

LIGA MATEMATYCZNA
im. Zdzisława Matuskiego
PAŹDZIERNIK 2019
SZKOŁA PONADPODSTAWOWA

ZADANIE 1.

Która z liczb jest większa 7^{31} czy 19^{21} ?

ZADANIE 2.

Niech n będzie dowolną liczbą całkowitą dodatnią. Wewnątrz prostokąta o bokach o długości 1 i 2 znajduje się $8n^2 + 1$ punktów. Wykaż, że istnieje koło o promieniu $\frac{1}{n}$ zawierające co najmniej trzy spośród danych punktów.

ZADANIE 3.

Przez punkt W leżący wewnątrz trójkąta ABC poprowadzono trzy proste równoległe do boków trójkąta. Proste te podzieliły trójkąt na sześć części, z których trzy są trójkątami o polach 1, 4 i 9. Wyznacz pole trójkąta ABC .

ZADANIE 4.

Ile jest liczb trzycyfrowych \overline{xyz} podzielnych przez 3 i takich, że $(\overline{xy})^2 + (\overline{yz})^2 = (\overline{yx})^2 + (\overline{zy})^2$? Symbol \overline{xyz} oznacza liczbę trzycyfrową zapisaną w dziesiętnym systemie pozycyjnym.

ZADANIE 5.

W zbiorze liczb rzeczywistych rozwiąż układ równań

$$\begin{cases} x - y^2 + 2y = 2 \\ y - z^2 + 2z = 2 \\ z - x^2 + 2x = 2. \end{cases}$$