

LIGA MATEMATYCZNA
im. Zdzisława Matuskiego
GRUDZIEŃ 2021
SZKOŁA PONADPODSTAWOWA

ZADANIE 1.

W zbiorze liczb całkowitych rozwiąż równanie $x^2 + y^2 + 3 = xy + 2x + 2y$.

ZADANIE 2.

Czy liczbę 123456789 można przedstawić w postaci sumy dwóch składników, z których jeden jest zapisany tylko cyframi parzystymi, a drugi nieparzystymi?

ZADANIE 3.

Wykaż, że w dowolnym ciągu siedmiu liczb całkowitych zawsze można wskazać pewną liczbę kolejnych wyrazów, których suma jest podzielna przez 7.

ZADANIE 4.

Niech p i q będą takimi dodatnimi liczbami rzeczywistymi, że $q > p$. Wykaż, że jeżeli p i q są długościami przekątnych rombu o kącie o mierze $\frac{\pi}{6}$, to $\frac{p}{q} = 2 - \sqrt{3}$.

ZADANIE 5.

Pewna liczba dwucyfrowa ma trzy dzielniki jednocyfrowe i trzy dzielniki dwucyfrowe. Suma wszystkich dzielników jednocyfrowych jest równa 8. Oblicz sumę wszystkich dzielników dwucyfrowych tej liczby.