

LIGA MATEMATYCZNA
im. Zdzisława Matuskiego
GRUDZIEŃ 2018
SZKOŁA PONADPODSTAWOWA

ZADANIE 1.

Dany jest trapez $ABCD$ o polu 15 i podstawach AB oraz CD . Dwusieczna kąta CBA jest prostopadła do ramienia AD i przecina je w takim punkcie E , że $\frac{|AE|}{|ED|} = 2$. Oblicz pola figur ABE i $EBCD$, na które został podzielony trapez.

ZADANIE 2.

Wykaż, że liczba

$$\left[\frac{n+4}{2}\right] + 3n - 2 \cdot (-1)^n$$

jest podzielna przez 7 dla każdej liczby naturalnej n , gdzie $[x]$ oznacza największą liczbę całkowitą nie większą niż x .

ZADANIE 3.

Wyznacz wszystkie liczby pierwsze, które są równocześnie sumami i różnicami dwóch liczb pierwszych.

ZADANIE 4.

Czy istnieje liczba sześciocyfrowa podzielna przez 11 o sumie cyfr równej 11, której dwie ostatnie cyfry tworzą liczbę 11?

ZADANIE 5.

Znajdź wszystkie trójki liczb rzeczywistych (x, y, z) spełniające układ równań

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 33 \\ x + 3y + 5z = 34. \end{cases}$$