



信号与系统

Lecture 3

第二章 连续时间系统的时域分析（续）

§ 2.6 冲激响应与阶跃响应

§ 2.7 叠加积分

§ 2.8 卷积及其计算

§ 2.9 线性系统响应的时域求解



复习

- 连续时间LTI系统响应的经典解法
- 系统方程的算子表示
- 零输入响应求解
- 奇异函数
- 信号的分解

本讲内容

- 冲激响应/阶跃响应
- 零状态响应求解公式
- 卷积：定义，性质，计算

§ 2.6 冲激响应和阶跃响应

通过前面的学习，我们知道了

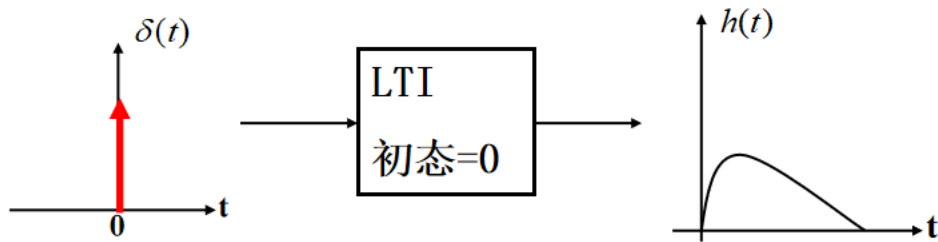
- 线性系统的全响应可以分解为零输入响应，零状态响应
- 零输入响应求解
- 信号可分解为冲激函数及其时移的积分

$$f(t) = \int_0^{+\infty} f(\tau) \delta(t - \tau) d\tau$$

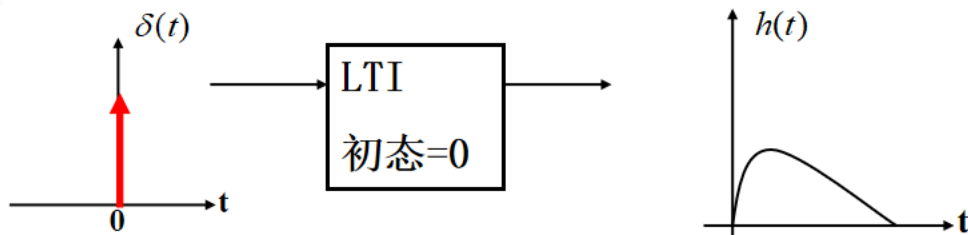
本节我们学习给定LTI系统，当系统输入为单位冲激/阶跃信号时系统的响应。

1、定义

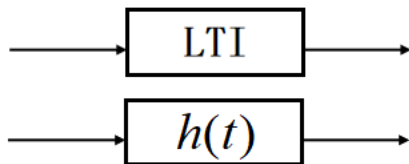
一线性时不变系统，其初始状态为零，输入为单位冲激信号 $\delta(t)$ 所引起的响应称为单位冲激响应，简称冲激响应，用 $h(t)$ 表示。



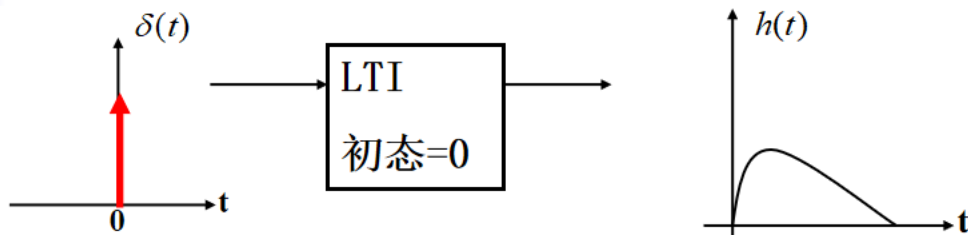
类似地，可以给出阶跃响应的定义。阶跃响应用 $r_{\varepsilon}(t)$ 表示。



单位冲激响应很重要，是系统的时域表征函数。



利用冲激响应，可以在时域求系统的零状态响应。




如果系统还是因果系统，则其冲激响应是因果信号，即

$$h(t) = 0, \quad t < 0$$

反之亦然，即 $h(t)$ 可用来判断系统的因果性。

将来还用 $h(t)$ 来判断系统的稳定性。



关于 $t=0$ 时刻的说明

- $t=0$ 是一个开始计算时间的参考点，一般也就是开始施加激励即接通电路的瞬间。由于激励源有时是奇异信号，在接通的瞬间将发生电压或电流的突变，从而可能导致系统储能状态的突变。
- 这种情况下考察 $t=0$ 这个时刻系统中电压、电流的初始值时， t 由正值趋于零和由负值趋于零的初始值可能不相等。一般以 0^+ 和 0^- 表示这种区别。
- 在《信号与线性系统》一书中如无特殊说明，“初始/起始状态”“初始/起始条件”均指 0^- 的状态或条件。

2、深入理解冲激响应

已知某线性时不变系统：


$$\frac{d^3}{dt^3}r(t) + 2\frac{d^2}{dt^2}r(t) + 3\frac{d}{dt}r(t) + r(t) = \frac{d^2}{dt^2}e(t) + 5\frac{d}{dt}e(t) + 2e(t)$$

1、要求其单位冲激响应 $h(t)$ ，还需要其他条件吗？

2、已知系统的单位冲激响应为 $h(t)$ ，
该系统的单位阶跃响应 $r_\varepsilon(t)$ 怎么求？

$$r_\varepsilon(t) = \int_{-\infty}^t h(\tau) d\tau$$

接下来我们只讨论冲激响应的求法。




3、冲激响应的计算 部分分式分解法

设连续LTI系统的转移算子为 $H(p)$ ，现在讨论从 $H(p)$ 出发计算冲激响应 $h(t)$ 的方法。

具体做法如下：

- 首先对 $H(p)$ 进行部分分式分解；
- 研究简单系统的冲激响应；
- 在此基础上推导出一般系统冲激响应的求解公式。




对 $H(p)$ 进行部分分式分解

$$\frac{d^2 r(t)}{dt^2} + 4 \frac{dr(t)}{dt} + 3r(t) = \frac{d^3 e(t)}{dt^3} + 5 \frac{d^2 e(t)}{dt^2} + 7 \frac{de(t)}{dt} + 4e(t)$$

转移算子为 $H(p)$ 为

$$\begin{aligned} H(p) &= \frac{p^3 + 5p^2 + 7p + 4}{p^2 + 4p + 3} = \frac{(p^3 + 5p^2 + 7p + 3) + 1}{p^2 + 4p + 3} \\ &= \frac{(p+1)(p^2 + 4p + 3) + 1}{p^2 + 4p + 3} = (p+1) + \frac{1}{p^2 + 4p + 3} \\ &= (p+1) + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{p+1} - \frac{1}{p+3} \right) \end{aligned}$$



简单系统 1 $H(p) = \frac{k}{p - \lambda}$

此时，响应 $r(t)$ 和输入 $e(t)$ 满足的微分方程为

$$r'(t) - \lambda r(t) = ke(t)$$

当系统的初始状态为零时，根据 $h(t)$ 的定义，若在上式中令 $e(t)=\delta(t)$ ，则 $r(t)=h(t)$ ，所以有


$$h'(t) - \lambda h(t) = k\delta(t)$$

这是关于 $h(t)$ 的一阶微分方程。方程两边同时乘以 $e^{-\lambda t}$ ，

$$(e^{-\lambda t}h(t))' = k\delta(t) \Rightarrow h(t) = ke^{\lambda t}u(t)$$

于是

$$H(p) = \frac{k}{p - \lambda} \rightarrow h(t) = ke^{\lambda t}u(t)$$




由叠加性，可知若一个线性系统的转移算子为

$$H(p) = \left(\frac{k_1}{p - \lambda_1} + \frac{k_2}{p - \lambda_2} + \dots + \frac{k_n}{p - \lambda_n} \right)$$
$$\rightarrow h(t) = (k_1 e^{\lambda_1 t} + k_2 e^{\lambda_2 t} + \dots + k_n e^{\lambda_n t}) u(t)$$

这个解与零输入响应的形式相似，只是在零输入响应中，其各项的系数由初始条件决定，而在这里，各项系数 k_i 是转移算子展开为部分分式时的各系数。

这种相似并非偶然，这是因为零状态的系统输入一冲激信号为激励信号时，该信号只在 $t=0$ 时存在，相当于系统在某一瞬间输入了若干能量，存储在系统的储能元件中，可认为在 $t=0^+$ 时具有某种初始状态。等到 $t>0$ 时，系统已经不再有输入信号，所以响应就由上述储能的状态唯一确定。



简单系统 2 $H(p) = \frac{k}{(p - \lambda)^2}$

$$H(p) = \frac{k}{(p - \lambda)^2} \rightarrow h(t) = kte^{\lambda t}u(t)$$

将这一结果推广到特征方程在 $p=\lambda$ 处有 n 重根的情况，有

$$H(p) = \frac{k}{(p - \lambda)^n} \rightarrow h(t) = \frac{k}{(n-1)!} t^{n-1} e^{\lambda t} u(t)$$

简单系统 2 $H(p) = \frac{K}{(p-\lambda)^2}$

此时，系统冲激响应 $h(t)$ 满足的算子方程为

$$(p - \lambda)[(p - \lambda)h(t)] = K\delta(t)$$

有

$$(p - \lambda)h(t) = Ke^{\lambda t}\epsilon(t)$$

改写成微分方程为


$$h'(t) - \lambda h(t) = Ke^{\lambda t}\epsilon(t)$$

上式两边乘以 $e^{-\lambda t}$ ，再取积分 $\int_{-\infty}^t (\cdot) dx$ ，代入 $h(-\infty) = 0$ ，最后得

$$h(t) = Kte^{\lambda t}\epsilon(t)$$

即

$$H(p) = \frac{K}{(p - \lambda)^2} \longrightarrow h(t) = Kte^{\lambda t}\epsilon(t)$$



简单系统 3 $H(p) = kp^n$ ($n > 0$)

此时，响应 $h(t)$ 满足的微分方程为

$$h(t) = k\delta^{(n)}(t)$$


$$H(p) = kp^n \rightarrow h(t) = k\delta^{(n)}(t)$$

简单系统 4 $H(p) = k$

此时，响应 $h(t)$ 满足的微分方程为

$$h(t) = k\delta(t)$$

$$H(p) = k \rightarrow h(t) = k\delta(t)$$



综上所述，可以得到计算系统冲激响应 $h(t)$ 的一般步骤：


第一步，确定系统的传输算子 $H(p)$ 。

第二步，将 $H(p)$ 进行部分分式展开写成如下形式：

$$H(p) = \sum_{i=1}^q K_i p^i + \sum_{j=1}^l \frac{K_j}{(p - \lambda_j)^{r_j}}$$

第三步，得到各分式对应的冲激响应分量 $h_i(t)$ 。

第四步，将所有的 $h_i(t)$ 相加，得到系统的冲激响应 $h(t)$ 。



例1 利用转移算子求下列系统的单位冲激响应。

$$r''(t) + 4r'(t) + 3r(t) = e'(t) + 2e(t)$$

解：该系统对应的转移算子为：

$$\begin{aligned} H(p) &= \frac{p+2}{p^2+4p+3} \\ &= \frac{p+2}{(p+1)(p+3)} \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{p+1} + \frac{1}{p+3} \right) \end{aligned}$$

$$\text{故 } h(t) = \frac{1}{2} \left(e^{-t} u(t) + e^{-3t} u(t) \right)$$



例2 （例题2-6）设系统的微分方程为

$$\frac{d^2}{dt^2}r(t) + 4\frac{d}{dt}r(t) + 4r(t) = 2\frac{d^2}{dt^2}e(t) + 9\frac{d}{dt}e(t) + 11e(t)$$

试求此系统的冲激响应。

解：该系统对应的转移算子为

$$\begin{aligned}H(p) &= \frac{2p^2 + 9p + 11}{p^2 + 4p + 4} = 2 + \frac{p + 3}{p^2 + 4p + 4} \\&= 2 + \frac{1}{p + 2} + \frac{1}{(p + 2)^2}\end{aligned}$$

$$h(t) = 2\delta(t) + e^{-2t}u(t) + te^{-2t}u(t)$$



思考：

$$h(t) = \frac{1}{2} \left(e^{-t} + e^{-3t} \right) u(t)$$

$$h(t) = 2\delta(t) + e^{-2t}u(t) + te^{-2t}u(t)$$

为什么**LTI**系统的冲激响应一般都带有 **$u(t)$** ?

LTI系统的零输入响应要不要带 **$u(t)$** ?

§ 2.7 叠加积分 零状态响应的计算公式

问题：激励为任意信号时的零状态响应怎么求？

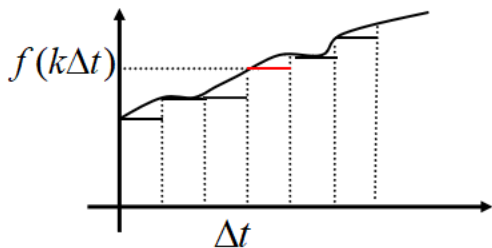


由2.5节我们知道：
$$f(t) = \int_0^{+\infty} f(\tau) \delta(t - \tau) d\tau$$

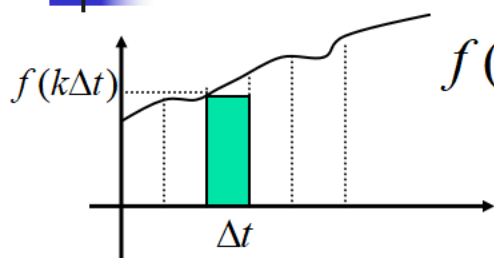
由2.6节我们知道：

A block diagram representing an LTI system. An input signal $\delta(t)$ is shown as an arrow pointing into a rectangular block labeled "LTI" in blue. An output signal $h(t)$ is shown as an arrow pointing out of the block.

对线性时不变系统:

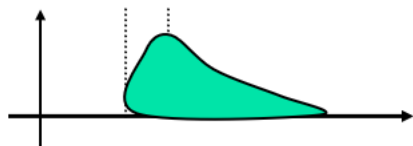


$$\begin{aligned} f(t) &\approx \sum_{k=0}^n f(k\Delta t) \frac{g_{\Delta t}(t - k\Delta t)}{\Delta t} \Delta t \\ &\approx \sum_{k=0}^n f(k\Delta t) \delta(t - k\Delta t) \Delta t \end{aligned}$$

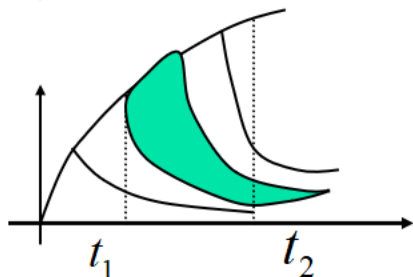


$$f(t) \approx \sum_{k=0}^n f(k\Delta t) \delta(t - k\Delta t) \Delta t$$


$$\delta(t) \rightarrow h(t)$$



$$\rightarrow f(k\Delta t) h(t - k\Delta t) \Delta t$$



$$r_{zs}(t) \approx \sum_{k=0}^{+\infty} f(k\Delta t) h(t - k\Delta t) \Delta t$$


$$r_{zs}(t) \approx \sum_{k=0}^{+\infty} f(k\Delta t)h(t-k\Delta t)\Delta t$$


$$\text{令 } \Delta t \rightarrow d\tau, \quad k\Delta t \rightarrow \tau$$

$$r_{zs}(t) = \int_0^{+\infty} f(\tau)h(t-\tau)d\tau$$

激励

冲激响应

——LTI系统零状态响应求解公式


$$f(t) = \int_0^{+\infty} f(\tau) \delta(t - \tau) d\tau = f(t) * \delta(t)$$

$$r_{zs}(t) = \int_0^{+\infty} f(\tau) h(t - \tau) d\tau = f(t) * h(t)$$

设 $f_1(t), f_2(t)$ 是定义在 $(-\infty, \infty)$ 区间上的两个连续时间信号，
我们将积分

$$f_1(t) * f_2(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} f_1(\tau) f_2(t - \tau) d\tau$$

称为 $f_1(t)$ 和 $f_2(t)$ 的卷积 (Convolution)。



§ 2.8 卷积及其性质

- 1、定义
- 2、性质
- 3、计算



1. 卷积的定义

设 $f_1(t)$ 和 $f_2(t)$ 是定义在 $(-\infty, \infty)$ 区间上的两个连续时间信号，我们将积分

$$\int_{-\infty}^{\infty} f_1(\tau) f_2(t - \tau) d\tau$$

定义为 $f_1(t)$ 和 $f_2(t)$ 的卷积积分，简称为卷积，记为 $f_1(t) * f_2(t)$

注意：

- (1) 式中 τ 为积分变量，积分的结果为一个新的时间信号。
 - (2) 有的情况下实际的积分区间不是 $(-\infty, \infty)$ ，要注意确定实际的积分区间。



卷积积分的图解说明

$$y(t) = f(t) * g(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau)g(t-\tau)d\tau$$

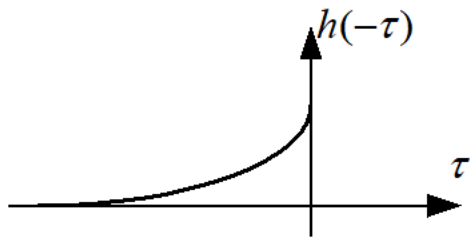
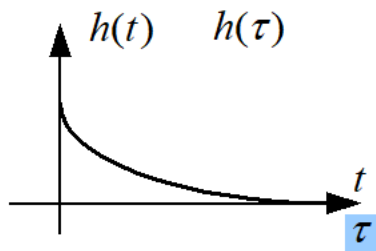
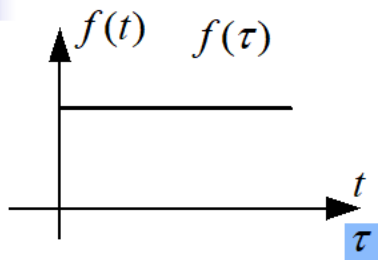
1) 将 $f(t)$ 和 $g(t)$ 中的自变量由 t 改为 τ , τ 成为函数的自变量;

2) 把其中一个信号翻转、平移;

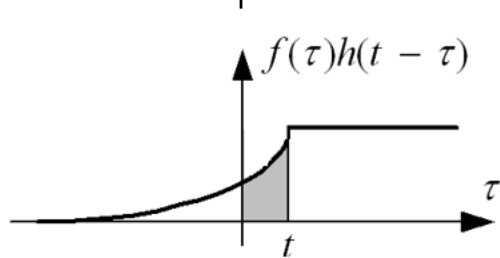
$$g(\tau) \xrightarrow{\text{翻转}} g(-\tau) \xrightarrow{\text{平移 } t} g(-(\tau - t)) = g(t - \tau)$$

3) 将 $f(\tau)$ 与 $g(t-\tau)$ 相乘; 对乘积后的图形积分。

例1 计算 $f(t) * h(t)$, $f(t) = u(t)$, $h(t) = e^{-t}u(t)$



$$f(t) * h(t) = 0 \quad t < 0$$



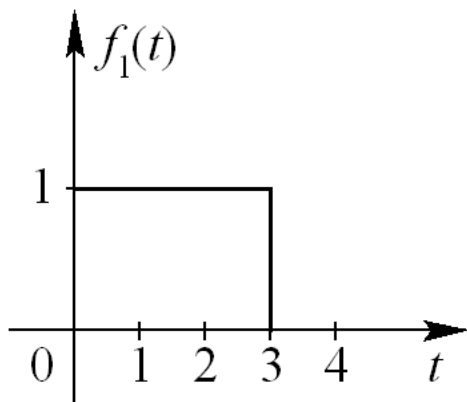
$$f(t) * h(t) = \int_0^t e^{-(t-\tau)} d\tau = 1 - e^{-t}, t > 0$$

$$f(t) * h(t) = (1 - e^{-t})u(t)$$

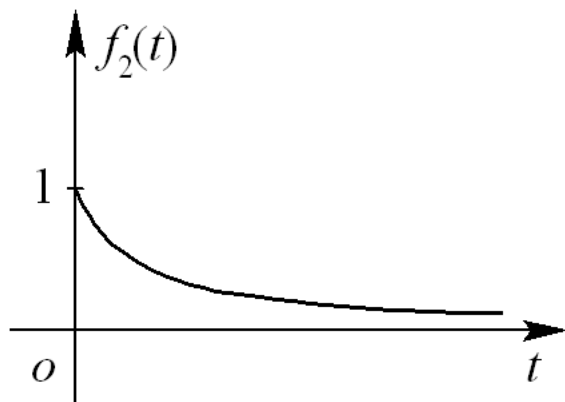
例2 求 $y(t)=f_1(t)*f_2(t)$, 其中

$$f_1(t) = u(t) - u(t-3)$$

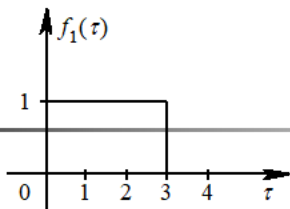
$$f_2(t) = e^{-t}u(t)$$



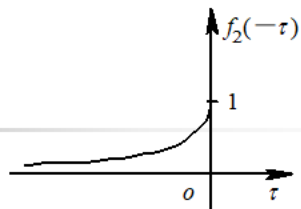
(a)



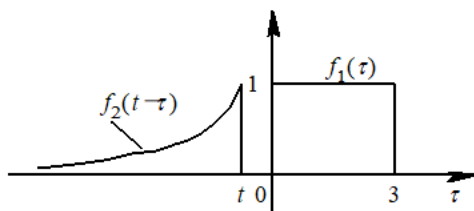
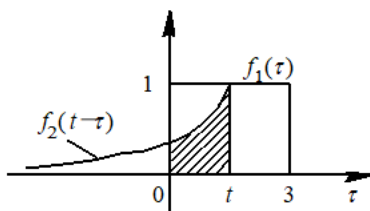
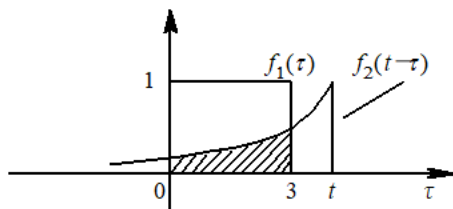
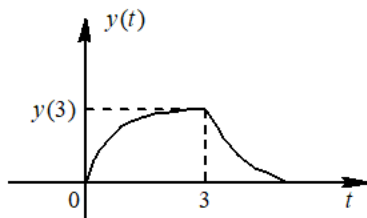
(b)




(a)



(b)

(c) $t < 0$ (d) $0 < t < 3$ (e) $t > 3$ 


(f)



当 $t < 0$ 时, $f_2(t-\tau)$ 波形如图 (c)所示, 对任一 τ , 乘积 $f_1(\tau)f_2(t-\tau)$ 恒为零, 故 $y(t)=0$ 。

当 $0 < t < 3$ 时, $f_2(t-\tau)$ 波形如图 (d)所示。

$$\begin{aligned}y(t) &= f_1(t) * f_2(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f_1(\tau) f_2(t - \tau) d\tau \\&= \int_{-\infty}^{\infty} [\varepsilon(\tau) - \varepsilon(\tau - 3)][e^{-(t-\tau)} \varepsilon(t - \tau)] d\tau \\&= \int_0^t e^{-(t-\tau)} d\tau = e^{-t} \int_0^t e^{\tau} d\tau \\&= 1 - e^{-t}\end{aligned}$$



当 $t > 3$ 时, $f_2(t-\tau)$ 波形如图(e)所示, 此时, 仅在 $0 < \tau < 3$ 范围内, 乘积 $f_1(\tau)f_2(t-\tau)$ 不为零, 故有

$$\begin{aligned}y(t) &= f_1(t) * f_2(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f_1(\tau) f_2(t - \tau) d\tau \\&= \int_0^3 e^{-(t-\tau)} d\tau = e^{-t} \int_0^3 e^{\tau} d\tau \\&= (e^3 - 1)e^{-t}\end{aligned}$$

合并以上结果, 得到:

$$\begin{aligned}y(t) &= (1 - e^{-t})[u(t) - u(t - 3)] - [e^{-t} - e^{-(t-3)}]u(t - 3) \\&= (1 - e^{-t})u(t) - [1 - e^{-(t-3)}]u(t - 3)\end{aligned}$$



2. 卷积的性质

代数性质

$$(1) \quad f_1(t) * f_2(t) = f_2(t) * f_1(t)$$

$$(2) \quad f_1(t) * [f_2(t) + f_3(t)] = f_1(t) * f_2(t) + f_1(t) * f_3(t)$$

$$(3) \quad [f_1(t) * f_2(t)] * f_3(t) = f_1(t) * [f_2(t) * f_3(t)]$$

移不变性质

如果 $f_1(t) * f_2(t) = f_3(t)$ ，则

$$f_1(t-t_1) * f_2(t-t_2) = f_3(t-t_1-t_2)$$




卷积的微分和积分

(1) 两函数相卷积后的导数等于两函数之一的导数与另一函数相卷积。

$$\frac{d}{dt}[f_1(t) * f_2(t)] = \frac{df_1(t)}{dt} * f_2(t) = f_1(t) * \frac{df_2(t)}{dt}$$

(2) 两函数相卷积后的积分等于两函数之一的积分与另一函数相卷积。

$$\int_{-\infty}^t [f_1(t) * f_2(t)] dt = f_1(t) * \int_{-\infty}^t f_2(t) dt$$



(3) 推广：卷积的微积分性质

$$f_1(t) * f_2(t) = \frac{df_1(t)}{dt} * \int_{-\infty}^t f_2(\tau) d\tau = \frac{d^2 f_1(t)}{dt^2} * \int_{-\infty}^t \int_{-\infty}^t f_2(\tau) d\tau$$

注意：使用卷积的微积分性质是有条件的。如

$$f_1(t) * f_2(t) = \frac{df_1(t)}{dt} * \int_{-\infty}^t f_2(\tau) d\tau$$

成立，必须 $\int_{-\infty}^t \frac{df_1}{dt} d\tau = f_1(t)$ ，即 $f_1(-\infty) = 0$



奇异信号的卷积特性

$$f(t) * \delta(t) = f(t)$$

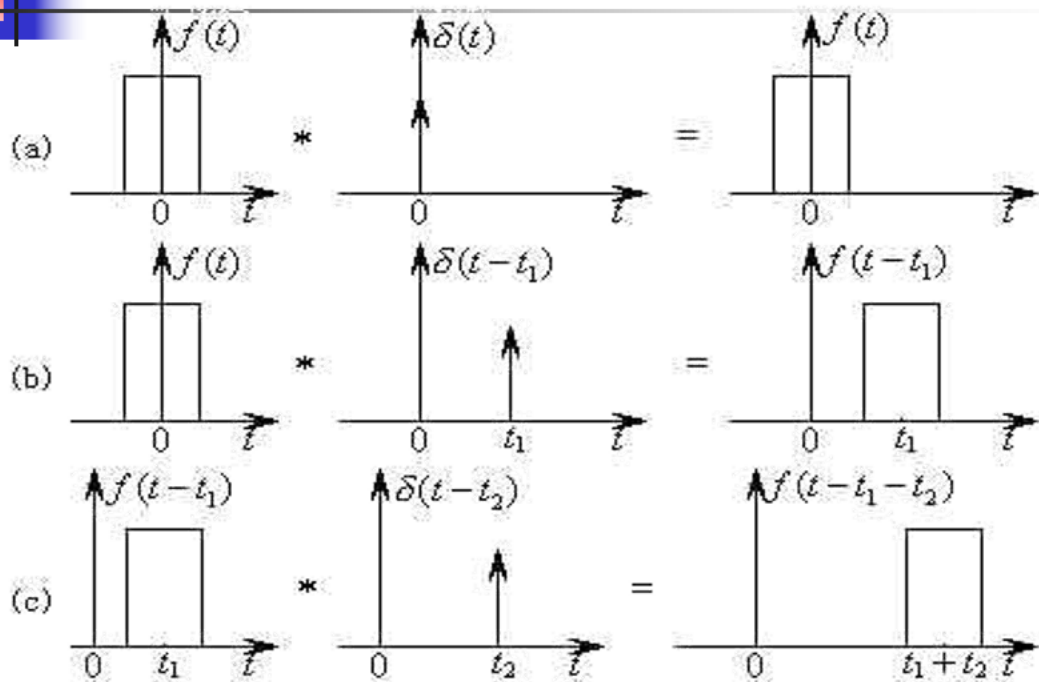
$$f(t) * \delta(t - t_0) = f(t - t_0)$$

$$f(t - t_0) * \delta(t - t_1) = f(t - t_0 - t_1)$$


$$f(t) * \delta'(t) = f'(t)$$

$$f(t) * u(t) = \int_{-\infty}^t f(t) dt$$

奇异信号的卷积特性:图解



$f(t)$ 与冲激函数的卷积



思考：

$$\delta(t) * f(t) + \delta(t) = \delta(t) * (f(t) + ?)$$



3. 卷积的计算

(1) 用图解法计算

(2) 用定义计算

(3) 利用性质计算

常用信号的卷积： 卷积表

* 计算卷积的过程中要特别注意 $u(t)$ 项的影响。

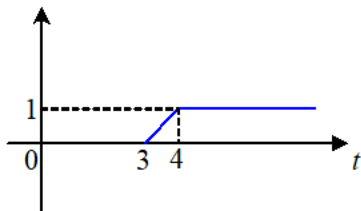
下面的计算是否有错误，如有，错在哪里？

$$\begin{aligned} & u(t-1) * [u(t-2) - u(t-3)] \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} u(\tau-1)u(t-\tau-2)d\tau - \int_{-\infty}^{\infty} u(\tau-1)u(t-\tau-3)d\tau \\ &= \int_{t-2}^{-\infty} d\tau - \int_{t-3}^{-\infty} d\tau = (t-2-1) - (t-3-1) = 1 \end{aligned}$$

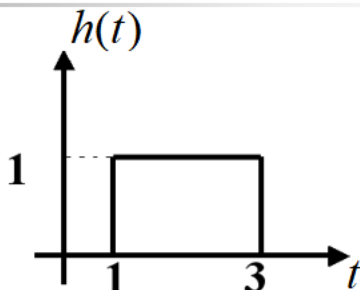
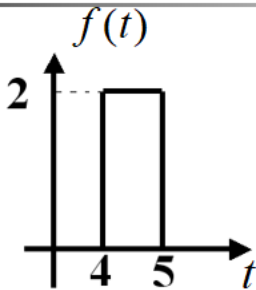
错

正确的解法是：

$$\begin{aligned} &= \int_1^{t-2} d\tau u(t-2-1) - \int_1^{t-3} d\tau u(t-3-1) \\ &= (t-3)u(t-3) - (t-4)u(t-4) \end{aligned}$$



例3 求两个不同脉宽矩形脉冲的卷积。



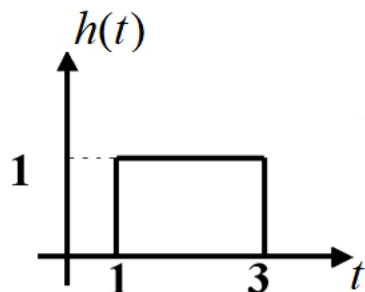
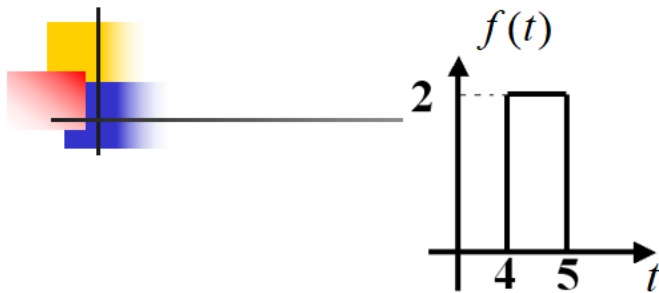
$$f(t) * h(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau) h(t - \tau) d\tau$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} 2[u(\tau - 4) - u(\tau - 5)][u(t - \tau - 1) - u(t - \tau - 3)] d\tau$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} 2u(\tau - 4)u(t - \tau - 1) d\tau - \int_{-\infty}^{\infty} 2u(\tau - 4)u(t - \tau - 3) d\tau$$

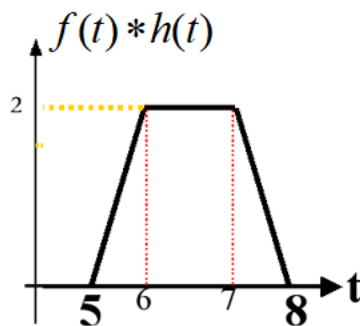
$$- \int_{-\infty}^{\infty} 2u(\tau - 5)u(t - \tau - 1) d\tau + \int_{-\infty}^{\infty} 2u(\tau - 5)u(t - \tau - 3) d\tau$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} 2u(\tau - 4)u(t - \tau - 1) d\tau = 2 \left(\int_4^{t-1} d\tau \right) u(t - 5)$$



$$f(t) * h(t) = 2[(t-5)u(t-5) - (t-6)u(t-6) - (t-7)u(t-7) + (t-8)u(t-8)]$$

$$f * h = \begin{cases} 0 & t < 5 \\ 2t-10 & 5 < t < 6 \\ 2 & 6 < t < 7 \\ 16-2t & 7 < t < 8 \\ 0 & t > 8 \end{cases}$$



结论： 两个不同宽度的矩形脉冲的卷积是梯形脉冲。

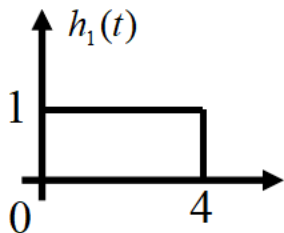
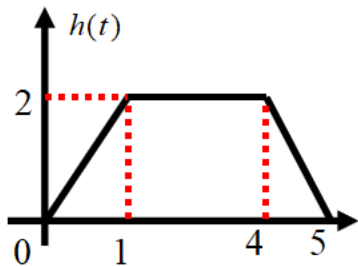
结论: 若 $f_1(t)$ 与 $f_2(t)$ 为有限宽度的脉冲, 则

- $f_1 * f_2$ 的面积为 f_1 和 f_2 面积之积;
- $f_1 * f_2$ 的宽度为 f_1 和 f_2 宽度之和。

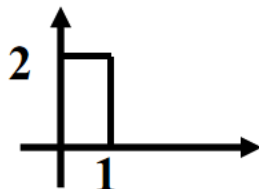
问题1 两个相同宽度的矩形脉冲的卷积是什么脉冲?

例题2-7.

问题2 已知 $h(t) = h_1(t) * h_2(t)$ $h(t)$ 与 $h_1(t)$
如图所示, 求 $h_2(t)$.



答案:





例4(例题2-10) 利用卷积的微积分性质求下列卷积。

$$f_1(t) = u(t - t_1) - u(t - t_2), t_2 > t_1$$

$$f_2(t) = e^{-t} u(t)$$

解:

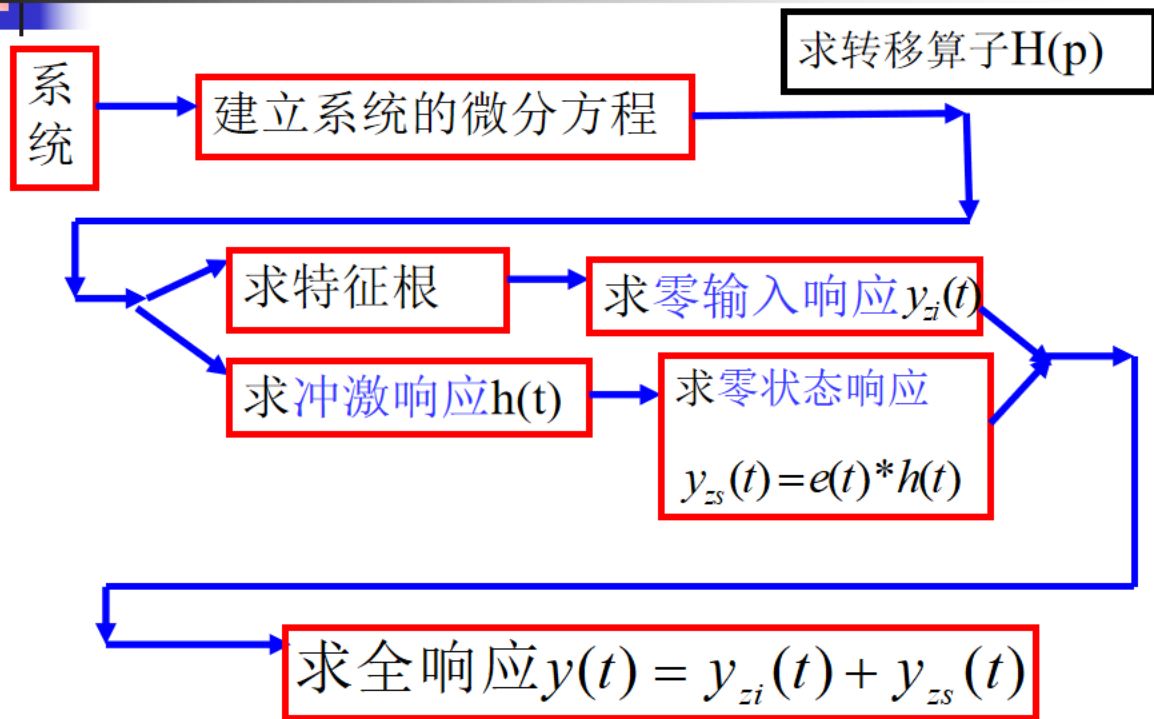
$$f_1(t) * f_2(t) = \frac{df_1(t)}{dt} * \int_{-\infty}^t f_2(\tau) d\tau$$

$$= \frac{df_1(t)}{dt} * \int_0^t e^{-\tau} u(\tau) d\tau$$

$$= [\delta(t - t_1) - \delta(t - t_2)] * (1 - e^{-t})u(t)$$

$$= [1 - e^{-(t-t_1)}]u(t - t_1) - [1 - e^{-(t-t_2)}]u(t - t_2)$$

§ 2.9 线性系统响应的时域求解





全响应 = 零输入响应 + 零状态响应

从区分初始储能与激励作用考虑

= 自然响应 + 受迫响应

从微分方程经典法求解考虑

= 瞬态响应 + 稳态响应

从 $t \rightarrow \infty$ 的状态考虑

瞬态响应是指当 t 趋于无穷时，趋于零的那部分响应；
稳态响应是指当 t 趋于无穷时，保留下来的那部分响应。

问题：各种响应之间是什么关系呢？



	自然响应	受迫响应	零输入 响应	零状态 响应
系统 (特征根)	√	√	√	√
初始状态	√		√	
外加激励	√	√		√

- 自然响应和零输入响应都是齐次方程的解，两者具有相同的模式，此模式由方程的特征根决定。
- 但是两者系数不同。零输入响应由初始储能决定，自然响应同时依从于起始状态和激励信号。
- 若系统初始无储能，则零输入响应为零，但自然响应可以不为零。



	自然响应	受迫响应	零输入 响应	零状态 响应
系统 (特征根)	√	√	√	√
初始状态	√		√	
外加激励	√	√		√

- 零输入响应是自然响应的一部分。
- 零状态响应中又可分为自然响应和受迫响应。
- 若系统是稳定的，则其自然响应是瞬态响应；受迫响应中可能包含瞬态响应和稳态响应。

各种响应之间的关系-举例

例题2-11 电路方程为 $\frac{du_C(t)}{dt} + u_C(t) = e(t)$,


已知 $u_C(0^-) = 1$, $e(t) = (1 + e^{-3t})u(t)$.

可求得零输入响应 $u_{Czi}(t) = e^{-t}u(t)$.

零状态响应 $u_{Czs}(t) = (1 - \frac{1}{2}e^{-t} - \frac{1}{2}e^{-3t})u(t)$.

自然响应 $u_{Ch}(t) = \frac{1}{2}e^{-t}u(t)$.

受迫响应 $u_{Cp}(t) = (1 - \frac{1}{2}e^{-3t})u(t)$.


$$\lambda = -1$$

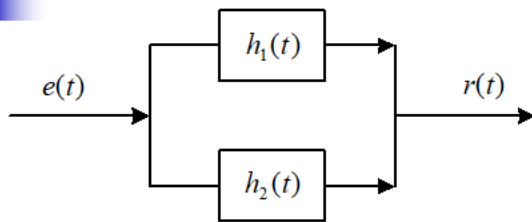
$$e(t) = (1 + e^{-3t})u(t)$$

$$u_c(t) = \underbrace{e^{-t}u(t)}_{\text{零输入响应}} + \underbrace{\left(1 - \frac{1}{2}e^{-t} - \frac{1}{2}e^{-3t}\right)u(t)}_{\text{零状态响应}}$$

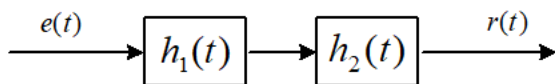
$$= \underbrace{\frac{1}{2}e^{-t}u(t)}_{\text{自然响应}} + \underbrace{\left(1 - \frac{1}{2}e^{-3t}\right)u(t)}_{\text{受迫响应}}$$

$$= \underbrace{\left(\frac{1}{2}e^{-t} - \frac{1}{2}e^{-3t}\right)u(t)}_{\text{瞬态响应}} + \underbrace{u(t)}_{\text{稳态响应}}$$

补充:组合系统的冲激响应

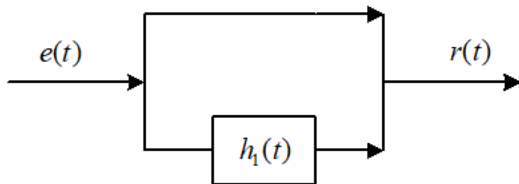


$$h(t) = h_1(t) + h_2(t)$$



$$h(t) = h_1(t) * h_2(t)$$

思考:



$$h(t) = \delta(t) + h_1(t)$$



小结

- 冲激响应-很重要!
- 卷积, 不要被它的名称吓住了
- 系统的零状态响应求解
- 分解—数学常用的思想

课外作业

阅读: 2.6-2.9 预习: 3.1-3.3

作业: 2.16 (5)

2.17

2.20 (1) (2)