

LIGA MATEMATYCZNA
im. Zdzisława Matuskiego
GRUDZIEŃ 2012
SZKOŁA PONADGIMNAZJALNA

ZADANIE 1.

W trójkącie ABC o polu S poprowadzono dwusieczną CE i środkową BD , które przecinają się w punkcie F . Oblicz pole czworokąta $AEFD$, mając dane $BC = a$ oraz $AC = b$.

ZADANIE 2.

Znajdź wszystkie trójki liczb całkowitych nieujemnych a, b, c spełniające układ równań

$$\begin{cases} a + bc = 3b \\ b + ac = 3c \\ c + ab = 3a. \end{cases}$$

ZADANIE 3.

W kwadracie o boku 1 m wybrano w dowolny sposób 100 punktów. Wykaż, że istnieje kwadrat o boku 25 cm, który zawiera co najmniej 7 punktów spośród wybranych.

ZADANIE 4.

Na stu kartkach trzeba wpisać liczby od 1 do 200 umieszczając jedną liczbę na każdej stronie. Czy możliwe jest takie wpisanie liczb, by na każdej kartce suma liczb z obu jej stron była podzielna przez 6?

ZADANIE 5.

Wyznacz wszystkie funkcje $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ spełniające równanie $2f(x) - f(-x) = 3x^2 + x + 3$ dla każdej liczby rzeczywistej x .