

## PRACA KONTROLNA nr 2 - POZIOM ROZSZERZONY

1. Uzasadnij, że ciąg  $(a_n)$ , którego  $n$ -ty wyraz dany jest wzorem

$$a_n = \frac{1}{2^1 + 3^1} + \frac{1}{2^2 + 3^2} + \frac{1}{2^3 + 3^3} + \cdots + \frac{1}{2^n + 3^n},$$

jest ograniczony.

2. Wyznacz dziedzinę  $D_f$  funkcji

$$f(x) = \log_{10+3x-x^2} \left( 8 - \frac{7}{1-x} \right).$$

3. Niech  $c > 0$ . Zbadaj monotoniczność oraz oblicz sumę wszystkich wyrazów nieskończonego ciągu  $(a_n)$ , gdzie

$$a_n = \log_{3^{3^n}} c \quad \text{dla każdego } n \geq 1.$$

Ustal, dla jakiej wartości parametru  $c$  suma ta jest nie mniejsza od liczby  $\log_9(c^2 - 2)$ .

4. Rozwiąż nierówność

$$\sqrt{\log_{\sqrt{x}}(x+2)} > \frac{1}{\log_{\sqrt{x+2}} \sqrt{x}}.$$

5. Określ ilość rozwiązań równania

$$\left| 2^{x-1} - 1 \right| = m \cdot 2^{x+1}$$

w zależności od wartości parametru  $m$ .

6. Opisz metodę konstrukcji i starannie narysuj wykres funkcji

$$f(x) = 2 + \log_2 \frac{1}{2-x}.$$

Następnie narysuj obraz tej krzywej w symetrii względem prostej  $x = y$ . Wyprowadź wzór funkcji, której wykresem jest powstała w ten sposób krzywa.

---

Rozwiązania (rękopis) zadań z wybranego poziomu prosimy nadsyłać do **20.10.2022r.** na adres:

Wydział Matematyki  
Politechnika Wrocławska  
Wybrzeże Wyspiańskiego 27  
50-370 WROCŁAW,

lub **elektronicznie**, za pośrednictwem portalu [talent.pwr.edu.pl](http://talent.pwr.edu.pl)

Na kopercie prosimy **koniecznie** zaznaczyć **wybrany poziom! (np. poziom podstawowy lub rozszerzony)**. Do rozwiązań należy dołączyć zaadresowaną do siebie kopertę zwrotną z naklejonym znaczkiem, odpowiednim do formatu listu. Prace niespełniające podanych warunków nie będą poprawiane ani odsyłane.

**Uwaga.** Wysyłając nam rozwiązania zadań uczestnik Kursu udostępnia Politechnice Wrocławskiej swoje **dane osobowe**, które przetwarzamy **wyłącznie** w zakresie niezbędnym do jego prowadzenia (odesłanie zadań, prowadzenie statystyki). Szczegółowe informacje o przetwarzaniu przez nas danych osobowych są dostępne na stronie internetowej Kursu.

Adres internetowy Kursu: <http://www.im.pwr.edu.pl/kurs>