Kuratorium Oświaty
w Szczecinie

**Konkurs Matematyczny**
**dla gimnazjalistów województwa zachodniopomorskiego**
**w roku szkolnym 2015/2016**

**Etap wojewódzki**

**Drogi Uczniu!**

Gratulujemy osiągniętych wyników w etapie rejonowym.

Przed przystąpieniem do rozwiązywania zadań prosimy, żebyś zapoznał się z poniższymi wskazówkami:

1. **Wpisz i zakoduj swój kod na arkuszu odpowiedzi,** zgodnie z poleceniem komisji konkursowej.
2. Masz do rozwiązania 12 zadań otwartych, punktacja za każde z tych zadań podana jest przy numerze zadania; rozwiązania tych zadań zapisuj w **arkuszu odpowiedzi w miejscach na to przeznaczonych**. Zapisz wszystkie istotne etapy rozwiązania każdego zadania.
3. Za prawidłowe rozwiązanie wszystkich zadań możesz otrzymać łącznie **40 punktów**.
4. **Nie wolno Ci używać** KALKULATORA .
5. Pisz tylko czarnym długopisem; nie używaj ołówka, gumki ani korektora.
6. Uważnie czytaj wszystkie polecenia.
7. Po zakończeniu pracy sprawdź, czy rozwiązywałeś wszystkie zadania.
8. Czas rozwiązywania zadań: **120 minut.**

Powodzenia!

**Zadanie 1 (4 punkty)**

Wykaż, że dla każdej nieparzystej liczby całkowitej $n$ liczba $(n^2-1)\cdot(n+3)$ jest podzielna przez $48$.

**Zadanie 2 (3 punkty)**

Dany jest trójkąt prostokątny $ABC$, w którym kąt $ACB$ jest prosty. Na przeciwprostokątnej tego trójkąta zbudowano na zewnątrz trójkąta kwadrat o boku długości $|AB|$. Punkt $S$ jest środkiem symetrii tego kwadratu. Wykaż, że miara kąta wypukłego $SCB$ jest równa $45^o$.

**Zadanie 3 (3 punkty)**

Podstawy trapezu $ABCD$ mają długości: $|AB|=2016$ i $|CD|=2014$. Punkt $K$ położony na boku $AB$ ma następującą własność: odcinek $DK$ dzieli trapez $ABCD$ na dwie figury o równych polach powierzchni. Oblicz długość odcinka $AK$.

**Zadanie 4 (3 punkty)**

Zapisz wyrażenie $w=\left|\sqrt{(x-2)^2}-x\right|$ dla $x<1$ w najprostszej postaci bez użycia wartości bezwzględnej.

**Zadanie 5 (3 punkty)**

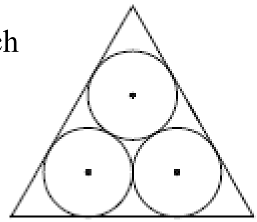
Wykaż, że liczba $\frac{\sqrt{2015}}{\sqrt{2016}+1}-\frac{\sqrt{2015}}{\sqrt{2016}-1}+\frac{2}{\sqrt{2015}}$ jest całkowita.

**Zadanie 6 (4 punkty)**

W układzie $XOY$ obrano punkty $A=(4,-2)$ i $B=(-4,4)$. Na prostej o równaniu $y=2$ wyznacz współrzędne punktu $C=(x,y)$ takiego, że suma odległości $|AC|+|CB|$ jest najmniejsza. Wykonaj niezbędne obliczenia.

**Zadanie 7 (4 punkty)**

Każdy z przedstawionych na rysunku okręgów jest styczny zewnętrznie do dwóch pozostałych, zaś każdy bok trójkąta jest styczny do dwóch okręgów. Promień każdego okręgu jest długości $1$. Oblicz pole powierzchni tego trójkąta. Wynik zapisz w postaci $a+b\sqrt{c},$ gdzie $a,b,c$ są liczbami wymiernymi i $c\ge 0$.



**Zadanie 8 (5 punktów)**

Podstawą ostrosłupa jest romb o przekątnych długości 12 i 16. Spodek wysokości ostrosłupa jest środkiem okręgu wpisanego w jego podstawę, a długość jego wysokości jest równa długości średnicy tego okręgu. Oblicz objętość tego ostrosłupa.

**Zadanie 9 (4 punkty)**

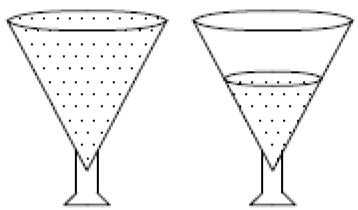
Czworokąt $ABCD$ jest wpisany w okrąg. Miary kątów wewnętrznych tego czworokąta przy wierzchołkach $A, B, C, D$ oznaczono odpowiednio przez $\alpha, \beta, \gamma, \omega$. Wiadomo, że $\beta = 5\alpha$ i $\gamma - \beta = 72^o$. Wyznacz miary kątów $\alpha, \beta, \gamma, \omega$. Uzasadnij odpowiedź.

**Zadanie 10 (2 punkty)**

Doświadczenie polega na dwukrotnym rzucie sześcienną kostką do gry, na której są ściany z: 1, 2, 3, 4, 5, 6 oczkami. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego wyrzuceniu sumy oczek równej 10.

**Zadanie 11 (3 punkty)**

Z całkowicie napełnionego sokiem pucharu w kształcie stożka o promieniu podstawy długości $2$ i wysokości długości $3$ odlano połowę zawartości. Do jakiej wysokości sięga płyn, który pozostał w pucharze? Wykonaj niezbędne obliczenia.



**Zadanie 12 (2 punkty)**

Funkcje $f$ i $g$ w układzie $XOY$ dane są wzorami: $f(x) = 6x + 5$ i $g(x) = ax + 8$, gdzie $a \in R$. Dla jakich wartości współczynnika $a$ wykresy funkcji $f$ i $g$ mają to samo miejsce zerowe? Wykonaj niezbędne obliczenia.

**BRUDNOPIS**

## BRUDNOPIS