



Zestaw 25

KLASY PIERWSZE I DRUGIE

1. Na bokach BC i CD kwadratu $ABCD$ wybrano odpowiednio takie punkty P i Q , że $\angle PAQ = 45^\circ$. Wykazać, że środek okręgu opisanego na trójkącie APQ leży na przekątnej AC kwadratu $ABCD$.
2. Dwa okręgi przecinają się w punktach A i B . Przez punkt A poprowadzono prostą, która przecina dane okręgi w punktach C i D , przy czym punkt A jest punktem wewnętrznym odcinka CD . W punktach C i D poprowadzono styczne do tych okręgów, które przecinają się w punkcie E . Wykazać, że punkty B, C, D, E leżą na jednym okręgu.
3. W trójkąt prostokątny ABC wpisano okrąg. Rzut tego okręgu na przeciwprostokątną AB jest odcinkiem MN . Wyznacz kąt MCN .

KLASY TRZECIE I CZWARTE

1. Rozwiąż układ równań w liczbach rzeczywistych

$$\begin{cases} x + y + z = 14 \\ x + y + t = 10 \\ y + z + t = 15 \\ x + z + t = 12 \end{cases}$$

2. Rozwiąż układ równań w liczbach całkowitych nieujemnych

$$\begin{cases} a + bc = 3b \\ b + ca = 3c \\ c + ab = 3a \end{cases}$$

3. Wykaż, że poniższy układ równań nie ma rozwiązań w liczbach rzeczywistych

$$\begin{cases} x + \frac{1}{x} = y \\ y + \frac{1}{y} = z \\ z + \frac{1}{z} = x \end{cases}$$