



信号与线性系统

总复习

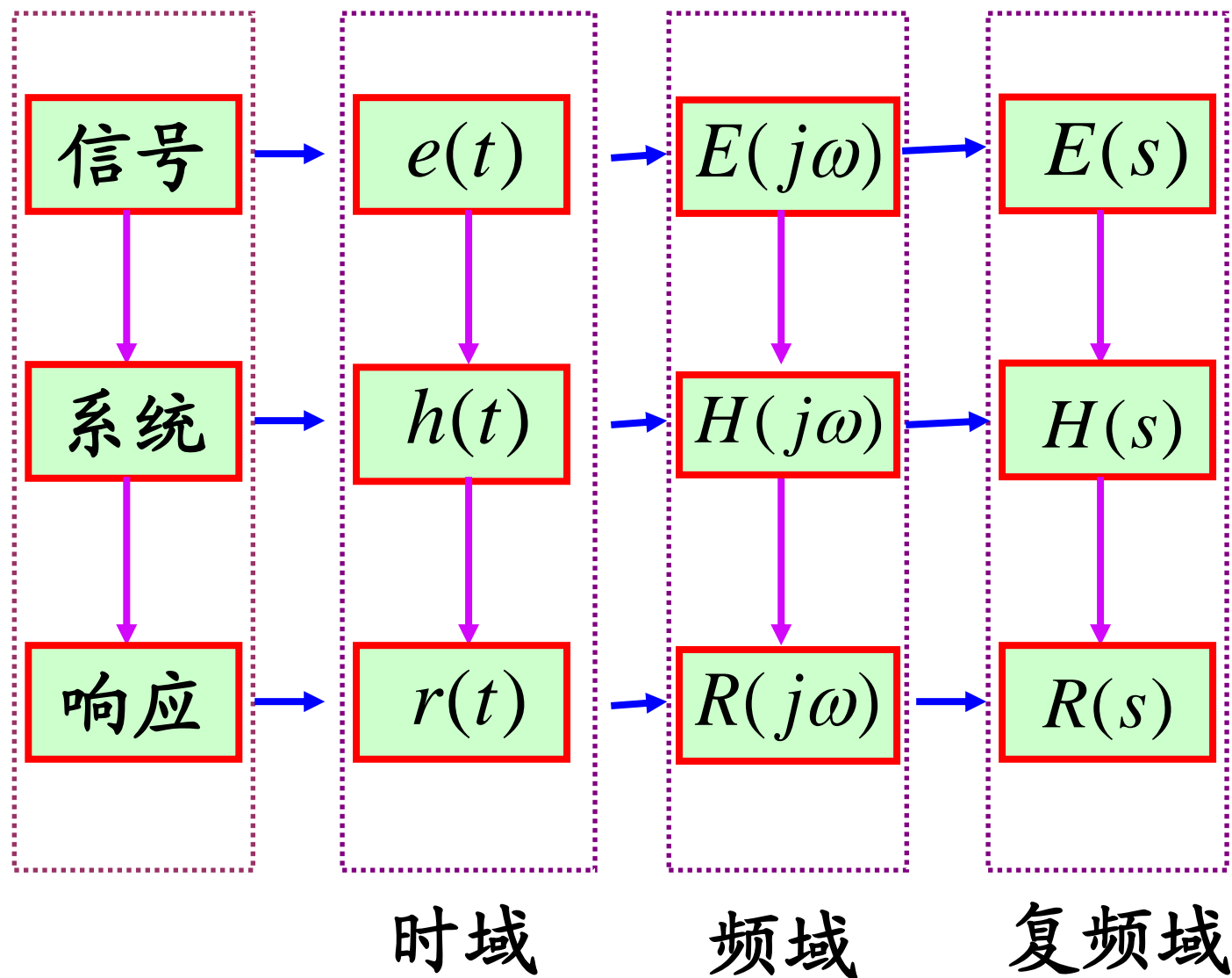


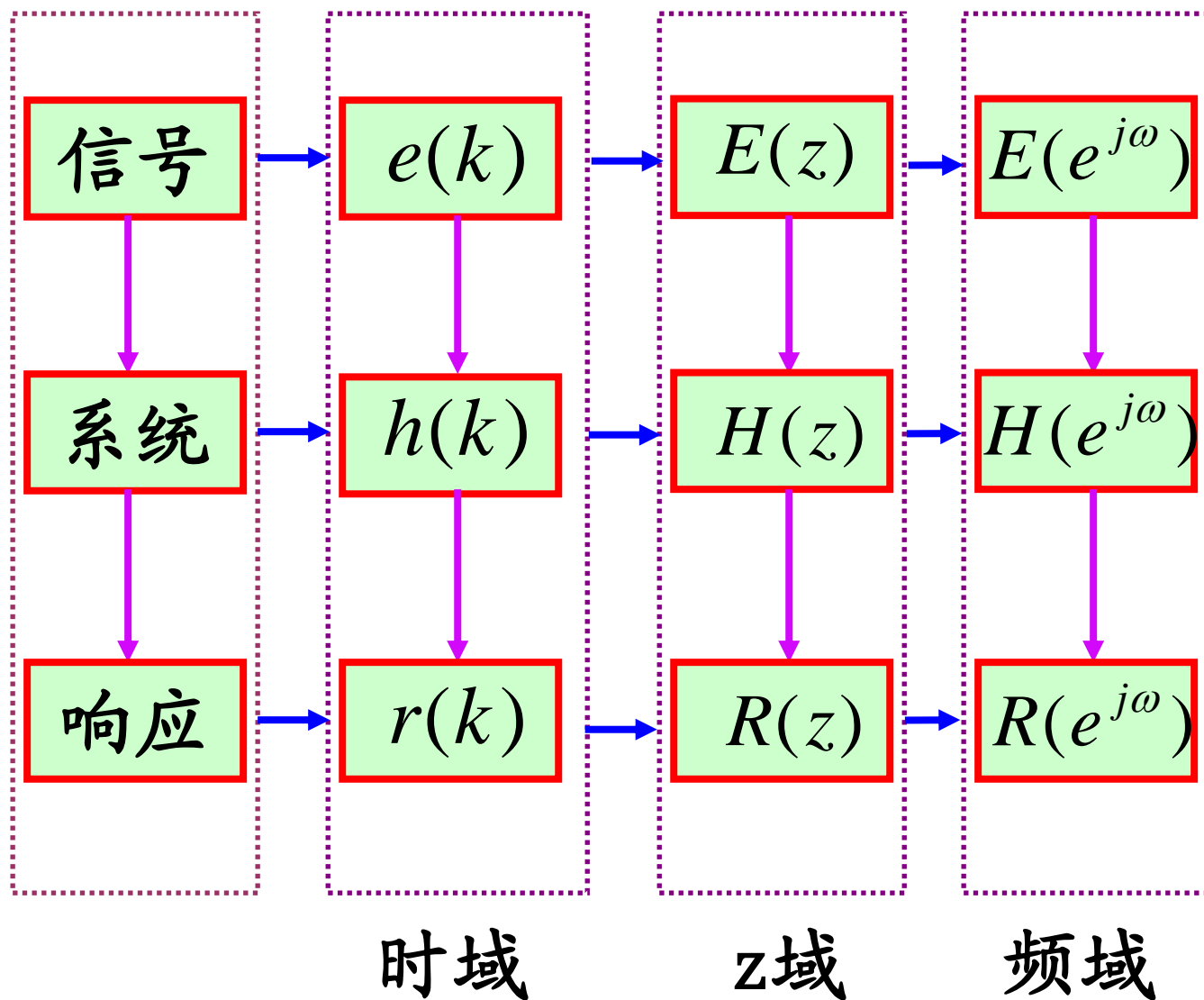
总

1. 两大类 连续信号与系统
 离散信号与系统
 因果信号/因果系统
 线性时不变系统

2. 分析手段 时域分析
 变换域分析
 连续：频域，复频域
 离散：频域， z 域

分析主线







信号的分类与常用信号

- 信号的分类
 - 连续时间信号，离散时间信号
 - 因果信号
 - 右边序列（因果序列），左边序列，双边序列
- 连续时间信号
 - 单位冲激信号，单位阶跃信号
 - 矩形脉冲
- 离散时间序列
 - 单位函数，单位阶跃函数
 - 矩形序列
 - 单位函数序列，矩形脉冲序列



信号的运算（时域）

■ 基本运算

- 信号间的相互表示
- 平移、尺度变换、线性、微积分等
- 波形的变化

■ 卷积积分/卷积和

- 定义
- 求解
- 性质
- 应用

信号的变换（变换域）

■ 傅里叶级数/傅里叶变换

- 常用函数的傅里叶级数/变换，频谱特点
- 线性、缩放、对称性、时移频移、微积分、卷积定理等

■ 拉普拉斯变换

- 常用函数的拉普拉斯变换，收敛区
- 线性、缩放、时移频移、微积分、卷积定理、初值终值定理等
- 反变换的求取 - 部分分式分解，利用性质

■ z变换

- 常用函数的z变换，收敛区
- 线性、缩放、时移频移、卷积定理、初值终值定理等
- 反变换的求取 - 部分分式分解法，注意与收敛区的关系

■ DTFT

- 定义
- 周期性、线性、时移频移、频域微分、卷积定理等

■ 系统的性质

- 线性，时不变性，因果性，稳定性

■ 系统的表示

- 电路或实际问题 需要通过建模的过程得到方程
- 微分方程/差分方程
- 方程、直接（I）型模拟框图之间的转换
- 系统函数

■ 系统的响应

- 零输入响应和零状态响应
- 单位冲激响应/单位函数响应
- 系统响应的时域求解，变换域求解



系统（续）

■ 系统函数

- 系统函数 $H(s) / H(z)$
- 系统函数的极点分布对系统稳定性的影响
- 系统函数零极点分布对频响特性的影响

■ 频响函数

- 频响函数 $H(j\omega) / H(e^{j\omega})$
- 频响特性曲线
- 滤波特性

■ 应用

- 理想低通滤波器，信号通过系统不失真传输的条件，
- 调制解调
- 理想抽样，抽样定理



■ 分

冲激函数的性质

$$\frac{du(t)}{dt} = \delta(t) \quad \int_{-\infty}^t \delta(\tau) d\tau = u(t)$$

$$f(t)\delta(t-t_0) = f(t_0)\delta(t-t_0)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(t)\delta(t-t_0)dt = f(t_0)$$

$$\delta[-(t-t_0)] = \delta(t-t_0)$$

$$\delta(at) = \frac{1}{|a|} \delta(t)$$

$$f(t) * \delta(t-t_0) = f(t-t_0)$$



卷积积分/卷积和

两个连续时间信号 $f_1(t)$ 和 $f_2(t)$ 的卷积积分定义如下:

$$f(t) = f_1(t) * f_2(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f_1(\tau) f_2(t - \tau) d\tau$$

两个序列 $f_1(k)$ 和 $f_2(k)$ 的卷积和定义如下:

$$f(k) = f_1(k) * f_2(k) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} f_1(i) f_2(k - i)$$

练习：计算下列卷积

(1) $\varepsilon(t) * \varepsilon(t)$

(2) 两个矩形脉冲函数做卷积

(3) $e^{-3t} \varepsilon(t) * \varepsilon(t)$

(4) $e^{-3t} \varepsilon(t) * e^{-2t} \varepsilon(t)$

(1) $\varepsilon(k) * \varepsilon(k)$

(2) $\varepsilon(k-1) * \varepsilon(k-2)$

(3) $0.3^k \varepsilon(k) * \delta(k)$

(4) $(\frac{1}{2})^k \varepsilon(k) * \varepsilon(k)$

(5) $2^k \varepsilon(k) * 2^k \varepsilon(k)$

答案：(1) $t\varepsilon(t)$

(3) $\frac{1}{3} (1 - e^{-3t}) \varepsilon(t)$

(4) $(e^{-2t} - e^{-3t}) \varepsilon(t)$

(1) $(k+1)\varepsilon(k)$

(4) $2 \times (1 - (\frac{1}{2})^{k+1}) \varepsilon(k)$

(5) $(k+1)2^k \varepsilon(k)$



傅里叶级数/傅里叶变换/序列傅里叶变换

- 傅里叶级数公式
- 基波、谐波
- 周期信号频谱的特点
- 常用信号的傅里叶级数
- 画信号的频谱

- 傅里叶变换公式
- 非周期信号频谱的特点
- 性质
- 常用信号的傅里叶变换
- 画信号的频谱

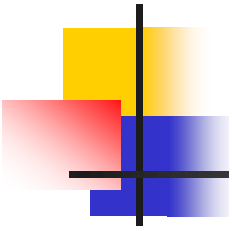
- 序列傅里叶变换公式
- 离散信号频谱的特点
- 性质
- 常用序列的傅里叶变换
- 画信号的频谱

常用傅里叶变换对

编 号	$f(t)$	$F(j\omega)$
1	$g_\tau(t)$	$\tau \text{Sa}\left(\frac{\omega\tau}{2}\right)$
2	$\tau \text{Sa}\left(\frac{\tau t}{2}\right)$	$2\pi g_\tau(\omega)$
3	$e^{-\alpha}\varepsilon(t), \alpha>0$	$\frac{1}{\alpha+j\omega}$
4	$te^{-\alpha}\varepsilon(t), \alpha>0$	$\frac{1}{(\alpha+j\omega)^2}$
5	$e^{-\alpha t }, \alpha>0$	$\frac{2\alpha}{\alpha^2+\omega^2}$
6	$\delta(t)$	1
7	1	$2\pi\delta(\omega)$
8	$\delta(t-t_0)$	$e^{-j\omega t_0}$
9	$\cos \omega_0 t$	$\pi\delta(\omega-\omega_0)+\pi\delta(\omega+\omega_0)$
10	$\sin \omega_0 t$	$\frac{\pi}{j}[\delta(\omega-\omega_0)-\delta(\omega+\omega_0)]$

续表

编 号	$f(t)$	$F(j\omega)$
11	$\epsilon(t)$	$\pi\delta(\omega) + \frac{1}{j\omega}$
12	$\text{Sgn}(t)$	$\frac{2}{j\omega}, F(0)=0$
13	$\frac{1}{\pi t}$	$-j \text{Sgn}(\omega)$
14	$\delta_T(t)$	$\Omega\delta_\Omega(\omega)$
15	$\sum_{n=-\infty}^{\infty} F_n e^{jn\Omega t}$	$2\pi \sum_{n=-\infty}^{\infty} F_n \delta(\omega - n\Omega)$
16	$\frac{t^{n-1}}{(n-1)!} e^{-at} \epsilon(t), a>0$	$\frac{1}{(a+j\omega)^n}$



性质名称	时 域	频 域
线性	$a_1 f_1(t) + a_2 f_2(t)$	$a_1 F_1(j\omega) + a_2 F_2(j\omega)$
时移	$f(t - t_0)$	$F(j\omega) e^{-j\omega t_0}$
频移	$f(t) e^{j\omega_0 t}$	$F(j(\omega - \omega_0))$
调制	$f(t) \cos \omega_0 t$	$\frac{1}{2} [F(j(\omega - \omega_0)) + F(j(\omega + \omega_0))]$
	$f(t) \sin \omega_0 t$	$\frac{1}{2j} [F(j(\omega - \omega_0)) - F(j(\omega + \omega_0))]$
尺度变换	$f(at)$	$\frac{1}{ a } F\left(j \frac{\omega}{a}\right)$
对称性	$F(jt)$	$2\pi f(-\omega)$
卷积	$f_1(t) * f_2(t)$	$F_1(j\omega) \cdot F_2(j\omega)$
相乘	$f_1(t) \cdot f_2(t)$	$\frac{1}{2\pi} F_1(j\omega) * F_2(j\omega)$
时域微分	$\frac{d^n f(t)}{dt^n}$	$(j\omega)^n F(j\omega)$
时域积分	$\int_{-\infty}^t f(x) dx$	$\pi F(0) \delta(\omega) + \frac{F(j\omega)}{j\omega}$
频域微分	$(-jt)^n f(t)$	$\frac{d^n F(j\omega)}{d\omega^n}$
频域积分	$\pi f(0) \delta(t) + \frac{f(t)}{-jt}$	$\int_{-\infty}^{\omega} F(j\eta) d\eta$
帕塞瓦尔等式	$\int_{-\infty}^{\infty} f^2(t) dt$	$\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(j\omega) ^2 d\omega$



拉普拉斯变换

定义

性质

常用信号的拉普拉斯变换

$u(t)$	$\frac{1}{s}$
$e^{-at}u(t)$	$\frac{1}{s+a}$
$tu(t)$	$\frac{1}{s^2}$
$te^{-at}u(t)$	$\frac{1}{(s+a)^2}$
$\delta(t)$	1



z变换

定义、收敛区

性质

常用信号的z变换

(1) $f(k) = \delta(k)$

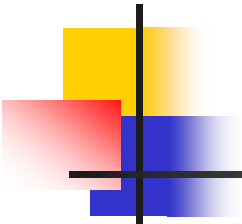
$$F(z) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(k) z^{-k} = 1$$

(2) $f(k) = \varepsilon(k)$

$$F(z) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \varepsilon(k) z^{-k} = \frac{z}{z-1} \quad |z| > 1$$

(3) $f(k) = -\varepsilon(-k-1)$

$$F(z) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} [-\varepsilon(-k-1)] z^{-k} = \frac{z}{z-1} \quad |z| < 1$$



(4) $f(k) = a^k \varepsilon(k)$ (a 为实数.虚数.复数).

$$F(z) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a^k \varepsilon(k) z^{-k} = \frac{z}{z-a} \quad |z| > |a|$$

(5) $f(k) = -a^k \varepsilon(-k-1)$

$$F(z) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} [-a^k \varepsilon(-k-1)] z^{-k} = \frac{z}{z-a} \quad |z| < |a|$$

(6) $f(k) = k \varepsilon(k)$

$$F(z) = \sum_{k=0}^{\infty} k \varepsilon(k) z^{-k} = \frac{z^{-1}}{(1-z^{-1})^2} = \frac{z}{(z-1)^2} \quad |z| > 1$$

(7) $f(k) = a^{k-1} \varepsilon(k-1)$

$$F(z) = \frac{1}{z-a} \quad |z| > |a|$$

序号	性质	信号	Z 变换	收敛域
0	定义	$x(n)$	$X(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n)z^{-n}$	R
1	线性	$ax_1(n) + bx_2(n)$	$aX_1(z) + bX_2(z)$	至少 $R_1 \cap R_2$
2	移序	$x(n-n_0)$	$z^{-n_0}X(z)$	R , 但在原点或无穷远点可能加上或删除

序号	性质	信号	Z 变换	收敛域
3	频移	$e^{j\omega n}x(n)$	$X(e^{j\omega}z)$	R
4	尺度变换	$z_0^n x(n)$	$X(z_0^{-1}z)$	$ z_0 R$
5	z 域微分	$nx(n)$	$-z \frac{d}{dz}X(z)$	R
6	卷积	$x_1(n) * x_2(n)$	$X_1(z)X_2(z)$	至少 $R_1 \cap R_2$
7	时间反转	$x(-n)$	$X(z^{-1})$	R 的倒置
8	求和	$\sum_{n=-\infty}^n x(n)$	$\frac{1}{1-z^{-1}}X(z)$	$R \cap (z > 1)$
9	初值定理	$x(0) = \lim_{z \rightarrow \infty} X(z)$		
10	终值定理	$x(\infty) = \lim_{z \rightarrow 1} (z-1)X(z)$		

系统的因果性与稳定性

因果	响应不先于激励		
	$h(t) = 0, \quad t < 0$		$h(n) = 0, \quad n < 0$
			激励最高序号不大于响应最高序号
稳定	$\int_{-\infty}^{\infty} h(t) < \infty$		$\sum_{n=-\infty}^{\infty} h(n) < \infty$
	因果系统	$\int_0^{\infty} h(t) < \infty$	$\sum_{n=0}^{\infty} h(n) < \infty$
		系统函数H(s)的所有极点全部位于s平面的左半开平面	系统函数H(z)的所有极点全部位于z平面的单位圆内



系统的响应

- 零输入响应
- 单位冲激响应/单位函数（样值）响应
- 零状态响应

系统响应的时域求解、变换域求解

- 自然响应/强迫响应
- 暂（瞬）态响应/稳态响应

1. $H(s)/H(z)$ 与 $h(t)/h(k)$ 之间的关系。
2. $H(s)/H(z)$ 可由微分/差分方程直接得到。
3. 系统函数与转移算子之间的关系。
4. 系统函数的极点分布对系统稳定性的影响。
5. 由系统函数零极点分布粗略画出频响曲线。
6. 混合系统的单位冲激响应，系统函数。

1. 定义及物理意义 $H(j\omega) / H(e^{j\omega})$

2. 几组关系

$$H(j\omega) \rightarrow h(t) \rightarrow H(s)$$

$$H(e^{j\omega}) \rightarrow h(k) \rightarrow H(z)$$

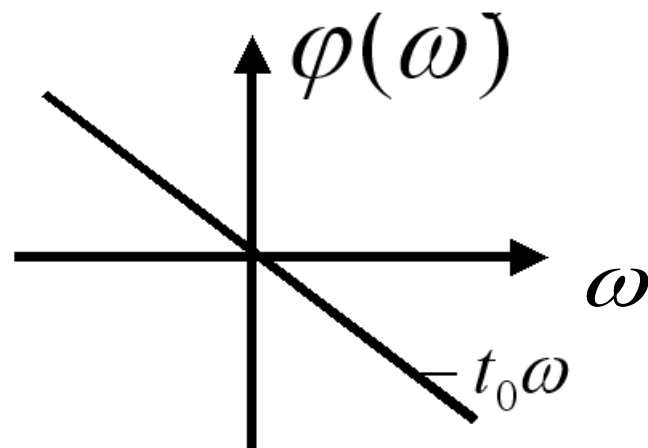
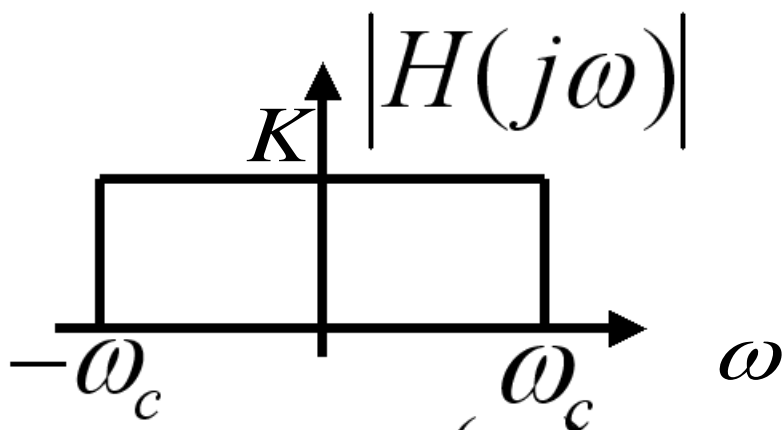
3. 画频响特性曲线

4. 滤波特性：低通，高通，带通，带阻，全通

5. 混合系统的频响函数

应用：理想低通滤波器

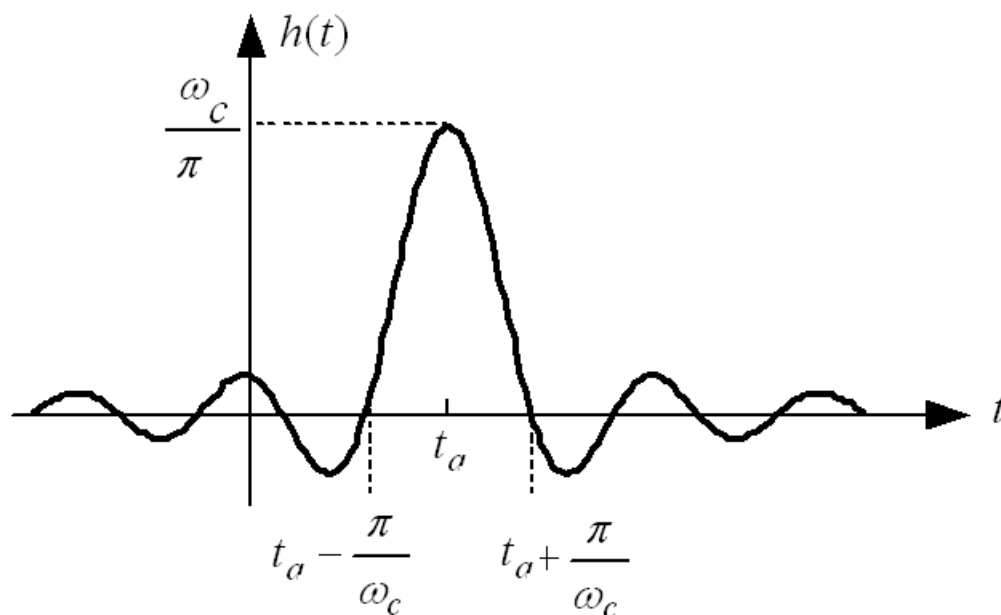
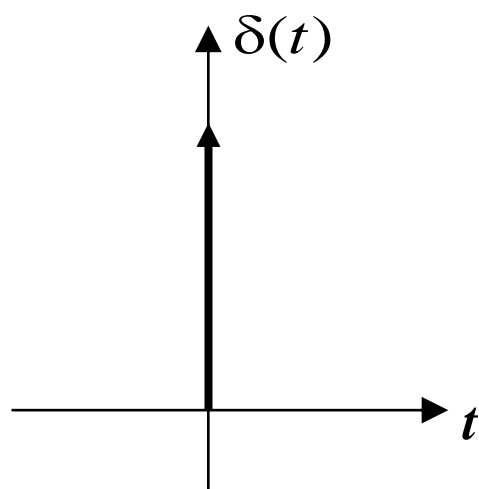
理想低通滤波器的频响



$$H(j\omega) = Ke^{-j\omega t_0}, \quad |\omega| < \omega_c \text{ (截止频率)}$$

理想低通滤波器的单位冲激响应

$$h(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} H(j\omega) e^{j\omega t} d\omega = \frac{1}{2\pi} \int_{-\omega_c}^{\omega_c} e^{-j\omega t_0} e^{j\omega t} d\omega = \frac{\omega_c}{\pi} \text{Sa}[\omega_c(t - t_0)]$$

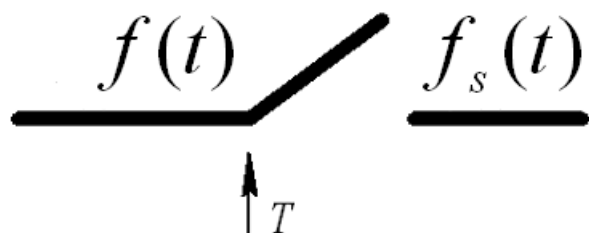


信号通过系统产生失真。
系统物理上不可实现。

可自行推导出信号通过系统
不产生失真的条件。

取样定理

信号的时域取样



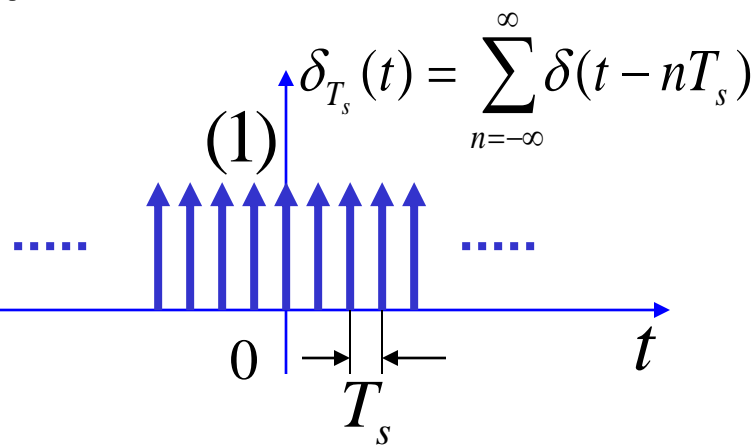
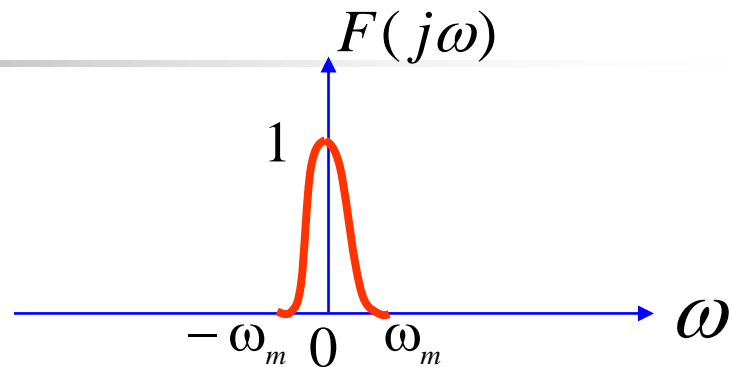
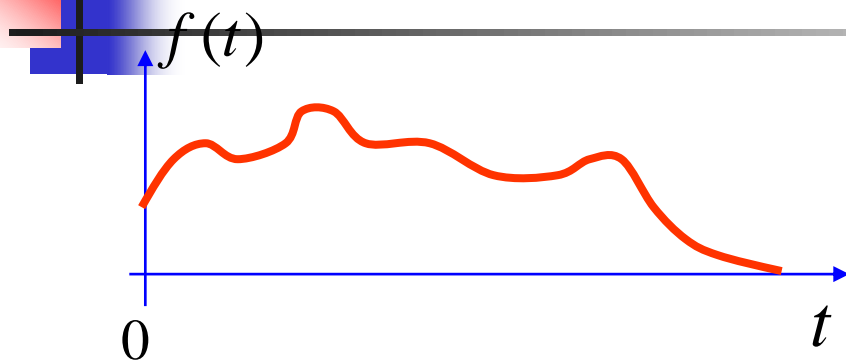
$$f_s(t) = f(t)p(t)$$

理想取样：抽样脉冲 $p(t)$ 是冲激函数序列，即

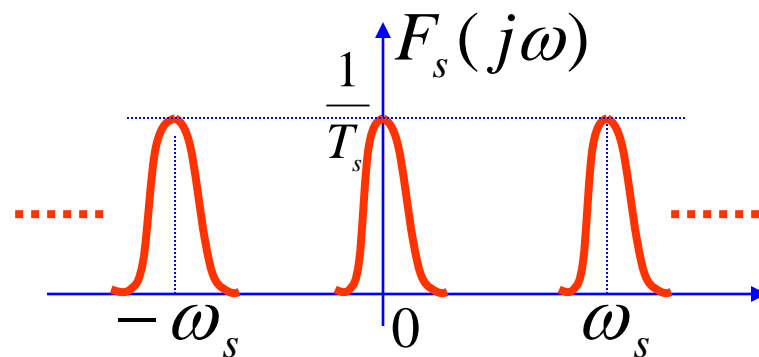
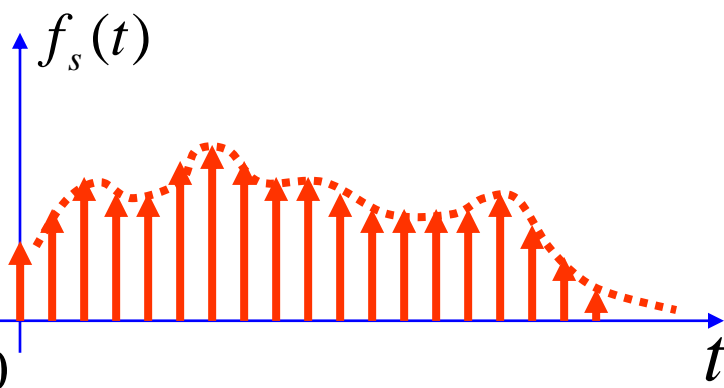
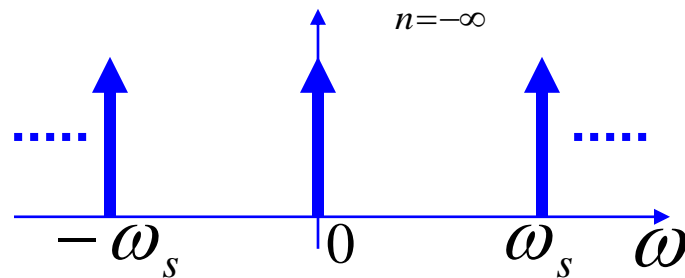
$$p(t) = \delta_{T_s}(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT_s)$$

$$\begin{aligned} f_s(t) &= f(t)p(t) = f(t) \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT_s) \\ &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} f(t)\delta(t - nT_s) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} f(nT_s)\delta(t - nT_s) \end{aligned}$$

理想抽样示意图

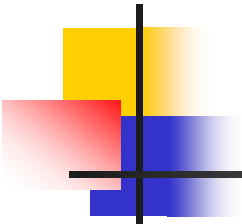


$$P(j\omega) = \omega_s \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(\omega - n\omega_s)$$



时域抽样

频域周期重复



Shannon 取样定理: 一个在频谱中不包含有大于频率 f_m 的分量的有限频带的信号, 由对该信号以不大于 $\frac{1}{2f_m}$ 的时间间隔进行取样的取样值唯一地确定。当这样地取样信号通过截止频率 ω_c 满足 $\omega_m \leq \omega_c \leq \omega_s - \omega_m$ 的理想低通滤波器后, 可以完全重建原信号。



考试

- 闭卷考试，不用带草稿纸，需要用到铅笔、直尺、橡皮等
- 遵守考试纪律，诚实作答
- 简单计算题，综合分析题
- 主要考查基础知识的理解和应用

- 考试时间：以学院通知为准



及早准备，横纵对比，全面复习

该背的要背熟

该练的要练：计算，画图

信号、系统要分清

连续、离散忌混淆

时域 \longleftrightarrow 变换域

变换域 \longleftrightarrow 变换域