

PRACA KONTROLNA nr 3 - POZIOM ROZSZERZONY

1. Czy wieża zbudowana z sześciennych klocków o objętościach 1, 3, 9, 27, zmieści się na półce o wysokości $\frac{15}{2}$? Odpowiedź uzasadnić nie stosując obliczeń przybliżonych.

2. Rozwiązać równanie

$$\cos 2x = (\sqrt{3} - 1) \sin x (\cos x + \sin x).$$

3. Sporządzić staranny wykres funkcji $f(x) = |2^{-|x|+1} - 1| - \frac{1}{2}$. Opisać sposób postępowania. Rozwiązać nierówność $f(x) > 0$.

4. Rozwiązać nierówność

$$\log_2 x + \log_2^3 x + \log_2^5 x + \dots < \frac{20}{9}.$$

5. Pod jakim kątem przecinają się okręgi o równaniach $(x-6)^2 + y^2 = 9$, $x^2 + (y+4)^2 = 25$ (kątem między dwoma okręgami nazywamy kąt między stycznymi w punkcie przecięcia)? Znaleźć równanie okręgu, którego środek leży na prostej $2x - y = 0$, i który przecina każdy z danych okręgów pod kątem prostym.

6. Boisko do gry w football amerykański ma kształt prostokąta o długości a i szerokości $b < a$. Na środku krótszych boków stoją bramki o szerokości $d < b$. Z którego miejsca linii bocznej boiska (czyli dłuższego boku prostokąta) widać bramkę pod największym możliwym kątem? Wyrazić odpowiedź za pomocą wzoru zawierającego symbole a, b, d , a następnie wykonać obliczenia dla wartości $a = 110m$, $b = 49m$, $d = 5m$.

Rozwiązania (rękopis) zadań z wybranego poziomu prosimy nadsyłać do **18 listopada 2016r.** na adres:

Wydział Matematyki
Politechnika Wrocławska
Wybrzeże Wyspiańskiego 27
50-370 WROCŁAW.

Na kopercie prosimy **koniecznie** zaznaczyć **wybrany poziom!** (np. **poziom podstawowy lub rozszerzony**). Do rozwiązań należy dołączyć zaadresowaną do siebie kopertę zwrotną z naklejonym znaczkiem, odpowiednim do wagi listu. Prace niespełniające podanych warunków nie będą poprawiane ani odsyłane.

Adres internetowy Kursu: <http://www.im.pwr.wroc.pl/kurs>