

Tematy I części egzaminu z matematyki
dla kandydatów ubiegających się o przyjęcie na I rok studiów dziennych.
Kandydat wybierał 3 dowolne zadania. Rozwiązania wybranych zadań oceniane
były w skali 0–10 punktów. Egzamin trwał 120 minut.

1. Rozwiązać układ nierówności

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} > x \\ 2 + \log_{0,5}(-x) > 0 \end{cases}.$$

2. Dla jakich a równanie

$$\cos^4 x + (a+2)\sin^2 x - (2a+5) = 0$$

ma rozwiązanie?

3. Wykazać, że pole trójkąta ograniczonego osiami układu współrzędnych i dowolną styczną do hiperboli $y = \frac{a^2}{x}$ jest równe $2a^2$.
4. Wysokość stożka jest x razy większa od promienia jego podstawy. Wyrazić stosunek promieni kul opisanej i wpisanej w ten stożek jako funkcję $f(x)$ oraz obliczyć granicę $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$.
5. Dane są zbiory

$$A = \{1, 2, 3, \dots, 222\} \quad \text{ i } \quad B = \{1, 2, 3, \dots, 444\}.$$

Losowo wybieramy zbiór, a z niego liczbę x . Obliczyć prawdopodobieństwo tego, że liczba $x^2 + 1$ dzieli się przez 10.