



L KORESPONDENCYJNY KURS
Z MATEMATYKI

styczeń 2021 r.

PRACA KONTROLNA nr 5 - POZIOM PODSTAWOWY

1. Jeden z wierzchołków trójkąta równobocznego wpisanego w okrąg $x^2 + y^2 = 2$ znajduje się w punkcie $P(1, 1)$. Wyznacz położenie pozostałych wierzchołków i sporządź odpowiedni rysunek.

2. Zbadaj, dla jakiej wartości parametru $\alpha \in [0, 2\pi]$ liczba 0 jest największą wartością funkcji

$$f(x) = x^2 \cos \alpha + x(1 + \cos 2\alpha) - 1$$

w całej jej dziedzinie.

3. Wyznacz te argumenty funkcji

$$g(x) = 16 \cdot 2^{x^4} \cdot 243^{x^2} - 81 \cdot 3^{x^4} \cdot 32^{x^2},$$

dla których funkcja ta przyjmuje wartości nieujemne.

4. Zakładając, że $x \in [0, 2\pi]$, rozwiąż nierówność trygonometryczną

$$16 \sin^4 \frac{x}{2} - 16 \sin^2 \frac{x}{2} + 3 \geq 0.$$

5. Wyznacz wszystkie punkty wspólne krzywych

$$y = \log_{\sqrt{2}} \sqrt{2x-1} + \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{3x+1} \quad \text{oraz} \quad y = 1 + 2 \log_4(x+1).$$

6. Narysuj wykres funkcji

$$f(x) = \left| 2 - \left| 2 - 2^{|x|} \right| \right|$$

i precyzyjnie opisz zastosowaną metodę jego konstrukcji. Na podstawie rysunku wskaż lokalne ekstrema funkcji oraz określ jej najmniejszą i największą wartość w całej dziedzinie, o ile one istnieją.