

XXXVII
KORESPONDENCYJNY KURS Z MATEMATYKI

PRACA KONTROLNA nr 1 - POZIOM PODSTAWOWY

październik 2007r.

1. Pan Kowalski wpłacił pewną sumę na lokatę oprocentowaną w wysokości 8% w skali roku, przy czym odsetki naliczane są kwartalnie. W ciągu rozważanego roku inflacja wyniosła 4%. Jakie jest realne roczne oprocentowanie lokaty Pana Kowalskiego, tzn. o ile procent więcej warte są pieniądze, które Pan Kowalski miał na koncie po roku od tych, które wpłacił? Wynik podać z dokładnością do setnych części procenta.
2. Liczba $p = \frac{(\sqrt[3]{54} - 2)(9\sqrt[3]{4} + 6\sqrt[3]{2} + 4) - (2 - \sqrt{3})^3}{\sqrt{3} + (1 + \sqrt{3})^2}$ jest miejscem zerowym funkcji $f(x) = ax^2 + bx + c$. Wyznaczyć współczynniki a, b, c oraz drugie miejsce zerowe tej funkcji wiedząc, że największą wartością funkcji jest 4, a jej wykres jest symetryczny względem prostej $x = 1$.
3. Dwie styczne do okręgu o promieniu 6 przecinają się pod kątem 60° . Obliczyć pole obszaru ograniczonego odcinkami tych stycznych i krótszym z łuków, na jakie okrąg podzielony jest punktami styczności. Wyznaczyć promień okręgu wpisanego w ten obszar.
4. Niech
$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x-1}, & \text{gdy } |x-1| \geq 1, \\ x^2 - x - 1, & \text{gdy } |x-1| < 1. \end{cases}$$
 - a) Obliczyć $f\left(-\frac{2}{3}\right)$, $f\left(\frac{1+\sqrt{3}}{2}\right)$ oraz $f(\pi - 1)$.
 - b) Narysować wykres funkcji f i na jego podstawie podać zbiór wartości funkcji.
 - c) Rozwiązać nierówność $f(x) \geq -\frac{1}{2}$ i zaznaczyć na osi Ox zbiór jej rozwiązań.
5. Pole przekroju graniastopuła prawidłowego o podstawie kwadratowej płaszczyzną przechodzącą przez przekątną graniastopuła i środki przeciwległych krawędzi bocznych jest 3 razy większe niż pole podstawy. Wyznaczyć tangens kąta nachylenia przekątnej graniastopuła do podstawy. Obliczyć pole powierzchni całkowitej tego graniastopuła wiedząc, że pole rozważanego przekroju równe jest 10.
6. Jeden z wierzchołków trójkąta prostokątnego o polu 7,5 jest punktem przecięcia prostych $k : x - y + 3 = 0$ oraz $l : 2x + y = 0$. Wyznaczyć pozostałe wierzchołki wiedząc, że leżą one na prostych k i l , a wierzchołek kąta prostego jest na prostej l . Sporządzić staranny rysunek.