

EGZAMIN WSTĘPNY Z MATEMATYKI

Zestaw składa się z 30 zadań. Zadania 1–10 oceniane będą w skali 0–2 punkty, zadania 11–30 w skali 0–4 punkty. Czas trwania egzaminu — 240 minut.

Powodzenia!

1. Rozwiązać nierówność $x - \frac{2}{x} \geq 1$.
2. Dla jakich a równanie $x^2 + ax + a - 1 = 0$ posiada co najmniej jeden pierwiastek rzeczywisty?
3. Rozwiązać równanie $\sqrt{x} + 2 = x$.
4. Trzy liczby tworzą ciąg arytmetyczny o sumie równej 18. Największa z nich jest równa 9. Wyznaczyć pozostałe liczby.
5. Rozwiązać nierówność $\left(\frac{1}{2}\right)^{|x-3|} \geq \frac{1}{4}$.
6. Dany jest sześcian o krawędzi a . Obliczyć objętość kuli stycznej do wszystkich krawędzi tego sześcianu.
7. Obliczyć $\left(\sqrt[3]{4}\right)^{\frac{3}{2\log_3 2}}$.
8. Dla jakich $x \in (0; \pi)$ spełniona jest nierówność $\operatorname{ctg}^2 x \geq 3$?
9. Obliczyć granicę $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+2)!}{n^2 \cdot n!}$.
10. Graficznie rozwiązać nierówność $\log_{\frac{1}{2}} |x| \geq x^2 - 1$.
11. Wielomian $w(x) = x^3 - 3x + a$ rozłożyć na czynniki wiedząc, że liczba -1 jest jego pierwiastkiem.
12. Dla jakich parametrów m układ równań $\begin{cases} mx - 2y = 1 \\ 8x - my = 2 \end{cases}$ jest sprzeczny?
13. Trójkąt ma boki długości 6, 8 i 10. Obliczyć promień okręgu opisanego na tym trójkącie i promień okręgu wpisanego w ten trójkąt.
14. Napisać równanie stycznej do wykresu funkcji $f(x) = 4\sqrt[3]{8 + \sin 3x}$ w punkcie $x_0 = 0$.
15. Dla jakich wartości parametru m okręgi $x^2 + y^2 - 2x = 0$ oraz $x^2 + (y - m)^2 = 9$ są styczne wewnętrznie?