

课题组组会-练习 8

楼嘉霖

苏州大学数学科学学院

2023 年 11 月 30 日

1. 对于 $\varphi = \varphi(x, t)$ 考虑以下一维热传导方程

$$\begin{cases} \varphi_t = \alpha \varphi_{xx}, & x \in [0, 1], t \geq 0 \\ \varphi(x, 0) = \varphi_0 \sin(\pi x) \\ \varphi(0, t) = \varphi(1, t) = 0 \end{cases}$$

其中, $\alpha = 0.06$, $\varphi_0 = 50$ 。

在均匀网格下, 尝试在双时间步法下使用 Hyperbolic DG/rDG 的方法求上述方程在 $t = 10$ 时刻的数值解, 并与解析解进行比较。

(1) 空间离散方式分别选用 DG(P0P1)+DG(P0), DG(P0P2)+rDG(P0P1), DG(P0P2)+DG(P1)。

(2) 在伪时间的离散方式上, 可分别尝试使用显式/隐式格式。

2. 对于 $\varphi = \varphi(x, t)$ 考虑以下一维对流-扩散方程

$$\begin{cases} \varphi_t + a\varphi_x = \nu\varphi_{xx} + f(x) & , x \in [0, 1], t \geq 0. \\ \varphi(x, 0) = x^2 - x \\ \varphi(0, t) = \varphi(1, t) = 0 \end{cases}$$

其中, $a = 1, \nu = 1, f(x) = \nu\pi^2 \sin(\pi x) + a\pi \cos(\pi x)$ 。

在均匀网格下, 尝试在显式格式下使用 Hyperbolic DG/rDG 的方法求上述方程的稳态解, 并与解析解进行比较, 空间离散方式可选用 DG(P0P1)+DG(P0), DG(P0P2)+rDG(P0P1), DG(P0P2)+DG(P1)。