

LIGA MATEMATYCZNA
LISTOPAD 2011
SZKOŁA PONADGIMNAZJALNA

ZADANIE 1.

Przekątne trapezu $ABCD$, gdzie AB i CD są równoległe, przecinają się w punkcie E . Pole trójkąta ABE jest równe P , a pole trójkąta DEC jest równe S . Oblicz pole trapezu.

ZADANIE 2.

Oblicz $\sqrt{2010^2 + 2010^2 \cdot 2011^2 + 2011^2} - 2010^2$.

ZADANIE 3.

Znajdź wszystkie różnowartościowe funkcje $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ spełniające równość

$$f(f(x) + y) = f(x + y) + 1$$

dla dowolnych liczb rzeczywistych x, y .

ZADANIE 4.

Wykaż, że liczba naturalna i jej piąta potęga mają tę samą cyfrę jedności.

ZADANIE 5.

W klasie jest 31 uczniów, wpisanych do dziennika pod numerami od 1 do 31. Przed 6 grudnia przygotowali losy z numerami od 1 do 31, by ustalić, kto komu będzie kupować prezent mikołajkowy. Udowodnij, że iloczyn liczb będących sumami numeru ucznia w dzienniku i numeru z karteczki przez niego wylosowanej jest liczbą parzystą.