

LIGA MATEMATYCZNA
im. Zdzisława Matuskiego
PAŹDZIERNIK 2014
SZKOŁA PONADGIMNAZJALNA

ZADANIE 1.

Na boku AC trójkąta ABC wybrano punkty D i E w taki sposób, że $|AB| = |AD|$, $|BE| = |EC|$ oraz punkt E leży pomiędzy punktami A i D . Niech F będzie środkiem łuku BC okręgu opisanego na trójkącie ABC . Wykaż, że punkty B, E, D, F leżą na jednym okręgu.

ZADANIE 2.

Wewnątrz sześcianu o krawędzi 13 cm wybrano w dowolny sposób 2014 punktów. Czy w tym sześcianie zawarty jest sześcián o krawędzi 1 cm, w którego wnętrzu nie ma żadnego z wybranych punktów?

ZADANIE 3.

W zbiorze liczb naturalnych rozwiąż równanie

$$a + b + 2014 = ab.$$

ZADANIE 4.

Wykaż, że jeżeli n i 6 są liczbami względnie pierwszymi, to $n^2 - 1$ dzieli się przez 24.

ZADANIE 5.

Rozwiąż układ równań

$$\begin{cases} \frac{xy}{x+y} = \frac{10}{7} \\ \frac{yz}{y+z} = \frac{40}{13} \\ \frac{xz}{x+z} = \frac{8}{5}. \end{cases}$$