

# 课题组组会-练习 10

楼嘉霖

苏州大学数学科学学院

2023 年 12 月 28 日

1. 已知在笛卡尔坐标系下, 算子  $\nabla = (\partial_x, \partial_y, \partial_z)$ , 对于标量  $\psi, \phi$ , 矢量  $\mathbf{A} = (A_x, A_y, A_z), \mathbf{B} = (B_x, B_y, B_z)$ ,

(1) 用  $\nabla$  算子表示  $\psi$  的梯度  $\text{grad } \psi$ ,  $\mathbf{A}$  的散度  $\text{div } \mathbf{A}$ ,  $\mathbf{A}$  的旋度  $\text{curl } \mathbf{A}$ 。

(2) 试证明以下微分恒等式

$$\nabla(\psi\phi) = \phi\nabla\psi + \psi\nabla\phi$$

$$\nabla \cdot (\mathbf{A} + \mathbf{B}) = \nabla \cdot \mathbf{A} + \nabla \cdot \mathbf{B}$$

$$\nabla \cdot (\psi\mathbf{A}) = \psi\nabla \cdot \mathbf{A} + \mathbf{A} \cdot \nabla\psi$$