

Miejsce na identyfikację szkoły

ARKUSZ PRÓBNEJ MATURY Z OPERONEM MATEMATYKA

POZIOM PODSTAWOWY

Czas pracy: 170 minut

LISTOPAD
2013

Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 16 stron (zadania 1.–33.). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi zapisz w miejscu na to przeznaczonym.
3. W zadaniach zamkniętych (1.–24.) zaznacz poprawną odpowiedź.
4. W rozwiązaniach zadań otwartych (25.–33.) przedstaw tok rozumowania prowadzący do ostatecznego wyniku.
5. Pisz czytelnie. Używaj długopisu/pióra tylko z czarnym tuszem/atramentem.
6. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
7. Zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
8. Obok numeru każdego zadania podana jest maksymalna liczba punktów możliwych do uzyskania.
9. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora.

Życzymy powodzenia!

Za rozwiązanie wszystkich zadań można otrzymać łącznie **50 punktów**.

Wpisuje zdający przed rozpoczęciem pracy

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

PESEL ZDAJĄCEGO

--	--	--

**KOD
ZDAJĄCEGO**

ZADANIA ZAMKNIĘTE

W zadaniach od 1. do 24. wybierz i zaznacz jedną poprawną odpowiedź.

Zadanie 1. (1 pkt)

Suma liczby odwrotnej do liczby $-4\frac{3}{5}$ i liczby przeciwnej do liczby $\frac{18}{23}$ jest równa:

- A. -1 B. 0 C. $-\frac{21}{23}$ D. 1

Zadanie 2. (1 pkt)

Wartość wyrażenia $\frac{1}{2}\log_3 15 - \log_3 \sqrt{5}$ jest równa:

- A. -1 B. $\log_3 3\sqrt{5}$ C. $\frac{1}{2}$ D. 1

Zadanie 3. (1 pkt)

Suma przedziałów $(-\infty, -11) \cup (7, +\infty)$ jest zbiorem rozwiązań nierówności:

- A. $|x+1| > 10$ B. $|x+2| > 9$ C. $|x-2| > 11$ D. $|x+1| < 10$

Zadanie 4. (1 pkt)

Niech $k = 2 - 3\sqrt{2}$, zaś $m = 1 - \sqrt{2}$. Wówczas wartość wyrażenia $k^2 - 12m$ jest równa:

- A. $21 + 12\sqrt{2}$ B. $21 - 12\sqrt{2}$ C. 10 D. 34

Zadanie 5. (1 pkt)

Liczba a stanowi 40% liczby b . Wówczas:

- A. $b = 0,4a$ B. $b = 0,6a$ C. $b = 2,5a$ D. $b = 0,25a$

Zadanie 6. (1 pkt)

Dziedzina funkcji $f(x) = \frac{x+3}{x^3+4x}$ jest zbiór:

- A. $\mathbb{R} \setminus \{-4, 0\}$ B. $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ C. \mathbb{R} D. $\mathbb{R} \setminus \{-2, 0, 2\}$

Zadanie 7. (1 pkt)

Proste o równaniach $-3y - mx + 12 = 0$ oraz $y = 6x - 12$ są prostopadłe dla m równego:

- A. $\frac{1}{2}$ B. -18 C. $-\frac{1}{2}$ D. 6

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)



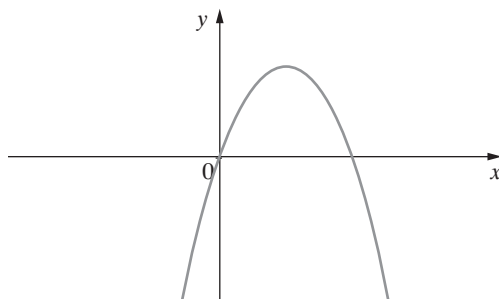
Zadanie 8. (1 pkt)

Zbiorem wartości funkcji $f(x) = -2(x+3)(x-4)$ jest przedział:

- A. $\left(-\infty, 24\frac{1}{2}\right)$ B. $\left(-24\frac{1}{2}, +\infty\right)$ C. $\left(24\frac{1}{2}, +\infty\right)$ D. $\left(-25\frac{1}{2}, +\infty\right)$

Zadanie 9. (1 pkt)

Na wykresie przedstawiony jest trójmian $y = ax^2 + bx + c$.



Wynika z tego, że:

- A. $b < 0$ B. $b > 0$ C. $b \leq 0$ D. $b \geq 0$

Zadanie 10. (1 pkt)

Wielomian $W(x)$ jest stopnia czwartego. Pierwiastkiem dwukrotnym tego wielomianu jest liczba -1 . Po rozłożeniu na czynniki wielomian ten może być postaci:

- A. $-2(x-1)^2(x^2+1)$ B. $(x+1)^2(x-4)$
C. $-(x+1)^2(x^2+3)$ D. $(x-1)(x+1)(x+2)(x-3)$

Zadanie 11. (1 pkt)

Liczba różnych rozwiązań równania $\frac{(x+3)(x^2-4)}{x^2+2x} = 0$ wynosi:

- A. 5 B. 4 C. 3 D. 2

Zadanie 12. (1 pkt)

Dana jest funkcja $h(x) = \left(-\frac{1}{3}m + 2\right)x + \frac{3}{2}m - 1$. Funkcja ta dla argumentu 0 przyjmuje wartość 5. Wówczas:

- A. $m = 9$ B. $m = 6$ C. $m = 4$ D. $m = 2$

Zadanie 13. (1 pkt)

Ciąg (b_n) określony jest wzorem $b_n = (-1)^{2n+3}(n+1)$. Suma dwóch pierwszych wyrazów tego ciągu jest równa:

- A. -5 B. -1 C. 1 D. 5

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)



Zadanie 14. (1 pkt)

W ciągu arytmetycznym piąty wyraz jest równy 8, zaś siódmy wyraz tego ciągu jest równy 14. Dziesiąty wyraz tego ciągu jest równy:

- A. 21 B. 23 C. 24 D. 3

Zadanie 15. (1 pkt)

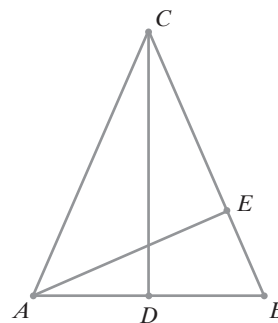
Pan Nowak wpłacił do banku k zł na procent składany. Oprocentowanie w tym banku wynosi 4% w skali roku, a odsetki kapitalizuje się co pół roku. Po 6 latach oszczędzania Pan Nowak zgromadzi na koncie kwotę:

- A. $k(1 + 0,02)^{12}$ zł B. $k(1 + 0,04)^{12}$ zł
C. $k(1 + 0,02)^6$ zł D. $k(1 + 0,4)^6$ zł

Zadanie 16. (1 pkt)

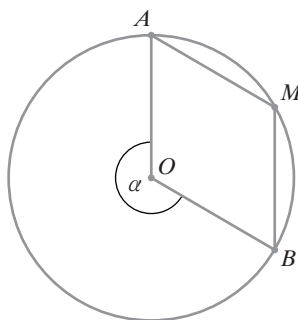
W trójkącie równoramiennym ABC (rys.) o wysokościach CD i AE podstawa AB ma długość 8 cm, a odcinek BE ma długość 3 cm. Długość odcinka AC jest równa:

- A. 6 cm B. $\frac{32}{3}$ cm
C. $\frac{28}{3}$ cm D. $\frac{33}{2}$ cm



Zadanie 17. (1 pkt)

W czworokącie $OBMA$ kąty wewnętrzne AOB i AMB mają równe miary (rys.).



Wówczas kąt α ma miarę:

- A. 160° B. 120° C. 240° D. 210°

Zadanie 18. (1 pkt)

W trójkącie prostokątnym długość jednej z przyprostokątnych jest równa 7, zaś długość przeciwprostokątnej jest równa 8. Zatem tangens mniejszego kąta ostrego w tym trójkącie jest równy:

- A. $\frac{15}{7}$ B. $\frac{8}{15}$ C. $\frac{\sqrt{15}}{7}$ D. $\frac{7\sqrt{15}}{15}$

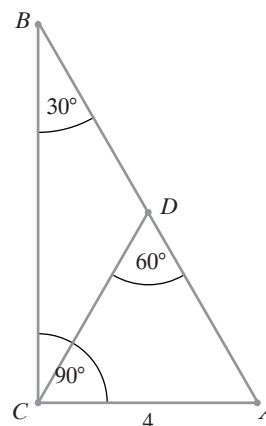
BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)



Zadanie 19. (1 pkt)

Długość odcinka BD w trójkącie prostokątnym ABC (rys.) jest równa:

- A. $\frac{9\sqrt{3}}{4}$
- B. 4
- C. $4\sqrt{3}$
- D. $4\sqrt{2}$



Zadanie 20. (1 pkt)

Pole koła wpisanego w trójkąt równoboczny jest równe $\frac{16}{3}\pi$. Obwód tego trójkąta jest równy:

- A. $12\sqrt{3}$
- B. 24
- C. 12
- D. 36

Zadanie 21. (1 pkt)

Długość okręgu opisanego równaniem $x^2 - 4x + y^2 - 4 = 0$ jest równa:

- A. $4\sqrt{2}\pi$
- B. 4π
- C. $2\sqrt{2}\pi$
- D. $8\sqrt{2}\pi$

Zadanie 22. (1 pkt)

Punkty $A = (-2, 4)$ i $C = (-6, 2)$ są przeciwległymi wierzchołkami kwadratu $ABCD$. Zatem promień okręgu opisanego na tym kwadracie jest równy:

- A. 10
- B. 2
- C. $\sqrt{5}$
- D. $\sqrt{10}$

Zadanie 23. (1 pkt)

Ze zbioru liczb $\{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 14, 15\}$ wybieramy losowo jedną liczbę. Prawdopodobieństwo, że wybierzemy liczbę, której dzielnikiem jest liczba 3, wynosi:

- A. $\frac{5}{9}$
- B. $\frac{4}{9}$
- C. $\frac{1}{3}$
- D. $\frac{2}{3}$

Zadanie 24. (1 pkt)

W ostrosłupie prawidłowym czworokątnym objętość jest równa 32, zaś krawędź podstawy jest równa 4. Wysokość tego ostrosłupa jest równa:

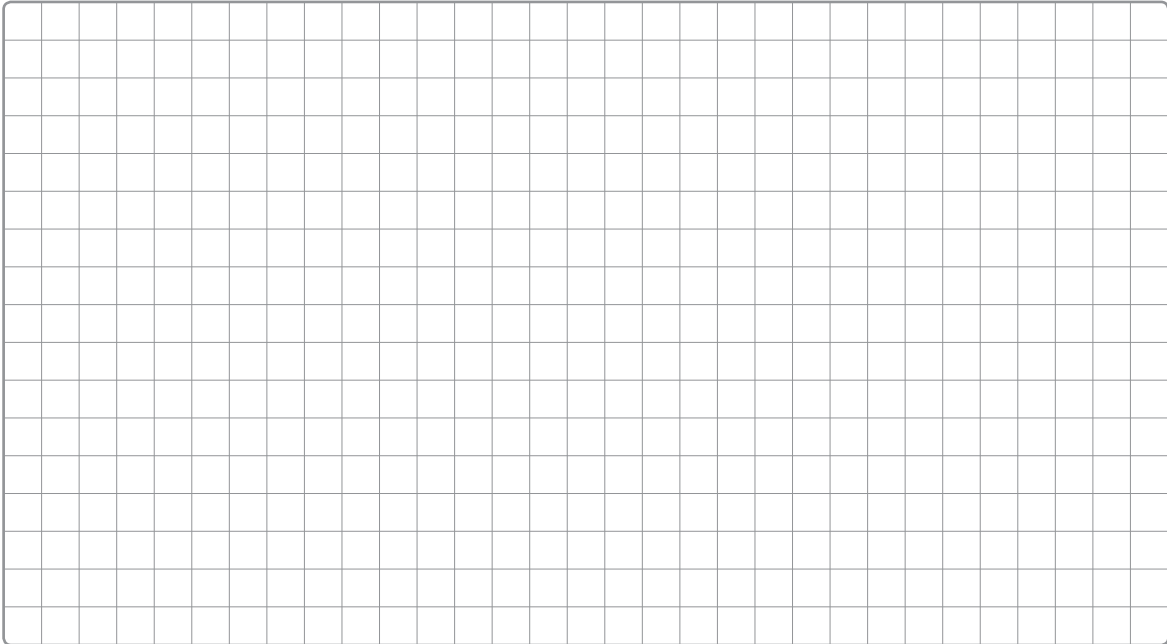
- A. $\frac{2}{3}$
- B. $\frac{4}{3}$
- C. 2
- D. 6

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)



Zadanie 27. (2 pkt)


Wykaż, że trapez, w którym przekątne dzielą kąty przy dłuższej podstawie na połowy, jest równoramienny.



Odpowiedź:

Zadanie 28. (2 pkt)

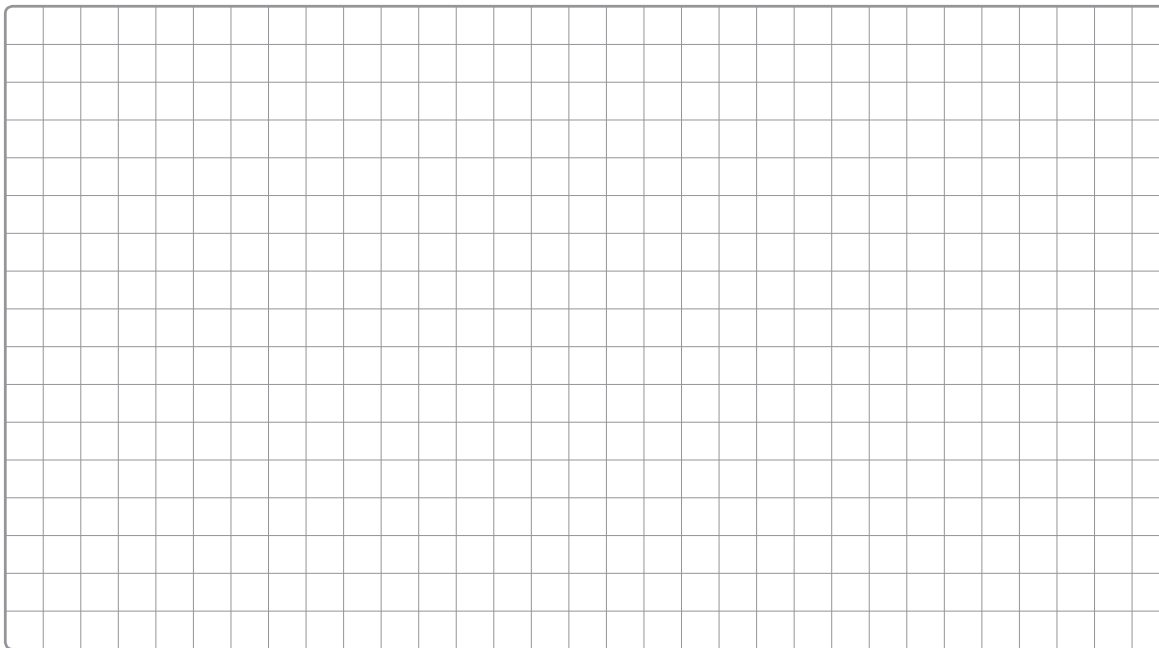
Maszt telekomunikacyjny rzuca cień, który jest 2 razy krótszy niż wysokość masztu. Oblicz cosinus kąta, pod jakim padają promienie słoneczne.



Odpowiedź:

Zadanie 29. (2 pkt)

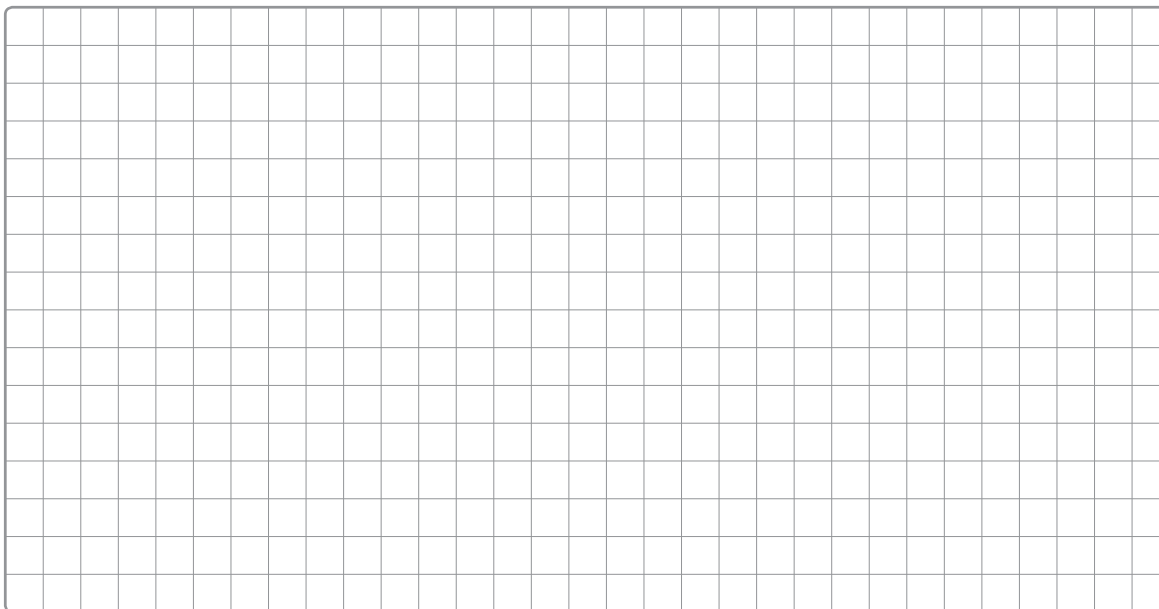
Dwa okręgi są styczne zewnętrznie. Odległość ich środków jest równa 8 cm. Gdyby te okręgi były styczne wewnętrznie, to odległość ich środków byłaby równa 2 cm. Oblicz długości promieni tych okręgów.



Odpowiedź:

Zadanie 30. (2 pkt)

Dany jest trójkąt ABC , gdzie $A = (-3, -2)$, $B = (1, -1)$, $C = (-1, 4)$. Wyznacz równanie symetralnej boku AC tego trójkąta.



Odpowiedź:

Zadanie 31. (4 pkt)

Uczeń przygotowujący się do matury w ciągu pierwszego tygodnia rozwiązał 5 zadań. Postanowił jednak, że w każdym następnym tygodniu będzie rozwiązywał o 2 zadania więcej niż w poprzednim tygodniu. W którym tygodniu liczba zadań rozwiązanych przez niego od początku nauki przekroczy 480?

A large rectangular grid of graph paper, consisting of 20 columns and 30 rows of small squares, intended for the student to show their calculations.

Odpowiedź:

Zadanie 32. (5 pkt)

W graniastosłupie prawidłowym czworokątnym wysokość graniastosłupa jest o 4 krótsza od przekątnej podstawy i o 8 krótsza od przekątnej graniastosłupa. Oblicz sinus kąta pomiędzy przekątną graniastosłupa a płaszczyzną podstawy.



Odpowiedź:

Zadanie 33. (5 pkt)

Ojciec i syn zbierają w sadzie jabłka do skrzynek, które wkładają do samochodu dostawczego. Pracując jednocześnie, mogą załadować cały samochód w ciągu 6 godzin. Gdyby ojciec pracował sam, to załadowałby cały samochód w czasie o 5 godzin krótszym niż czas, w którym samodzielnie zrobiłby to syn. Oblicz, w jakim czasie ojciec załadowałby cały samochód, gdyby pracował sam.

Odpowiedź:

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

