

Praca kontrolna nr 4

18.1. Obliczyć granicę ciągu o wyrazie ogólnym

$$a_n = \frac{2^n + 2^{n+1} + \dots + 2^{2n}}{2^2 + 2^4 + \dots + 2^{2n}}.$$

18.2. Wyznaczyć równanie prostej prostopadłej do prostej o równaniu $2x + 3y + 3 = 0$ i leżącej w równej odległości od dwóch danych punktów $A(-1, 1)$ i $B(3, 3)$. Sporządzić rysunek.

18.3. Tworząca stożka ma długość l i widać ją ze środka kuli wpisanej w ten stożek pod kątem α . Obliczyć objętość i kąt rozwarcia stożka. Określić dziedzinę kąta α .

18.4. Bolek kupił jeden długopis i k zeszytów, zapłacił k zł i 50 gr, a Lolek kupił k długopisów i 4 zeszyty, i zapłacił $2,5k$ zł. Wyznaczyć cenę długopisu i zeszytu w zależności od parametru k . Znaleźć wszystkie możliwe wartości tych cen wiedząc, że zeszyt kosztuje nie mniej niż 50 gr, długopis jest droższy od zeszytu, a ceny obydwu artykułów wyrażają się w pełnych złotych i dziesiątkach groszy.

18.5. Rozwiązać nierówność $\operatorname{tg}^3 x \geq \sin 2x$.

18.6. Żarówki są sprzedawane w opakowaniach po 6 sztuk. Prawdopodobieństwo, że pojedyncza żarówka jest dobra wynosi $\frac{2}{3}$. Jakie jest prawdopodobieństwo tego, że w jednym opakowaniu znajdują się co najmniej 4 dobre żarówki. O ile zwiększy się prawdopodobieństwo tego zdarzenia, jeśli jedna, wylosowana z opakowania żarówka, okazała się dobra.

18.7. Prosta styczna w punkcie P do okręgu o promieniu 2 i półprosta wychodząca ze środka okręgu mająca z okręgiem punkt wspólny S przecinają się w punkcie A pod kątem 60° . Znaleźć promień okręgu stycznego do odcinków AP , AS i łuku PS . Sporządzić rysunek.

18.8. W ostrosłupie prawidłowym, którego podstawą jest kwadrat, pole każdej z pięciu ścian wynosi 1. Ostrosłup ten ścięto płaszczyzną równoległą do podstawy tak, aby uzyskać maksymalny stosunek objętości do pola powierzchni całkowitej. Obliczyć pole powierzchni całkowitej otrzymanego ostrosłupa ściętego. Sporządzić rysunek.