
PRACA KONTROLNA nr 7

kwiecień 2002r

1. Sześcian o krawędzi długości 3 cm ma taką samą objętość jak dwa sześciany, których suma długości obydwu krawędzi wynosi 4 cm. O ile cm^2 pole powierzchni dużego sześcianu jest mniejsze od sumy pól powierzchni dwóch mniejszych sześcianów.
2. Obliczyć tangens kąta utworzonego przez przekątne czworokąta o wierzchołkach **A(1,1)**, **B(2,0)**, **C(2,4)**, **D(0,6)**. Rozwiązanie zilustrować rysunkiem.
3. W trójkąt prostokątny wpisano okrąg, a w okrąg ten wpisano podobny trójkąt prostokątny. Wyznaczyć cosinusy kątów ostrych trójkąta, jeśli wiadomo, że stosunek pól obu trójkątów wynosi 9.
4. Wykazać, że ciąg $a_n = \sqrt{n(n+1)} - n$ jest rosnący. Obliczyć jego granicę.
5. Rozwiązać nierówność:

$$2 \cos^2 \frac{x}{4} > 1.$$

6. Rozwiązać równanie

$$\log_2(1-x) + \log_4(x+4) = \log_4(x^3 - x^2 - 3x + 5) + \frac{1}{2}$$

nie wyznaczając dziedziny w sposób jawny.

7. W kulę o promieniu R wpisano stożek o największej objętości. Wyznaczyć promień podstawy r i wysokość h tego stożka. Sporządzić rysunek.
8. Znaleźć równania wszystkich prostych, które są styczne jednocześnie do krzywych

$$y = -x^2, \quad y = x^2 - 8x + 18.$$

Sporządzić rysunek.