

Kod ucznia

Nazwisko i imię





M A T E M A T Y K A

14 MARCA 2018

Instrukcja dla zdającego

Czas pracy:
170 minut

1. Sprawdź, czy arkusz zawiera 16 stron (zadania 1-34). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi zamieść w miejscu na to przeznaczonym.
3. Odpowiedzi do zadań zamkniętych (1–25) przenieś na kartę odpowiedzi, zaznaczając je w części karty przeznaczonej dla zdającego. Zamaluj pola  do tego przeznaczone. Błędne zaznaczenie otocz kółkiem  i zaznacz właściwe.
4. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadania otwartego (26–34) może spowodować, że za to rozwiązanie nie otrzymasz pełnej liczby punktów.
5. Pisz czytelnie i używaj tylko długopisu lub pióra z czarnym tuszem lub atramentem.
6. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
7. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
8. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora prostego.
9. Na tej stronie oraz na karcie odpowiedzi wpisz swój kod (nazwisko i imię - **zgodnie z ustaleniami szkolnymi**).
10. Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla egzaminatora.

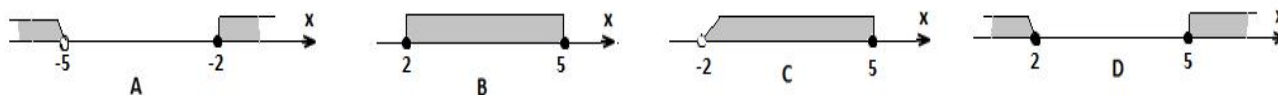
Życzymy powodzenia!

Liczba punktów
do uzyskania: **50**

W zadaniach o numerach od 1 do 25 wybierz i zaznacz na karcie odpowiedzi jedną poprawną odpowiedź

Zadanie 1. (1p)

Rozwiązaniem układu nierówności $\begin{cases} 2x - 4 \leq 6 \\ -x - 4 < -2 \end{cases}$ jest zbiór



Zadanie 2. (1p)

Wartość wyrażenia $\frac{\log_3 9 + 2 \log_3 \sqrt{3}}{2 \log_2 4}$ jest równa

- A. $\frac{2}{3}$ B. $\frac{3}{4}$ C. 4 D. 9

Zadanie 3. (1p)

Cenę towaru obniżano dwa razy. Pierwsza obniżka wynosiła 10%, a druga 20%. O ile procent w wyniku obu obniżek spadła cena towaru?

- A. o 24% B. o 26% C. o 28% D. o 30%

Zadanie 4. (1p)

Jeżeli $x^2 - y^2 = -5$ i $x - y = 5$, to wartość wyrażenia $(x + y)^2$ jest równa

- A. 25 B. 16 C. 9 D. 1

Zadanie 5. (1p)

Obrazem rozwiązania układu równań $\begin{cases} x + y - 6 = 0 \\ x - y + 4 = 0 \end{cases}$ w prostokątnym układzie współrzędnych na płaszczyźnie jest punkt o współrzędnych

- A. (1; 5) B. (-1; 5) C. (1; -5) D. (-1; -5)

Zadanie 6. (1p)

Suma wszystkich pierwiastków równania: $-(x + 5)(x^2 + 1)(x - 7) = 0$ jest równa

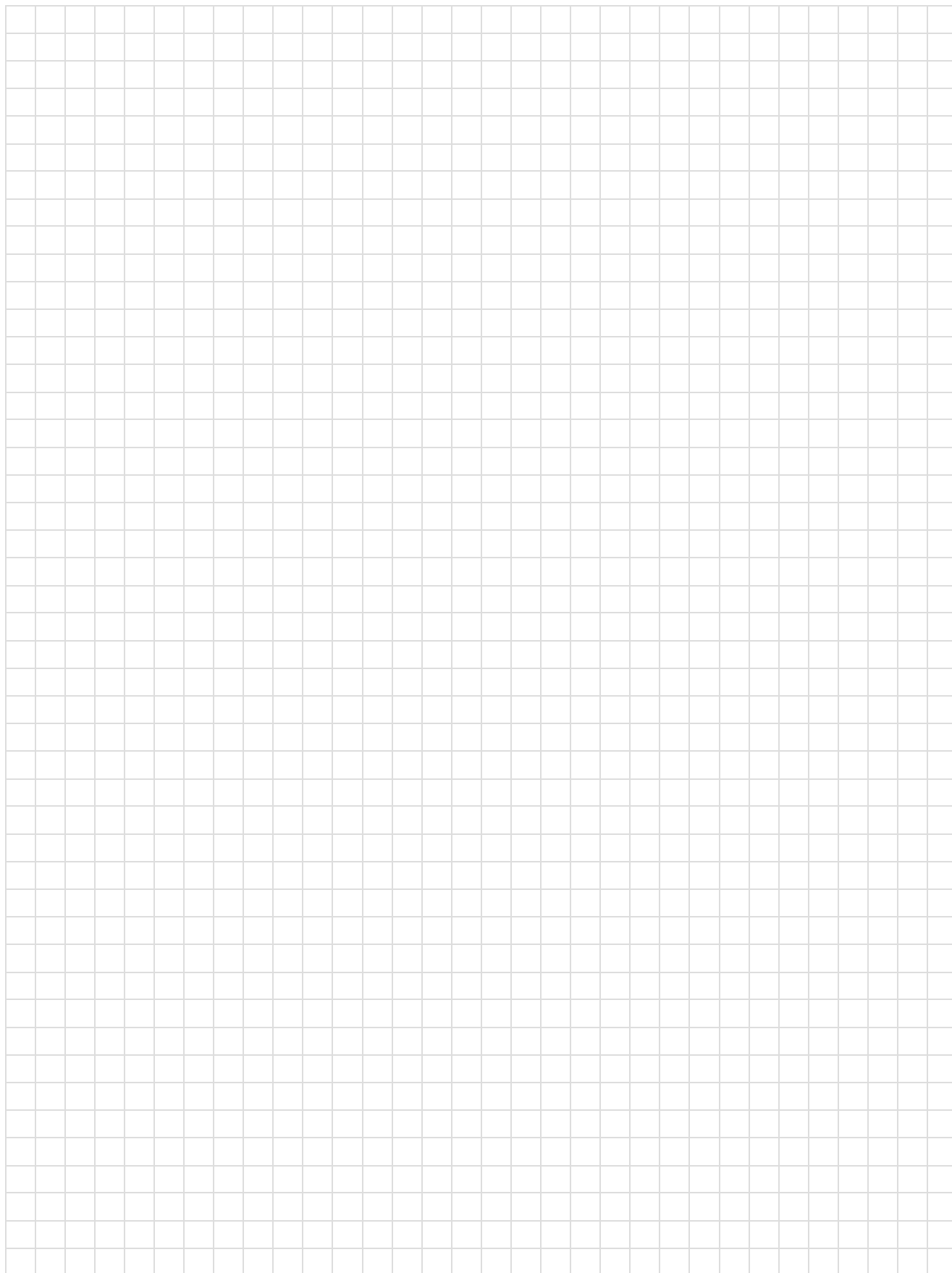
- A. 0 B. 2 C. -2 D. 1

Zadanie 7. (1p)

Rozwiązaniem równania $\frac{x+2}{x-2} = 3$ ($x \neq 2$) jest liczba

- A. -2 B. 3 C. 4 D. -3

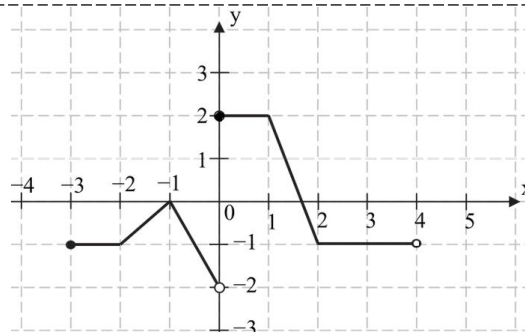
BRUDNOPIS (nie podlega ocenie)



Zadanie 8. (1p)

Jeśli na rysunku przedstawiony jest wykres funkcji $f(x)$,
to dziedziną funkcji $g(x) = f(x - 1)$ jest zbiór

- A. $(-3; 4)$ B. $(-3; 1)$ C. $(-4; 3)$ D. $(-2; 5)$



Zadanie 9. (1p)

Funkcja liniowa $f(x) = ax + x - 2$ jest malejąca. Wynika stąd, że

- A. $a > 1$ B. $a < 0$ C. $a < -1$ D. $a > -1$

Zadanie 10. (1p)

Miejsce zerowe funkcji liniowej $f(x) = (t + 1)x - t$ jest równe 2. Wynika stąd, że

- A. $t = -1$ B. $t = -2$ C. $t = 1$ D. $t = 2$

Zadanie 11. (1p)

Funkcja kwadratowa określona jest wzorem $f(x) = -x^2 + 2x + k$. Jeżeli $f(3) = -6$, to

- A. $k = -1$ B. $k = -2$ C. $k = -3$ D. $k = -4$

Zadanie 12. (1p)

Najmniejszą liczbą całkowitą spełniającą nierówność $\frac{2x-1}{-2} \leq 3$ jest

- A. - 1 B. - 2 C. - 3 D. - 4

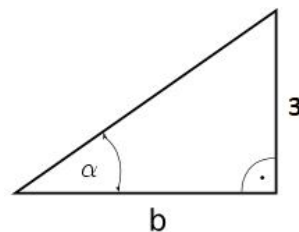
Zadanie 13. (1p)

W rosnącym ciągu geometrycznym (a_n) , określonym dla $n \geq 1$, spełniony jest warunek $a_4 = 27a_1$. Iloraz q tego ciągu jest równy

- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

Zadanie 14. (1p)

Jeśli $\sin \alpha = \frac{1}{4}$, to długość przyprostokątnej b danego trójkąta
(patrz rysunek) jest równa



- A. $\sqrt{17}$ B. $\sqrt{135}$ C. $\sqrt{140}$ D. $\sqrt{153}$

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)



Zadanie 15. (1p)

Sinus kąta ostrego α jest równy $\frac{1}{3}$. Wówczas $\operatorname{tg} \alpha$ jest równy

A. $\frac{1}{3}$

B. $\frac{\sqrt{2}}{3}$

C. $\frac{1}{4}$

D. $\frac{\sqrt{2}}{4}$

Zadanie 16. (1p)

W okręgu o środku O dany jest kąt o mierze 50° (patrz rysunek).

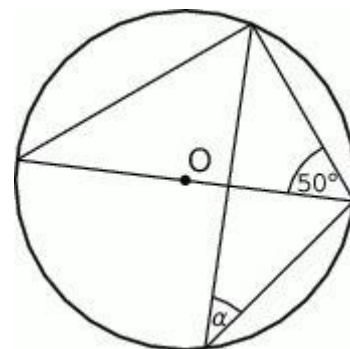
Miara kąta α zaznaczonego na tym rysunku jest równa

A. 45°

B. 42°

C. 40°

D. 30°



Zadanie 17. (1p)

Przekątna prostokąta ma długość 12 cm i tworzy z jednym z boków kąt o mierze 30° . Pole powierzchni tego prostokąta jest równe

A. $36\sqrt{2} \text{ cm}^2$

B. $24\sqrt{3} \text{ cm}^2$

C. $36\sqrt{3} \text{ cm}^2$

D. $24\sqrt{2} \text{ cm}^2$

Zadanie 18. (1p)

Proste o równaniach: $y = a^2x - 5$ i $y = \frac{1}{2a}x + 4$ ($a \neq 0$) są prostopadłe dla a równego

A. -2

B. 2

C. 1

D. -1

Zadanie 19. (1p)

Jeśli suma n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego (a_n) określona jest wzorem $S_n = 2n^2 + n$, to wartość trzeciego wyrazu tego ciągu jest równa

A. 8

B. 10

C. 11

D. 21

Zadanie 20. (1p)

Obrazem punktu $P = (3; 4)$ w symetrii środkowej względem punktu S jest punkt $P' = (-1; -2)$. Wynika stąd, że

A. $S = (-1; -1)$

B. $S = (1; 1)$

C. $S = (-1; 1)$

D. $S = (1; -1)$

Zadanie 21. (1p)

Powierzchnia boczna walca po rozwinięciu jest kwadratem o polu $4\pi^2$. Objętość tego walca jest równa

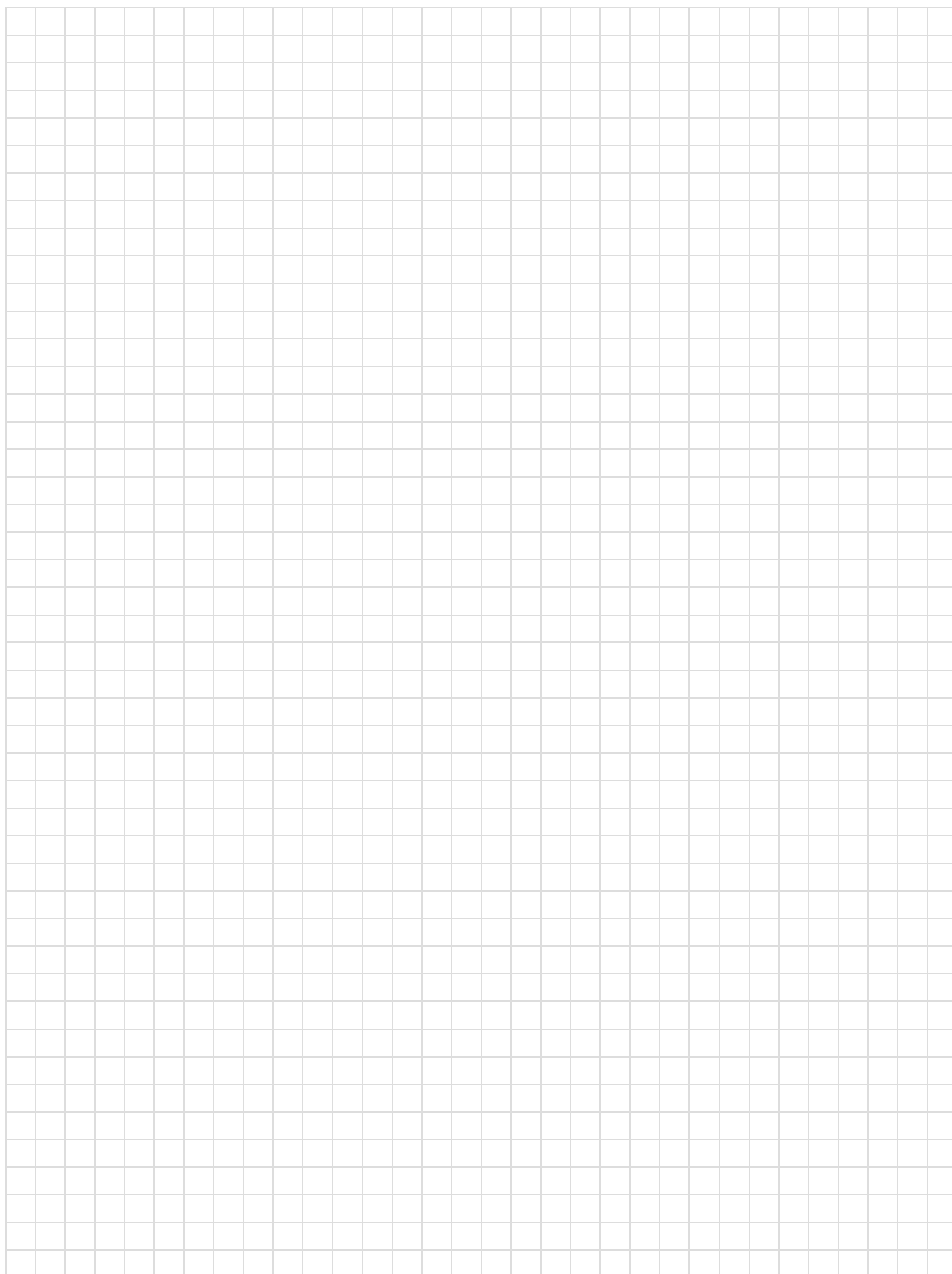
A. $4\pi^3$

B. $2\pi^3$

C. $4\pi^2$

D. $2\pi^2$

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)



Zadanie 22. (1p)

Kula wpisana w sześcián o przekątnej równej 6 cm ma objętość równą

- A. $4\sqrt{3}\pi \text{ cm}^3$ B. $6\sqrt{3}\pi \text{ cm}^3$ C. $8\sqrt{3}\pi \text{ cm}^3$ D. $10\sqrt{3}\pi \text{ cm}^3$

Zadanie 23. (1p)

Wszystkich liczb naturalnych dwucyfrowych, w których obie cyfry są nieparzyste jest

- A. 45 B. 35 C. 25 D. 15

Zadanie 24. (1p)

Uczniowie pewnej klasy zostali poproszeni o odpowiedź na pytanie „Ile osób liczy twoja rodzina?” Wyniki przedstawiono w tabeli:

Średnia liczba osób w rodzinie dla uczniów tej klasy jest równa 4.

Wtedy liczba x jest równa

Liczba uczniów	Liczba osób w rodzinie
6	3
12	4
2	x

- A. 3 B. 4 C. 5 D. 7

Zadanie 25. (1p)

Ze zbioru kolejnych liczb naturalnych $\{1, 2, 3, \dots, 25\}$ losujemy jedną liczbę. Prawdopodobieństwo wylosowania liczby, która jest kwadratem liczby całkowitej, jest równe

- A. $\frac{7}{25}$ B. $\frac{6}{25}$ C. $\frac{5}{25}$ D. $\frac{4}{25}$

BRUDNOPIS *(nie podlega ocenie)*

ZADANIA OTWARTE

Rozwiązania zadań o numerach od 26 do 34 należy zapisać w wyznaczonych miejscach pod treścią zadania (pamiętaj o udzieleniu odpowiedzi)

Zadanie 26. (2p)

Rozwiąż nierówność $x(2x + 1) \leq 6$.

Zadanie 27. (2p)

Wykaż, że dla dowolnych liczb rzeczywistych x i y prawdziwa jest nierówność $x + y \leq \frac{x^2 + y^2 + 2}{2}$.

Zadanie 28. (2p)

Uzasadnij, że jeśli miary kątów wewnętrznych pewnego trójkąta są kolejnymi wyrazami ciągu arytmetycznego, to jeden z tych kątów ma miarę 60° .

Zadanie 30. (2p)

Zadanie 31. (2p)

14 marca ŚWIATOWY DZIEŃ LICZBY π 3,1415926535897932...

Zadanie 32. (4p)

W graniastosłupie czworokątnym prawidłowym przekątna o długości 5 jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem α takim, że $\sin \alpha = \frac{1}{5}$. Wyznacz objętość tego graniastosłupa.

Odpowiedź:

Zadanie 33. (4p)

Doświadczenie losowe polega na dwukrotnym rzucie symetryczną sześcienną kostką do gry. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia A polegającego na tym, że w pierwszym rzucie otrzymamy parzystą liczbę oczek i iloczyn liczb w obu rzutach będzie podzielny przez 12. Wynik przedstaw w postaci ułamka zwykłego nieskracalnego.

Odpowiedź:

14 marca ŚWIATOWY DZIEŃ LICZBY π 3,1415926535897932...

BRUDNOPIS *(nie podlega ocenie)*



BRUDNOPIS *(nie podlega ocenie)*



KARTA ODPOWIEDZI

KOD UCZNIKA

--	--	--

Nazwisko i imię

Wypełnia piszący

Nr zadania	A	B	C	D
1.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
4.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
5.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
6.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
7.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
8.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
9.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
10.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
11.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
12.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
13.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
14.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
15.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
16.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
17.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
18.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
19.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
20.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
21.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
22.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
23.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
24.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
25.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Razem

--

Wypełnia sprawdzający

Nr zadania	X	0	1	2
26.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
27.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
28.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
29.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
30.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
31.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Razem

--

Nr zadania	X	0	1	2	3	4	5
32.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
33.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
34.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Razem

--

Suma punktów	Wynik w %