

**LIGA MATEMATYCZNA**  
**im. Zdzisława Matuskiego**  
**PÓŁFINAŁ**  
**11 lutego 2014**  
**GIMNAZJUM**

**ZADANIE 1.**

Wewnątrz kwadratu  $ABCD$  wybrano punkt  $M$  w równej odległości od boku  $CD$  i od wierzchołków  $A$  oraz  $B$ . Jaką część pola kwadratu stanowi pole trójkąta  $ABM$ ?

**ZADANIE 2.**

Czy 2014 orzechów można włożyć do 50 woreczków w taki sposób, aby w każdym było więcej niż 20 orzechów, ale w każdym inna ich liczba? Czy można rozłożyć te orzechy tak, aby w każdym woreczku było co najmniej 10 orzechów i w każdym inna ich liczba?

**ZADANIE 3.**

Spośród trzystu uczniów klas drugich i trzecich gimnazjum 100 wzięło udział w olimpiadzie matematycznej, 80 w fizycznej, 60 w informatycznej, w tym 23 w olimpiadzie matematycznej i fizycznej, 16 w olimpiadzie matematycznej i informatycznej, 14 w olimpiadzie fizycznej i informatycznej, 5 we wszystkich trzech olimpiadach. Ilu uczniów wzięło udział tylko w olimpiadzie matematycznej? Ilu uczniów wzięło udział tylko w jednej olimpiadzie, a ilu dokładnie w dwóch? Ilu uczniów nie wzięło udziału w żadnej olimpiadzie?

**ZADANIE 4.**

Średnia arytmetyczna liczb  $a, b, c$  równa się 12, a średnia arytmetyczna liczb  $2a + 1, 2b, c$  równa się 17. Oblicz średnią arytmetyczną liczb  $a$  i  $b$ .

**ZADANIE 5.**

Wykaż, że dla dowolnych liczb rzeczywistych  $a, b, c$  spełniona jest nierówność

$$a^2 + b^2 + c^2 + 3 \geq 2(a + b + c).$$