

PRACA KONTROLNA nr 6 - POZIOM PODSTAWOWY

1. Logarytmy (przy ustalonej podstawie) z liczb: $a_1 = \frac{2}{5}x$, $a_2 = x - 1$, $a_3 = x + 3$ tworzą ciąg arytmetyczny. Wyznaczyć x . Dla znajomego x obliczyć sumę początkowych dziesięciu wyrazów ciągu geometrycznego, którego trzema pierwszymi wyrazami są liczby a_1, a_2, a_3 .
2. Odcinek o końcach $A(\frac{5}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$, $B(\frac{5}{2}, \frac{3\sqrt{3}}{2})$ jest bokiem wielokąta foremnego wpisanego w okrąg styczny do osi Ox . Wyznaczyć równanie tego okręgu i współrzędne pozostałych wierzchołków wielokąta. Ile rozwiązań ma to zadanie? Sporządzić rysunek.
3. Dany jest ostrosłup prawidłowy trójkątny, w którym krawędź boczna jest dwa razy dłuższa niż krawędź podstawy. Ostrosłup ten podzielono płaszczyzną przechodzącą przez krawędź podstawy na dwie bryły o tej samej objętości. Wyznaczyć tangens kąta nachylenia tej płaszczyzny do płaszczyzny podstawy. Sporządzić rysunek.
4. O kącie α wiadomo, że $\sin \alpha - \cos \alpha = \frac{2}{\sqrt{3}}$.
 - a) Określić, w której ćwiartce jest kąt α .
 - b) Obliczyć $\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \alpha$ oraz $\sin \alpha + \cos \alpha$.
 - c) Wyznaczyć $\operatorname{tg} \alpha$.
5. Dłuższa przyprostokątna b trójkąta prostokątnego o kącie ostrym 30° jest średnicą półokręgu dzielącego ten trójkąt na dwa obszary. Wyznaczyć stosunek pól tych obszarów oraz długość promienia okręgu wpisanego w obszar zawierający wierzchołek kąta 60° . Sporządzić rysunek.
6. Dwaj turyści wyruszyli jednocześnie: jeden z punktu A do punktu B , drugi - z B do A . Każdy z nich szedł ze stałą prędkością i dotarłszy do mety, natychmiast ruszał w drogę powrotną. Pierwszy raz minęli się w odległości 12 km od punktu B , drugi - po upływie 6 godzin od momentu pierwszego spotkania - w odległości 6 km od punktu A . Obliczyć odległość punktów A i B i prędkości, z jakimi poruszali się turyści.