

PRACA KONTROLNA nr 8 - POZIOM PODSTAWOWY

1. Uprościć wyrażenie

$$a(x) = \left(\frac{x+1}{x-2} - \frac{x^3+8}{x^3-8} \cdot \frac{x^2+2x+4}{x^2-4} \right) : \frac{1}{x-2}$$

i rozwiązać nierówność $|a(x)| < 1$.

2. Trzech robotników ma wykonać pewną pracę. Wiadomo, że pierwszy i drugi robotnik, pracując razem, wykonaliby całą pracę w czasie n dni, drugi i trzeci – w czasie m dni, a pierwszy i trzeci – w czasie k dni. Ile dni potrzebuje każdy z robotników na samodzielne wykonanie całej pracy?
3. Dla jakich $\alpha \in [0, 2\pi)$ równanie kwadratowe $\cos \alpha \cdot x^2 - 2x + 2 \cos \alpha - 1 = 0$ ma dwa różne pierwiastki?
4. Wierzchołkami czworokąta są punkty, których współrzędne spełniają układ równań

$$\begin{cases} xy + x - y = 1, \\ x^2 - xy + y^2 = 1. \end{cases}$$

Obliczyć pole czworokąta oraz wyznaczyć równanie okręgu na nim opisanego.

5. Pole powierzchni bocznej ostrosłupa prawidłowego czworokątnego jest 2 razy większe niż pole podstawy. Wyznaczyć cosinusy kątów dwuściennych przy krawędzi podstawy oraz krawędzi bocznej. Sporządzić staranny rysunek.
6. Dany jest stożek ścięty, w którym pole dolnej podstawy jest 4 razy większe od pola górnej. W stożek wpisano walec tak, że dolna podstawa walca leży na dolnej podstawie stożka, a brzeg górnej podstawy walca leży na powierzchni bocznej stożka. Jaką część objętości stożka ściętego stanowi objętość walca, jeżeli wysokość walca jest 3 razy mniejsza od wysokości stożka? Odpowiedź podać w procentach z dokładnością do jednego promila. Sporządzić staranny rysunek przekroju osiowego bryły.