这是一个针对此问题的贪心算法。从道路的最西端开始,向东移动,直到遇到第一个距离其正 西方向恰好四英里的房屋 h。我们在这个点设置一个基站(如果我们再往东走而不设置基站,我们将无法覆盖 h)。然后我们删除这个基站覆盖的所有房屋,并对剩余的房屋迭代这个过程。

这里是另一种看待这个算法的方式。对于道路上的任意一点,定义其位置为距最西端英里数  $s_0$ 。我们设置第一个基站在最东端(即最大)位置  $s_1$ ,使得所有在 0 和  $s_1$  之间的房屋都能被  $s_1$  覆盖。通常,在放置了  $\{s_1,\ldots,s_i\}$  之后,我们在满足所有在  $s_i$  和  $s_{i+1}$  之间的房屋都能被  $s_{i+1}$  覆盖的条件下,将第 i+1 个基站放置在最东端的位置  $s_{i+1}$ 。

设  $S = \{s_1, \ldots, s_k\}$  表示我们的贪心算法放置的全部基站位置集合,按递增顺序(即从西到东)排序。设  $T = \{t_1, \ldots, t_m\}$  表示最优解中基站位置的集合,按递增顺序排序。我们必须证明 k = m。

我们通过展示我们的贪心解 S 在某种意义上"领先"于最优解 T 来做到这一点。具体来说,我们声明对于每个 i,都有  $s_i \geq t_i$ ,并通过归纳证明此声明。对于 i=1 时,此声明成立,因为我们在放置第一个基站之前尽可能向东推进。现在,假设对于某个值  $i \geq 1$  成立;这意味着我们的算法的前 i 个中心  $\{s_1,\ldots,s_i\}$  覆盖了最优解的前 i 个中心  $\{t_1,\ldots,t_i\}$  所覆盖的所有房屋。因此,如果我们再添加  $t_{i+1}$  到  $\{s_1,\ldots,s_i\}$  中,我们将不会遗漏  $s_i$  和  $t_{i+1}$  之间的任何房屋未被覆盖。但是,贪心算法的第 (i+1) 个基站  $s_{i+1}$  被选择为尽可能大,以覆盖  $s_i$  和  $s_{i+1}$  之间的房屋;所以我们有 $s_{i+1} \geq t_{i+1}$ 。这通过归纳证明了该声明。

最后,如果 k > m,那么  $\{s_1, \ldots, s_m\}$  无法覆盖所有房屋。但  $s_m \geq t_m$ ,且  $\{t_1, \ldots, t_m\} = T$  覆盖所有房屋,这是一个矛盾。