

计算流体力学-课程项目 I

关于二维势流的线性有限元方法

楼嘉霖

苏州大学数学科学学院

2024 年 1 月 25 日

在该课程项目中，请使用线性有限元方法数值编写非结构网格下的二维速度势方程求解器，并使用该求解器根据提供的二维非结构网格完成以下两个势流算例的仿真计算，整合结果并撰写课程项目报告。

算例 1. 带有圆弧凸起的管道内流

该算例中，请利用求解器数值仿真通过管道内部的不可压缩无旋流，其中出入口的速度为 $(1,0)$ ，上下面为固定墙。作为仿真结果，请做出该算例的速度势分布图和速度大小分布图及流线图，并分别做出管道上下壁面处的速度分布图。网格示意图如图 1 所示。

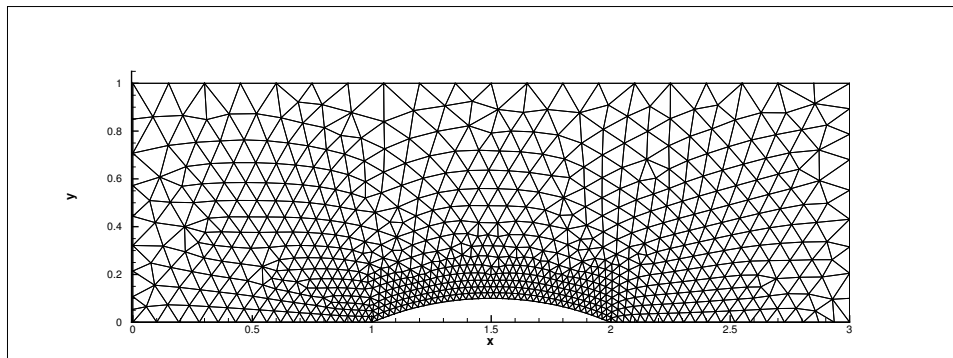


图 1: 算例 1 计算网格示意图

算例 2. 圆柱绕流

该算例中，请利用对不可压缩无旋流通过圆柱的绕流进行数值仿真。无穷远处的速度大小为 $(1,0)$ ，圆柱的表面为固定面。作为仿真结果，请做出该算例的速度势分布图和速度大小分布图及流线图，并做出圆柱壁面上的速度分布图。该算例提供四套逐步加密的网格（网格示意图参考图 2），请对特定点施加狄利克雷边界条件（参考速度势，使速度势的解唯一）后，进行数值求解，并与精确解进行对比。

参考精确解如下：

$$\varphi_{\text{exact}} = V_x r \left(1 + \frac{a^2}{r^2} \right) \cos \theta = V_x x \left(1 + \frac{a^2}{x^2 + y^2} \right).$$

其中 $V_x = 1.0$ 为无穷远处的自由流速度的 x 分量， $a = 0.5$ 为圆柱半径。

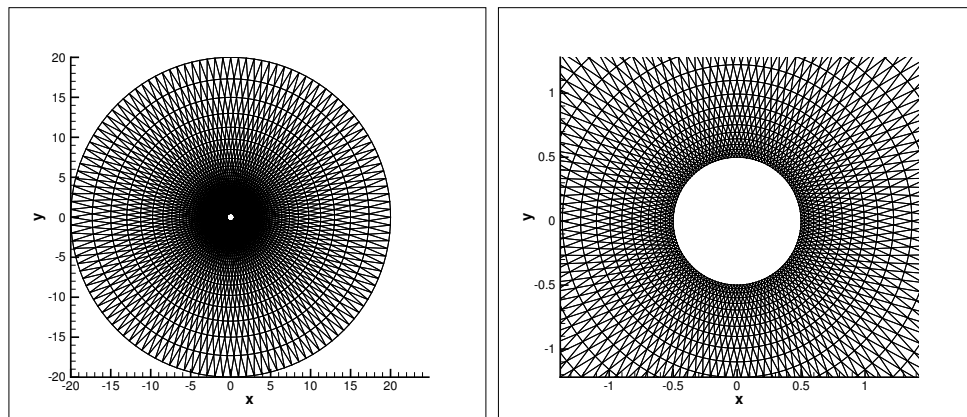


图 2: 算例 2 计算网格示意图，左（全局），右（对圆柱区域局部放大）

注：这不是一个简单的报告，请合理安排时间，该项目报告推进过程中将有进度汇报要求。

本课程中，所有项目报告请以学术论文风格进行撰写，需要有标题、摘要、绪论/引言、方法介绍、算例结果、结论、参考文献等。提交报告时，请将完整代码也一并提交。

尽管我鼓励各种方式的学术交流，但任何对文章或者源代码的抄袭与“合作”都是被严令禁止的。

报告的评分中 60% 来自于书面的展示、科学原理解释、结论阐述等，40% 来自于数值结果。

报告提交截止日期：2024 年 3 月 14 日