

WOJEWÓDZKI KONKURS MATEMATYCZNY w GIMNAZJUM, 2018

Zadania na zawody wojewódzkie

8 marca 2018

Czas - 150 minut.

Za poprawne rozwiązanie wszystkich zadań można otrzymać 40 punktów

(po 2 punkty za zadania 1-5 oraz po 6 punktów za zadania 6-10).

Tytuł finalisty otrzymają uczestnicy, którzy zdobędą co najmniej 50% , a tytuł laureata ci, którzy

zdobędą co najmniej 85% możliwej do zdobycia liczby punktów.

Podczas rozwiązywania zadań nie wolno korzystać z kalkulatorów ani z innych urządzeń do obliczeń.

Powodzenia!

W zadaniach 1-5 zaznacz poprawne odpowiedzi (3 poprawne odpowiedzi w zadaniu - 2 punkty, 2 poprawne odpowiedzi - 1 punkt, 1 lub 0 poprawnych odpowiedzi - 0 punktów).

- | | | |
|---|-----|-----|
| 1. Liczba $\sqrt{3 - 2\sqrt{2}} - \sqrt{2}$ jest | | |
| - niewymierna. | TAK | NIE |
| - większa od $-\sqrt{2}$. | TAK | NIE |
| - ujemna. | TAK | NIE |
| 2. Przekrojem sześcianu płaszczyzną może być | | |
| - trójkąt równoboczny. | TAK | NIE |
| - pięciokąt foremny. | TAK | NIE |
| - sześciokąt foremny. | TAK | NIE |
| 3. W trapezie $ABCD$ o podstawach AB i CD poprowadzono przekątne AC i BD , które przecięły się w punkcie O . Wówczas na pewno: | | |
| - trójkąty AOB i COD są podobne. | TAK | NIE |
| - trójkąty AOD i COB są przystające. | TAK | NIE |
| - trójkąty AOD i COB mają równe pola. | TAK | NIE |
| 4. - Cięciwa, której długość jest równa promieniowi okręgu podzieliła okrąg na dwa łuki. Stosunek długości krótszego do dłuższego łuku jest równy 1 : 6. | TAK | NIE |
| - Na okręgu obrano punkty A , B , C oraz D w ten sposób, że cięciwy AB i CD przecinają się w punkcie P . Wówczas trójkąty ADP i BPC są podobne. | TAK | NIE |
| - Cięciwa wyznaczona przez kąt środkowy o mierze 30° jest dłuższa od połowy promienia okręgu. | TAK | NIE |
| 5. - Istnieją trzy różne liczby spełniające równość $a^3 = a$. | TAK | NIE |
| - Równość $a^2 - b^2 = 0$ jest spełniona tylko wówczas, gdy $a = b$. | TAK | NIE |
| - Każda niewymierna liczba a spełnia warunek $a^2 > 0$. | TAK | NIE |

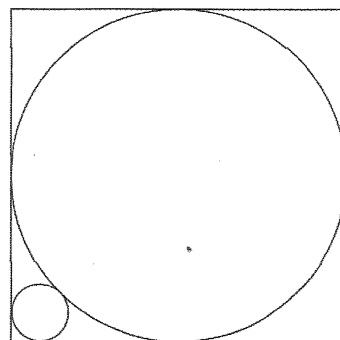
Aby otrzymać maksymalną liczbę punktów za każde z zadań 6-10 należy podać ich pełne rozwiązania.

6. Uzasadnij, że liczba $\frac{1^{2016} + 2^{2017} + 3^{2018}}{6}$ jest liczbą całkowitą.

7. Wyznacz wszystkie całkowite dodatnie wartości n , dla których każda z liczb n oraz $8n^2 + 1$ jest liczbą pierwszą.

8. Punkty $A = (4; 4)$ i $B = (-4; 8)$ są wierzchołkami trójkąta ABC , w którym $|AC| = |BC|$. Wierzchołek C tego trójkąta leży na osi OX . Oblicz pole trójkąta ABC .

9. Dany jest kwadrat o boku długości a . Oblicz długość okręgu stycznego do dwóch boków tego kwadratu i jednocześnie stycznego zewnętrznio do okręgu wpisanego w ten kwadrat (rys. obok). Rozstrzygnij czy długość ta jest mniejsza, czy większa od $\frac{1}{2}a$.



10. Oblicz pole powierzchni 12-kąta foremnego o boku długości 1.

Peter Fambikowski