

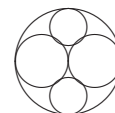
PRACA KONTROLNA nr 4 - POZIOM PODSTAWOWY

1. Dane są funkcje określone wzorami $f(x) = x - 3$ oraz $g(x) = 4 - x$, $x \in R$.
Rozwiązać nierówność

$$|f(2x - 5) + g(x + 1)| \leq |f(\frac{x}{2} - 1) + g(\frac{x}{2} - 4)| - 2|g(\frac{x}{2})|.$$

2. Wartość użytkowa pewnego urządzenia maleje z roku na rok w postępie arytmetycznym. W jakim czasie maszyna będzie całkowicie bezużyteczna, jeżeli po 25 latach pracy jej wartość była trzykrotnie mniejsza, niż jej wartość po 15 latach pracy? Po pewnych udoskonaleniach wydłużono czas użytkowania takiego urządzenia o pięć lat. O ile wolniej będzie teraz spadać jego wartość użytkowa rocznie? Wynik podać w procentach z dokładnością do jednego miejsca po przecinku.

3. W okrąg wpisano cztery okręgi w sposób pokazany na rysunku.
Wyznaczyć stosunek pola rombu, którego wierzchołkami są środki czterech wpisanych okręgów, do pola koła, w które wpisano te okręgi.



4. Wyznaczyć wartość parametru a , dla którego funkcja kwadratowa o równaniu $f(x) = (a - 1)x^2 + (a - 2)x + 1$ osiąga najmniejszą wartość równą 1. Następnie znaleźć równanie prostej przechodzącej przez punkt $A(a, 2a + 1)$ prostopadłej do prostej o równaniu $4y + x + 8 = 0$. Jakie jest wzajemne położenie otrzymanej prostej i wykresu funkcji f ? Wykonać staranny wykres funkcji f oraz obu prostych.
5. Wyznaczyć dziedzinę funkcji danej wzorem

$$f(x) = \frac{x - 1}{\sqrt{1 - \frac{2x}{x-1}}},$$

a następnie rozwiązać równanie $f(x) - f(-x) = 2$.

6. W prawidłowym ostrosłupie trójkątnym ściana boczna ma pole dwa razy większe od pola podstawy. Promień kuli wpisanej w ten ostrosłup ma długość $r = 1$. Obliczyć sumę wszystkich wysokości tego ostrosłupa oraz wyznaczyć tangens kąta nachylenia krawędzi bocznej do płaszczyzny podstawy.