

**PRACA KONTROLNA nr 7 -POZIOM PODSTAWOWY**

1. Współczynniki  $a, b$  trójmianu kwadratowego  $x^2 - 2ax + b$  oraz pierwiastki tego trójmianu, napisane w odpowiedniej kolejności, są czterema początkowymi wyrazami pewnego ciągu arytmetycznego. Dla  $a = 2$  obliczyć różnicę ciągu, współczynnik  $b$  oraz pierwiastki trójmianu.
2. Kwadrat o boku  $a$  zgięto wzdłuż jednej z przekątnych tak, aby odległość pozostałych wierzchołków była równa połowie długości przekątnej kwadratu. W tak powstały czworokąt wpisano dwie identyczne, wzajemnie styczne kule. Obliczyć promień tych kul.
3. Trzy czerwone, trzy żółte i jedną zieloną kredkę włożono w przypadkowy sposób do pudełka. Obliczyć prawdopodobieństwo tego, że żadne dwie kredki tego samego koloru nie będą leżały obok siebie.
4. Wyznaczyć dziedzinę funkcji  $f(x) = \sqrt{\frac{\log_2 x}{1 - \log_2 x}}$ . Uzasadnić, że  $f(x)$  jest rosnąca. Korzystając z tego faktu, określić zbiór wartości funkcji  $f(x)$ .
5. W ostrosłup prawidłowy czworokątny wpisano prostopadłościan prosty o podstawie kwadratowej w ten sposób, że wierzchołki jego górnej podstawy leżą w środkach ciężkości ścian bocznych ostrosłupa. Pole powierzchni całkowitej prostopadłościanu stanowi trzecią część pola powierzchni całkowitej ostrosłupa. Obliczyć tangens kąta nachylenia krawędzi bocznej ostrosłupa do podstawy.
6. Rozwiązać układ równań

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 2 \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 2 \end{cases}.$$

Podać interpretację geometryczną tego układu i sporządzić rysunek.