

## PRACA KONTROLNA nr 7 - POZIOM ROZSZERZONY

1. Wykaż, że dla dowolnych liczb rzeczywistych  $a, b$  równość  $a^3 - 2b^3 = ab(a + b)$  zachodzi wtedy i tylko wtedy, gdy  $a = 2b$ .
2. Rozwiąż równanie  $\cos x - \sin x = \frac{\cos 2x}{\sin 2x + 1}$ .
3. Liczba dwuelementowych podzbiorów zbioru  $A$  jest 3 razy większa niż liczba dwuelementowych podzbiorów zbioru  $B$ . Liczba dwuelementowych podzbiorów zbioru  $A$  nie zawierających ustalonego elementu  $a \in A$  jest sumą liczby dwuelementowych podzbiorów zbioru  $B$  i liczby dwuelementowych podzbiorów zbioru  $B$ , do którego dodano jeden element. Ile elementów ma każdy z tych zbiorów? Ile każdy z tych zbiorów ma podzbiorów trzelementowych?
4. Reszta z dzielenia wielomianu  $W(x) = x^4 + x^3 + px^2 + qx + 2$  przez  $(x^2 + 1)$  jest równa  $(-2x + 6)$ . Rozwiąż nierówność  $W(x) > 0$ .
5. Dwa boki trójkąta zawierają się w prostych  $2x - y = 0$  i  $x - 2y = 0$ , a proste zawierające jego wysokości przecinają się w punkcie  $S(5, -2)$ . Wyznacz wierzchołki trójkąta i oblicz jego pole.
6. Wyznacz równanie krzywej będącej zbiorem środków okręgów, które są styczne do prostej  $x = 2$  i do okręgu  $x^2 + 2x + y^2 - 2y + 1 = 0$ .

---

Rozwiązania (rękopis) zadań z wybranego poziomu prosimy nadsyłać do **20.03.2021r.** na adres:

Wydział Matematyki  
Politechnika Wrocławska  
Wybrzeże Wyspiańskiego 27  
50-370 WROCŁAW.

Na kopercie prosimy **koniecznie** zaznaczyć **wybrany poziom!** (np. **poziom podstawowy lub rozszerzony**). Do rozwiązań należy dołączyć zaadresowaną do siebie kopertę zwrotną z naklejonym znaczkiem, odpowiednim do formatu listu. Polecamy stosowanie kopert formatu C5 (160x230mm) ze znaczkiem o wartości 3,30 zł. Na każdą większą kopertę należy nakleić droższy znaczek. Prace niespełniające podanych warunków nie będą poprawiane ani odsyłane.

**Uwaga.** Wysyłając nam rozwiązania zadań uczestnik Kursu udostępnia Politechnice Wrocławskiej swoje **dane osobowe**, które przetwarzamy **wyłącznie** w zakresie niezbędnym do jego prowadzenia (odesłanie zadań, prowadzenie statystyki). Szczegółowe informacje o przetwarzaniu przez nas danych osobowych są dostępne na stronie internetowej Kursu.

Adres internetowy Kursu: <http://www.im.pwr.edu.pl/kurs>