

PRACA KONTROLNA nr 6 - POZIOM ROZSZERZONY

1. Dla jakich wartości parametru $\alpha \in [0, 2\pi]$ istnieje dodatnie maksimum funkcji

$$f(x) = (2 \cos \alpha - 1)x^2 - 2x + \cos \alpha ?$$

2. Granicą ciągu o wyrazie ogólnym $a_n = \frac{\sqrt{n^4 + an^3 + bn} - n^2}{\sqrt{n^2 + 1}}$ jest większy z pierwiastków równania $4x^{\log x} + 10x^{-\log x} = 41$. Wyznaczyć parametry a i b .
3. Wyznaczyć równanie krzywej utworzonej przez punkty, których odległość od osi Ox jest taka sama, jak odległość od półokręgu o równaniu $y = \sqrt{2x - x^2}$. Sporządzić rysunek.
4. W stożku ściętym przekątne przekroju osiowego przecinają się pod kątem prostym, a tworząca o długości l nachylona jest do płaszczyzny podstawy dolnej pod kątem α . Obliczyć pole powierzchni bocznej tego stożka ściętego oraz pole powierzchni opisanej na nim kuli.
5. W trójkącie $\triangle ABC$ dane są podstawa $|AB| = a$, kąt ostry przy podstawie $\angle CAB = 2\alpha$ i dwusieczna tego kąta $|AD| = d$. Obliczyć pole koła opisanego na tym trójkącie. Podać warunek istnienia rozwiązania.
6. Zbadać przebieg zmienności funkcji określonej wzorem

$$f(x) = \sqrt{x+1} + 1 + \frac{1}{\sqrt{x+1}} + \dots,$$

gdzie prawa strona jest sumą wyrazów nieskończonego ciągu geometrycznego. Narysować jej staranny wykres.