

LIGA MATEMATYCZNA
im. Zdzisława Matuskiego
LISTOPAD 2019
SZKOŁA PONADPODSTAWOWA

ZADANIE 1.

Znajdź takie cyfry x, y , aby $(\overline{xy})^2 + \overline{xy} = (\overline{yx})^2 + \overline{yx}$.

ZADANIE 2.

Dany jest 2020-kąt foremny $A_1A_2A_3 \dots A_{2019}A_{2020}$. Punkt P jest dowolnym punktem okręgu o promieniu R opisanego na wielokącie $A_1A_2A_3 \dots A_{2019}A_{2020}$. Oblicz

$$|PA_1|^2 + |PA_2|^2 + \dots + |PA_{2020}|^2.$$

ZADANIE 3.

Czy z odcinków o długościach 2018^{2018} , 2019^{2019} , 2020^{2020} można zbudować trójkąt?

ZADANIE 4.

Zbiór A składa się z 2019 różnych liczb naturalnych. Wykaż, że ze zbioru A można wybrać trzy takie liczby a, b, c , że iloczyn $a(b - c)$ jest podzielny przez 2019.

ZADANIE 5.

W zbiorze liczb rzeczywistych rozwiąż układ równań

$$\begin{cases} xy + x + y = 8 \\ yz + y + z = 8 \\ xz + x + z = 8. \end{cases}$$