

1. Udowodnij równość:

$$2^{0} + 2^{1} + 2^{2} + \dots + 2^{n-1} = 2^{n} - 1$$

2. Uprość sumę (tzn. przedstaw ją bez trzech kropek):

$$n \cdot 2^{0} + (n-1) \cdot 2^{1} + (n-2) \cdot 2^{2} + \dots + 2 \cdot 2^{n-2} + 1 \cdot 2^{n-1}$$

3. Z wierzchołka C kąta prostego w trójkącie prostokątnym ABC poprowadzono wysokość CD. Udowodnij, że długość wysokości CD jest równa sumie długości promieni okręgów wpisanych w trójkąty ABC, ACD i BCD.