随机信号分析

第2章　随机信号的时域特性

2. 1　随机信号的基本特征

2.1.1 随机信号的概念和分类

1. 随机信号的基本概念

（1）贝努里实验:其样本空间只有两个样本点，即

只有两个可能结果：A 和 $\overline{A}$ 。

在掷币实验中，贝努里随机变量 $X(\xi)$ 可以表示为:

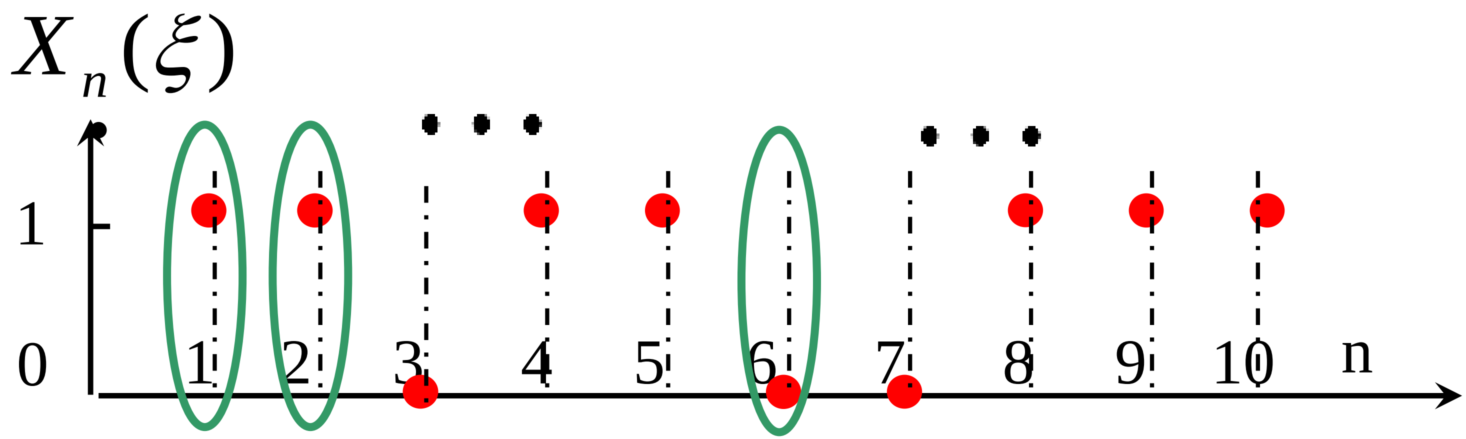
$$X(\xi)=\begin{cases}1 & \xi=\text{正面}\\ 0 & \xi\neq\text{正面}\end{cases}\quad \xi\text{表示基本可能结果}$$

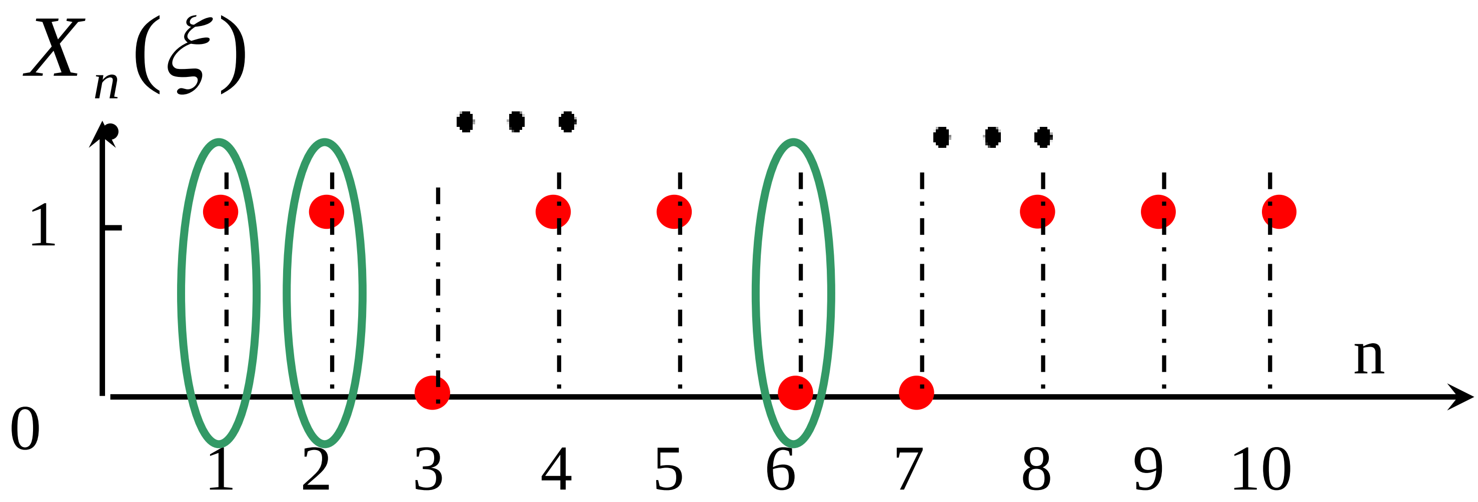
$$X(\xi)=\begin{cases}1 & \xi=\text{正面}\\ 0 & \xi\neq\text{正面}\end{cases}\quad \xi\text{表示基本可能结果}$$

有概率 $P[X(\xi)=1]=p,\ P[X(\xi)=0]=q,\ \ p+q=1$

若重复在**t = n (n=1, 2, …)**时刻上，独立进行相同的掷币实验， 构成一随机变量序列

$$\{X_1(\xi), X_2(\xi), \cdots, X_n(\xi), \cdots\}$$





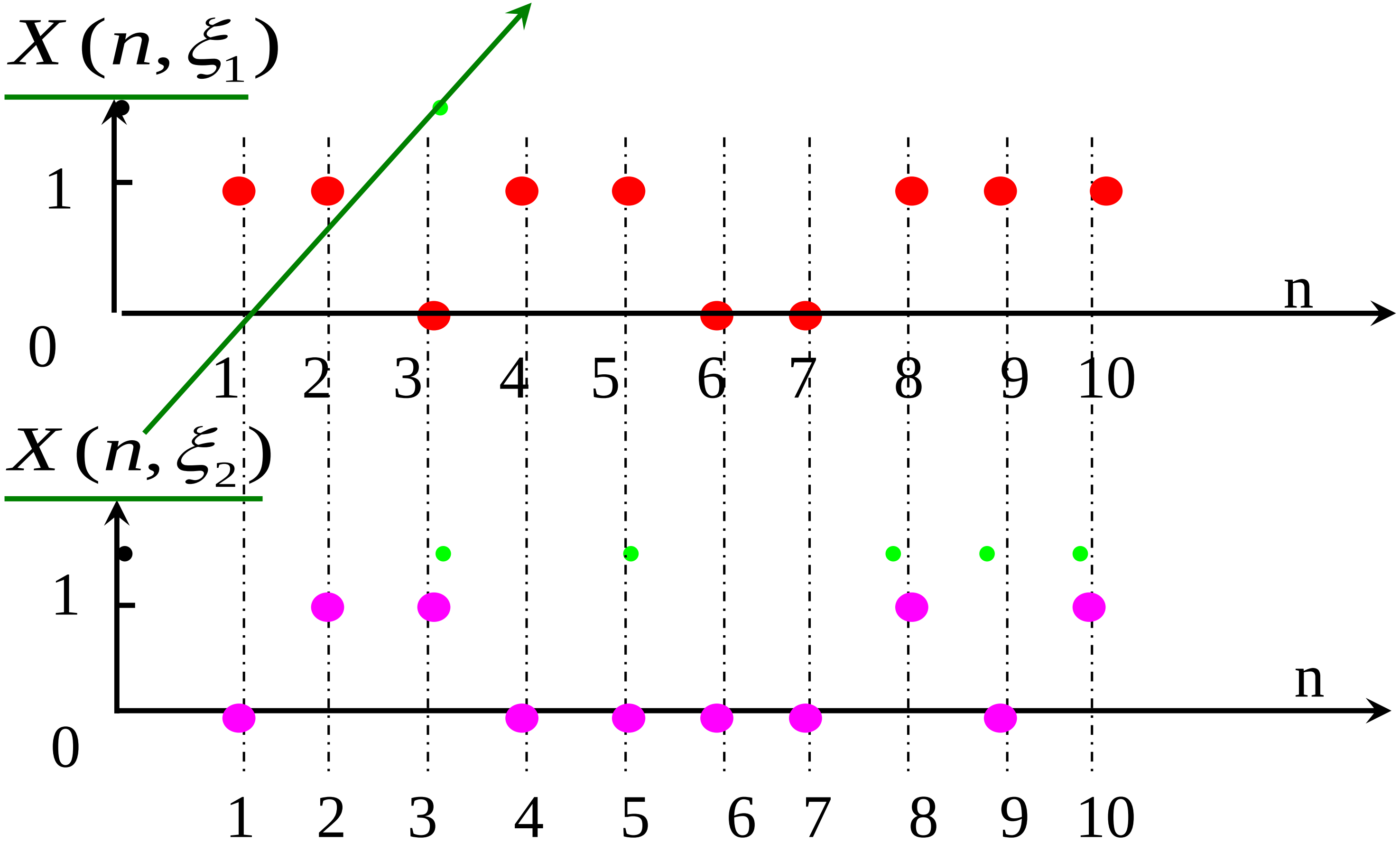
则有:

$$X_n(\xi) = X(n,\xi) = \begin{cases} 1 & \xi = 正面 \\ 0 & \xi \neq 正面 \end{cases} \quad t = n时刻$$

其概率为:

$$P[X(n,\xi)=1]=p,\ P[X(n,\xi)=0]=q,\ \ p+q=1$$

每一个随机变量序列的集合称为**一个样本**，也叫**一个实现**。



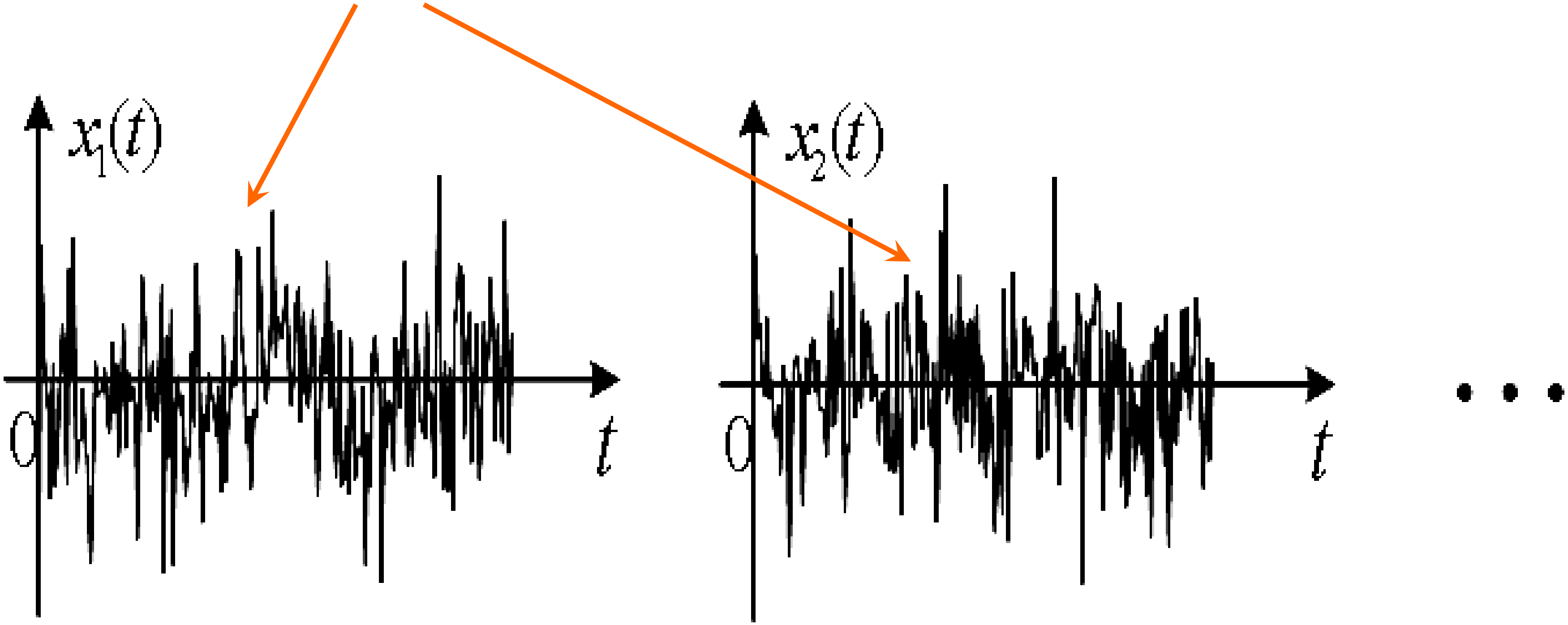
⋮

所有**随机变量序列的集合**就是**随机信号**。

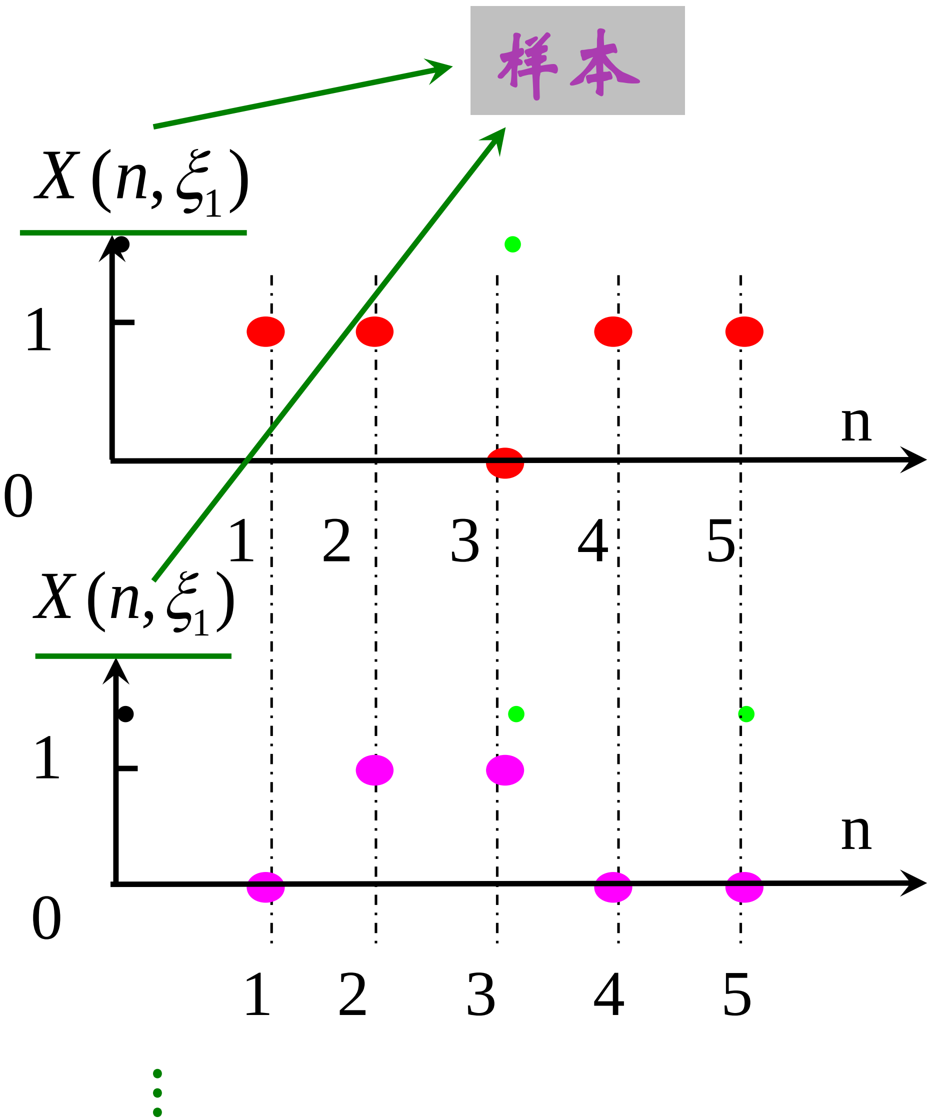
（2）时间连续的随机现象

观察电阻上的噪声电压，可能有不同的波形。

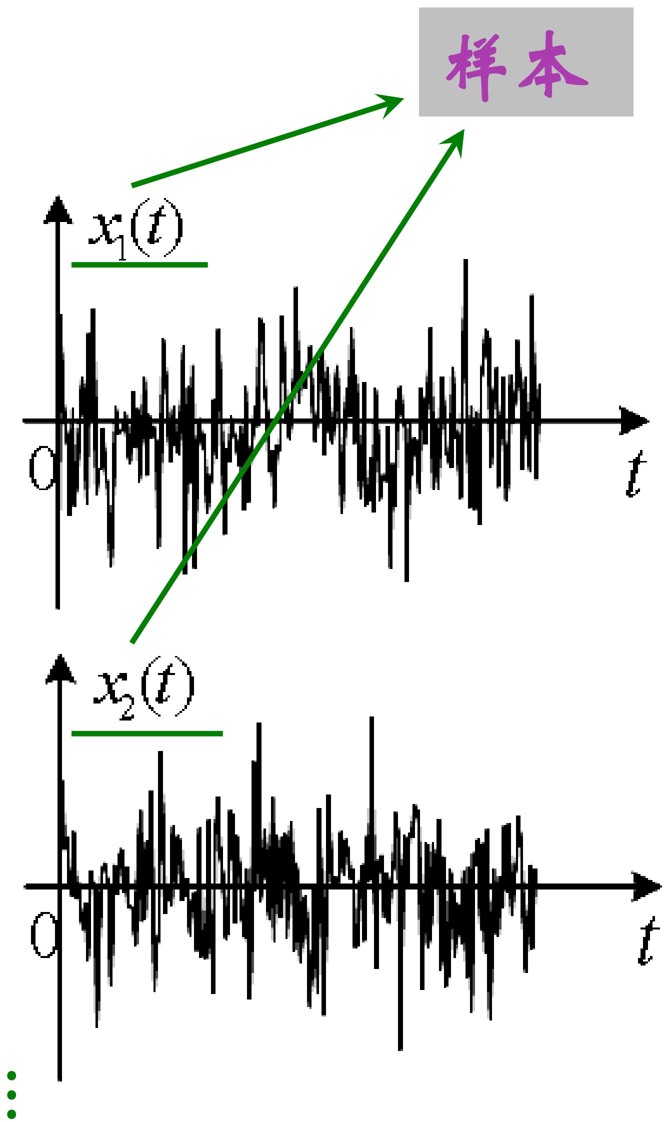
每一个波形称为样本函数，也叫一个实现。



所有波形的集合就是随机信号。



（1）时间离散的随机现象



（2）时间连续的随机现象

随机信号的定义

定义： 设随机实验的样本空间 $\Omega=\{\xi_i\}$ ，对于空间的每一个样本 $\xi_i\in\Omega$ ，总有一个**时间函数** $X(t,\xi_i)$ 与之对应 $(t\in T)$, 对于空间的所有样本 $\xi\in\Omega$ ，可有**一族时间函数** $X(t,\xi)$ 与之对应，这族时间函数称为**随机信号**。

定义： 设 Ω 是随机实验**E**的样本空间，若对于每个样本点 $\xi\in\Omega$, 都有**唯一**的实数 $X(\xi)$ 与之对应 , 且对于任意实数 X，都有确定的**概率**与之对应，则称 $X(\xi)$ 为**随机变量**。

例2.1 随机正弦信号

$$\left\{X(t)=A\cos(\Omega t+\Theta), t\in(-\infty,+\infty)\right\}$$

A,Ω与Θ 部分或全部是**随机变量**。

电路与系统中，几乎总要产生、发送与接收正弦振荡信号，它本质上都是随机的。

例2.2 贝努里随机序列

贝努里序列： $\{X_n, n=1,2,\dots\}$

各个 X_n 是取值（**0**，**1**）的独立同分布随机变量，

$$P[X_n=1]=p, P[X_n=0]=1-p=q$$

贝努里序列的样本序列可以有无穷多种，比如：

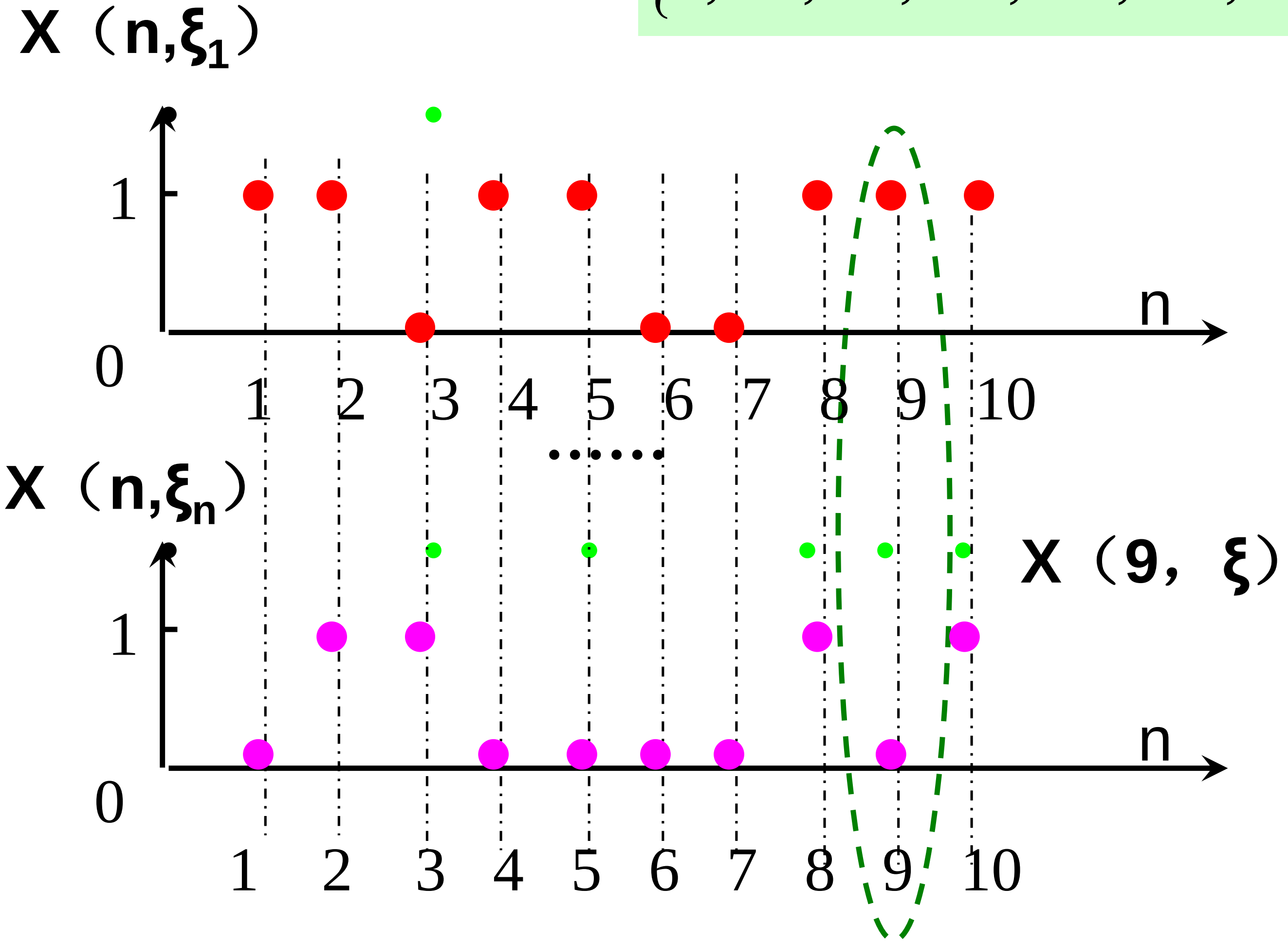
$$\{0,\quad 1,\quad 1,\quad 0,\quad 1,\quad 0,\quad \dots,\quad 1,\quad 0,\quad \dots\}$$

$$\{1,\quad 1,\quad 0,\quad 0,\quad 0,\quad 1,\quad \dots,\quad 0,\quad 0,\quad \dots\}$$

$$\{0,\quad 1,\quad 0,\quad 1,\quad 0,\quad 0,\quad \dots,\quad 1,\quad 1,\quad \dots\}$$

$$\{1,\ 1,\ 0,\ 1,\ 1,\ 0,\ \ldots,\ \ \ \ldots\}$$

$$\{0,\ 1,\ 1,\ 0,\ 0,\ 0,\ \ldots,\ \ \ \ldots\}$$



数字通信中，串行传输的二进制比特流是贝努里序列，是通信中最常用的数学模型之一。

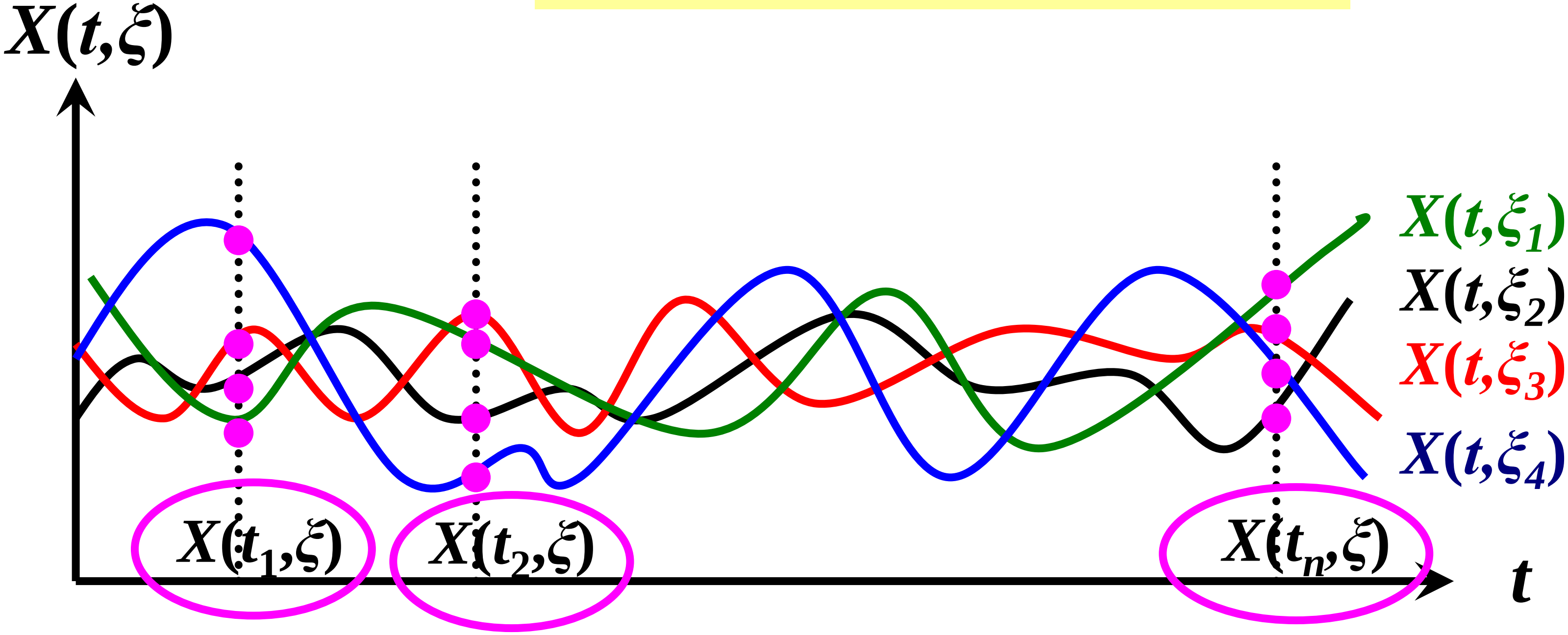
3.随机信号的数学模型

（1）在任意给定时刻，随机信号是一个随机变量

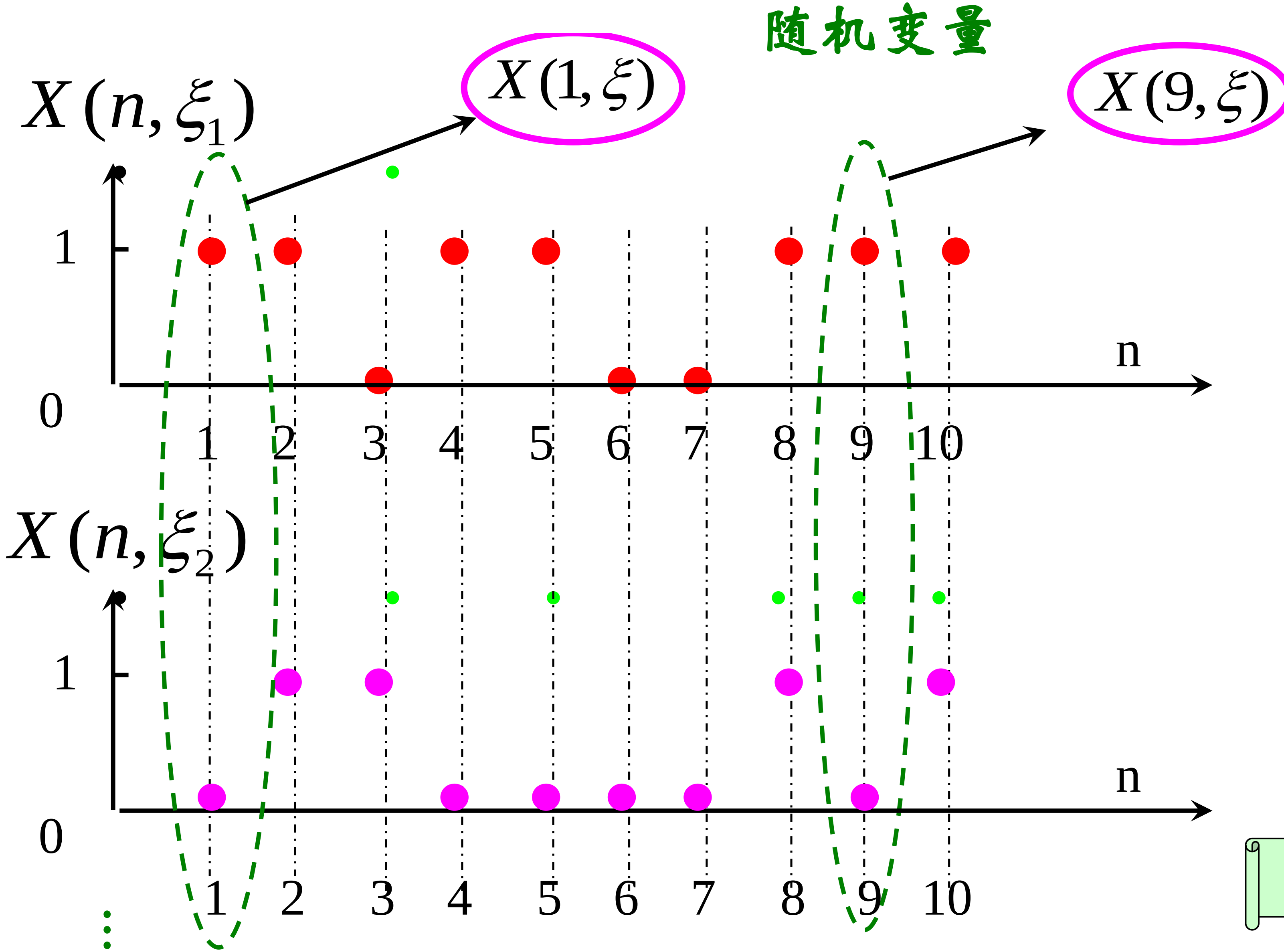
随机信号可视为许多**随机变量**的**集合**；

记为：

$$X(t)=\{X(t_i,\Omega),t_i\in R\}$$



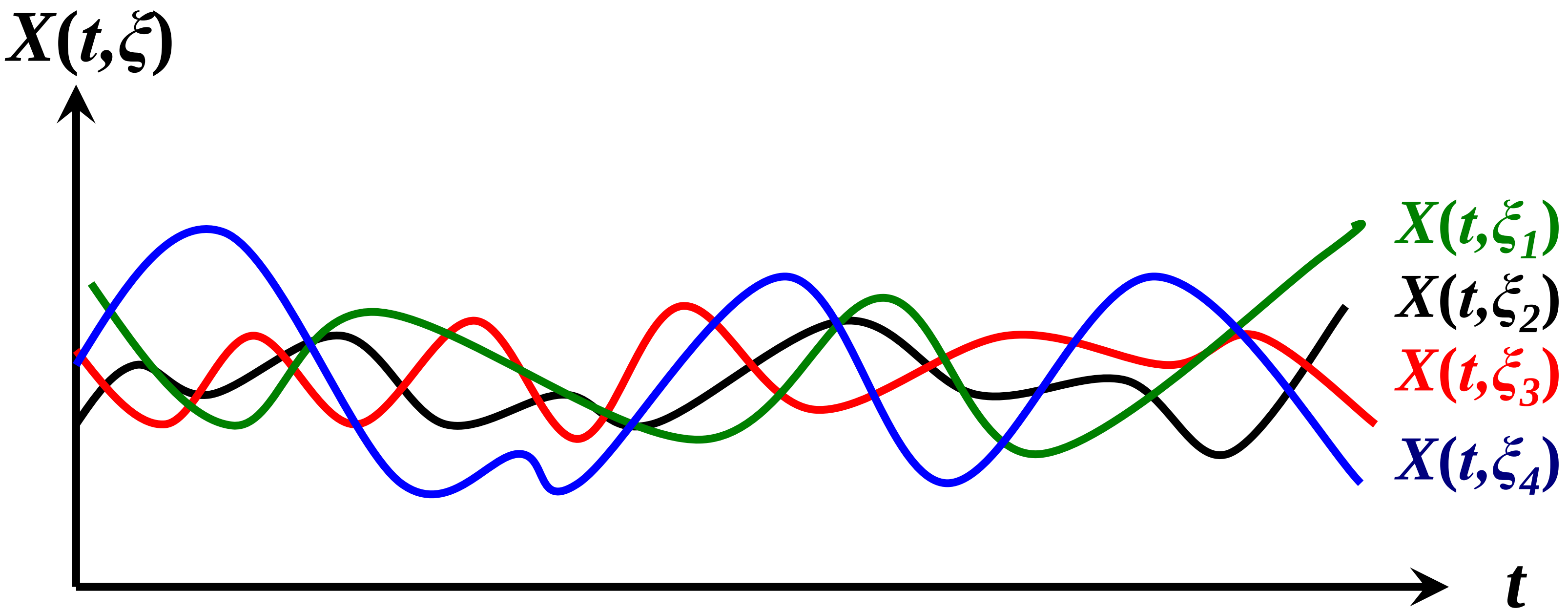
例1


随机变量
$X(1,\xi)$
$X(9,\xi)$
$X(n,\xi_1)$
1
0
n
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10
$X(n,\xi_2)$
1
0
n
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10
⋮

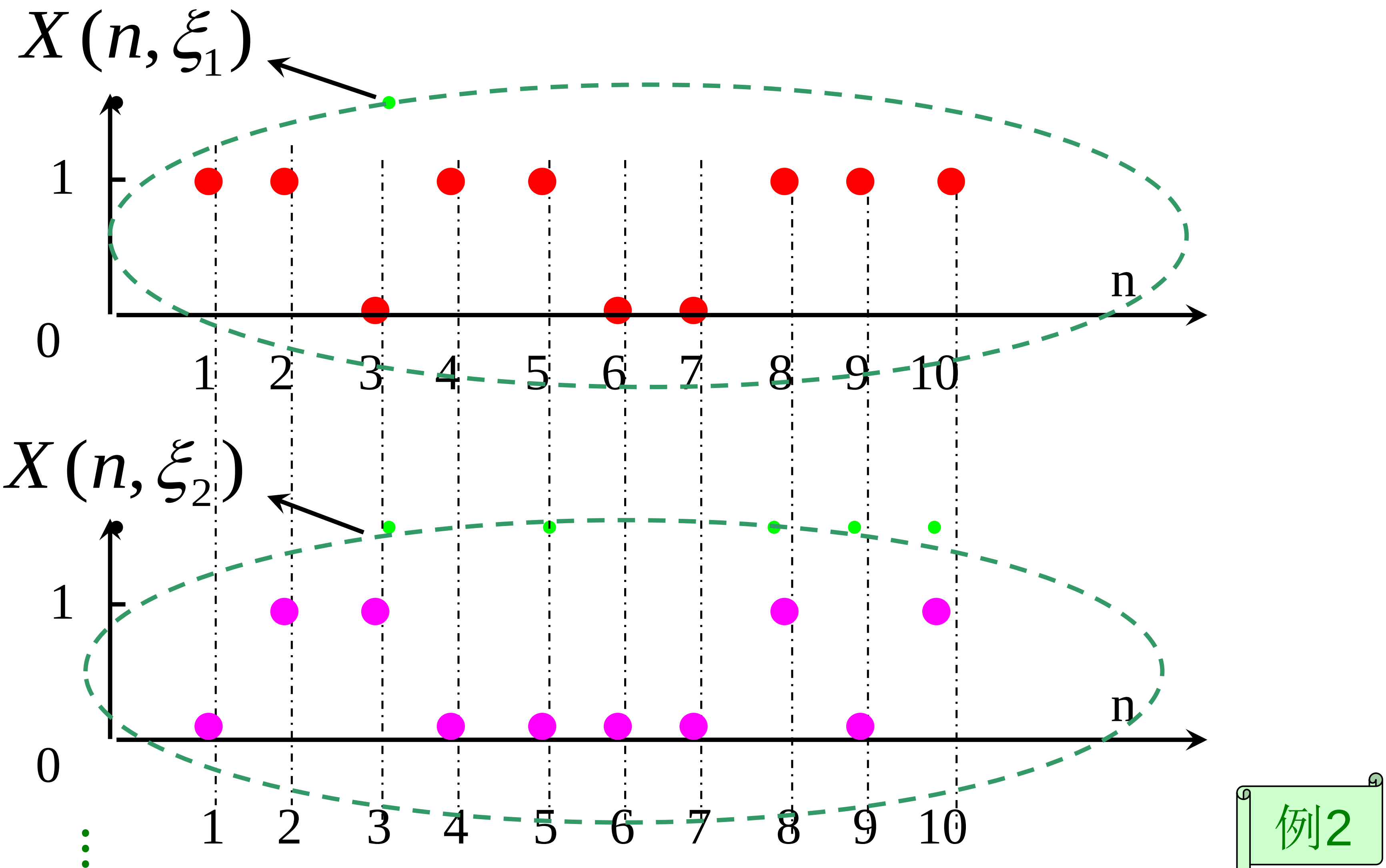
例2

（2）随机信号可视为所有**样本函数**的**集合**；

记为： $X(t)=\left\{X(t,\xi_i),\xi_i\in\Omega\right\}$

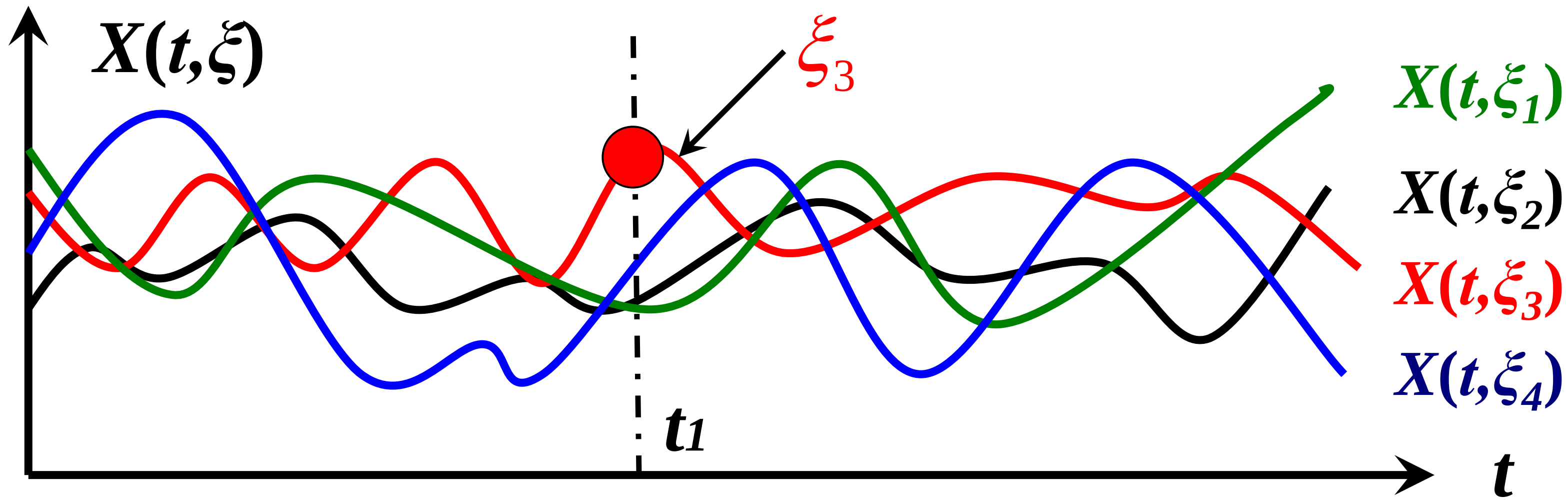


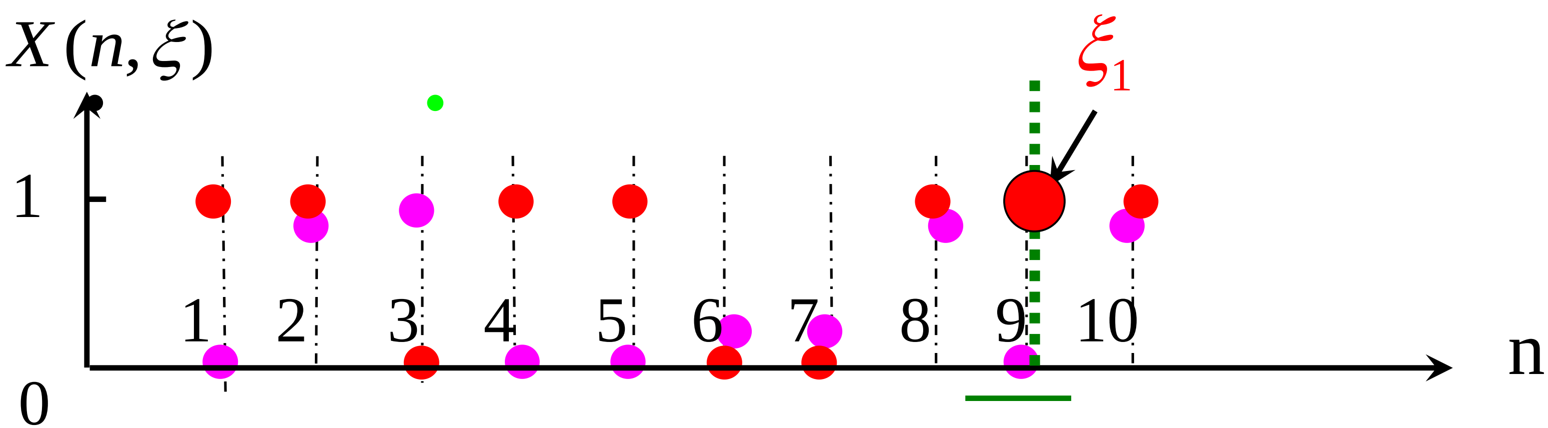
例1



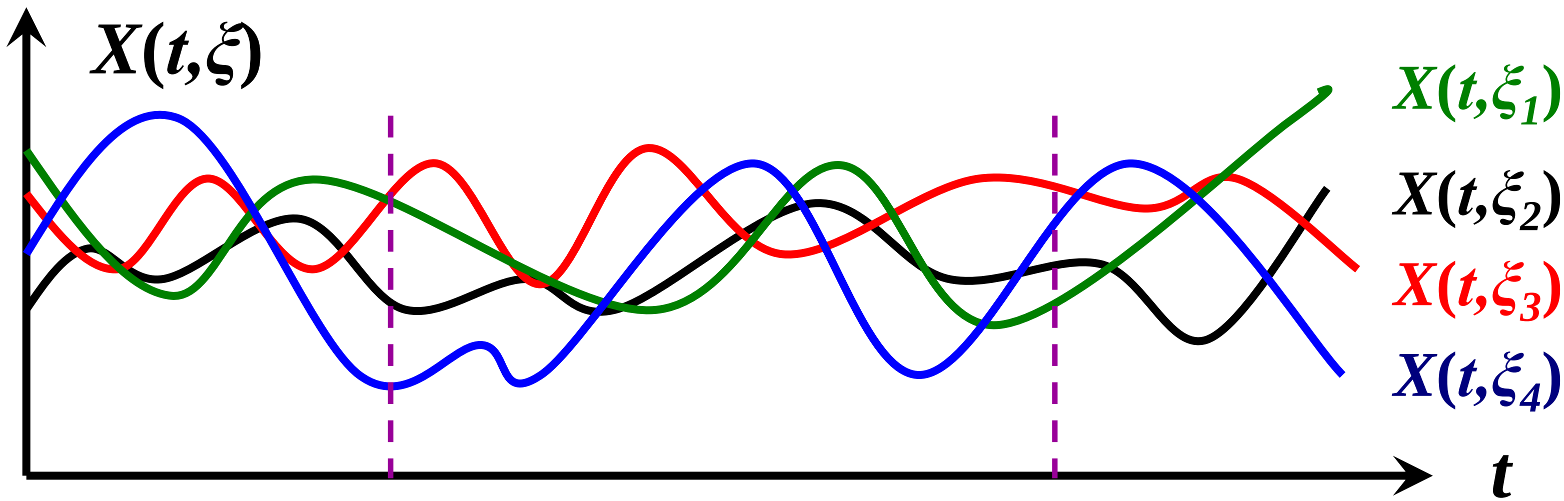
$X(n,\xi_1)$
1
0
n
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10
$X(n,\xi_2)$
1
0
n
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10
⋮
例2

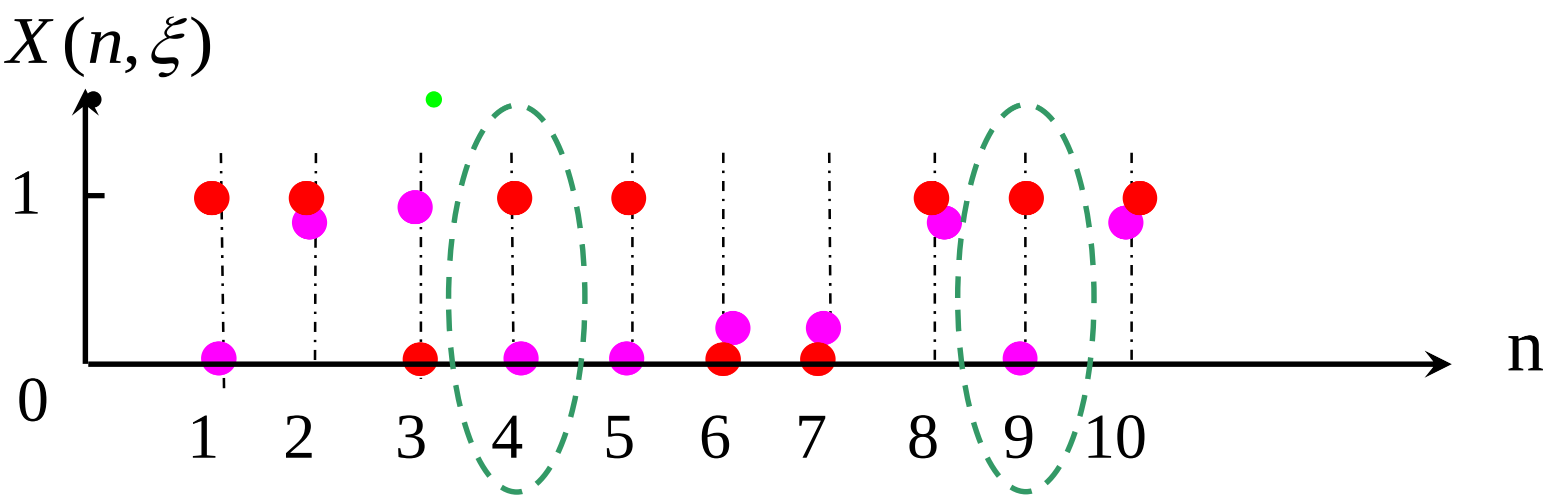
（3）当时刻 t 与样本 ξ 都固定时，随机信号是一个实数，称之为**状态**；





（4）当时刻 t 与样本 ξ 都发生变化时，就构成随机信号的完整概念。

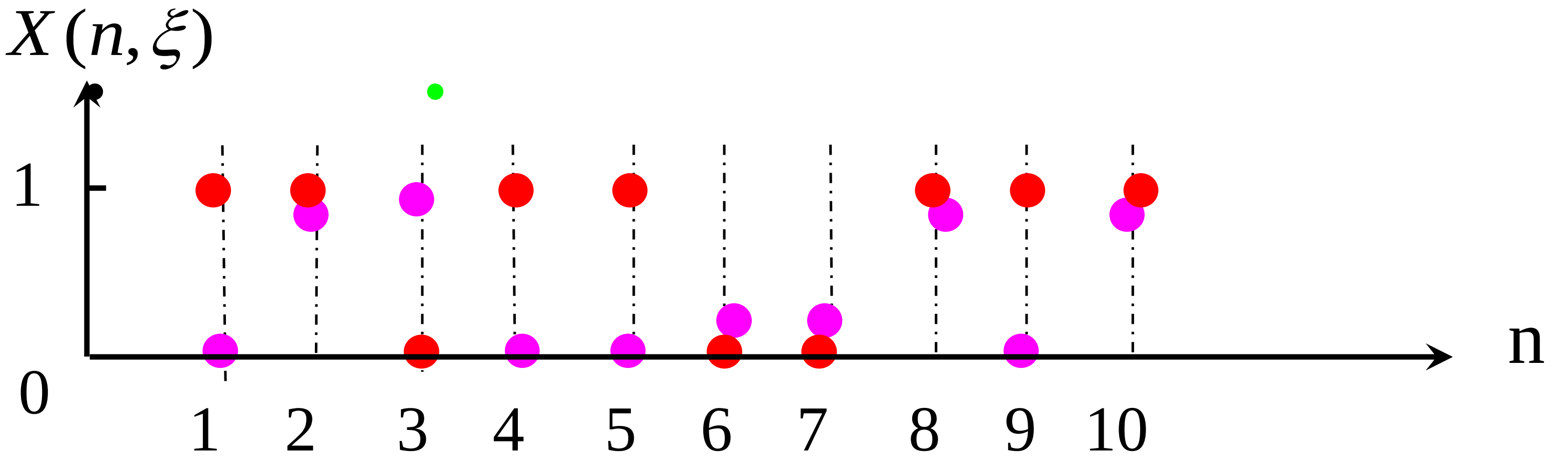




3.随机信号的分类

（1）时间离散、取值离散 D.R.Seq.

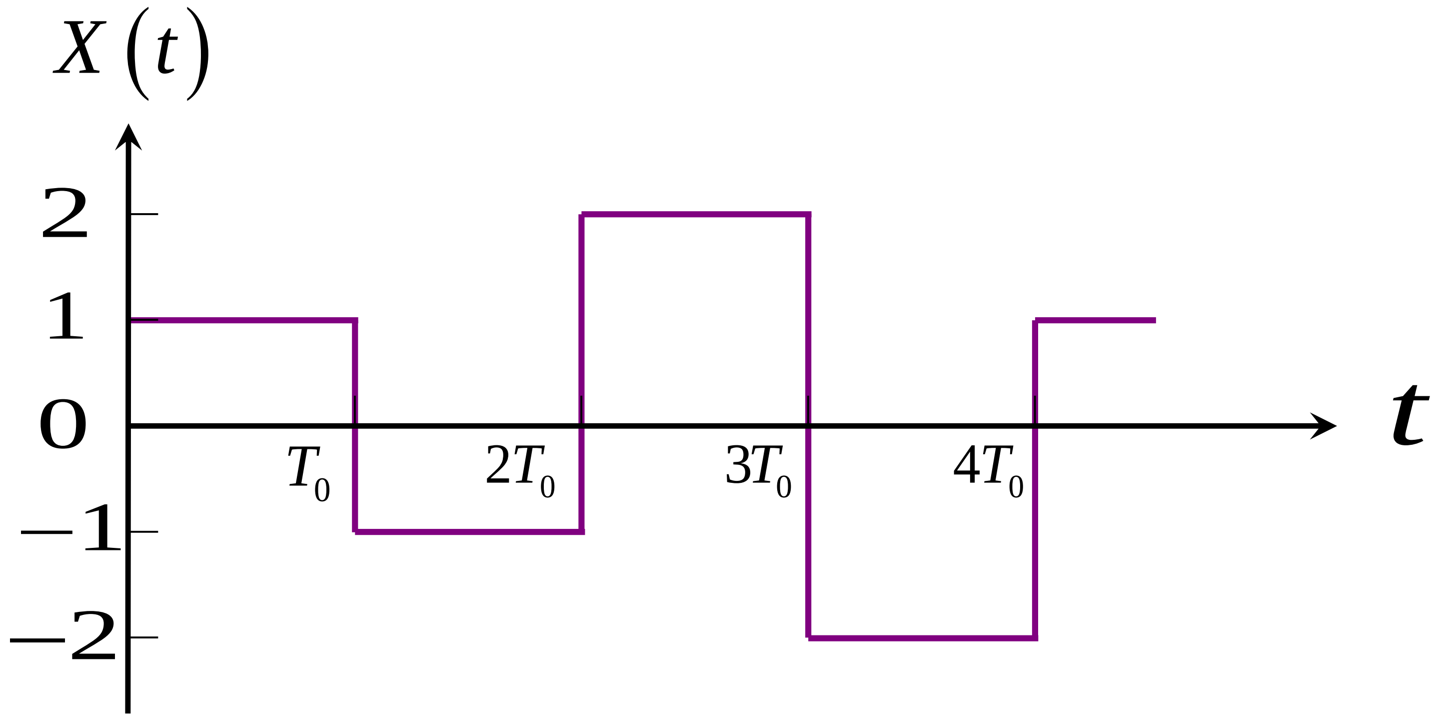
例：贝努里r.s.



- 若结果用(0，1)描述，称为(0，1)贝努里r.s.
- 若结果用(-1，1)描述，称为(-1，1)贝努里r.s.

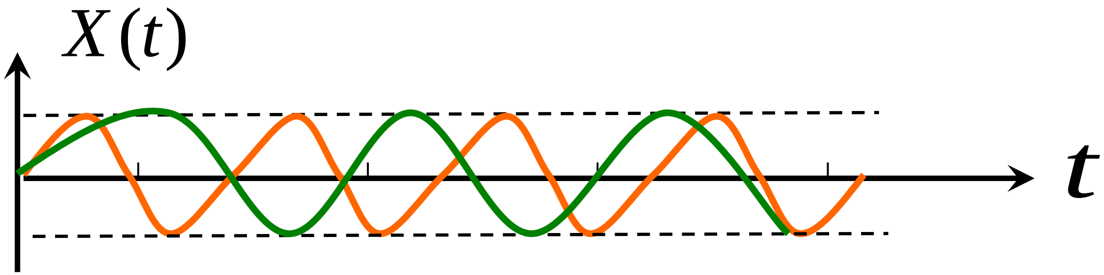
（2）时间连续、取值离散 D.R.P.

例：一脉冲信号发生器传送的信号



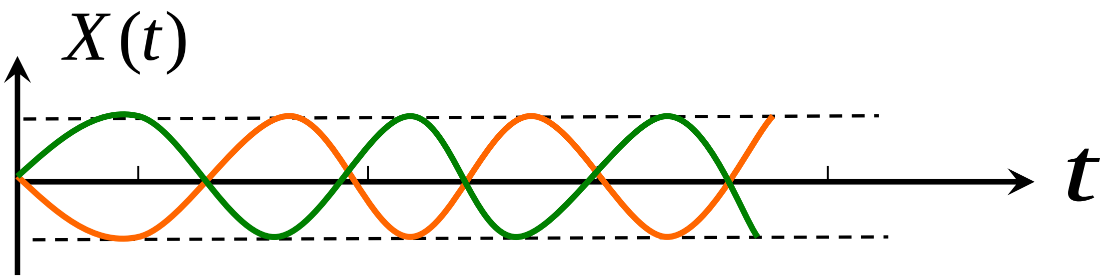
（3）时间连续、取值连续 C.R.P.

例：正弦型信号 $X(t) = A\sin(wt+\theta)$



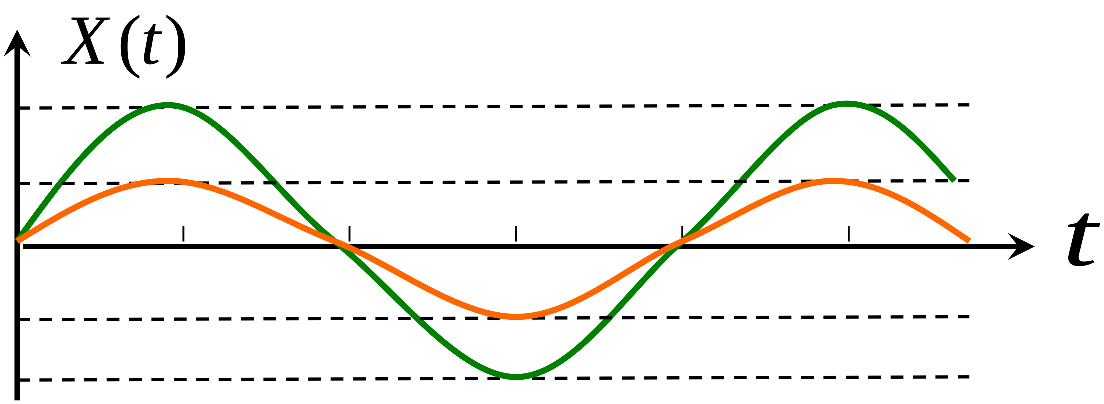
① A, θ—常数

w—r.v.



② A, w—常数

θ—r.v.

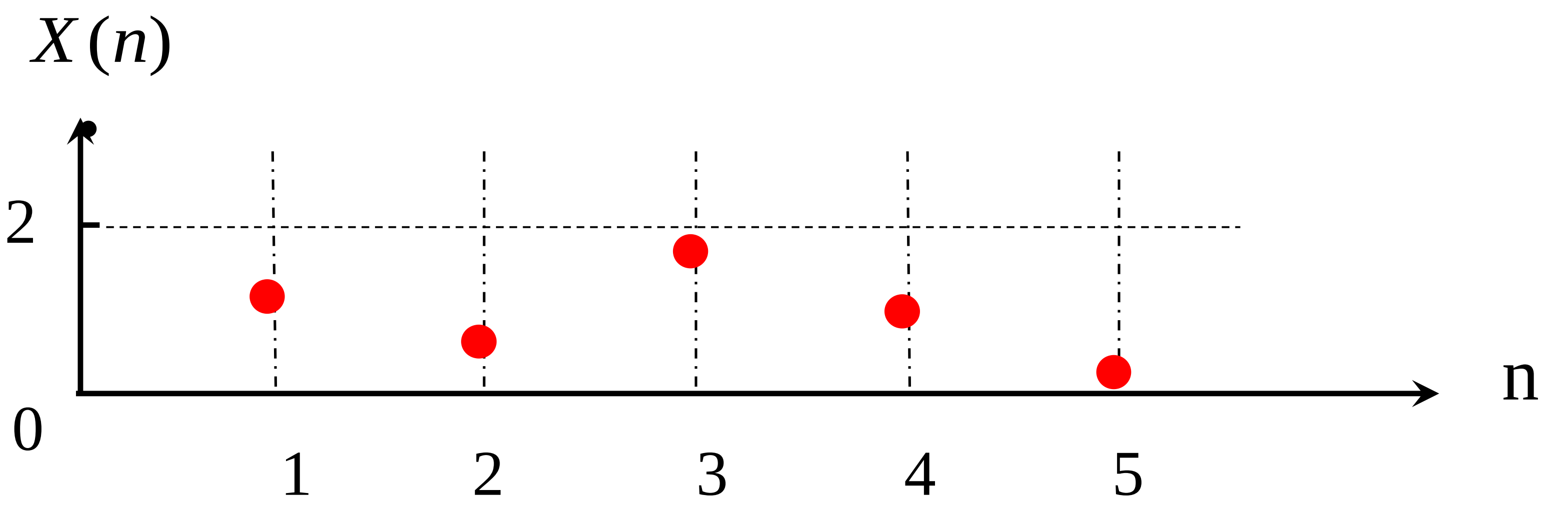


③ w, θ—常数

A—r.v.

（4）时间离散、取值连续 C.R.Seq.

例：每隔单位时间对噪声电压抽样



分析随机信号本质上就是分析相应的随机变量：

随机信号的任意一个时刻，表现为一个随机变量；而把随机变量在时域上扩展，就会得到随机信号。

因此，可以用随机变量的分布律来表征随机信号的分布律。

这样，对随机信号的研究就转化为对随机变量的研究。