

对 Δt 进行讨论

通过编码实现 Δt 从0.0001~0.003的变动（步长为0.0001），观测每个 Δt 任意时刻 t （在0~10以内，且时刻的步长为 Δt ）的 T 的数值解与解析解。得到下图（部分），其中1代表此时此刻 (t, x) 的解析解大于数值解；-1代表此时此刻 (t, x) 的解析解小于数值解；0代表此时此刻 (t, x) 的解析解等于数值解。

	x=0	x=0.02	x=0.04	x=0.06	x=0.08	x=0.1	x=0.12	x=0.94	x=0.96	x=0.98	x=1
deltt=0.0001	0	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	0
deltt=0.0002	0	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	0
deltt=0.0003	0	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	0
deltt=0.0004	0	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	0
deltt=0.0005	0	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	0
deltt=0.0006	0	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	0
deltt=0.0007	0	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	0
deltt=0.0008	0	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	0
deltt=0.0009	0	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	0
deltt=0.0010	0	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	0
deltt=0.0011	0	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	0
deltt=0.0012	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0
deltt=0.0013	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0
deltt=0.0014	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0
deltt=0.0015	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0
deltt=0.0016	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0
deltt=0.0017	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0
deltt=0.0018	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0
deltt=0.0019	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0
deltt=0.0020	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0
deltt=0.0021	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0
deltt=0.0022	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0
deltt=0.0023	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0
deltt=0.0024	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0
deltt=0.0025	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0
deltt=0.0026	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0
deltt=0.0027	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0
deltt=0.0028	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0
deltt=0.0029	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0
deltt=0.0030	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0

图 1：解析解与数值解关于 deltt 的大小关系

- 结论：
- 1.同一 Δt 的任意时刻与位置处的 T 的解析解与数值解的误差同号（即解析解同时大于数值解或者解析解同时小于数值解，边界位置除外）；
 - 2. Δt 在0~0.0011时（大约）， T 的解析解小于数值解，当 Δt 大于等于0.0012时， T 的解析解大于数值解。

代码

```
clc
clear all
close all

%% parameter set up
format long
afa=0.06;
deltx=0.02;
T0=50;
endt=10;endx=1;n=(0.003-0.0001)/0.0001+1;
A=zeros(n,endx/deltx+1);
deltt=zeros(1,n);
for i=1:n
    deltt(1,i)=0.0001*i;
end

%% calculate
for p=1:n
    B=change(afa,deltx,deltt(1,p),T0,endt,endx);A(p,:)=B;
end
for i=1:n
    for j=1:endx/deltx+1
        if A(i,j)>0
            A(i,j)=1;
        elseif A(i,j)<0
            A(i,j)=-1;
        end
    end
end
end
```

```
function B=change(afa,deltx,deltt,T0,endt,endx)
format long
numberx=endx/deltx+1;numbert=ceil(endt/deltt)+1;
A=zeros(numbert,numberx);

%% solve the question
%%initial condition set up
k=1;
for x=0:deltx:endx
    T=T0*sin(pi*x);A(1,k)=T;k=k+1;
end
```

```

if A(1,k-1)~=0
    A(1,k-1)=0;
end

%solve
for n=2:1:numbert
    for i=2:1:numberx-1
        Tin=A(n-1,i)+afa*deltt/(deltx)^2*(A(n-1,i+1)-2*A(n-1,i)+A(n-1,i-1));A(n,i)=Tin;%calculate inner value
    end
    A(n,1)=0;A(n,numberx)=0;%boundary condition set up
end

%% post-processing
%calculate the exact value
k=randi([1,numbert]);
B1=A(k,:);
B2=zeros(1,numberx);
p=1;
for x=0:deltx:endx
    T=T0*sin(pi*x)*exp((-afa*(pi)^2*(k-1)*deltt);B2(1,p)=T;p=p+1;
end
B2(1,p-1)=0;
%calculate the variance
B=B2-B1;
% Var=var(B);Vart=Var
end

```