

第八周第二次作业答案

8-2.1

解：(1) $y(n) - \frac{3}{4}y(n-1) + \frac{1}{8}y(n-2) = x(n) + \frac{1}{3}x(n-1)$

对上式进行 z 变换得

$$Y(z) - \frac{3}{4}z^{-1}Y(z) + \frac{1}{8}z^{-2}Y(z) = X(z) + \frac{1}{3}z^{-1}X(z)$$

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{1 + \frac{1}{3}z^{-1}}{1 - \frac{3}{4}z^{-1} + \frac{1}{8}z^{-2}} = \frac{z(z + \frac{1}{3})}{(z - \frac{1}{2})(z - \frac{1}{4})} = \frac{\frac{10}{3}z}{z - \frac{1}{2}} + \frac{\frac{-7}{3}z}{z - \frac{1}{4}}, \quad |z| > \frac{1}{2}$$

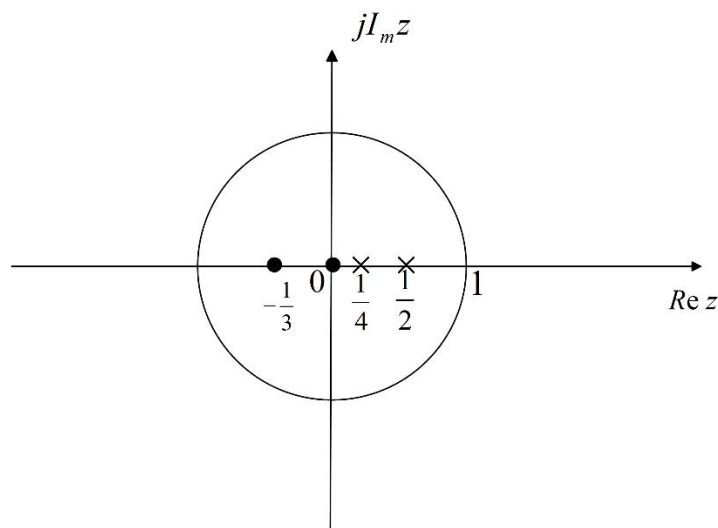
故 $h(n) = \mathcal{Z}^{-1}[H(z)] = [\frac{10}{3}(\frac{1}{2})^n - \frac{7}{3}(\frac{1}{4})^n]u(n)$

(2) $H(z) = \frac{z(z + \frac{1}{3})}{(z - \frac{1}{2})(z - \frac{1}{4})}$,

$H(z)$ 的极点有两个, $p_1 = \frac{1}{2}, p_2 = \frac{1}{4}$ 。

零点有两个, $z_1 = 0, z_2 = -\frac{1}{3}$ 。

零极点如下图所示。



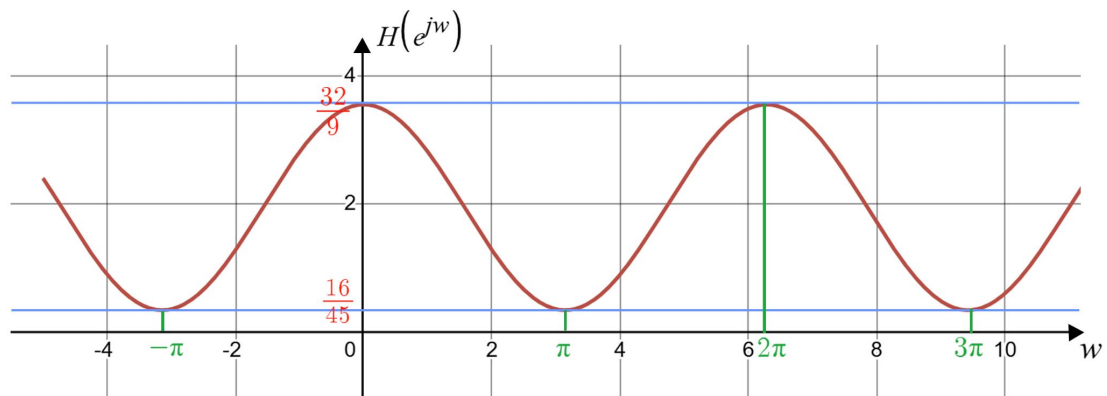
(3) 令 $z = e^{j\omega}$, $H(e^{j\omega}) = \frac{e^{j\omega}(e^{j\omega} + \frac{1}{3})}{(e^{j\omega} - \frac{1}{2})(e^{j\omega} - \frac{1}{4})}$ 。

由几何法： $|H(e^{j\omega})| = \frac{B_1 \times B_2}{A_1 \times A_2}$ ，其中 $B_1=1$ 。

当 $\omega = 0$ 时， B_2 最大，同时 A_1, A_2 最小，有 $|H(e^{j\omega})| = \frac{B_1 \times B_2}{A_1 \times A_2} = \frac{1 \times \frac{3}{4}}{\frac{3}{4} \times \frac{1}{2}} = \frac{32}{9}$

当 $\omega = \pi$ 时， B_2 最小，同时 A_1, A_2 最大，有 $|H(e^{j\omega})| = \frac{B_1 \times B_2}{A_1 \times A_2} = \frac{1 \times \frac{2}{3}}{\frac{5}{4} \times \frac{3}{2}} = \frac{16}{45}$

根据离散序列傅里叶变换的周期性及一个周期内的对称性，可粗略画出系统幅频响应特性曲线如下图所示。



$$(4) \quad y(n] = x[n] + \frac{1}{3}x[n-1] + \frac{3}{4}y[n-1] - \frac{1}{8}y[n-2]$$

直接型模拟框图如下图所示（答案不唯一，也可引入 $q[n]$ 画出模拟框图）。

