

**LIGA MATEMATYCZNA**  
**im. Zdzisława Matuskiego**  
**STYCZEŃ 2013**  
**SZKOŁA PONADGIMNAZJALNA**

**ZADANIE 1.**

Dwa okręgi są styczne zewnętrznie. Punkt  $A$  leży na jednym z okręgów i należy do wspólnej stycznej, natomiast  $AB$  jest średnicą okręgu. Z punktu  $B$  prowadzimy styczną do drugiego okręgu w punkcie  $M$ . Wykaż, że  $AB = BM$ .

**ZADANIE 2.**

Na długim pasku papieru wypisano kolejno obok siebie 2010 wybranych liczb naturalnych. Liczby są dobrane w taki sposób, że iloczyn każdych siedmiu sąsiednich jest równy 2010. Jaka jest najmniejsza możliwa wartość sumy tych 2010 liczb? Jaka jest największa możliwa wartość tej sumy?

**ZADANIE 3.**

Czy istnieją takie liczby całkowite  $a, b$ , że  $a^2 + b$  oraz  $a + b^2$  są kolejnymi liczbami całkowitymi?

**ZADANIE 4.**

Danych jest 111 dodatnich liczb całkowitych. Wykaż, że spośród nich można wybrać 11 liczb, których suma jest podzielna przez 11.

**ZADANIE 5.**

Rozwiąż układ równań

$$\begin{cases} (x+y)(x+y+z) = 72 \\ (y+z)(x+y+z) = 120 \\ (z+x)(x+y+z) = 96. \end{cases}$$