

PRACA KONTROLNA nr 6 - POZIOM PODSTAWOWY

1. Wyznaczyć równanie paraboli, której wykres jest symetryczny względem punktu $(-\frac{3}{2}, \frac{5}{2})$ do wykresu paraboli $y = (x + 2)^2$. Wykazać, że punkty przecięcia i wierzchołki obu parabol są wierzchołkami równoległoboku i obliczyć jego pole.
2. W graniastosłup prawidłowy trójkątny można wpisać kulę. Wyznaczyć stosunek pola powierzchni bocznej do sumy pól obu podstaw oraz cosinus kąta nachylenia przekątnej ściany bocznej do sąsiedniej ściany bocznej.
3. Uzasadnić, że dla $\alpha \in \langle 0, 2\pi \rangle$ równanie

$$2x^2 - 2(2\cos\alpha - 1)x + 2\cos^2\alpha - 5\cos\alpha + 2 = 0$$

nie ma pierwiastków tego samego znaku.

4. Punkty przecięcia prostych $x - y = 0$, $x + y - 4 = 0$, $x - 3y = 0$ są wierzchołkami trójkąta. Obliczyć objętość bryły powstałej z obrotu tego trójkąta dookoła najdłuższego boku.
5. Trzech pracowników ma wykonać pewną pracę. Aby wykonać tę pracę samodzielnie, pierwszy z nich pracowałby o 7 dni dłużej, drugi – o 15 dni dłużej, a trzeci – trzy razy dłużej, niż gdyby pracowali razem. W jakim czasie wykonają tę pracę wspólnie?
6. Wyznaczyć promień kuli stycznej do wszystkich krawędzi czworościanu foremnego o krawędzi a .