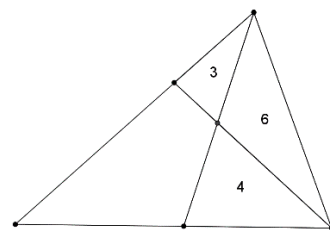




Zestaw 12

KLASY PIERWSZE I DRUGIE

1. Dany jest czworokąt wypukły ABCD o polu S. Punkt A jest środkiem odcinka DE, punkt B jest środkiem odcinka AF, C jest środkiem odcinka BG, zaś D jest środkiem odcinka CH. Oblicz pole czworokąta EFGH.
2. Trójkąt podzielono dwoma liniami na cztery części, jak na rysunku. Pola trzech z nich wynoszą 3, 6 i 4. Oblicz pole czwartej części.
3. Udowodnij, że jeżeli n jest liczbą naturalną, to $\frac{n^6 - 2n^4 + n^2}{36}$ również.



KLASY TRZECIE

1. Punkt P leży wewnątrz trójkąta ABC. Punkty D, E, F są punktami symetrycznymi do punktu P odpowiednio względem prostych BC, CA, AB. Wykaż, że jeżeli trójkąt DEF jest równoboczny, to proste AD, BE, CF przecinają się w jednym punkcie.
2. Dany jest czworokąt wypukły ABCD. Punkty K i L są odpowiednio środkami boków AB i CD. Wykaż, że jeżeli pola czworokątów BCLK i DAKL są równe, to czworokąt ABCD jest trapezem.
3. Okrąg K o środku w punkcie I jest styczny do ramion kąta wypukłego XAY w punktach S i T. Udowodnij, że środek okręgu wpisanego w trójkąt SAT leży na okręgu K.