

**PRACA KONTROLNA nr 4 - POZIOM PODSTAWOWY**

1. Rozwiązać równanie  $\frac{1}{\cos x} + \operatorname{tg} x - \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = 0$  dla  $x \in [-2\pi, 2\pi]$ .
2. Na płaszczyźnie dane są cztery punkty:  $A(1, -1)$ ,  $B(5, 7)$ ,  $C(4, -4)$ ,  $D(2, 4)$ . Obliczyć odległość punktu przecięcia prostych  $AB$  i  $CD$  od symetralnej odcinka  $BC$ . Sporządzić rysunek.
3. Rozwiązać układ równań

$$\begin{cases} y + x^2 = 4 \\ 4x^2 - y^2 + 2y = 1 \end{cases}$$

Podać interpretację geometryczną tego układu i wykazać, że cztery punkty, które są jego rozwiązaniem, wyznaczają na płaszczyźnie trapez równoramienny. Znaleźć równanie okręgu opisanego na tym trapezie.

4. W ostrosłupie prawidłowym trójkątnym długość krawędzi podstawy jest równa  $a$ . Kąt między krawędzią podstawy, a krawędzią boczną jest równy  $\frac{\pi}{4}$ . Obliczyć pole przekroju ostrosłupa płaszczyzną przechodzącą przez krawędź podstawy i środek przeciwległej krawędzi bocznej. Sporządzić staranny rysunek.
5. Dane są dwa okręgi:  $K_1$  o środku w punkcie  $(0, 0)$  i promieniu 5 i  $K_2$  o równaniu  $x^2 + 6x + y^2 - 12y + 5 = 0$ . Obliczyć pole czworokąta wyznaczonego przez środki okręgów oraz punkty, w których te okręgi się przecinają. Sporządzić staranny rysunek.
6. Podstawą graniastosłupa jest równoległobok o bokach długości  $a$  i  $2a$  oraz kącie ostrym  $\frac{\pi}{3}$ . Krótsza przekątna graniastosłupa tworzy w płaszczyznę podstawy kąt  $\frac{\pi}{6}$ . Obliczyć długość dłuższej przekątnej oraz pole powierzchni całkowitej tego graniastosłupa.