

PRACA KONTROLNA nr 4 - POZIOM ROZSZERZONY

1. W trójkącie prostokątnym ABC dane są przyprostokątne $|AC| = 3$ oraz $|CB| = 4$. Punkt D jest spodkiem wysokości opuszczonej z wierzchołka kąta prostego, a E i F punktami przecięcia przeciwprostokątnej z dwusiecznymi kątów ACD i DCB . Oblicz długość odcinka EF .
2. Sześcian przecinamy płaszczyzną, która przechodzi przez przekątną jednej ze ścian oraz środek krawędzi przeciwległej ścian. Pod jakim kątem przecinają się przekątne otrzymanego przekroju?
3. Dane jest równanie kwadratowe $x^2 + x(1 - 2^m) + 3(2^{m-2} - 4^{m-1}) = 0$. Dla jakiego parametru m :
 - a) równanie ma pierwiastki różnych znaków?
 - b) suma kwadratów pierwiastków równania jest równa co najmniej 1?
4. Pole powierzchni bocznej ostrosłupa prawidłowego o podstawie trójkątnej wynosi $\sqrt{39}/4$, a krawędź podstawy ma długość 1. Oblicz kąt nachylenia krawędzi bocznej do podstawy.
5. W trójkącie równoramiennym ABC o podstawie AB środkowe poprowadzone z wierzchołków A i B przecinają się pod kątem prostym. Wyznacz sinus kąta ACB .
6. W trójkąt równoboczny o boku a wpisujemy okrąg. Następnie w każdym z trzech rogów wpisujemy kolejny okrąg styczny do wpisanego okręgu oraz do dwóch boków trójkąta. Postępujemy tak nieskończenie wiele razy. Oblicz sumę obwodów wpisanych okręgów. Jaką powierzchnię trójkąta zajmują wpisane koła?