

PRACA KONTROLNA nr 6

marzec 2003r

1. Dla jakich wartości parametru rzeczywistego p równanie $\sqrt{x+8p} = \sqrt{x}+2p$ posiada rozwiązanie?
2. Obrazem okręgu K w jednokładności o środku $S(0, 1)$ i skali $k = -3$ jest okrąg K_1 . Natomiast obrazem K_1 w symetrii względem prostej o równaniu $2x + y + 3 = 0$ jest okrąg o tym samym środku co okrąg K . Wyznaczyć równanie okręgu K , jeśli wiadomo, że okręgi K i K_1 są styczne zewnętrznie.
3. W trapezie równoramiennym dane są promień okręgu opisanego r , kąt ostry przy podstawie α oraz suma długości obu podstaw d . Obliczyć długość ramienia tego trapezu. **Zbadać** warunki rozwiązalności zadania. Wykonać rysunek dla $\alpha = 60^\circ$, $d = \frac{5}{2}r$.
4. W ostrosłupie prawidłowym czworokątnym kąt płaski ściany bocznej przy wierzchołku wynosi 2β . Przez wierzchołek A podstawy oraz środek przeciwległej krawędzi bocznej poprowadzono płaszczyznę równoległą do przekątnej podstawy wyznaczającą przekrój płaski ostrosłupa. Obliczyć objętość ostrosłupa wiedząc, że pole przekroju wynosi S .
5. Obliczyć granicę

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n - \sqrt[3]{n^3 + n^\alpha}}{\sqrt[5]{n^3}},$$

gdzie α jest najmniejszym dodatnim pierwiastkiem równania $2 \cos \alpha = -\sqrt{3}$.

6. Rozwiązać nierówność

$$2^{1+2 \log_2 \cos x} - \frac{3}{4} \geq 9^{0.5 + \log_3 \sin x}.$$

7. Wybrano losowo 4 liczby czterocyfrowe (cyfra tysięcy nie może być zerem!). Obliczyć prawdopodobieństwo tego, że co najmniej dwie z tych liczb czytane od przodu **lub** od końca będą podzielne przez 4.
8. Zaznaczyć na rysunku zbiór punktów (x, y) płaszczyzny określony warunkami $|x - 3y| < 2$ oraz $y^3 \leq x$. Obliczyć tangens kąta, pod którym **przecinają** się linie tworzące brzeg tego zbioru.