

**LIGA MATEMATYCZNA**  
**im. Zdzisława Matuskiego**  
**FINAŁ**  
**16 kwietnia 2018**  
**SZKOŁA PONADGIMNAZJALNA**

**ZADANIE 1.**

W zbiorze liczb rzeczywistych rozwiąż równanie

$$x^2 - 7[x] + 6 = 0.$$

**ZADANIE 2.**

Wykaż, że kwadrat iloczynu dwóch kolejnych liczb całkowitych podzielnych przez 5 dzieli się przez 2500.

**ZADANIE 3.**

W zbiorze liczb rzeczywistych rozwiąż układ równań

$$\begin{cases} a^2 + b^2 + c^2 = ab + bc + ca \\ abc = 8. \end{cases}$$

**ZADANIE 4.**

Wyznacz wszystkie trójki liczb pierwszych  $p, q, r$  takie, że

$$\frac{pqr}{p + q + r} = 11.$$

**ZADANIE 5.**

Symetralne ramion równoramiennej trójkąta rozwartokątnego dzielą podstawę na trzy równe części. Oblicz miary kątów danego trójkąta.

**ZADANIE 6.**

Sprawdź, czy istnieją liczby całkowite  $a, b, c$  spełniające równanie

$$(9a - 5b)(7b - 3c)(5c - a) = 20182019.$$

Odpowiedź uzasadnij.

**ZADANIE 7.**

Cyfrą jedności pewnej liczby czterocyfrowej jest 5. Jeżeli tę cyfrę przeniesiemy z ostatniego miejsca na pierwsze, to otrzymamy liczbę o 2277 większą od danej. Jaka to liczba?