

PRACA KONTROLNA nr 7 - POZIOM PODSTAWOWY

1. Wielomian $W(x) = x^3 - (k+m)x^2 - (k-m)x + 3$ jest podzielny przez dwumian $(x-1)$, a suma jego współczynników przy parzystych potęgach zmiennej x jest równa sumie współczynników przy nieparzystych potęgach zmiennej. Rozwiąż nierówność

$$W(x) \leq x^2 - 1.$$

2. Rozwiąż algebraicznie układ równań $\begin{cases} |y| = 2 - x^2, \\ x^2 + y^2 = 2 \end{cases}$ a następnie podaj jego interpretację geometryczną.

3. W przedziale $[0, 2\pi]$ określ liczbę rozwiązań równania

$$\cos x \cdot \operatorname{ctg} x - \sin x = a \cos 2x,$$

w zależności od parametru a .

4. Niech $P(k)$ oznacza pole trójkąta ograniczonego prostą $y = kx$ i wykresem funkcji

$$f(x) = 4 - 2|x|.$$

Wyznacz najmniejszą wartość $P(k)$.

5. Punkty $A(0, 0)$ i $B(4, 3)$ są wierzchołkami rombu o kącie ostrym 45° , który zawarty jest w pierwszej ćwiartce układu współrzędnych. Wyznacz współrzędne jego wierzchołków. Podaj równanie okręgu wpisanego w ten romb. Ile jest wszystkich rombów o boku AB i kącie ostrym 45° ? Oblicz objętość bryły otrzymanej przez obrót rombu wokół jego boku.
6. W ostrosłupie prawidłowym czworokątnym środek podstawy jest odległy o d od krawędzi bocznej a kąt między sąsiednimi ścianami bocznymi ostrosłupa jest równy 2α . Oblicz objętość ostrosłupa.