

PRACA KONTROLNA nr 2 - POZIOM PODSTAWOWY

1. Firma budowlana podpisała umowę na modernizację odcinka autostrady o długości 21 km w określonym terminie. Ze względu na zbliżające się mistrzostwa świata w rzucie telefonem komórkowym postanowiono zrealizować zamówienie 10 dni wcześniej, co oznaczało konieczność zwiększenia średniej normy dziennej o 5%. W jakim czasie firma zamierzała pierwotnie zrealizować to zamówienie?
2. Pan Kowalski zaciągnął w banku kredyt w wysokości 4000 zł oprocentowany na 16% w skali roku. Zgodnie z umową będzie go spłacał w czterech ratach co 3 miesiące, spłacając za każdym razem 1000zł oraz 4% pozostałego zadłużenia. Ile złotych ostatecznie zwróci bankowi pan Kowalski?
3. Ile jest czterocyfrowych liczb naturalnych:
 - a) podzielnych przez 2, 3 lub przez 5?
 - b) podzielnych przez dokładnie dwie spośród powyższych liczb?
4. Na paraboli $y = x^2 - 6x + 11$ znaleźć taki punkt C , że pole trójkąta o wierzchołkach $A = (0, 3)$, $B = (4, 0)$, C jest najmniejsze.
5. Przy prostoliniowej ulicy (oś Ox) w punkcie $x = 0$ zainstalowano parkomat. W punkcie $x = 1$ można korzystać z bankomatu, a w punkcie $x = -2$ jest wejście do galerii handlowej. W którym punkcie x ulicy należy zaparkować samochód, aby droga przebyta od samochodu do parkomatu i z powrotem (bilet parkingowy należy położyć za szybą pojazdu), następnie do bankomatu po pieniądze, stąd do galerii i na końcu z zakupami do samochodu, była najkrótsza? Jaka będzie odpowiedź, gdy wejście do galerii będzie w punkcie $x = 2$? W obu przypadkach podać wzór i narysować wykres funkcji określającej drogę przebytą przez klienta domu handlowego w zależności od punktu zaparkowania samochodu.
6. Wykonać działania i zapisać w najprostszej postaci wyrażenie

$$w(a, b) = \left(\frac{a}{a^2 - ab + b^2} - \frac{a^2}{a^3 + b^3} \right) : \left(\frac{a^3 - b^3}{a^3 + b^3} - \frac{a^2 + b^2}{a^2 - b^2} \right).$$

Wykazać, że dla dowolnych $a < 0$ zachodzi nierówność $w(-a, a^{-1}) \geq 1$, a dla dowolnych $a > 0$ prawdziwa jest nierówność $w(-a, a^{-1}) \leq 1$.