

Egzamin wstępny z matematyki

w dniu 29 czerwca 2017 r.

1. Na płaszczyźnie dane są zbiory $A = \{(x, y): x^2 + y \leq 1\}$ oraz $B = \{(x, y): y + |x| \leq 1\}$.

Naszkicować zbiory $A, B, A \setminus B$.

15 punktów

2. Wyznaczyć taką liczbę całkowitą dodatnią n , że

$$2^1 \cdot 2^2 \cdot 2^3 \cdot \dots \cdot 2^n = (2\sqrt{2})^{16-2n} \cdot \sqrt{16^{8-n}}.$$

Odpowiedź uzasadnić.

15 punktów

3. Dwie sekretarki pracując wspólnie wykonały pewną pracę w ciągu 12 godzin. Gdyby pierwsza sekretarka wykonała sama $\frac{1}{3}$ tej pracy, a następnie druga wykonała $\frac{1}{2}$ tej pracy, to potrzebowałyby na to łącznie (dodając ich czas pracy) 20 godzin. W ciągu ilu godzin każda z nich pracując samodzielnie może wykonać tę pracę?

15 punktów

4. Rozwiązać równanie

$$\log(2^x - 4^x) - \log 8 = \log\left(2^{x-1} - \frac{1}{4}\right).$$

15 punktów

5. Rozwiązać nierówność

$$\frac{|x^2 - 2|}{|x - 1| - 1} \geq 1.$$

20 punktów

6. Wyznaczyć kąt pomiędzy równymi bokami trójkąta równoramiennego ABC , jeśli wiadomo, że stosunek wysokości tego trójkąta opuszczonej na prostą zawierającą ramię trójkąta do wysokości opuszczonej na jego podstawę jest równy $\sqrt{3}$.

20 punktów

Zadania należy rozwiązać na arkuszu egzaminacyjnym w polach oznaczonych odpowiednimi numerami zadań. Treści zadań prosimy nie przepisywać. Jeżeli w określonym polu zabraknie miejsca, zadanie można dokończyć na ostatniej stronie. Kartki brudnopisu nie oddaje się i nie będzie ona oceniana. Czas trwania egzaminu 120 minut.