

15. Wykazać, że pole dowolnego wypukłego czworokąta jest równe połowie iloczynu jego przekątnych pomnożonego przez sinus kąta między nimi, $S = \frac{1}{2}d_1d_2 \sin \alpha$.
16. Dany jest ciąg arytmetyczny (o różnicy różnej od zera), w którym suma n początkowych wyrazów jest równa połowie sumy następnych n wyrazów. Wyznaczyć iloraz $\frac{S_{3n}}{S_n}$, gdzie S_k oznacza sumę k początkowych wyrazów tego ciągu.
17. Wykazać, że dwie styczne do paraboli $y = x^2$ poprowadzone z dowolnego punktu prostej $y = -\frac{1}{4}$ są do siebie prostopadłe.
18. Dany jest trójkąt równoramienny o ramionach \overline{AC} i \overline{BC} długości 3 cm i podstawie \overline{AB} długości 4 cm. Obliczyć iloczyn skalarny $\overrightarrow{AB} \circ \overrightarrow{BC}$.
19. Miary kątów wewnętrznych trójkąta tworzą ciąg arytmetyczny. Najmniejszy bok jest trzy razy mniejszy od największego boku w tym trójkącie. Obliczyć cosinus najmniejszego kąta.
20. Ze zbioru liczb $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ losujemy dwukrotnie po jednej liczbie bez zwracania. Obliczyć prawdopodobieństwo tego, że druga z wylosowanych liczb będzie większa od pierwszej.
21. Podać definicję asymptoty pionowej i wyznaczyć asymptoty pionowe funkcji $f(x) = \frac{1}{x(2^x - 4)}$.
22. Wyznaczyć najmniejszą i największą wartość funkcji $f(x) = \cos(\frac{\pi}{2} \cdot x) - 3x$ w przedziale $\langle 0; 1 \rangle$.
23. Dla jakiej wartości parametru m okrąg $(x - m)^2 + (y - 1)^2 = 1$ będzie styczny do prostej $3x + 4y + 1 = 0$?
24. Wykazać, że równanie $x = \frac{1}{2} \sin x + a$, gdzie $a > 0$, ma dokładnie jeden pierwiastek w przedziale $\langle 0; a + 1 \rangle$.
25. Z definicji pochodnej obliczyć $f'(3)$, gdy $f(x) = \sqrt{2x + 3}$.
26. Rozwiązać równanie $\binom{x+3}{2} + \binom{x+1}{x-1} = 31$.
27. Długość dłuższej podstawy trapezu równoramiennego jest równa 13 cm, a jego obwód jest równy 28 cm. Wyrazić pole trapezu jako funkcję długości ramienia trapezu. Znaleźć dziedzinę i zbiór wartości tej funkcji.
28. Dla jakich wartości parametru k ciąg (a_n) , gdzie $a_n = \frac{n^k}{2 + 4 + \dots + 2n}$, będzie rozbieżny do $+\infty$?
29. Dana jest funkcja $f(x) = \cos^2 3x + \frac{3}{2}x - \log 5$. Rozwiązać równanie $f'(\frac{1}{3}x) = 0$.
30. Dane są liczby $A = \frac{5678901234}{6789012345}$ i $B = \frac{5678901235}{6789012346}$. Która z nich jest większa? Swoją odpowiedź uzasadnić.