

19.5. Ustalić dziedzinę dla parametru m i stosować wzory Viète'a. Za pomocą pochodnej wykazać, że kwadrat różnicy pierwiastków, jako funkcja zmiennej m , jest malejący w wyznaczonej dziedzinie.

19.6. W dowodzie kroku indukcyjnego uważnie stosować reguły działań na potęgach.

19.7. Sumy z lewych stron przekształcić na iloczyny. Stąd wywnioskować, że $\sin(x + y) = 1$, czyli z drugiego równania $\cos(x - y) = \frac{1}{2}$ i od razu przejść do układów równań liniowych z niewiadomymi x i y .

19.8. Oznaczyć $|CD| = |CA| = |CB| = a$. Ponieważ $CD \perp AD$ oraz $CD \perp BD$, więc dwie ściany boczne są prostopadłe do podstawy ABD (będącej trójkątem równobocznym) i tworzą ze sobą kąt 60° . Kąt między podstawą i płaszczyzną ABC wyznaczamy, przecinając czworościan płaszczyzną symetrii CDE , gdzie E jest środkiem AB . Dla wyznaczenia kąta między płaszczyzną ABC i płaszczyzną BCD (i równocześnie ACD) należy z wierzchołka D poprowadzić wysokość czworościanu na ścianę ABC . Ponieważ $\triangle BCD$ jest prostokątny i równoramienny, więc z twierdzenia o trzech prostopadłych wynika, że spodek tej wysokości leży w środku okręgu opisanego na trójkącie ABC . Wyrazić tę wysokość przez a , obliczając objętość czworościanu na dwa sposoby i stąd od razu wyznaczyć sinus rozważanego kąta.

20.1. Oddzielnie rozpatrzyć $m = 0$ i $m = 2$. Dla pozostałych parametrów m korzystać z faktu, że oś symetrii paraboli przechodzi przez jej wierzchołek.

20.2. Uzasadnić, że środek danej kuli i środek kuli wpisanej w daną bryłę tworzą przekątną sześcianu o krawędzi równej promieniowi kuli wpisanej. Rozważyć przekrój płaszczyzną symetrii zawierającą środki obu kul.

20.3. Określić model probabilistyczny, tj. Ω i P . Obliczyć prawdopodobieństwo zdarzenia przeciwnego, korzystając ze wzoru na prawdopodobieństwo sumy dwóch dowolnych zdarzeń.