

EGZAMIN WSTĘPNY Z MATEMATYKI

Zestaw składa się z 30 zadań. Zadania 1–10 oceniane będą w skali 0–2 punkty, zadania 11–30 w skali 0–4 punkty. Czas trwania egzaminu — 240 minut.

Powodzenia!

1. Funkcję kwadratową $y = (x + 3)(1 - x)$ przedstawić w postaci kanonicznej. Naszkicować jej wykres.
2. Rozwiązać równanie $5^x \cdot 5^{x^2} \cdot 5^{x^3} = \frac{1}{5}$.
3. Rozwiązać równanie $\log_{\frac{1}{3}}(|x| - 1) > 2$.
4. Dla jakich parametrów $a \in R$ równanie $\cos^2 x = \frac{2a}{a - 2}$ ma rozwiązanie?
5. Naszkicować wykres funkcji $y = x \log_{x^2} |x|$.
6. Wyznaczyć te wartości x , dla których punkty $A(5, 5)$, $B(1, 3)$ i $C(x, 0)$ są współliniowe.
7. Wskazać większą z liczb $0, 4(9)$ i $\sin(\frac{101}{6}\pi)$.
8. Napisać równanie stycznej do wykresu funkcji $f(x) = \sqrt{2x - 3}$ w punkcie o odciętej $x_0 = 6$.
9. Dana jest funkcja $f(x) = \cos^2 x$. Narysować wykres funkcji $y = f'(x)$ w przedziale $\langle 0; \pi \rangle$.
10. Zbadać monotoniczność funkcji $f(x) = x + \frac{1}{x}$.
11. Dany jest ciąg (a_n) , gdzie $a_n = \frac{(n!)^2}{(2n)!}$. Obliczyć $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n}$.
12. Rozwiązać nierówność $g(f(x)) \geq 1$, jeśli $f(x) = 3^x$ i $g(x) = \sin x$.
13. Wyznaczyć wszystkie wielokąty wypukłe, w których liczba przekątnych jest 3 razy większa od liczby wierzchołków.
14. Rozwiązać równanie $|\cos x| = \cos x + 2 \sin x$ w przedziale $\langle 0; 2\pi \rangle$.
15. Rozwiązać nierówność $\frac{x^3 - x + 6}{x^2} \geq 0$.