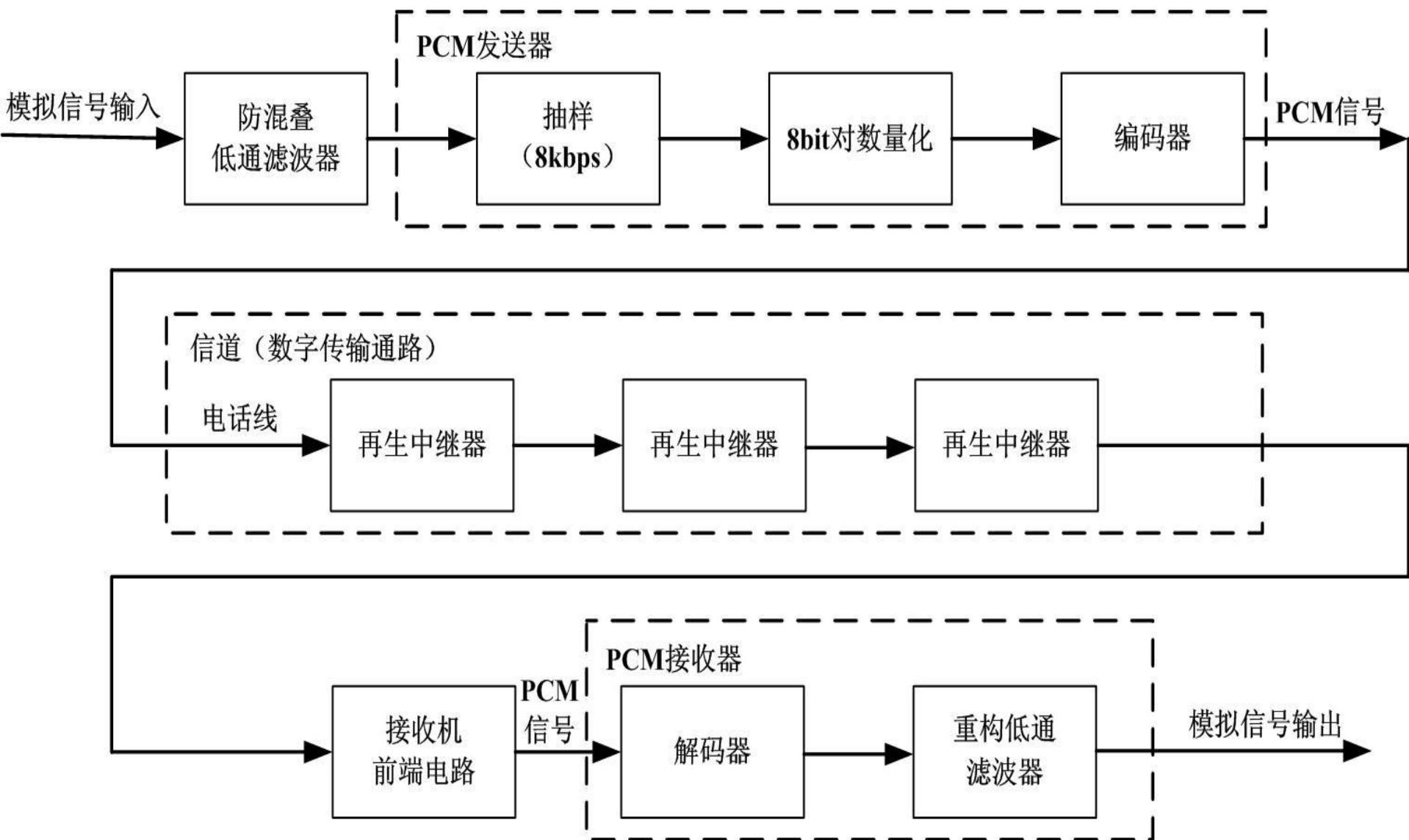
1. 数字化过程由**抽样**、**量化**与**编码**三个基本环节组成：

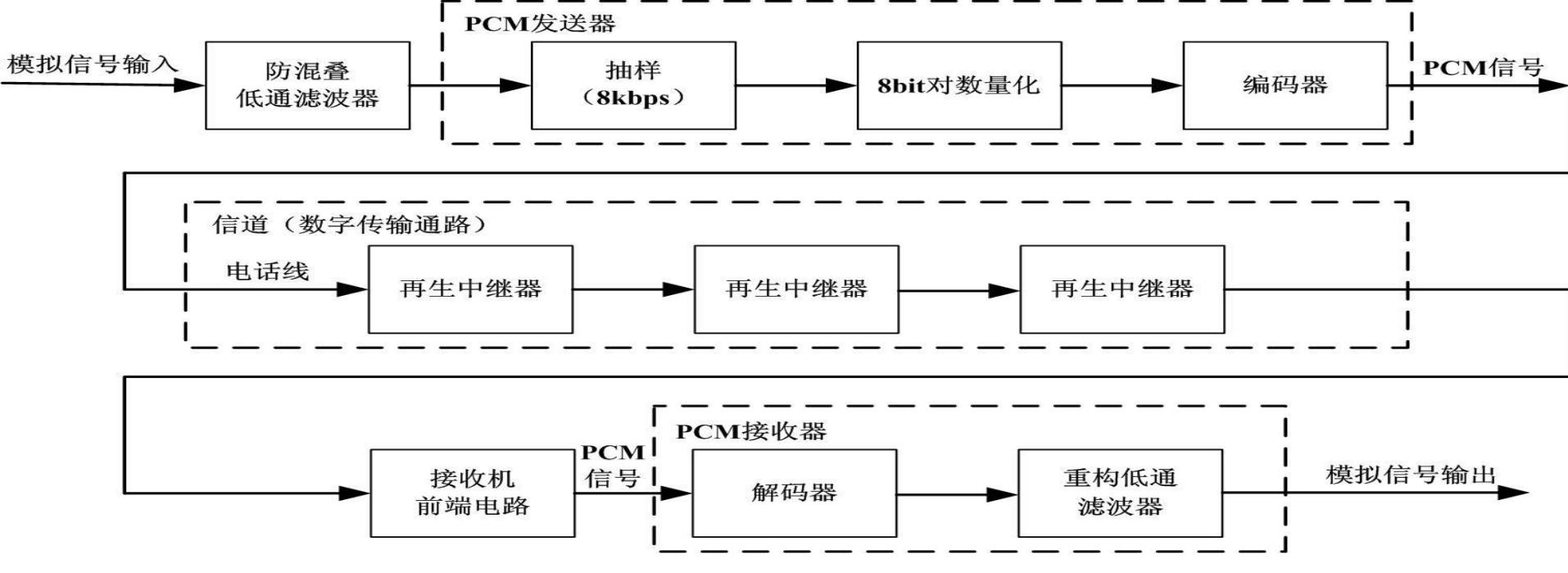
- (1) **抽样** — 实际语音信号带宽为300 ~ 3400 Hz,
抽样率为8kHz;
- (2) **量化** — 8比特A律或 μ 律对数量化，在40~50dB
的输入动态范围上保持良好的信噪比;
- (3) **编码** — 将量化输出电平表示为串行二进制格式
的码字，电话PCM中采用折叠码。



数字基带或数字带通传输

电话系统中的PCM传输框图：





2. PCM信号的主要优点：

- (1) 长途通信中借助中继，及时再生出“干净”的数字信号，使总的**传输错误非常低**；
- (2) 数字化信号格式规范统一，便于**多个用户共用**；
- (3) 数字化技术方便**可靠、成本低**；
- (4) 可充分利用**多种纠错技术与保密技术**。

3. PCM信号的数据率和带宽：

(1) 数据率

$$R_b = N f_s \rightarrow \text{抽样率}$$

量化器位数

(2) 带宽

✓ 采用数字**基带**信号传输时

带宽见**CH6**的总结。

✓ 采用数字**带通信号**传输时

带宽见**CH7**的总结。

例 试计算标准 PCM 电话系统的数据率与基带信号的带宽(考虑矩形 NRZ 脉冲); 如果改用 12bit 线性(均匀)量化, 重新计算。

解: (1) 数据率 $R_b = Nf_s = 8 \times 8000 = 64 kbps$

采用矩形NRZ脉冲时, 第一零点带宽为:

$$B_{null} = R_B = R_b = 64 kHz$$

(2) 12位时, 数据率为:

$$R_b = Nf_s = 12 \times 8000 = 96 kbps$$

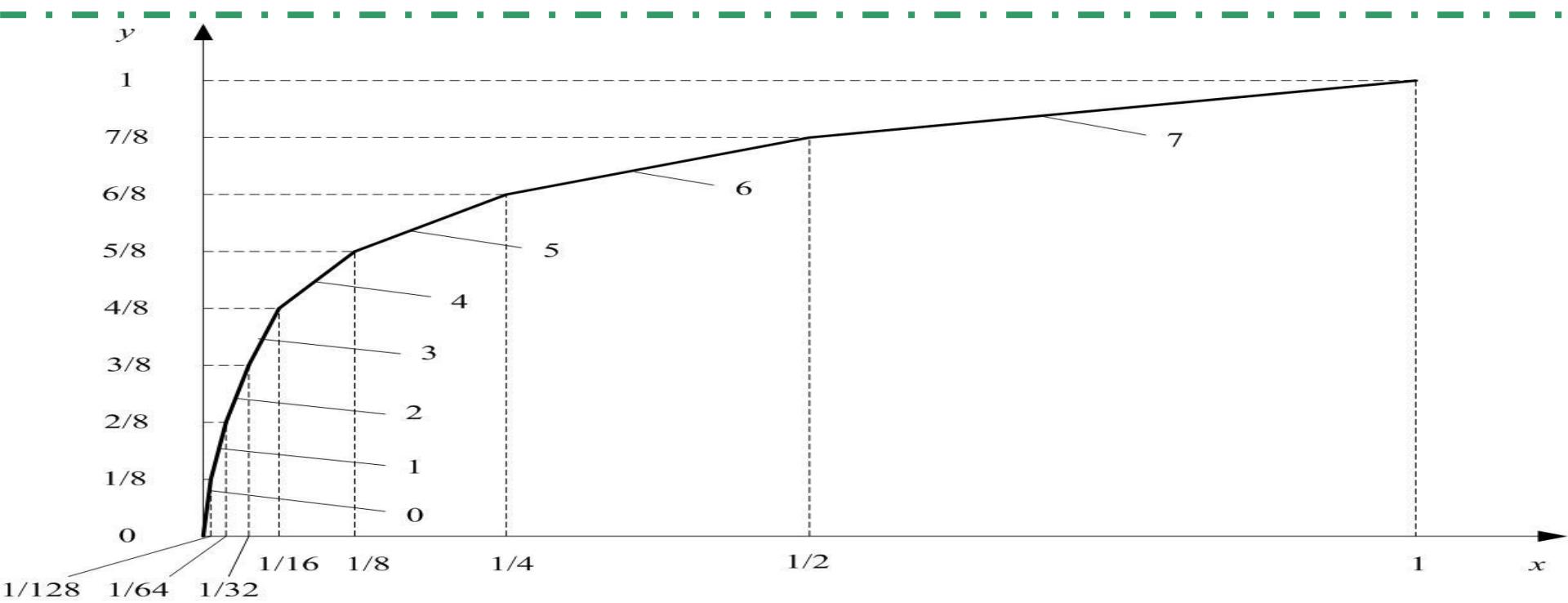
采用矩形NRZ脉冲时, 第一零点带宽为:

$$B_{null} = R_B = R_b = 96 kHz$$

8.5.2 编码规则

8位PCM的编码结合13或15折线法进行，
用折叠二进制编码：

b_7	$b_6 b_5 b_4$	$b_3 b_2 b_1 b_0$
1位极性码	3位段落码	4位段内码
1=正, 0=负	(对应8段)	(对应16电平)



折叠码与自然码规则

量化电平序号	量化电平极性	自然码	折叠码
7	正	111	111
6		110	110
5		101	101
4		100	100
3	负	011	000
2		010	001
1		001	010
0		000	011

折叠码的**优点**:

折叠码在绝对值小的电平附近，1位传输错误造成的信号误差比自然码的小。可在平均意义上使传输误码造成的破坏轻一些。

编 码 表

b_7	$b_6 b_5 b_4$	$b_3 b_2 b_1 b_0$
1位极性码	3位段落码 (对应 8 段)	4位段内码 (对应 16 电平)
1=正, 0=负		

