

14. Obliczyć pole obszaru opisanego układem nierówności  $\begin{cases} |x-1| - y \leq 0, \\ |x-2| + y \leq 3. \end{cases}$
15. Punkty  $A(2, 1)$  i  $B(8, 3)$  są wierzchołkami trójkąta  $ABC$ . Wyznaczyć współrzędne wierzchołka  $C$ , jeśli środkowe trójkąta  $ABC$  przecinają się w punkcie  $M(4, 5)$ .
16. Obliczyć pole trójkąta wyznaczonego przez punkt  $A(3, 2)$  i tę średnicę okręgu  $x^2 - 2x + y^2 + 4y = 20$ , która jest równoległa do prostej  $4y - 3x = 0$ .
17. Dobrać parametr  $a$  tak, aby funkcja  $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{1+x^2}-1}{x^2} & \text{dla } x \neq 0 \\ 2^a & \text{dla } x = 0 \end{cases}$  była ciągła.
18. Obliczyć  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f'(x)$ , jeśli  $f(x) = \sin(\pi \cos \sqrt{x})$ .
19. Rozwiązać równanie  $\cos 2x + \cos x + 1 = 0$  dla  $x \in \langle 0; 2\pi \rangle$ .
20. Rozwiązać nierówność  $x\sqrt{3-2x} + 1 \leq 0$ .
21. Wyznaczyć liczby  $a$  i  $b$  takie, że  $\frac{1}{(x-1)x} = \frac{a}{x-1} + \frac{b}{x}$  dla  $x \in \mathbb{R} - \{0, 1\}$ . Następnie obliczyć  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{(n-1)n} \right)$ .
22. Rys. 2 przedstawia kratę wymiaru  $4 \times 4$ . Chcemy przejść po odcinkach tej kraty od punktu  $A$  do punktu  $B$  możliwie najkrótszą drogą. Ile jest takich dróg?
23. Zdarzenia losowe  $A$  i  $B$  są niezależne i  $P(A \cap B) = \frac{1}{3}$  oraz  $P(A \cup B) = \frac{9}{10}$ . Obliczyć  $P(A)$ ,  $P(B)$  i  $P(A - B)$ , gdy  $P(A) > P(B)$ .
24. Rzucono raz pięcioma kostkami do gry. Jakie jest prawdopodobieństwo tego, że na wszystkich kostkach wypadła taka sama liczba oczek lub na każdej z nich wypadła inna liczba oczek?
25. Napisać równanie stycznej do wykresu funkcji  $f(x) = x + \sqrt{2-x}$  w jego punkcie przecięcia z osią  $Ox$ .
26. Rozwiązać równanie  $\log_3(3x) + \log_x(3x) = \log_9\left(\frac{1}{3}\right)$ .
27. Rys. 3 przedstawia szkic wykresu wielomianu stopnia trzeciego. Wyznaczyć ten wielomian i wyznaczyć współrzędne punktu  $P$ , w którym ma on minimum lokalne.
28. Dane są punkty  $A(-1, 3, 3)$ ,  $B(0, 1, 5)$  i  $C(3, 5, -1)$ . Wyznaczyć taki punkt  $D$ , że wektor  $\overrightarrow{AD}$  dzieli kąt między wektorami  $\overrightarrow{AB}$  i  $\overrightarrow{AC}$  na połowy i  $|\overrightarrow{AD}| = 1$ .
29. W równoramiennym trójkącie prostokątnym poprowadzono z wierzchołka kąta prostego dwie proste dzielące przeciwprostokątną na trzy odcinki jednakowej długości. Obliczyć cosinus kąta między tymi prostymi.
30. Obliczyć objętość kuli stycznej do wszystkich krawędzi czworościanu foremnego o boku długości  $a$ .

