LIGA MATEMATYCZNA im. Zdzisława Matuskiego PAŹDZIERNIK 2012 SZKOŁA PONADGIMNAZJALNA

ZADANIE 1.

Wyznacz wszystkie funkcje $f \colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ spełniające warunek $2f(x) + f(1-x) = x^2$ dla każdej liczby rzeczywistej x.

ZADANIE 2.

Każdy punkt płaszczyzny pokolorowano jednym z dwóch kolorów. Wykaż, że istnieją dwa punkty tego samego koloru odległe od siebie o 1.

ZADANIE 3.

Podziel kwadrat o boku długości 6 na osiem trójkątów o polach równych odpowiednio 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8.

ZADANIE 4.

W trójkąt prostokątny o przyprostokątnych a, b, wpisano kwadrat, którego wszystkie wierzchołki należą do boków trójkąta. Oblicz pole tego kwadratu.

ZADANIE 5.

Wyznacz wszystkie trójki liczb pierwszych p, q, r, które spełniają warunek $\frac{pqr}{p+q+r}=11.$