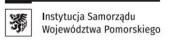






Pomorski Ośrodek Doskonalenia Nauczycieli w Słupsku



#### POMORSKA LIGA ZADANIOWA ZDOLNI Z POMORZA

Konkurs dla uczniów szkół ponadpodstawowych województwa pomorskiego w roku szkolnym 2022/2023

Etap II – powiatowy
Przedmiot: MATEMATYKA

#### Instrukcja dla ucznia

Zanim przystąpisz do rozwiązywania testu, przeczytaj uważnie poniższą instrukcję.

- 1. Arkusz testowy zawiera 5 zadań.
- 2. Za zadania z arkusza można uzyskać łącznie 50 punktów.
- 3. Rozwiązania zadań przedstaw w takiej formie, żeby można było odczytać je bez problemu.
- 4. Wszystkie rozwiązania zadań zamieść w jednym pliku w formacie \*.doc, \*.docx, \*.pdf
- 5. Dopuszczalny jest odręczny zapis rozwiązań. Pisz wtedy czytelnie. Rozwiązania zapisane odręcznie, należy zeskanować do jednego pliku i zapisać w formacie pdf. Pliki w postaci zdjęć należy wkleić do pliku tekstowego (w formacie \*.doc, \*.docx).

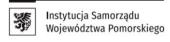
Życzymy powodzenia!







Pomorski Ośrodek Doskonalenia Nauczycieli w Słupsku



# **Zadanie 1 (0-10 pkt)**

a) Rozwiąż nierówność

$$\sqrt{x^2 + 10x + 25} + \sqrt{x^2 - 12x + 36} \le 9 - x.$$

b) Największa liczba będąca rozwiązaniem nierówności z podpunktu (a) jest wartością parametru *a* w równaniu

$$\left(\sqrt{3 - a\sqrt{2}}\right)^x + \left(\sqrt{3 + a\sqrt{2}}\right)^x = 6$$

Rozwiąż to równanie.

c) Najmniejsza liczba spełniająca nierówność z podpunktu (a) w zadaniu jest pierwszym wyrazem ciągu arytmetycznego, a liczba będąca większym pierwiastkiem równania z podpunktu (b) jest różnicą tego ciągu. Oblicz, dla ilu początkowych wyrazów suma ciągu jest równa 36.

Zapisz swój tok rozumowania i obliczenia.

#### **Zadanie 2 (0-10 pkt)**

Dany jest graniastosłup prawidłowy trójkątny ABCA<sub>1</sub>B<sub>1</sub>C<sub>1</sub> o krawędziach *a*. Krawędzie podstawy dolnej, wychodzące z wierzchołka A, przedłużono poza punkty B i C o 2/3 długości krawędzi podstawy. W ten sposób otrzymano punkty B<sub>2</sub> i C<sub>2</sub>. Przez punkty B<sub>2</sub> i B<sub>1</sub> oraz punkty C<sub>2</sub> i C<sub>1</sub> poprowadzono proste do przecięcia z przedłużeniem odcinka AA<sub>1</sub>. Punkt przecięcia tych 3 prostych oznaczamy jako A<sub>2</sub>.

- a) Oblicz objętość i pole powierzchni bryły AB<sub>2</sub>C<sub>2</sub>A<sub>2</sub>.
- b) Oblicz objętość części bryły, przylegającej do ściany bocznej graniastosłupa oraz pole powierzchni widocznych ścian tej części bryły.

Zapisz swój tok rozumowania i obliczenia.







Pomorski Ośrodek Doskonalenia Nauczycieli w Słupsku



# **Zadanie 3 (0-10 pkt)**

Przedstaw w układzie współrzędnych figurę określoną wzorem  $2|x-1|+3|y+2| \le 6$  i oblicz jej pole i obwód.

- a) Jak zmienia sią pole i obwód figury  $2|x-1|+3|y+2| \le 3k$  w zależności od parametru  $k \in C_+$ ? Przedstaw pole i obwód tej figury jako funkcję zmiennej k.
- b) Jak zmienia się pole i obwód figury  $a|x-1|+3|y+2| \le 6$  w zależności od parametru  $a \in C_+$ ? Przedstaw pole i obwód tej figury jako funkcję zmiennej a.

Wskaż granice, ku jakim wartościom dąży pole i obwód tej figury, wraz ze wzrostem parametru  $a \in C_+$ .

Zapisz swój tok rozumowania i obliczenia.

### **Zadanie 4 (0-10 pkt)**

Mieszkańcy osiedla postanowili zagospodarować skwer w kształcie kwadratu o boku 7 m. Wewnątrz kwadratu z każdego wierzchołka zakreślono łuki okręgu o promieniu 7 m, dzieląc w ten sposób kwadrat na 9 części (różne 3 rodzaje). Środkową część kwadratu obsadzono begoniami, przylegające do niej części obsadzono bratkami, a pozostałą część kwadratu obsiano trawą. Oblicz, jaką powierzchnię skweru zajmą zasadzone bratki oraz begonie, a jaka powierzchnia obsiana będzie trawą.

Przedstaw swoje rozumowanie na wzorach ogólnych, a następnie oblicz odpowiednie powierzchnie. W końcowych obliczeniach przyjmij, że  $\pi=3\frac{1}{7}$ .  $\sqrt{3}\approx 1,73$ .

Zapisz swój tok rozumowania i obliczenia.

### **Zadanie 5 (0-10 pkt)**

a) Oblicz wartość wyrażenia: 
$$k = \frac{(1-ap)\sqrt{1+bp}}{(1+ap)\sqrt{1-bp}}$$
,

jeżeli 
$$p = \frac{\sqrt{2a-b}}{a\sqrt{b}}$$
, gdzie  $0 < a < b < 2a$ .

b) Dla wyznaczonej wartości k zbadaj liczbę rozwiązań równania w zależności od parametru m:

$$\frac{(x^3 + 6x - 7)[mx^2 + (m - 3)x + k]}{x^2 - 3x + 2} = 0$$

Zapisz swój tok rozumowania i obliczenia.