

PRACA KONTROLNA nr 4 - POZIOM ROZSZERZONY

1. Dla jakich kątów α z przedziału $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ równanie $x^2 \sin \alpha + x + \cos \alpha = 0$ ma dwa różne pierwiastki rzeczywiste? Czy iloczyn pierwiastków równania może być równy $\sqrt{3}$? Wyznaczyć wszystkie kąty α , dla których suma pierwiastków jest większa od -2 .
2. Przekrój ostrosłupa prawidłowego czworokątnego płaszczyzną przechodzącą przez przekątną podstawy i wierzchołek ostrosłupa jest trójkątem równobocznym. Wyznaczyć stosunek promienia kuli wpisanej w ostrosłup do promienia kuli opisanej na ostrosłupie.
3. Narysować wykres funkcji $f(x) = \frac{\sin 2x - |\sin x|}{\sin x}$. W przedziale $[0, 2\pi]$ rozwiązać nierówność $f(x) < 2(\sqrt{2} - 1) \cos^2 x$.
4. Czworokąt wypukły $ABCD$, w którym $AB = 1, BC = 2, CD = 4, DA = 3$ jest wpisany w okrąg. Obliczyć promień R tego okręgu. Sprawdzić, czy w ten czworokąt można wpisać okrąg. Jeżeli tak, to obliczyć jego promień.
5. W kole K o promieniu 4 cm narysowano 6 kół o promieniu 2 cm przechodzących przez środek koła K i stycznych do niego tak, aby środki tych sześciu kół były wierzchołkami sześciokąta foremnego. Obliczyć pole i obwód figury, która jest sumą tych sześciu kół.
6. Stosunek pola powierzchni bocznej stożka ściętego do pola powierzchni wpisanej w ten stożek kuli wyrazić jako funkcję kąta nachylenia tworzącej stożka do podstawy.