

PRACA KONTROLNA nr 7 - POZIOM ROZSZERZONY

1. Rozwiązać równanie

$$\sqrt{8 + 2x - x^2} = 2x - 5.$$

Zilustrować je odpowiednim wykresem.

2. Wyznaczyć wszystkie wartości parametru rzeczywistego p , dla których rozwiązania układu równań

$$\begin{cases} px + 2y = \frac{p}{2} \\ 2x + py = p - 1 \end{cases}$$

są zawarte w kwadracie $K = \{(x, y) : |x| + |y| \leq 1\}$.

3. Bok AB trójkąta równoramiennego ABC leży na prostej $l : x - 3y - 4 = 0$. Punkt $D(4, 0)$ jest spodkiem wysokości tego trójkąta, a $S(2, 1)$ środkiem boku AC . Wyznaczyć współrzędne wierzchołka B . Sporządzić rysunek.
4. Podstawą ostrosłupa o wysokości h jest trójkąt prostokątny o kącie ostrym α . Wszystkie ściany boczne ostrosłupa są nachylone do podstawy pod kątem α , a pole powierzchni całkowitej jest czterokrotnie większe od pola podstawy. Obliczyć objętość ostrosłupa. Wynik podać w najprostszej postaci.
5. Rozwiązać nierówność

$$\sin^2 x + \frac{\sin^4 x}{\cos^2 x} + \frac{\sin^6 x}{\cos^4 x} + \frac{\sin^8 x}{\cos^6 x} + \dots \geq \frac{3}{8},$$

w której lewa strona jest sumą nieskończonego ciągu geometrycznego.

6. Jednym z pierwiastków wielomianu $w(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ jest liczba -1 . Znaleźć pozostałe pierwiastki wiedząc, że $w(1) = -2$ i środkiem symetrii wykresu funkcji $w(x)$ jest punkt $S\left(\frac{1}{4}, \frac{5}{2}\right)$. Nie prowadząc dodatkowego badania, sporządzić wykres funkcji $w(x)$. Dobrać odpowiednio jednostki na osiach układu.