



LI KORRESPONDENCYJNY KURS
Z MATEMATYKI

styczeń 2022 r.

PRACA KONTROLNA nr 5 - POZIOM PODSTAWOWY

1. Do sklepu dostarczono ziemniaki w dwóch gatunkach. II gatunek jest po a zł za kilogram, a I gatunek jest o 20 % droższy. Łączna wartość dostarczonych ziemniaków wyniosła $56a$ zł. W ciągu dnia sprzedano $1/5$ ziemniaków I gatunku i $1/4$ ziemniaków II gatunku, w sumie za kwotę $12,2a$ zł. Ile kilogramów ziemniaków każdego gatunku dostarczono do sklepu?
2. Na loterii jest 100 losów, z których 5 jest wygrywających. Jakie jest prawdopodobieństwo, że wśród trzech kupionych losów a) dokładnie jeden wygrywa; b) przynajmniej jeden wygrywa?
3. Dany jest kwadrat o boku a . Do boków tego kwadratu dołączono jednakowe trójkąty równoramienne o podstawie boku kwadratu. Następnie złączono wierzchołki trójkątów w jeden wierzchołek tworząc ostrosłup o objętości V . Wyznacz długość ramienia dołączonych trójkątów, a następnie wykonaj rachunki, przyjmując $a = 3$ cm oraz $V = 18$ cm³.
4. Wysokość rombu o boku a dzieli jeden z jego boków na dwie części w stosunku 1 : 2. Wyznacz długości przekątnych rombu oraz promień okręgu wpisanego w ten romb.
5. Znajdź współrzędne wierzchołka C trójkąta równoramiennego ABC o podstawie AB , gdzie $A(0,0)$ i $B(2,0)$, wiedząc, że środkowe tego trójkąta AD i BE są prostopadłe względem siebie.
6. Prosta o równaniu $x - 2y + 10 = 0$ przecina parabolę $y = x^2 - 4x + 5$ w punktach A i B . Wykaż, że trójkąt ABC , gdzie C jest wierzchołkiem paraboli, jest prostokątny, a następnie oblicz pole tego trójkąta. Wykonaj staranny rysunek.

PRACA KONTROLNA nr 5 - POZIOM ROZSZERZONY

1. Kąt ostry równoległoboku ma miarę 45° . Punkt przecięcia przekątnych równoległoboku jest oddalony od boków o 1 i $\sqrt{2}$. Oblicz pole tego równoległoboku oraz długości jego przekątnych.
2. Spośród 20 pytań egzaminacyjnych uczeń zna odpowiedź na 12 pytań. Jakie jest prawdopodobieństwo, że uczeń zda egzamin, jeśli przyjęta jest następująca zasada: uczeń losuje dwa pytania i jeśli na oba odpowie dobrze, to egzamin jest zdany, a jeśli tylko na jedno pytanie odpowie dobrze, to losuje jeszcze jedno pytanie i musi na nie odpowiedzieć poprawnie, żeby zdać egzamin?
3. Czworoscian rozcięto wzdłuż trzech krawędzi wychodzących z tego samego wierzchołka i po rozprostowaniu otrzymano kwadrat o boku a . Oblicz objętość czworoscianu oraz wykonaj odpowiedni rysunek.
4. Przez punkt $(-1, 2)$ przeprowadź prostą tak, aby środek jej odcinka zawartego między prostymi $x + 2y = 3$ i $x + 2y = 5$ należał do prostej $x + y = 2$. Wyznacz równanie symetralnej tego odcinka. Wykonaj staranny rysunek.
5. Rozwiąż algebraicznie następujący układ równań

$$\begin{cases} y = |x^2 - 2x| + 1 \\ x^2 + y^2 + 1 = 2x + 2y \end{cases}$$

i podaj jego interpretację graficzną (wykonaj staranny rysunek).

6. Funkcja $f(x) = \frac{x^2 - 4x + 4}{2x}$ ma w punktach A i B wartości ekstremalne. Znajdź taki punkt C należący do osi odciętych, aby pole trójkąta ABC było równe pierwiastkowi równania $x^{1-\frac{1}{2}+\frac{1}{4}-\frac{1}{8}\dots} = 4$, gdzie $x > 0$. Naszkicuj wykres funkcji $f(x)$ wraz z trójkątem ABC .

Rozwiązania (rękopis) zadań z wybranego poziomu prosimy nadsyłać do **20 stycznia 2022r.** na adres:

Wydział Matematyki
Politechnika Wrocławska
Wybrzeże Wyspiańskiego 27
50-370 WROCŁAW,

lub **elektronicznie**, za pośrednictwem portalu talent.pwr.edu.pl

Na kopercie prosimy **koniecznie** zaznaczyć **wybrany poziom! (np. poziom podstawowy lub rozszerzony)**. Do rozwiązań należy dołączyć zaadresowaną do siebie kopertę zwrotną z naklejonym znaczkiem, odpowiednim do formatu listu. Polecamy stosowanie kopert formatu C5 (160x230mm) ze znaczkiem o wartości 3,30 zł. Na każdą większą kopertę należy nakleić droższy znaczek. Prace niespełniające podanych warunków nie będą poprawiane ani odsyłane.

Uwaga. Wysyłając nam rozwiązania zadań uczestnik Kursu udostępnia Politechnice Wrocławskiej swoje **dane osobowe**, które przetwarzamy **wyłącznie** w zakresie niezbędnym do jego prowadzenia (odesłanie zadań, prowadzenie statystyki). Szczegółowe informacje o przetwarzaniu przez nas danych osobowych są dostępne na stronie internetowej Kursu.

Adres internetowy Kursu: <http://www.im.pwr.edu.pl/kurs>