

Praca kontrolna nr 1

- 8.1.** Suma wszystkich wyrazów nieskończonego ciągu geometrycznego wynosi 2040. Jeśli pierwszy wyraz tego ciągu zmniejszymy o 172, a jego iloraz zwiększymy 3-krotnie, to suma wszystkich wyrazów tak otrzymanego ciągu wyniesie 2000. Wyznaczyć iloraz i pierwszy wyraz danego ciągu.
- 8.2.** Obliczyć wszystkie te składniki rozwinięcia dwumianu $(\sqrt{3} + \sqrt[3]{2})^{11}$, które są liczbami całkowitymi.
- 8.3.** Narysować staranny wykres funkcji $f(x) = |x^2 - 2|x| - 3|$ i na jego podstawie podać ekstrema lokalne oraz przedziały monotoniczności tej funkcji.
- 8.4.** Rozwiązać nierówność

$$x + 1 \geq \log_2(4^x - 8).$$

- 8.5.** W ostrosłupie prawidłowym trójkątnym krawędź podstawy ma długość a , a połowa kąta płaskiego przy wierzchołku jest równa kątowi nachylenia ściany bocznej do podstawy. Obliczyć objętość ostrosłupa. Sporządzić odpowiednie rysunki.
- 8.6.** Znaleźć wszystkie wartości parametru p , dla których trójkąt KLM o wierzchołkach $K(1, 1)$, $L(5, 0)$ i $M(p, p - 1)$ jest prostokątny. Rozwiązanie zilustrować rysunkiem.
- 8.7.** Rozwiązać równanie

$$\frac{\sin 5x}{\sin 3x} = \frac{\sin 4x}{\sin 6x}.$$

- 8.8.** Przez punkt P leżący wewnątrz trójkąta ABC poprowadzono proste równoległe do wszystkich boków trójkąta. Pola utworzonych w ten sposób trzech mniejszych trójkątów o wspólnym wierzchołku P wynoszą odpowiednio S_1 , S_2 , S_3 . Obliczyć pole S trójkąta ABC .