

PRACA KONTROLNA nr 4 - POZIOM PODSTAWOWY

1. Wyznaczyć wszystkie kąty α z przedziału $[0, 2\pi]$, dla których suma kwadratów pierwiastków rzeczywistych równania $x^2 + 2x \sin \alpha - \cos^2 \alpha = 0$ jest równa co najwyżej 3.
2. Uzasadnić, że suma średnic okręgu opisanego na trójkącie prostokątnym i okręgu wpisanego w ten trójkąt jest równa sumie długości przyprostokątnych. Znaleźć długości boków trójkąta, jeżeli promienie tych okręgów są równe $R = 5$ i $r = 2$.
3. Narysować wykres funkcji $f(x) = \cos^2 x + |\sin x| \sin x$ w przedziale $[-2\pi, 2\pi]$.
 - a) Podać zbiór wartości i miejsca zerowe.
 - b) Wyznaczyć przedziały monotoniczności.
 - c) Rozwiązać nierówność $|f(x)| \geq \frac{1}{2}$.
4. W kwadracie o boku długości a narysowano cztery półkola, których średnicami są boki kwadratu. Półkola przecinają się parami tworząc czterolistną rozetę. Obliczyć pole i obwód rozety.
5. Dach wieży kościoła ma kształt ostrosłupa, którego podstawą jest sześciokąt foremny o boku 4 m a największy z przekrojów płaszczyzną zawierającą wysokość jest trójkątem równobocznym. Obliczyć kubaturę dachu wieży kościoła. Ile 2-litrowych puszek farby antykorozyjnej trzeba kupić do pomalowania blachy, którą pokryty jest dach, jeżeli wiadomo, że 1 litr farby wystarcza do pomalowania 6 m² blachy i trzeba uwzględnić 8% farby na ewentualne straty.
6. Promień kuli opisanej na ostrosłupie prawidłowym czworokątnym wynosi R . Prostopadła wyprowadzona ze środka kuli do ściany bocznej ostrosłupa tworzy z wysokością ostrosłupa kąt α . Wyznaczyć wysokość ostrosłupa.