

# LIGA MATEMATYCZNA

LISTOPAD 2010

GIMNAZJUM

## ZADANIE 1.

W pewnej liczbie trzycyfrowej  $x$  skreślono cyfrę setek i otrzymano dwucyfrową liczbę  $k$ . Gdy w liczbie  $x$  skreślono cyfrę dziesiątek, otrzymano liczbę dwucyfrową  $l$ , a po skreśleniu w liczbie  $x$  cyfry jedności powstała liczba dwucyfrowa  $m$ . Okazało się, że suma  $k + l + m$  jest trzykrotnie mniejsza od liczby  $x$ . Znajdź  $x$ .

## ZADANIE 2.

Wykaż, że suma  $2^1 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{2009}$  jest podzielna przez 127.

## ZADANIE 3.

W kwadracie  $ABCD$  punkty  $E$  i  $F$  są środkami, odpowiednio, boków  $AD$  i  $BC$ . Obrano punkty  $G$  i  $H$  w taki sposób, że  $E$  jest punktem odcinka  $GB$  i  $F$  jest punktem odcinka  $AH$ . Wiedząc, że  $|GA| = |AB| = |BH| = 1$ , oblicz długość odcinka  $GH$ .

## ZADANIE 4.

Rozważmy liczby całkowite dodatnie  $m$  i  $n$ , które spełniają warunek  $75m = n^3$ . Jaka jest najmniejsza możliwa suma liczb  $m$  i  $n$ ?

## ZADANIE 5.

Dwóch uczonych napisało na siedmiu kartkach liczby 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 - na każdej kartce jedną liczbę. Następnie pierwszy wziął losowo trzy kartki, drugi dwie inne kartki, a ostatnie dwie, bez oglądania ich, wyrzucili. Pierwszy uczony, zaglądając do swoich kartek, powiedział do drugiego: „Wiem, że suma liczb na twoich kartkach jest parzysta”. Jakie liczby wylosował pierwszy z uczonych?