

# 课题组组会-练习 11

楼嘉霖

苏州大学数学科学学院

2024 年 1 月 3 日

在不考虑源项的情况下,Navier-Stokes 方程可写作

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \frac{\partial F_j}{\partial x_j} = \frac{\partial G_j}{\partial x_j}$$

其中

$$\mathbf{U} = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho v_i \\ \rho E \end{pmatrix}, \quad F_j = \begin{pmatrix} \rho v_j \\ \rho v_i v_j + p \delta_{ij} \\ v_j (\rho E + p) \end{pmatrix}, \quad G_j = \begin{pmatrix} 0 \\ \tau_{ij} \\ v_l \tau_{lj} + q_j \end{pmatrix}.$$

请利用以下参考量，推导无量纲形式下的 Navier-Stokes 方程组。

长度	$l_{\text{ref}}$	$L$	$x_i^* = \frac{x_i}{l_{\text{ref}}}$
温度	$T_{\text{ref}}$	$T_{\infty}$	$T^* = \frac{T}{T_{\infty}}$
压强	$p_{\text{ref}}$	$p_{\infty}$	$p^* = \frac{p}{p_{\infty}}$
密度	$\rho_{\text{ref}}$	$\rho_{\infty}$	$\rho^* = \frac{\rho}{\rho_{\infty}}$
速度	$V_{\text{ref}}$	$\sqrt{\frac{p_{\text{ref}}}{\rho_{\text{ref}}}}$	$v_i^* = \frac{v_i}{V_{\text{ref}}}$
能量	$E_{\text{ref}}$	$V_{\infty}^2$	$E^* = \frac{E}{E_{\text{ref}}}$
时间	$t_{\text{ref}}$	$\frac{l_{\text{ref}}}{V_{\text{ref}}}$	$t^* = \frac{t}{t_{\text{ref}}}$
黏性系数	$\mu_{\text{ref}}$	$\mu_{\infty}$	$\mu^* = \frac{\mu}{\mu_{\infty}}$
导热系数	$k_{\text{ref}}$	$k_{\infty}$	$k^* = \frac{k}{k_{\infty}}$
雷诺数	Re	$\frac{\rho_{\text{ref}} V_{\text{ref}} l_{\text{ref}}}{\mu_{\text{ref}}}$	
普朗特数	Pr	$\frac{\mu_{\text{ref}} \gamma R}{k_{\text{ref}} (\gamma - 1)}$	