

LIGA MATEMATYCZNA
im. Zdzisława Matuskiego
LISTOPAD 2013
SZKOŁA PONADGIMNAZJALNA

ZADANIE 1.

Dany jest kwadrat $ABCD$ o boku długości a . Punkt K jest środkiem boku AB , punkt L jest środkiem boku CD . Prosta AL przecina odcinek DK w punkcie M oraz przekątną BD w punkcie S . Oblicz pole trójkąta DMS .

ZADANIE 2.

Wykaż, że liczby 5050505 nie można przedstawić w postaci sumy dwóch liczb pierwszych.

ZADANIE 3.

Rozwiąż układ równań

$$\begin{cases} 2x^2 + y^2 = 2 \\ xy + 2x = -3. \end{cases}$$

ZADANIE 4.

Liczby $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{2013}$ są różnymi elementami zbioru $\{1, 2, 3, \dots, 2013\}$. Czy liczba

$$(a_1 - 1)(a_2 - 2)(a_3 - 3) \dots (a_{2013} - 2013)$$

jest parzysta, czy nieparzysta?

ZADANIE 5.

Funkcja $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ spełnia następujące warunki:

- $f(x + y) = f(x) + f(y)$;
- $f(1) = 1$.

Oblicz $f\left(\frac{1}{4}\right)$.