

LIGA MATEMATYCZNA
im. Zdzisława Matuskiego
LISTOPAD 2017
GIMNAZJUM

ZADANIE 1.

O liczbach a, b, c, d wiadomo, że

$$\begin{cases} a = bcd \\ a + b = cd \\ a + b + c = d \\ a + b + c + d = 1. \end{cases}$$

Wyznacz te liczby.

ZADANIE 2.

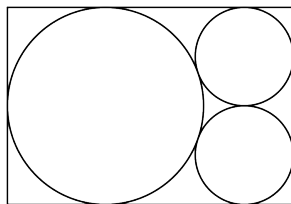
Niech p będzie liczbą pierwszą taką, że liczba dzielników liczby p^6 jest dzielnikiem tej liczby. Ile dzielników ma liczba $(p+1)^6$?

ZADANIE 3.

Dziadek Ani urodził się przed II wojną światową, ale ma mniej niż 90 lat. Gdy w 2007 roku obchodził urodziny, Ania zauważyła, że numer roku był równy numerowi roku urodzenia dziadka powiększonemu o pięciokrotną sumę cyfr roku urodzenia. W którym roku urodził się dziadek Ani?

ZADANIE 4.

Dwa jednakowe koła mniejsze i jedno koło większe wpisano w prostokąt w taki sposób, że koła są styczne do boków prostokąta i wzajemnie styczne zewnętrznie. Mniejszy z boków prostokąta ma długość 4. Oblicz obwód prostokąta oraz różnicę między polem prostokąta a sumą pól kół.



ZADANIE 5.

Wykaż, że liczba $4^{202} + 2 \cdot 4^{101} \cdot 6^{101} + 6^{202}$ jest podzielna przez 100.