

**LIGA MATEMATYCZNA**  
**LISTOPAD 2011**  
**SZKOŁA PONADGIMNAZJALNA**

**ZADANIE 1.**

Przekątne trapezu  $ABCD$ , gdzie  $AB$  i  $CD$  są równoległe, przecinają się w punkcie  $E$ . Pole trójkąta  $ABE$  jest równe  $P$ , a pole trójkąta  $DEC$  jest równe  $S$ . Oblicz pole trapezu.

**ZADANIE 2.**

Oblicz  $\sqrt{2010^2 + 2010^2 \cdot 2011^2 + 2011^2} - 2010^2$ .

**ZADANIE 3.**

Znajdź wszystkie różnowartościowe funkcje  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  spełniające równość

$$f(f(x) + y) = f(x + y) + 1$$

dla dowolnych liczb rzeczywistych  $x, y$ .

**ZADANIE 4.**

Wykaż, że liczba naturalna i jej piąta potęga mają tę samą cyfrę jedności.

**ZADANIE 5.**

W klasie jest 31 uczniów, wpisanych do dziennika pod numerami od 1 do 31. Przed 6 grudnia przygotowali losy z numerami od 1 do 31, by ustalić, kto komu będzie kupować prezent mikołajkowy. Udowodnij, że iloczyn liczb będących sumami numeru ucznia w dzienniku i numeru z karteczki przez niego wylosowanej jest liczbą parzystą.