PRACA KONTROLNA nr 7

kwiecień 2000r

1. Rozwiązać nierówność

$$|9^x - 2| < 3^{x+1} - 2.$$

- 2. Wyznaczyć równanie krzywej będącej obrazem okręgu $(x+1)^2+(y-6)^2=4$ w powinowactwie prostokątnym o osi Ox i stosunku $k=\frac{1}{2}$. Obliczyć pole figury ograniczonej tą krzywą. Wykonać staranny rysunek.
- 3. Pewien zbiór zawiera dokładnie 67 podzbiorów o **co najwyżej** dwóch elementach. Ile podzbiorów siedmioelementowych zawiera ten zbiór?
- 4. Na kole o promieniu R opisano trapez o kątach przy dłuższej podstawie 15^0 i 45^0 . Obliczyć stosunek pola koła do pola tego trapezu.
- 5. Rozwiązać układ równań

$$\begin{cases} mx - 6y = 3\\ 2x + (m-7)y = m-1 \end{cases}$$

w zależności od parametru rzeczywistego m. Podać wszystkie rozwiązania (i odpowiadające im wartości parametru m), dla których x jest równe y.

6. Rozwiązać nierówność

$$\sin 2x < \sin x$$

w przedziałe $[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}].$ Rozwiązanie zilustrować starannym wykresem.

- 7. Ostrosłup przecięto na trzy części dwiema płaszczyznami równoległymi do jego podstawy. Pierwsza płaszczyzna jest położona w odległości $d_1=2$ cm, a druga w odległości $d_2=3$ cm od podstawy. Pola przekrojów ostrosłupa tymi płaszczyznami równe są odpowiednio $S_1=25~{\rm cm}^2$ oraz $S_2=16~{\rm cm}^2$. Obliczyć objętość tego ostrosłupa oraz objętość najmniejszej części.
- 8. Trylogię składającą się z dwóch powieści dwutomowych oraz jednej jednotomowej ustawiono przypadkowo na półce. Jakie jest prawdopodobieństwo tego, że tomy a) obydwu, b) co najmniej jednej z dwutomowych powieści znajdują się obok siebie i przy tym tom I z lewej, a tom II z prawej strony.