

PRACA KONTROLNA nr 7 - POZIOM PODSTAWOWY

1. Pierwszym wyrazem ciągu arytmetycznego jest $a_1 = 2017$, a jego różnica jest rozwiązaniem równania $\sqrt{2-x} - x = 10$. Obliczyć sumę wszystkich dodatnich wyrazów tego ciągu.
2. Spośród dwucyfrowych liczb nieparzystych mniejszych od 50 wylosowano bez zwracania dwie. Obliczyć prawdopodobieństwo tego, że obie wylosowane liczby są pierwsze oraz prawdopodobieństwo tego, że iloczyn wylosowanych liczb nie jest podzielny przez 15.
3. Uzasadnić, że ciąg o wyrazach $a_n = \frac{2^n + 2^{n+1} + \dots + 2^{2n}}{2^2 + 2^4 + \dots + 2^{2n}}$, $n \geq 1$, nie jest rosnący oraz, że jest rosnący, poczynając od $n = 2$.
4. Znaleźć wszystkie wartości parametru rzeczywistego m , dla których proste o równaniach $x - my + 2m = 0$, $2mx + 4y + 1 = 0$, $mx - y - 3m - 1 = 0$ są parami różne i przecinają się w jednym punkcie. Sporządzić odpowiedni rysunek dla najmniejszej ze znalezionych wartości tego parametru.
5. W ostrosłupie prawidłowym czworokątnym dana jest odległość d środka podstawy od krawędzi bocznej oraz kąt 2α między sąsiednimi ścianami bocznymi. Obliczyć objętość ostrosłupa.
6. Podstawa AB trójkąta równoramiennego ABC jest krótsza od ramion. Wysokości AD i CE dzielą trójkąt na cztery części, z których dwie są trójkątami prostokątnymi o polach równych 9 oraz 2. Obliczyć pola pozostałych części oraz obwód trójkąta.