XV WOJEWÓDZKI KONKURS Z MATEMATYKI

DLA UCZNIÓW DOTYCHCZASOWYCH GIMNAZJÓW ORAZ KLAS DOTYCHCZASOWYCH GIMNAZJÓW PROWADZONYCH W SZKOŁACH INNEGO TYPU WOJEWÓDZTWA ŚWIĘTOKRZYSKIEGO W ROKU SZKOLNYM 2017/2018

	ETAP II	
	10 stycznia 2018 r.	
Kod pracy ucznia		Suma punktów
	Czas pracy:	60 minut
	Liczba punktów możliwych do uzyskania:	84 punkty

Instrukcja dla ucznia:

- 1. W miejscu wyznaczonym wpisz swój kod.
- 2. Arkusz liczy 12 stron i zawiera 15 zadań.
- 3. Przed rozpoczęciem pracy sprawdź, czy Twój test jest kompletny. Jeśli zauważysz braki, zgłoś je Komisji Konkursowej.
- 4. Zadania czytaj uważnie i ze zrozumieniem.
- 5. Odpowiedzi zaznaczaj czarnym lub niebieskim długopisem bądź piórem.
- 6. We wszystkich zadaniach podanych jest pięć odpowiedzi: A, B, C, D, E.
- 7. W zadaniach 3, 11 i 12 wybierz <u>tylko jedną</u> odpowiedź i odpowiadającą jej literę zaznacz w kółku, np.:
- 8. W pozostałych zadaniach: 1, 2, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 13, 14 i 15 zaznacz wszystkie poprawne odpowiedzi.
- 9. Nie używaj korektora. Jeśli się pomylisz, błędne zaznaczenie przekreśl znakiem: X i zaznacz kółkiem inną wybraną odpowiedź np.:
- 10. Potrzebne obliczenia, możesz wykonywać bezpośrednio pod zadaniami. Możesz też wykorzystać brudnopis. Obliczenia nie będą sprawdzane ani oceniane.
- 11. Nie używaj kalkulatora.
- 12. Przy rozwiązywaniu zadań możesz korzystać z przyborów kreślarskich.

Powodzenia!

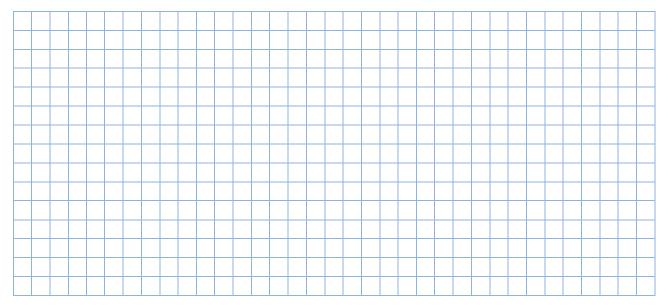
Etap II Strona 1 z 12

Zadanie 1. (0-6)

Dane są liczby
$$a = \frac{1}{2} - 3\frac{1}{3}$$
: $\sqrt{2\frac{7}{9}}$ i $b = \sqrt[3]{4\frac{17}{27}} - \left(-1\frac{1}{3}\right)^2$.

Wobec tego (wybierz wszystkie poprawne odpowiedzi):

- A. Obie liczby są ujemne.
- B. Suma liczb a i b jest mniejsza od -2.
- C. Liczba *b* jest o $1\frac{11}{18}$ większa od liczby *a*.
- D. Iloczyn liczb a i b jest mniejszy od $\frac{1}{4}$.
- E. Odwrotność iloczynu liczb a i b jest liczbą naturalną.



Zadanie 2. (0-6)

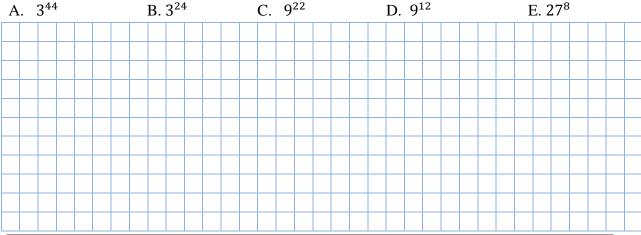
Ile jest równa wartość wyrażenia $\sqrt{10 \cdot 3^{46} - 5 \cdot 3^{45} + 6 \cdot 3^{44}}$?

Wybierz wszystkie poprawne odpowiedzi.

A. 3⁴⁴

B. 3^{24}

C. 9²²

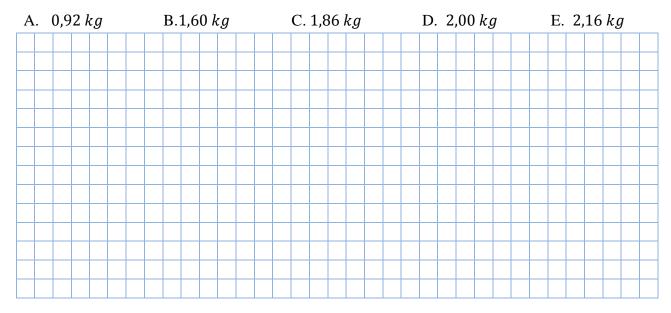


Etap II

Zadanie 3. (0-4)

W pojemniku jest 8 kg solanki o stężeniu 12%. Jaką masę wody należy odparować, aby otrzymać roztwór o stężeniu 15%?

Wybierz jedną odpowiedź spośród podanych.



Zadanie 4. (0-6)

Turysta pokonał 6 km 318 m w ciągu 1,35 godziny. Z jaką średnią prędkością szedł ten turysta? Wybierz wszystkie poprawne odpowiedzi.

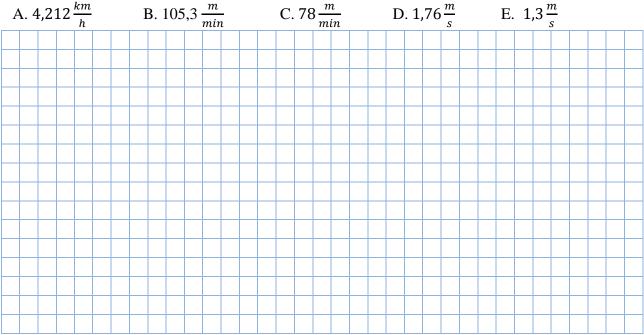




C.
$$78 \frac{m}{min}$$

D. 1,76
$$\frac{m}{s}$$

E. 1,3
$$\frac{m}{s}$$



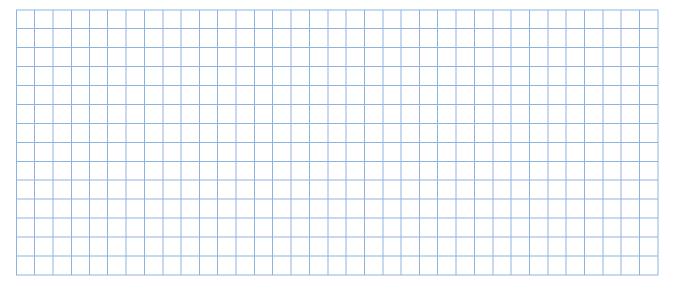
Etap II

Zadanie 5. (0-6)

W konkursie matematycznym wzięło udział 125 uczniów, a w konkursie biologicznym wzięło udział 134 uczniów. W konkursie biologicznym wzięło udział o 20% więcej dziewcząt i o 12% mniej chłopców niż w konkursie matematycznym.

Wobec tego (wybierz wszystkie poprawne odpowiedzi):

- A. W konkursie matematycznym wzięło udział 75 dziewcząt.
- B. W konkursie biologicznym wzięło udział 50 chłopców.
- C. W konkursie biologicznym wzięło udział o 15 dziewcząt więcej niż w konkursie matematycznym.
- D. W konkursie biologicznym wzięło udział o 15 chłopców mniej niż w konkursie matematycznym.
- E. Stosunek liczby chłopców , którzy wzięli udział w konkursie matematycznym do liczby dziewcząt, które wzięły udział w tym konkursie, jest równy 2:3.



Zadanie 6. (0-6)

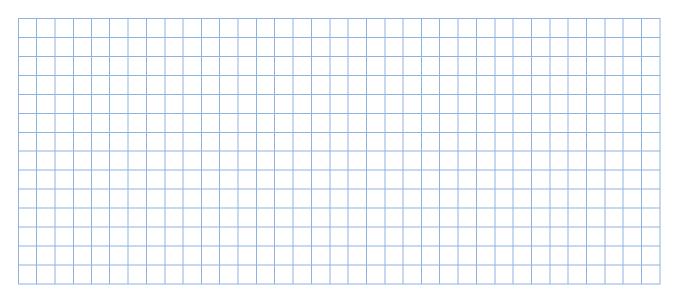
Dany jest trapez równoramienny, którego pole jest równe $300 cm^2$. Ramię tego trapezu ma długość 17 cm, a wysokość jest równa 15 cm.

Wobec tego (wybierz wszystkie poprawne odpowiedzi):

- A. Ramię tego trapezu jest o 3 cm krótsze od jego dłuższej podstawy.
- B. Obwód tego trapezu jest równy 74 cm.
- C. Przekątna tego trapezu ma długość 25 cm.
- D. Różnica długości podstaw tego trapezu jest równa 12 cm.

E. Kat ostry tego trapezu ma miare 60°.

Etap II Strona 4 z 12

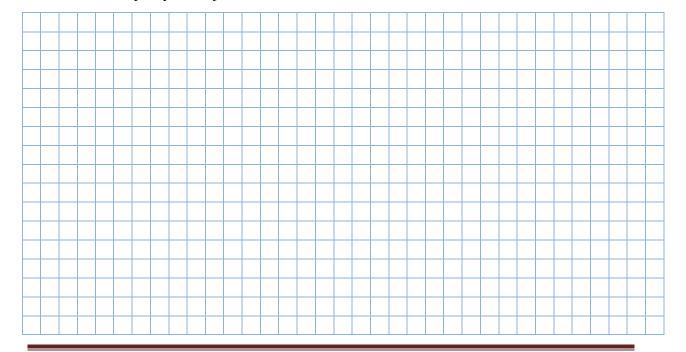


Zadanie 7. (0-6)

Dane są dwa koła styczne wewnętrznie, przy czym odległość środków tych kół jest równa 24 *cm*. Stosunek długości promieni tych kół jest równy 5:3.

Wobec tego (wybierz wszystkie poprawne odpowiedzi):

- A. Promień jednego z kół jest równy 60 cm.
- B. Średnica jednego z kół jest równa 30 cm.
- C. Różnica obwodów tych kół jest równa 48π cm.
- D. Pole jednego z kół jest równe 1296π cm².
- E. Różnica pól tych kół jest równa 144π cm².



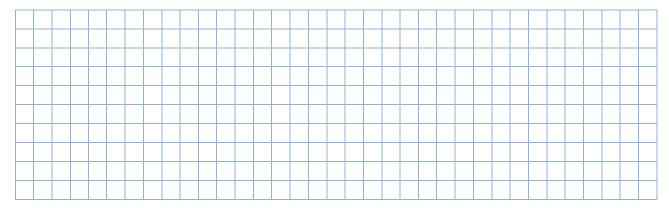
Etap II Strona 5 z 12

Zadanie 8. (0-6)

Miara kata wewnętrznego pewnego wielokata foremnego jest równa 150°, a długość boku tego wielokata jest równa 2 cm.

Wobec tego (wybierz wszystkie poprawne odpowiedzi):

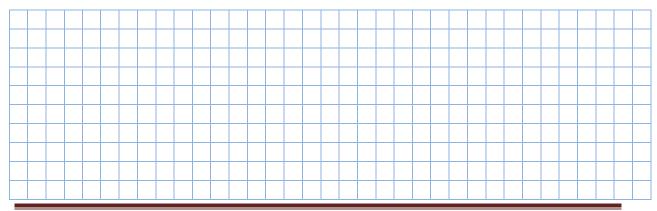
- A. Ten wielokat ma 15 boków.
- B. Ten wielokat ma 54 przekatne.
- C. Suma miar kątów wewnętrznych tego wielokąta jest równa 2400°.
- D. Ten wielokat ma obwód równy 32 cm.
- E. Pole tego wielokata jest mniejsze niż 100 cm².



Zadanie 9. (0-6)

W trójkącie ABC kąt ABC ma miarę 45°, a kąt BCA ma miarę 60°. Z wierzchołka C tego trójkąta poprowadzono wysokość CD. Na boku BC obrano punkt E taki, że |BE| = |EC|. Wobec tego (wybierz wszystkie poprawne odpowiedzi):

- A. $|AE| = \frac{1}{2} |CB|$.
- B. $|DC| = \sqrt{2}|DE|$.
- C. Trójkąt *DBE* jest przystający do trójkąta *CDE*.
- D. Promień okręgu opisanego na trójkącie *CDB* jest równy $\frac{\sqrt{2}}{2}|DB|$.
- E. Pole trójkąta ABC jest równe $(|DE|)^2$.

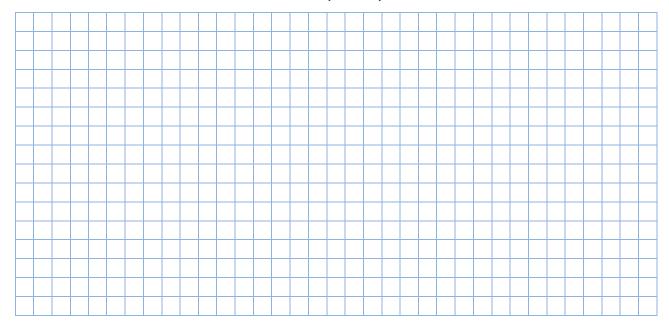


Etap II Strona 6 z 12

Zadanie 10. (0-6)

Punkty A = (-6,1), B = (-3,-3), C = (5,3) są kolejnymi wierzchołkami prostokąta ABCD. Wobec tego (wybierz wszystkie poprawne odpowiedzi):

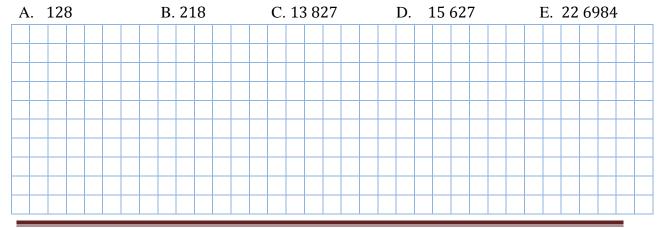
- A. Punkt D = (2,7).
- B. $|AB| = 2 \cdot |BC|$.
- C. Pole trójkata ACD jest równe 50.
- D. Promień okręgu opisanego na tym prostokącie jest równy $2,5\sqrt{5}$.
- E. Obwód tego prostokąta jest równy $10 \cdot (1 + \sqrt{5})$.



Zadanie 11. (0-4)

Wartość wyrażenia algebraicznego $((x^3 + 2)^3 - 2)^3 + 2$ dla pewnego x jest równa 1. Ile jest równa wartość wyrażenia $((x^3 + 3)^3 - 3)^3 + 3$ dla tego samego x?

Wybierz jedną odpowiedź spośród podanych.



Etap II Strona 7 z 12

Zadanie 12. (0-4)

Dla jakich liczb a i b układ równań: $\begin{cases} 2x - 5y = a \\ 3x - by = -3 \end{cases}$ ma nieskończenie wiele rozwiązań?

Wybierz jedną odpowiedź spośród podanych.

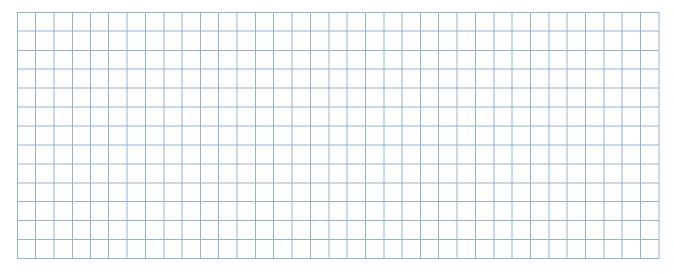
A.
$$a = -3$$
, $b = 5$

B.
$$a = -3$$
, $b = -5$

C.
$$a = -2$$
 $b = 5$

D.
$$a = -2$$
, $b = 7.5$

E.
$$a = -2$$
, $b = -7.5$

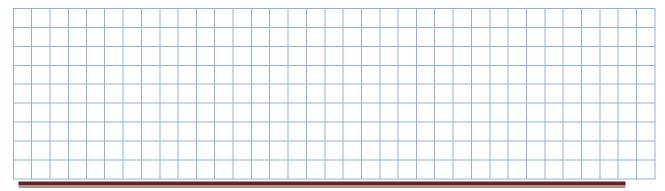


Zadanie 13. (0-6)

Danych jest sześć różnych liczb uporządkowanych rosnąco: 3, 5, 7, *a*, 13, *b*. Mediana tych liczb jest równa 9, a średnia arytmetyczna jest równa 10.

Wobec tego (wybierz wszystkie poprawne odpowiedzi):

- A. a = 11
- B. Każda z tych sześciu liczb jest mniejsza od 20.
- C. Każda z tych sześciu liczb jest liczbą pierwszą.
- D. Różnica między największą a najmniejszą z tych liczb jest równa 16.
- E. Suma tych sześciu liczb jest liczbą podzielną przez 4.



Etap II Strona 8 z 12

Zadanie 14. (0-6)

Wiadomo, że do wykresu funkcji f(x) = ax + 3 należy punkt o współrzędnych (4, 1).

Wobec tego (wybierz wszystkie poprawne odpowiedzi):

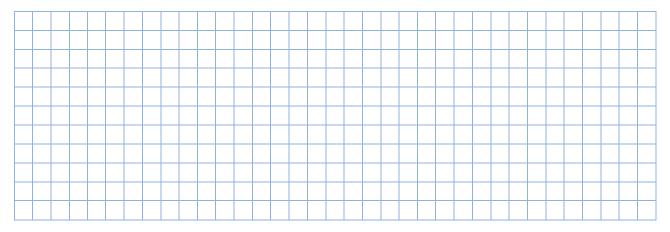
A.
$$a = 1$$

B.
$$f(-2,25) > 4,1$$

C.
$$f\left(7\frac{2}{5}\right) < f\left(7\frac{3}{5}\right)$$

D.
$$f(5\frac{1}{3}) = -f(6\frac{2}{3})$$

E. Miejscem zerowym funkcji f jest liczba 6.



Zadanie 15. (0-6)

Funkcja f przyporządkowuje każdej liczbie naturalnej x większej od 2 sumę wszystkich liczb naturalnych nieparzystych nie większych od x.

Wobec tego (wybierz wszystkie poprawne odpowiedzi):

A.
$$f(10) = 25$$

B.
$$f(100) > f(99)$$

C.
$$f(501) - f(500) = 501$$

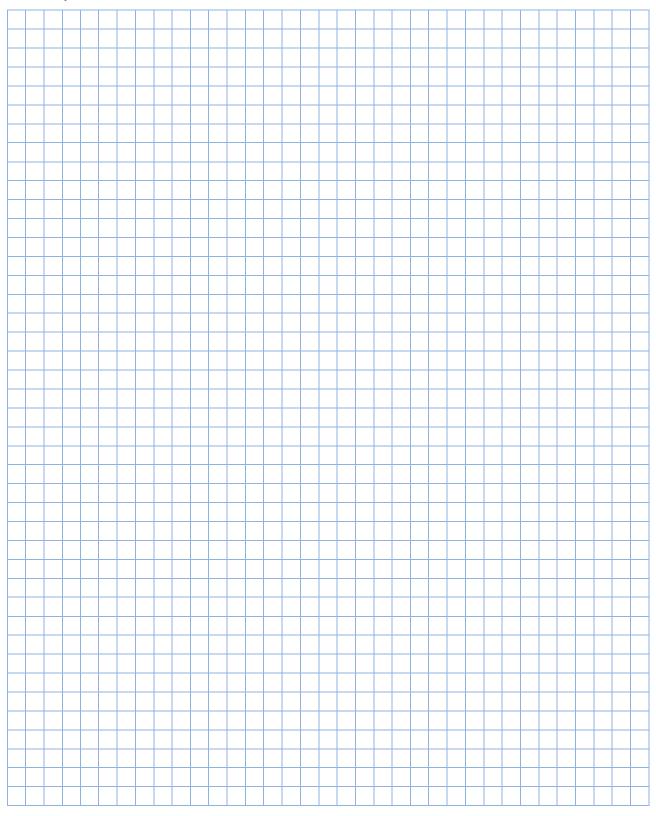
D. Jeżeli
$$k$$
 jest liczbą naturalną parzystą większą od 2, to $f(k) = \left(\frac{k}{2}\right)^2$.

E. Jeżeli k jest liczbą naturalną parzystą większą od 2, to f(k) + f(k+1) jest liczbą parzystą.

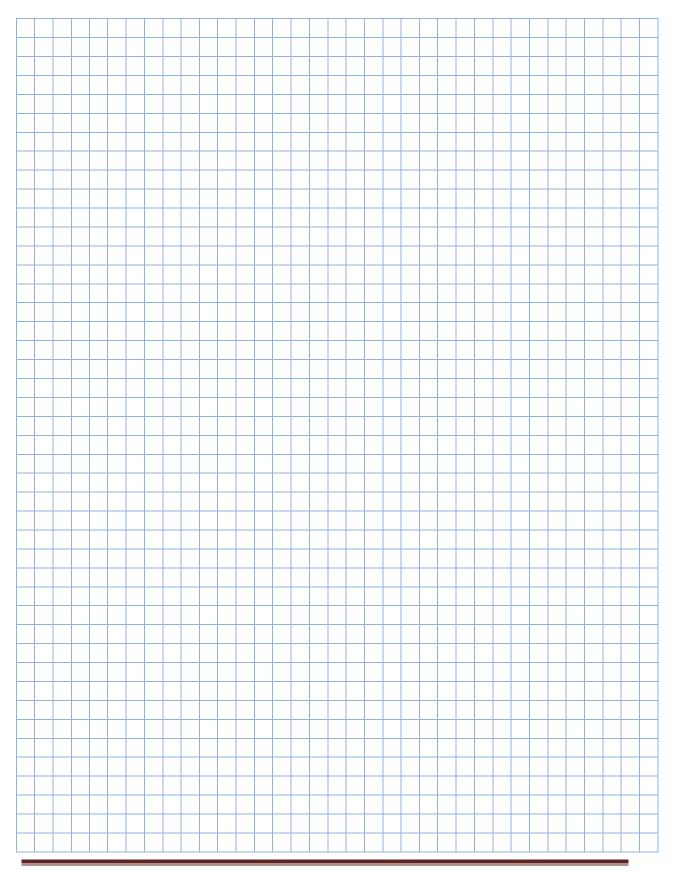


Etap II Strona 9 z 12

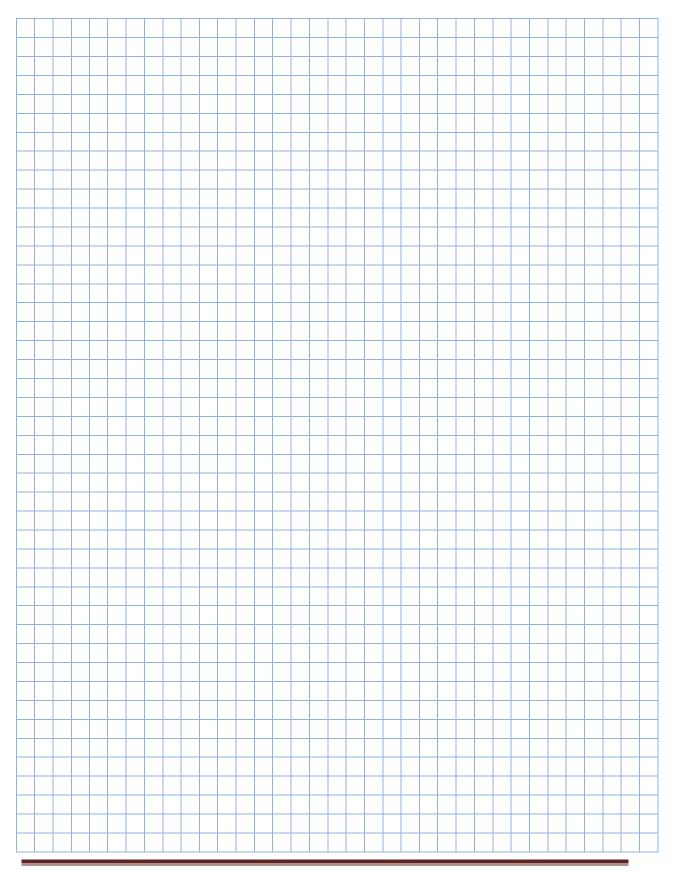
Brudnopis



Etap II Strona 10 z 12



Etap II Strona 11 z 12



Etap II Strona 12 z 12