Miejsce na identyfikację szkoły	
ARKUSZ PRÓBNEJ MATURY Z OPERONEM MATEMATYKA POZIOM ROZSZERZONY	LISTOPAD 2017
Czas pracy: 180 minut	
Instrukcja dla zdającego	
 Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 16 stron (zadania 1.–18.). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin. Rozwiązania zadań i odpowiedzi zapisz w miejscu na to przeznaczonym. W zadaniach zamkniętych (1.–5.) zaznacz jedną poprawną odpowiedź. W zadaniach kodowanych (6.–8.) wpisz w tabelę wyniku trzy cyfry wymagane w poleceniu. W rozwiązaniach zadań otwartych (9.–18.) przedstaw tok rozumowania prowadzący do ostatecznego wyniku. Pisz czytelnie. Używaj długopisu/pióra tylko z czarnym tuszem/atramentem. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl. Zapisy w brudnopisie nie będą oceniane. Obok numeru każdego zadania podana jest maksymalna liczba punktów możliwych do uzyskania. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora. Życzymy powodzenia!	Za rozwiązanie wszystkich zadań można otrzymać łącznie 50 punktów .
Wpisuje zdający przed rozpoczęciem pracy PESEL ZDAJĄCEGO	KOD ZDAJĄCEGO

Arkusz opracowany przez Wydawnictwo Pedagogiczne OPERON. Kopiowanie w całości lub we fragmentach bez zgody wydawcy zabronione.

ZADANIA ZAMKNIĘTE

W zadaniach 1.-5. wybierz i zaznacz na karcie odpowiedzi jedną poprawną odpowiedź.

Zadanie 1. (0-1)

Równanie $(x^2 + 2x - 3)(x^2 + x - m) = 0$ ma cztery różne rozwiązania. Zatem zbiór wszystkich liczb m to:

$$\mathbf{A.} \left\langle -\frac{1}{4}, +\infty \right\rangle$$

$$\mathbf{C.} \left(-\frac{1}{4}, +\infty \right) \setminus \{-2, 6\}$$

$$\mathbf{B.} \left(-\frac{1}{4}, +\infty \right) \setminus \left\{ 2, 6 \right\}$$

$$\mathbf{D.} \left(-\frac{1}{4}, +\infty \right)$$

Zadanie 2. (0-1)

Liczbę naturalną n można zapisać w postaci $n = x^4y^2$, gdzie x, y są liczbami pierwszymi. Zatem liczba różnych dzielników naturalnych liczby n jest równa:

Zadanie 3. (0-1)

Liczba rozwiązań równania $\sqrt{\left(2x^2+1\right)^2}=3$ jest równa:

A. 1

Zadanie 4. (0-1)

Reszta z dzielenia wielomianu W(x) przez dwumian (x-1) jest równa 4, a reszta z dzielenia tego wielomianu przez (x+3) jest równa (-16). Wynika stąd, że reszta z dzielenia tego wielomianu przez $(x-1)\cdot(x+3)$ jest równa:

A.
$$5x + 1$$

B.
$$-5x + 1$$

C.
$$5x - 1$$

D.
$$-5x - 1$$

Zadanie 5. (0-1)

Jeśli w ostrosłupie czworokątnym podstawą jest kwadrat i jedna z krawędzi bocznych o długości boku tego kwadratu jest prostopadła do płaszczyzny podstawy ostrosłupa, to cosinus kąta między ścianami bocznymi nieprostopadłymi do płaszczyzny podstawy jest równy:

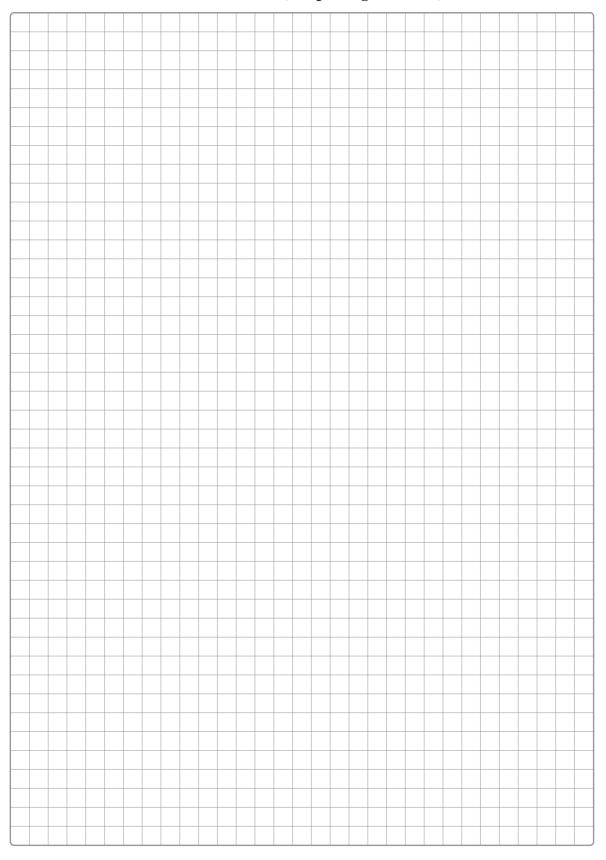
A.
$$-\frac{1}{3}$$

B.
$$\frac{1}{3}$$

C.
$$\frac{1}{2}$$

D.
$$-\frac{1}{2}$$

BRUDNOPIS (nie podlega ocenie)



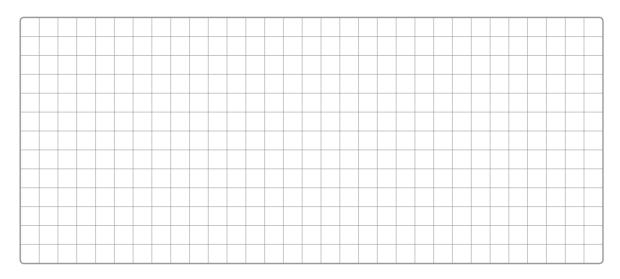
ZADANIA OTWARTE

W zadaniach 6.–8. zakoduj wynik w kratkach zamieszczonych pod poleceniem. W zadaniach 9.–18. rozwiązania należy zapisać w wyznaczonych miejscach pod treścią.

Zadanie 6. (0-2)

Liczby rzeczywiste x, y spełniają równanie 2x + y - 5 = 0. Oblicz najmniejszą wartość wyrażenia $W = 8x^3 + y^3$. Zakoduj cyfrę dziesiątek, jedności i początkową cyfrę po przecinku rozwinięcia dziesiętnego otrzymanego wyniku.

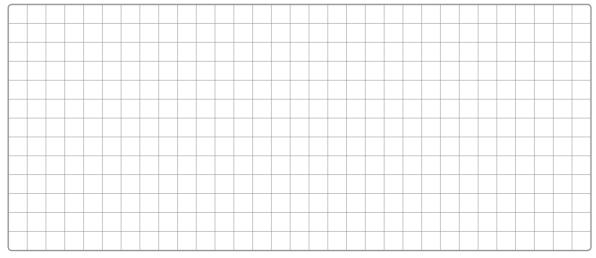




Zadanie 7. (0–2)

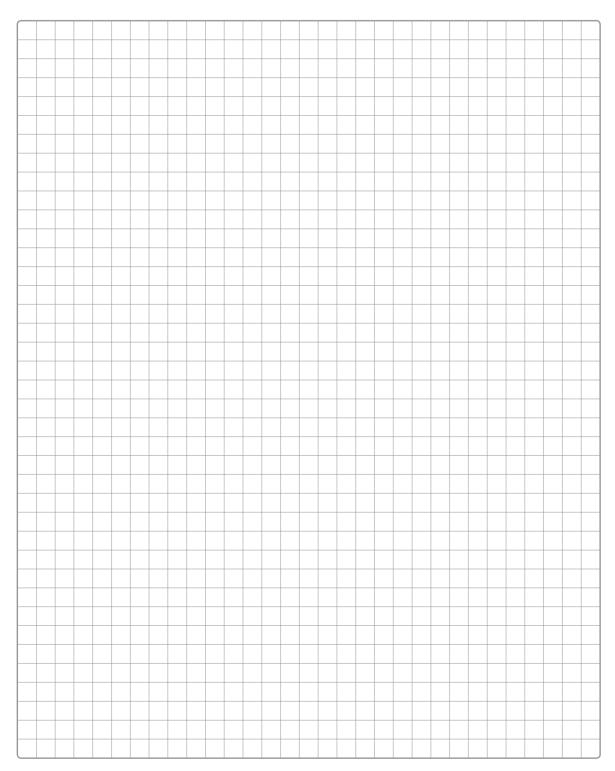
Dany jest trapez ABCD opisany na okręgu. Środkowa trapezu ma długość $\frac{2}{13}$. Oblicz obwód trapezu. Zakoduj trzy początkowe cyfry po przecinku rozwinięcia dziesiętnego otrzymanego wyniku.





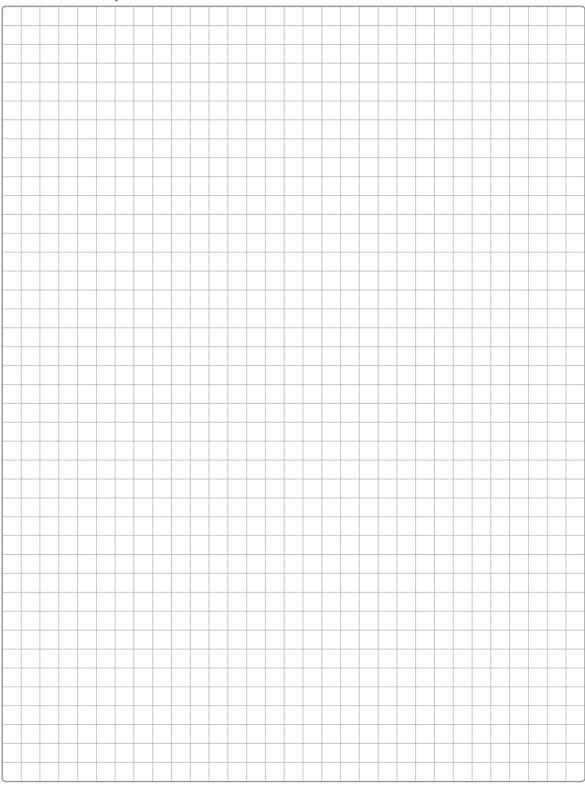
Zadanie 8. (0-2)

Dany jest okrąg o równaniu $x^2 + y^2 - 14x + 6y + 54 = 0$. Prosta l o równaniu $y = -\frac{3}{4}x + \frac{11}{4}$ przecina ten okrąg w punktach A, B. Oblicz długość cięciwy AB. Zakoduj cyfrę jedności i dwie początkowe cyfry po przecinku rozwinięcia dziesiętnego otrzymanego wyniku.



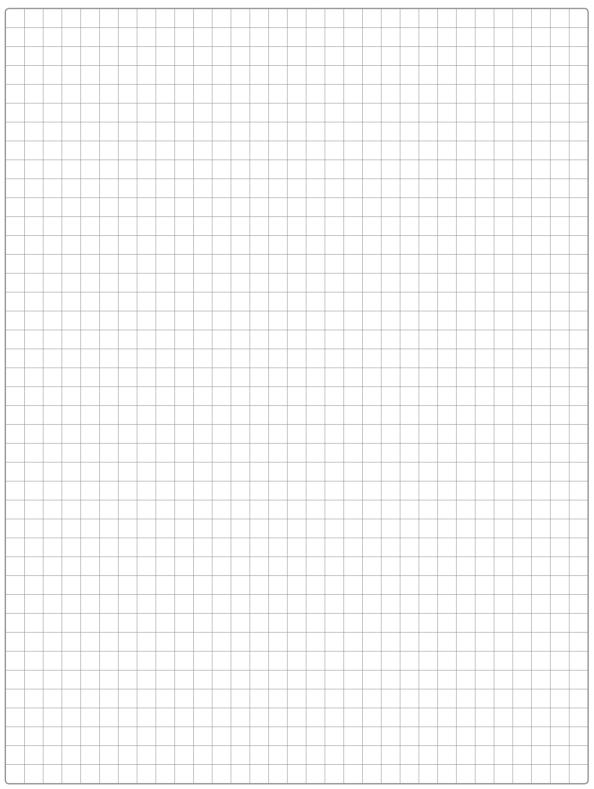
Zadanie 9. (0–3)

Wykaż, że nie istnieje styczna do hiperboli o równaniu $y = \frac{4x}{x-3}$ prostopadła do prostej l o równaniu 2x+4y-1=0.



Zadanie 10. (0-4)

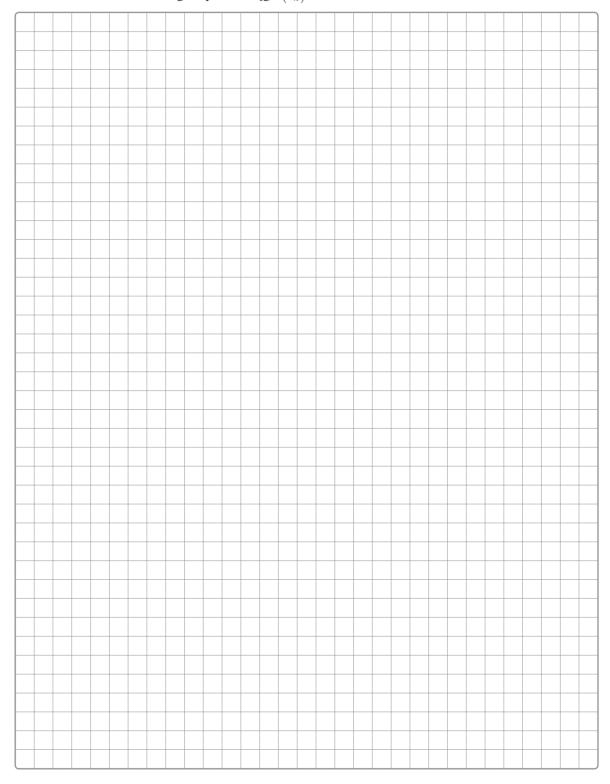
Dana jest funkcja f określona wzorem $f(x) = \frac{2x}{x^2 + 4}$. Wyznacz zbiór wartości tej funkcji.



Odpowiedź:

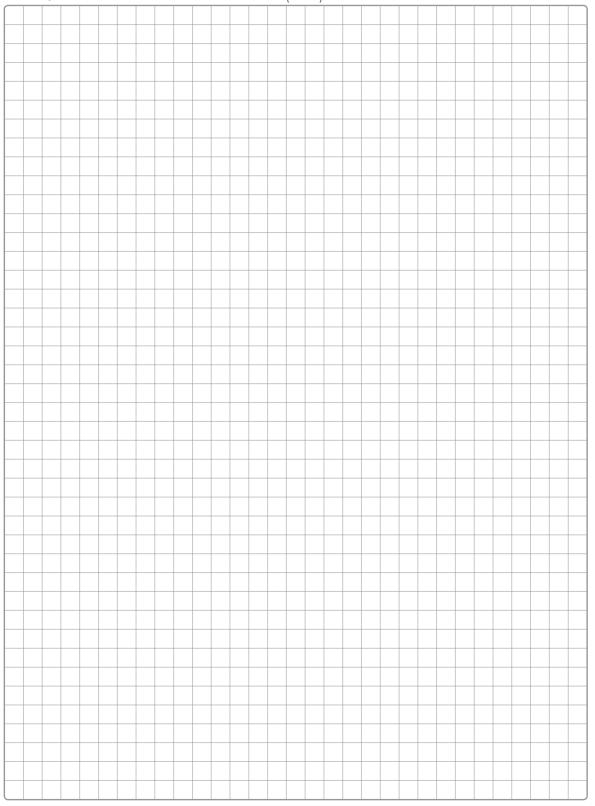
Zadanie 11. (0-2)

Dany jest nieskończony ciąg geometryczny (a_n) zbieżny o pierwszym wyrazie dodatnim. Wykaż, że suma wszystkich wyrazów tego ciągu o numerach nieparzystych jest większa lub równa od czterokrotności trzeciego wyrazu ciągu (a_n) .



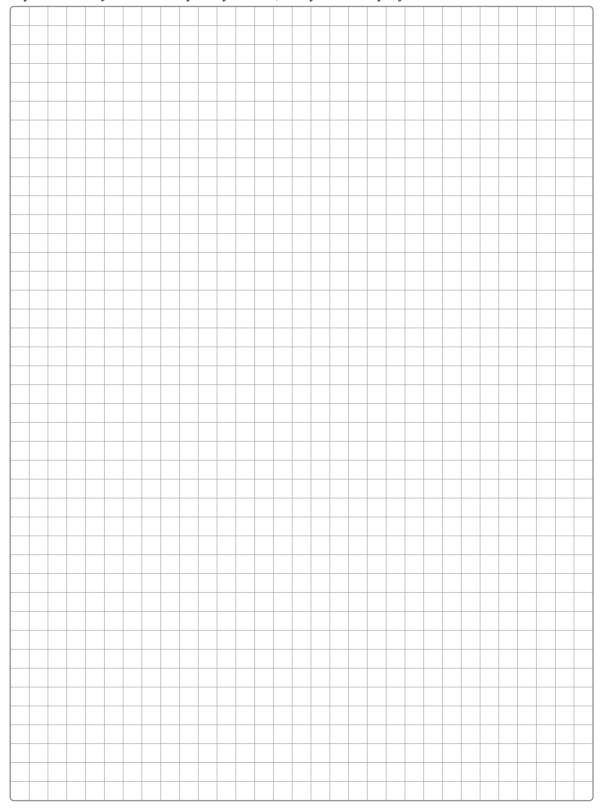
Zadanie 12. (0-3)

Rozwiąż nierówność $4\cos^2 2x - 3 < 0$ dla $x \in \langle 0, 2\pi \rangle$.



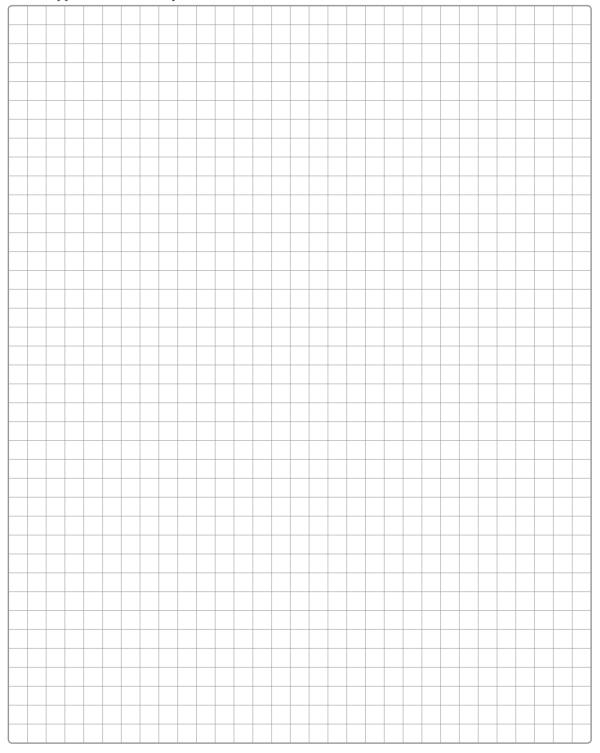
Zadanie 13. (0-4)

Wyznacz liczbę dwudziestocyfrowych liczb, których suma cyfr jest równa 4.



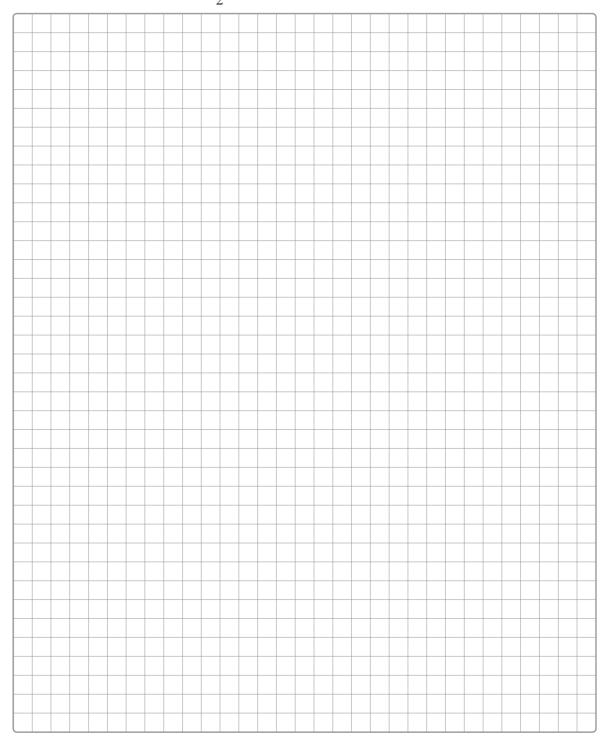
Zadanie 14. (0-4)

Dane są punkty: A = (-1, -2), B = (1, 4), C = (-2, -10), D = (2, 2). Wykaż, że odcinki AB i CD są równoległe. Wyznacz środek jednokładności S i dodatnią skalę k tak, aby obrazem odcinka AB w tej jednokładności był odcinek CD.



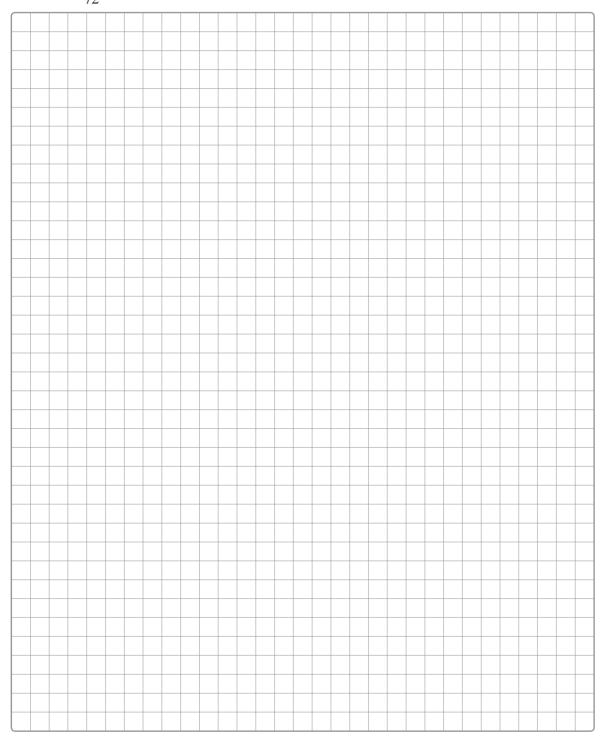
Zadanie 15. (0-4)

Dany jest ostrosłup prawidłowy trójkątny, w którym długość krawędzi podstawy jest równa a, a krawędź boczna jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem α . Ostrosłup ten przecięto płaszczyzną, która przechodzi przez krawędź podstawy i jest nachylona do płaszczyzny podstawy ostrosłupa pod kątem $\frac{\alpha}{2}$. Oblicz pole otrzymanego przekroju.



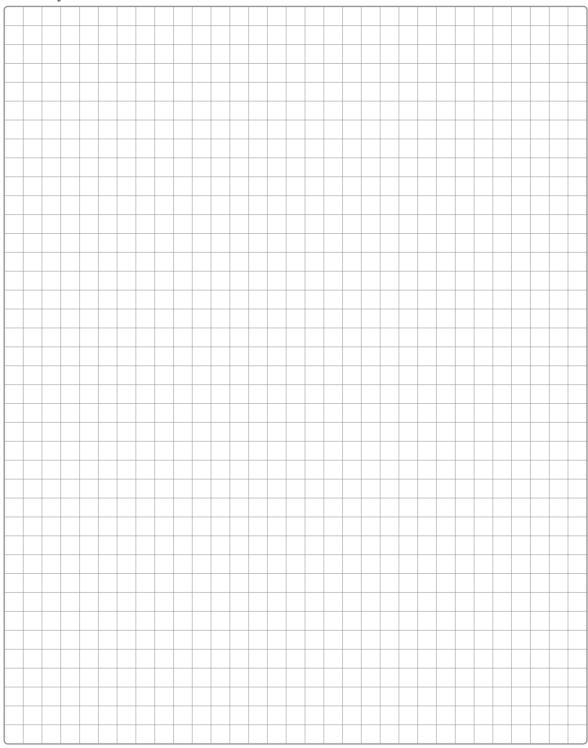
Zadanie 16. (0-4)

W urnie I jest 7 czarnych kul, a w urnie II są 3 czarne kule. Do tych urn wkładamy losowo w sumie 3 kule białe. Następnie losujemy urnę i z urny jedną kulę. Oblicz, ile należy wrzucić białych kul do urny I, aby prawdopodobieństwo wylosowania białej kuli z losowo wybranej urny było równe $\frac{17}{72}$.



Zadanie 17. (0-4)

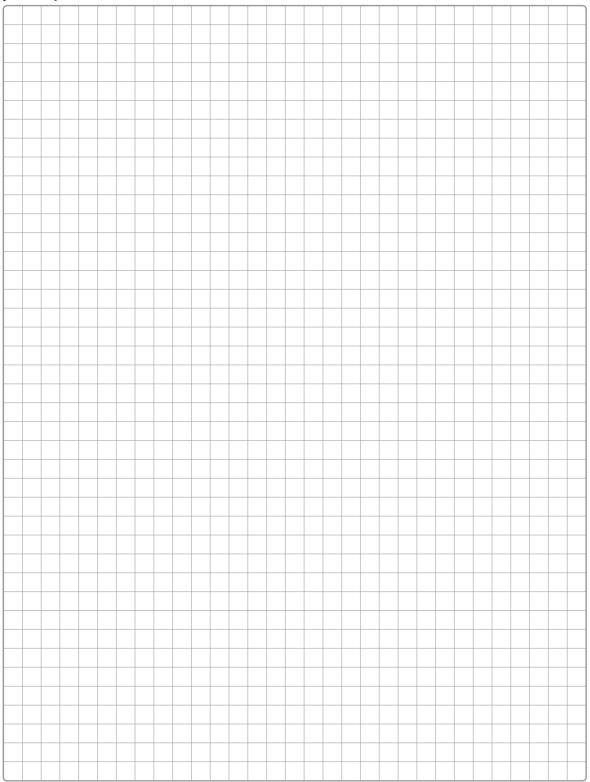
Dane jest równanie $x^2 + (2m+1)x - 3m^2 - \frac{1}{2}m + \frac{1}{4} = 0$. Wyznacz zbiór wszystkich wartości parametru wartości parametru m, dla których to równanie ma dokładnie dwa różne rozwiązania mniejsze od 4.



Odpowiedź:

Zadanie 18. (0-7)

W okrąg o promieniu R wpisano prostokąt ABCD. Wyznacz możliwie największe pole tego prostokąta.



BRUDNOPIS (nie podlega ocenie)

