

PRACA KONTROLNA nr 3 - POZIOM ROZSZERZONY

1. Pan Kowalski umieścił swoje oszczędności na dwu różnych lokatach. Pieniądze, otrzymane jako honorarium za podręcznik, złożył na lokacie oprocentowanej w wysokości 7% w skali roku, a wynagrodzenie za cykl wykładów - na lokacie 9%. Po roku jego dochód był o 30 złotych, a po dwu latach - o 70 złotych wyższy od dochodu, który uzyskałby składając całą sumę na lokacie 8%. Ile pieniędzy otrzymał pan Kowalski za podręcznik, a ile za wykłady?
2. Czy liczby $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, 2 mogą być wyrazami (niekoniecznie kolejnymi) ciągu arytmetycznego? Odpowiedź uzasadnić.
3. Niech $f(x)=2^x$, $g(x)=2-x$, $h(x)=|x|$. Narysować wykresy funkcji złożonych $f \circ g \circ h$ oraz $g \circ f \circ h$ i rozwiązać nierówność $(f \circ g \circ h)(x) < 6 + (g \circ f \circ h)(x)$.
4. Dane są punkty $A(1, 2)$, $B(3, 1)$. Wyznaczyć równanie zbioru wszystkich punktów C takich, że kąt BCA ma miarę 45° .
5. Liczby: $a_1 = \log_{(3-2\sqrt{2})^2}(\sqrt{2}-1)$, $a_2 = \frac{1}{2} \log_{\frac{1}{3}} \frac{\sqrt{3}}{6}$, $a_3 = 3^{\log_{\sqrt{3}} \frac{\sqrt{6}}{2}}$, $a_4 = \log_{(\sqrt{2}-1)}(\sqrt{2}+1)$, $a_5 = (2^{\sqrt{2}+1})^{\sqrt{2}-1}$, $a_6 = \log_3 2$ są jedynymi pierwiastkami wielomianu $W(x)$, którego wyraz wolny jest dodatni.
 - a) Które z tych pierwiastków są niewymierne? Odpowiedź uzasadnić.
 - b) Wyznaczyć dziedzinę funkcji $f(x) = \sqrt{W(x)}$, nie wykonując obliczeń przybliżonych.
6. Niech $f(x) = 3(x+2)^4 + x^2 + 4x + p$, gdzie p jest parametrem rzeczywistym.
 - a) Uzasadnić, że wykres funkcji $f(x)$ jest symetryczny względem prostej $x = -2$.
 - b) Dla jakiego parametru p najmniejszą wartością funkcji $f(x)$ jest $y = -2$?
Odpowiedź uzasadnić, nie stosując metod rachunku różniczkowego.
 - c) Określić liczbę rozwiązań równania $f(x) = 0$ w zależności od parametru p .