

PRACA KONTROLNA nr 5 - POZIOM PODSTAWOWY

1. Rozwiąż nierówność

$$\frac{\sqrt{30+x-x^2}}{x} < \frac{\sqrt{10}}{5}.$$

2. Z ilu domin składa się komplet klocków do gry w domino, zawierający po jednym dominie dla każdej kombinacji oczek od 0 do 6? A jaka jest odpowiedź dla kombinacji oczek od 0 do n ?
3. W prostokątnym układzie współrzędnych narysuj zbiór $A \cap B$, jeżeli:

$$A = \{(x, y) : x \in \mathbb{R}, y \in \mathbb{R}, y = x + b, b \in [-2, 2]\},$$

$$B = \left\{ (x, y) : x \in \mathbb{R}, y \in \mathbb{R}, y = ax, a \in \left[-3, -\frac{1}{3}\right] \right\}.$$

Zbadaj, czy punkt $\left(1, -\frac{1}{2}\right)$ należy do zbioru $A \cap B$.

4. Spośród trapezów równoramiennych o danym obwodzie p i danym kącie α przy podstawie wyznacz trapez o największym polu.
5. Dane są trzy kolejne wierzchołki prostokąta $ABCD$: $A(-5, -3)$, $B(-2, 0)$, $C(-7, 5)$. Napisz równanie okręgu opisanego na tym prostokącie oraz równanie prostej stycznej do tego okręgu w punkcie D .
6. Kwadrat $ABCD$ jest podstawą prostopadłościanu $ABCDEFGH$. Środek M krawędzi AB łączymy z wierzchołkiem G otrzymując odcinek długości d nachylony do ściany $DCGH$ pod kątem α . Oblicz pole powierzchni bocznej tego prostopadłościanu.

PRACA KONTROLNA nr 5 - POZIOM ROZSZERZONY

1. Para (x, y) jest rozwiązaniem układu:

$$\begin{cases} x - y = -1 - m \\ 2x - y = 2m. \end{cases}$$

Dla jakich wartości m punkt $P(x, y)$ należy do wnętrza koła o promieniu długości $r = \sqrt{5}$ i środka w początku układu współrzędnych?

2. Na ile sposobów można ustawić 5 książek na trzech półkach, jeśli ważna jest kolejność ustawienia książek oraz to, na której półce stoją?
3. Wyznacz zbiór środków wszystkich cięciw okręgu o równaniu $x^2 + y^2 = 16$, które przechodzą przez punkt $(0, 4)$. Wykonaj staranny rysunek.
4. Wykres funkcji $f(x) = x^3 - 3x^2 + bx + c$ przechodzi przez punkt $A(2, 5)$. Współczynnik kierunkowy stycznej do wykresu funkcji w punkcie A jest rozwiązaniem równania

$$\left(\frac{4}{9}\right)^{x+1} = \left(\frac{81}{16}\right)^{x+13}.$$

Wyznacz najmniejszą i największą wartość funkcji w przedziale $[-2, 2]$.

5. Obwód trójkąta równoramiennego jest równy a . Przy jakich długościach boków pole trójkąta jest największe? Podaj największą wartość pola trójkąta dla $a = 3 + 2\sqrt{3}$.
6. W kole o środku O poprowadzono dwie prostopadłe średnice \overline{AB} i \overline{CD} oraz cięciwę \overline{AM} przecinającą średnicę \overline{CD} w punkcie K . Dla jakiego kąta między średnicą \overline{AB} a cięciwą \overline{AM} w czworokąt $OBMK$ można wpisać okrąg?

Rozwiązania (rękopis) zadań z wybranego poziomu prosimy nadsyłać do **20.01.2023r.** na adres:

Wydział Matematyki
Politechnika Wrocławska
Wybrzeże Wyspiańskiego 27
50-370 WROCŁAW,

lub **elektronicznie**, za pośrednictwem portalu talent.pwr.edu.pl

Na kopercie prosimy **koniecznie** zaznaczyć **wybrany poziom!** (np. **poziom podstawowy lub rozszerzony**). Do rozwiązań należy dołączyć zaadresowaną do siebie kopertę zwrotną z naklejonym znaczkiem, odpowiednim do formatu listu. Prace niespełniające podanych warunków nie będą poprawiane ani odsyłane.

Uwaga. Wysyłając nam rozwiązania zadań uczestnik Kursu udostępnia Politechnice Wrocławskiej swoje **dane osobowe**, które przetwarzamy **wyłącznie** w zakresie niezbędnym do jego prowadzenia (odesłanie zadań, prowadzenie statystyki). Szczegółowe informacje o przetwarzaniu przez nas danych osobowych są dostępne na stronie internetowej Kursu.

Adres internetowy Kursu: <http://www.im.pwr.edu.pl/kurs>