

LIGA MATEMATYCZNA
PÓŁFINAŁ
18 lutego 2011
GIMNAZJUM

ZADANIE 1.

Dane są liczby 1, 2, 3, 4, 5, 6. Wykonujemy operację polegającą na dodaniu do dwóch spośród nich liczby 1. Na sześciu nowych liczbach wykonujemy tę samą operację. Czy powtarzając wielokrotnie tę czynność możemy uzyskać wszystkie liczby równe?

ZADANIE 2.

W trapezie $ABCD$ odcinki AB i DC są równoległe oraz punkt E jest środkiem boku AD . Pole trójkąta EBC jest równe $16\sqrt{7}$. Oblicz pole trapezu $ABCD$.

ZADANIE 3.

Wykaż, że

$$\left(\sqrt{2011} + 1\right) \left(\frac{1}{\sqrt{1} + \sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{2010} + \sqrt{2011}}\right)$$

jest liczbą całkowitą.

ZADANIE 4.

Panowie Paweł, Andrzej i Jarek uczą matematyki, fizyki i chemii w szkołach w Toruniu, Zakopanem i Warszawie. Wiadomo, że

- Pan Paweł nie pracuje w Toruniu;
- Pan Andrzej nie pracuje w Warszawie;
- Torunianin nie uczy chemii;
- Warszawiak jest nauczycielem matematyki;
- Pan Andrzej nie uczy fizyki.

Jakiego przedmiotu i w którym mieście uczy każdy z nich?

ZADANIE 5.

Czy liczba $10^{11} + 10^{12} + 10^{13} + 10^{14}$ jest podzielna przez 101?