

Rys. 26

3. Ze środka O kreślimy okrąg o promieniu r. Okrag ten przecinajac prosta k, wyznacza wierzchołek A (oraz przechodzi przez B). Podobnie, okrag ten przecinając prostą l, wyznacza wierzchołek C (i równocześnie przechodzi przez D). Na rysunku 26 przedstawiono konstrukcje trapezu dla danych liczbowych zadania, tj. $P = 12 \text{ cm}^2$, h = 3 cm i s = 8 cm.

Odp. Obwód wynosi $s+\frac{16Pr}{\sqrt{16P^2+s^4}}$, a zadanie ma rozwiązanie, gdy $r^2 \geq \frac{P^2}{s^2} + \frac{s^2}{16}$.

Rozwiazanie zadania 21.7

Logarytm jest określony dla liczb dodatnich, więc dziedzinę równania wyznaczają warunki:

$$D: \begin{cases} 1-x > 0 \\ x+4 > 0 \\ x^3 - x^2 - 3x + 5 > 0, \end{cases}$$

czyli $D: (x \in (-4,1)) \land (x^3-x^2-3x+5>0)$. W celu rozwiązania równania wszystkie składniki zapiszemy jako logarytmy o podstawie 4. Dla $x \in D$ jest $\log_2(1-x) = \frac{\log_4(1-x)}{\log_4 2} = 2\log_4(1-x) = \log_4(x-1)^2$ oraz $\frac{1}{2} = \log_4 2$ i równanie przyjmuje postać

$$\log_4(x-1)^2 + \log_4(x+4) = \log_4(x^3 - x^2 - 3x + 5) + \log_4 2.$$
 (3)

Korzystając z własności logarytmu oraz z różnowartościowości funkcji logarytmicznej, widzimy, że równanie (3) jest równoważne (w dziedzinie) równaniu algebraicznemu $(x-1)^2(x+4)=2(x^3-x^2-3x+5)$. Po wykonaniu działań i przeniesieniu wszystkich składników na jedną stronę dostajemy

$$x^3 - 4x^2 + x + 6 = 0. (4)$$