

PRACA KONTROLNA nr 6 - POZIOM ROZSZERZONY

1. Sporządzić staranny wykres funkcji $f(x) = \left| 2^{\frac{3-|x|}{2}} - 1 \right|$. Opisać i uzasadnić sposób postępowania.

2. Rozwiązać nierówność

$$\frac{\sqrt{x^2 - 1}}{x} \leq \frac{\sqrt{6x + 36}}{8}.$$

3. Punkty K, L, M dzielą odpowiednio boki AB, BC, CA trójkąta w stosunku $1 : 3$ oraz $\overrightarrow{AB} = [11, 2], \overrightarrow{AC} = [2, 4]$. Posługując się rachunkiem wektorowym, obliczyć cosinus kąta $\angle MKL$.

4. Wyznaczyć wszystkie wartości parametru całkowitego m , dla których para liczb (x, y) spełniają układ równań

$$\begin{cases} 2x + y = 4 \\ 4x + 3y = m \end{cases}$$

jest rozwiązaniem nierówności $x - \sqrt{8}y \leq 4$ oraz $x \log_3 2 + y \log_3 5 \leq x \log_3 7$.

5. Podstawą ostrosłupa czworokątnego jest prostokąt o przekątnej długości d , a wszystkie krawędzie boczne mają tę samą długość. Większa ściana boczna jest nachylona do podstawy pod kątem α , a mniejsza pod kątem β . Obliczyć objętość i pole powierzchni bocznej ostrosłupa.

6. Dany jest układ równań

$$\begin{cases} x - 3|y + 1| = 0 \\ (x - p)^2 + y^2 = 5, \end{cases}$$

gdzie p jest parametrem rzeczywistym.

- a) Rozwiązać algebraicznie powyższy układ dla $p = 2$ i podać jego interpretację geometryczną. Sporządzić rysunek.
- b) Korzystając z rysunku i odpowiednich rozważań geometrycznych, określić liczbę rozwiązań danego układu w zależności od parametru p .