

Praca kontrolna nr 6

- 34.1.** W koło o polu $\frac{5}{4}\pi$ wpisano trójkąt prostokątny o polu 1. Obliczyć obwód tego trójkąta.
- 34.2.** Sprowadzić do najprostszej postaci wyrażenie

$$2(\sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha) - 7(\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha) + \cos 4\alpha.$$
- 34.3.** Wyznaczyć trójmian kwadratowy, którego wykresem jest parabola styczna do prostej $y = x + 2$, przechodząca przez punkt $P(-2, -2)$ oraz symetryczna względem prostej $x = 1$. Sporządzić rysunek.
- 34.4.** W trapezie $ABCD$, w którym $AB \parallel CD$, dane są $\vec{AC} = [4, 7]$ oraz $\vec{BD} = [-6, 2]$. Za pomocą rachunku wektorowego wyznaczyć wektory \vec{AB} i \vec{CD} , jeśli wiadomo, że $\vec{AD} \perp \vec{BD}$.
- 34.5.** Jaś ma w portmonetce 3 monety jednozłotowe, 2 monety dwuzłotowe i jedną pięciozłotową. Kupując zeszyt w cenie 4 zł, wyciąga losowo z portmonetki po jednej monecie tak długo, aż uzbiera się suma wystarczająca na kupno zeszytu. Obliczyć prawdopodobieństwo, że Jaś wyciągnie co najmniej trzy monety. Podać odpowiednie uzasadnienie (nie jest nim tzw. drzewko).
- 34.6.** Narysować na płaszczyźnie zbiór punktów określony następująco

$$\mathcal{F} = \{(x, y) : \sqrt{4x - x^2} \leq y \leq 4 - \sqrt{1 - 2x + x^2}\}.$$

W jakiej odległości od brzegu figury \mathcal{F} znajduje się punkt $P\left(\frac{3}{2}, \frac{5}{2}\right)$?

- 34.7.** Dana jest funkcja $f(x) = \log_2(1 - x^2) - \log_2(x^2 - x)$. Bez stosowania metod rachunku różniczkowego wykazać, że f jest rosnąca w swojej dziedzinie oraz, że $g(x) = f\left(x - \frac{1}{2}\right)$ jest nieparzysta. Wyznaczyć funkcję odwrotną f^{-1} , jej dziedzinę i zbiór wartości.
- 34.8.** Pole powierzchni bocznej ostrosłupa prawidłowego czworokątnego wynosi c^2 , a kąt nachylenia ściany bocznej do podstawy ma miarę α . Ostrosłup przecięto na dwie części płaszczyzną przechodzącą przez jeden z wierzchołków podstawy i prostopadłą do przeciwległej krawędzi bocznej. Obliczyć objętość części zawierającej wierzchołek ostrosłupa. Podać warunek rozwiązalności zadania.