

## PRACA KONTROLNA nr 6 - POZIOM ROZSZERZONY

1. Jakie jest prawdopodobieństwo, że w sześciu rzutach standardową kostką do gry wypadną wszystkie możliwe liczby oczek?
2. Dla jakich wartości parametru  $p$  równanie

$$x^2 - (2^p - 1)x - 3(4^{p-1} - 2^{p-2}) = 0$$

ma dwa pierwiastki rzeczywiste różnych znaków?

3. Z pierwszej urny zawierającej  $n$  kul białych i cztery czarne losujemy dwie kule i wrzucamy je do drugiej urny, początkowo pustej. Z tej drugiej losujemy wtedy jedną kulę.
  - a) Dla jakich wartości  $n$  prawdopodobieństwo wyciągnięcia białej kuli z drugiej urny jest większe od  $3/4$ ?
  - b) Przyjmując  $n = 6$  oblicz prawdopodobieństwo, że z pierwszej urny wylosowano dwie białe kule, jeśli wiadomo, że z drugiej urny wylosowano białą kulę.
4. W urnie jest 15 kul ponumerowanych liczbami od 1 do 15. Wyciągamy z niej kolejno pięć kul bez zwracania. Obliczyć prawdopodobieństwo, że numer na drugiej kuli jest liczbą podzielną przez trzy i jednocześnie numer na piątej kuli jest liczbą podzielną przez pięć.
5. Znajdź dziedzinę oraz wartości największą i najmniejszą (jeśli istnieją) funkcji

$$f(x) = \frac{2 - x^2}{x^2} + (2 - x^2) + (2x^2 - x^4) + \dots,$$

która jest sumą szeregu geometrycznego.

6. W urnie jest 99 kul białych i jedna czarna. Agnieszka i Jacek losują z tej urny na przemian po jednej kuli bez zwracania. Wygrywa ten, kto wylosuje czarną kulę. Pierwszą kulę wyciąga Agnieszka. Jakie jest prawdopodobieństwo, że to ona wygra?

---

Rozwiązania (rękopis) zadań z wybranego poziomu prosimy nadsyłać do **20.02.2023r.** na adres:

Wydział Matematyki  
Politechnika Wrocławska  
Wybrzeże Wyspiańskiego 27  
50-370 WROCŁAW,

lub **elektronicznie**, za pośrednictwem portalu [talent.pwr.edu.pl](http://talent.pwr.edu.pl)

Na kopercie prosimy **koniecznie** zaznaczyć **wybrany poziom!** (np. **poziom podstawowy lub rozszerzony**). Do rozwiązań należy dołączyć zaadresowaną do siebie kopertę zwrotną z naklejonym znaczkiem, odpowiednim do formatu listu. Prace niespełniające podanych warunków nie będą poprawiane ani odsyłane.

**Uwaga.** Wysyłając nam rozwiązania zadań uczestnik Kursu udostępnia Politechnice Wrocławskiej swoje **dane osobowe**, które przetwarzamy **wyłącznie** w zakresie niezbędnym do jego prowadzenia (odesłanie zadań, prowadzenie statystyki). Szczegółowe informacje o przetwarzaniu przez nas danych osobowych są dostępne na stronie internetowej Kursu.

Adres internetowy Kursu: <http://www.im.pwr.edu.pl/kurs>