

**PRACA KONTROLNA nr 6 - POZIOM PODSTAWOWY**

1. Rozwiązać równanie

$$\sqrt{2^{2x+1} - 5 \cdot 2^x + 4} = 2^{x+2} - 5.$$

2. Spośród cyfr liczby 211521125112 wylosowano trzy (bez zwracania). Obliczyć prawdopodobieństwo tego, że liczba utworzona z wylosowanych cyfr nie jest podzielna przez trzy.

3. Wyznaczyć dziedzinę funkcji

$$f(x) = \sqrt{-\log_2 \frac{3x}{x^2 - 4}}.$$

4. 20 uczniów posadzono losowo w sali zawierającej 4 rzędy po 5 krzeseł w każdym. Obliczyć prawdopodobieństwo tego, że Bolek będzie siedział przy Lolku, tzn. z przodu, z tyłu, z prawej albo z lewej jego strony.

5. Uzasadnić, że dla dowolnego  $p$  oraz  $x > -1$  prawdziwa jest nierówność

$$p^2 + (1 - p)^2 x \geq \frac{x}{1 + x}.$$

Znaleźć i narysować na płaszczyźnie zbiorów wszystkich par  $(p, x)$ , dla których w powyższej nierówności ma miejsce równość.

6. Trapez równoramienny  $ABCD$  o polu  $P$ , ramieniu  $c$  i kącie ostrym przy podstawie  $\alpha$  zgięto wzdłuż jego osi symetrii  $EF$  tak, że obie połowy utworzyły kąt  $\alpha$ . Obliczyć objętość powstałego w ten sposób wielościanu  $ABCDEF$ . Obliczyć tangens kąta nachylenia do podstawy tej ściany bocznej, która nie jest prostopadła do podstawy. Sporządzić odpowiednie rysunki. Podać warunki istnienia rozwiązania.