课题组组会-练习1

楼嘉霖

苏州大学数学科学学院

2023年9月28日

1. 对带源项的扩散方程 $u_t = u_{xx} + \pi^2 \sin(\pi x), x \in [0, 1], t \geq 0$,满足以下初始条件 $u(x, 0) = x^2 - x$,及边界条件 u(0, t) = u(1, t) = 0。其中

$$u_0(x) = \sin(2\pi x)$$

- (1) 求该方程的解析稳态解。
- (2) 使用 FOHS 引入辅助变量,将上述方程改写成双曲方程组,考虑均匀 网格(单元数: 8,16,32,64,...),时间离散方式使用显式欧拉格式,空间离散使用 DG(P0)+DG(P0) 格式,求解稳态解,并于(1)中的解析解进行对比,测试原始变量 u 和它在 x 方向的导数的空间精度。
- (3) 将时间离散格式改为 BDF1, 使用 Jacobi 迭代法重新对以上方法进行求解,并与显式方法进行对比。