

PRACA KONTROLNA nr 7 - POZIOM PODSTAWOWY

1. Narysować wykres funkcji $f(x) = |2x - 4| - \sqrt{x^2 + 4x + 4}$. Określić liczbę rozwiązań równania $|f(x)| = m$ w zależności od parametru m . Dla jakiego m pole trójkąta ograniczonego wykresem funkcji f oraz prostą $y = m$ równe jest 6?
2. Wśród prostokątów o ustalonej długości przekątnej p wskazać ten, którego pole jest największe. Nie stosować metod rachunku różniczkowego.
3. Wyznaczyć wszystkie liczby rzeczywiste x , dla których funkcja $f(x) = x - 1 - \log_{\frac{1}{3}}(4 - 3^x)$ przyjmuje wartości nieujemne.
4. Stosując wzór na cosinus podwojonego kąta, rozwiązać w przedziale $[0, 2\pi]$ nierówność

$$\cos 2x \leq \frac{\cos 2x + \sin x - \cos^2 x}{1 - \sin x}.$$

5. Niech $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x & \text{dla } x \leq 1, \\ 1 + \frac{2}{x} & \text{dla } x > 1. \end{cases}$
 - a) Sporządzić wykres funkcji f i na jego podstawie wyznaczyć zbiór wartości tej funkcji.
 - b) Obliczyć $f(\sqrt{3} - 1)$ i korzystając z wykresu zaznaczyć na osi Ox zbiór rozwiązań nierówności $f^2(x) \leq 4$.
6. W kulę o promieniu R wpisano stożek o kącie rozwarcia $\frac{\pi}{3}$ oraz walec o tej samej podstawie, co stożek. Obliczyć stosunek pola powierzchni bocznej stożka do pola powierzchni bocznej walca.