



L KORRESPONDENCYJNY KURS
Z MATEMATYKI

grudzień 2020 r.

PRACA KONTROLNA nr 4 - POZIOM PODSTAWOWY

1. Wykaż, że dla dowolnej liczby naturalnej n liczba $\frac{1}{3}n^4 - \frac{2}{3}n^3 - \frac{1}{3}n^2 + \frac{2}{3}n$ jest podzielna przez 8.
2. Podaj wzór funkcji kwadratowej, której wykres jest obrazem paraboli $f(x) = -4x(x-1)$ w symetrii względem punktu $(0, 2)$. Uzasadnij poprawność znalezionej wzoru i sporządź wykresy obu funkcji w jednym układzie współrzędnych.
3. Wyznacz wielomian $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ wiedząc, że jego pierwiastki są całkowite i tworzą ciąg geometryczny, a wykres przecina oś Oy w punkcie o współrzędnej -8 .
4. Narysuj wykres funkcji $f(x) = \frac{|x-1|}{|x|-1}$. Wyznacz zbiór jej wartości i rozwiąż nierówność $|f(x)| \leq 2$.
5. W zależności od parametru a określ liczbę rozwiązań układu
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \\ |2x - y| = a. \end{cases}$$
 Podaj interpretację graficzną dla $a = \sqrt{5}$, $a = 1$ oraz $a = 3$.
6. Ostrosłup prawidłowy czworokątny, w którym najmniejszy przekrój płaszczyzną zawierającą wysokość, prostopadłą do płaszczyzny podstawy, jest trójkątem równobocznym, przecięto płaszczyzną przechodzącą przez jedną z krawędzi podstawy prostopadłą do przeciwległej ściany bocznej. Wyznacz stosunek objętości brył, na jakie płaszczyzna ta podzieliła ostrosłup.