

# 课题组组会-练习 9

楼嘉霖

苏州大学数学科学学院

2023 年 12 月 7 日

1. 对于  $\varphi = \varphi(x, t)$  考虑以下一维对流-扩散方程

$$\begin{cases} \varphi_t + a\varphi_x = \nu\varphi_{xx} + f(x) & , x \in [0, 1], t \geq 0. \\ \varphi(x, 0) = x^2 - x \\ \varphi(0, t) = \varphi(1, t) = 0 \end{cases}$$

其中,  $a = 1, \nu = 1, f(x) = \nu\pi^2 \sin(\pi x) + a\pi \cos(\pi x)$ 。

在均匀网格下, 尝试在显式/隐式格式下使用 Hyperbolic DG/rDG 的方法求上述方程的稳态解, 并与解析解进行比较, 空间离散方式可选用 DG(P0P1)+DG(P0), DG(P0P2)+rDG(P0P1), DG(P0P2)+DG(P1)。

调整系数  $a, \nu$ , 在不同雷诺数下比较数值解和解析解。

2. 考虑非稳态的一维对流-扩散方程, 其中精确解为

$$\varphi(x, t) = \frac{1}{\sqrt{4t+1}} \exp\left(-\frac{(x-at-x_0)^2}{\nu(4t+1)}\right), \quad 0 \leq x \leq 2.$$

其中,  $a = 10^4, \nu = 0.01, x_0 = 0.5$ 。

物理时间步长设置为  $10^{-9}$ , 在均匀网格 (Nelem = 32, 64, 128, 256) 下, 尝试在双时间步法下使用 Hyperbolic DG/rDG 的方法求上述方程在  $t = 10^{-6}$  时刻的数值解, 并与解析解进行比较。