

LIGA MATEMATYCZNA

FINAŁ

26 marca 2010

GIMNAZJUM

ZADANIE 1.

Wykaż, że liczba $2009^{2010} - 2 \cdot 2009^{2009} + 2009^{2008}$ jest podzielna przez 2008.

ZADANIE 2.

Rozwiąż układ równań

$$\begin{cases} x(y+z) = 5 \\ y(x+z) = 10 \\ z(x+y) = 13. \end{cases}$$

ZADANIE 3.

Na zajęcia do Młodzieżowego Centrum Kultury uczęszcza 100 osób: 38 osób na zajęcia teatralne, 49 – na zajęcia muzyczne, 34 – na zajęcia plastyczne, 9 – na teatralne i muzyczne, 8 – na teatralne i plastyczne, 6 – na muzyczne i plastyczne. Ile osób bierze udział we wszystkich trzech rodzajach zajęć?

ZADANIE 4.

Na okręgu zaznaczono sześć punktów. Każdy z odcinków łączących te punkty pomalowano na czerwono lub niebiesko. Wykaż, że otrzymano przynajmniej jeden jednokolorowy trójkąt.

ZADANIE 5.

Przekątne czworokąta wypukłego dzielą go na cztery trójkąty. Pola trzech z nich są równe 1, 2, 3. Znajdź pole czworokąta.