

假设有 n 个箱子按顺序 b_1, \dots, b_n 到达。假设每个箱子 b_i 都有一个正的重量 w_i ，并且每辆卡车能承载的最大重量是 W 。为了将箱子装载到 N 辆卡车中并保持顺序，需要满足以下条件：

- **没有卡车超载：**每辆卡车中所有箱子的总重量小于或等于 W 。
- **到达顺序得到保留：**如果箱子 b_i 在箱子 b_j 之前被发送（即 b_i 被分配到卡车 x ， b_j 被分配到卡车 y ，并且 $x < y$ ），那么必定是 b_i 早于 b_j 到达公司（即 $i < j$ ）。

我们通过证明贪心算法使用的卡车数量最少来证明其“保持领先”于任何其他解决方案。具体来说，我们考虑任何其他解决方案并展示以下内容。如果贪心算法将箱子 b_1, b_2, \dots, b_j 装载到前 k 辆卡车中，并且其他解决方案将箱子 b_1, \dots, b_i 装载到前 k 辆卡车中，那么 $i \leq j$ 。请注意，这通过将 k 设置为贪心算法使用的卡车数量，从而暗示了贪心算法的优化性。

我们将通过对 k 进行归纳来证明。一般情况 $k = 1$ 是清晰的：贪心算法在前第一辆卡车中尽可能多地装载箱子。现在，假设对于 $k - 1$ 成立：贪心算法将 j' 个箱子装载到前 $k - 1$ 辆卡车中，而其他解决方案装载了 $i' \leq j'$ 个箱子。现在，对于第 k 辆卡车，替代解决方案装载了从 $b_{i'+1}$ 到 b_{j_i} 的箱子。因此，由于 $j' \geq i'$ ，贪心算法至少能够将箱子 $b_{j'+1}, \dots, b_{j_k}$ 装载到第 k 辆卡车中，并且它可能装载更多。这完成了归纳步骤，也因此完成了贪心算法的最优性证明。