

Praca kontrolna nr 4

- 4.1.** Rozwiązać równanie $16 + 19 + 22 + \dots + x = 2000$, którego lewa strona jest sumą pewnej liczby kolejnych wyrazów ciągu arytmetycznego.
- 4.2.** Ze zbioru $\{0, 1, \dots, 9\}$ losujemy bez zwracania pięć cyfr. Obliczyć prawdopodobieństwo tego, że można z nich utworzyć liczbę podzielną przez 5.
- 4.3.** Zbadać, czy istnieje pochodna funkcji $f(x) = \sqrt{1 - \cos x}$ w punkcie $x = 0$. Wynik zilustrować na wykresie funkcji $f(x)$.
- 4.4.** Udowodnić, że dwusieczne kątów wewnętrznych równoległoboku tworzą prostokąt, którego przekątna ma długość równą różnicy długości sąsiednich boków równoległoboku.
- 4.5.** Rozwiązać układ nierówności

$$\begin{cases} x + y \leq 3 \\ \log_y (2^{x+1} + 32) \leq 2 \log_y (8 - 2^x) \end{cases}$$

i zaznaczyć zbiór jego rozwiązań na płaszczyźnie.

- 4.6.** Znaleźć równanie zbioru wszystkich punktów płaszczyzny Oxy , które są środkami okręgów stycznych wewnętrznie do okręgu $x^2 + y^2 = 121$ i równocześnie stycznych zewnętrznie do okręgu $(x+8)^2 + y^2 = 1$. Jaka linię przedstawia znalezione równanie? Sporządzić staranny rysunek.
- 4.7.** Zbadać iloczyn pierwiastków rzeczywistych równania

$$m^2 x^2 + 8mx + 4m - 4 = 0$$

jako funkcję parametru m . Sporządzić wykres tej funkcji.

- 4.8.** Podstawą czworościanu $ABCD$ jest trójkąt równoboczny ABC o boku a , ściana boczna BCD jest trójkątem równoramiennym prostopadłym do płaszczyzny podstawy, a kąt płaski ściany bocznej przy wierzchołku A jest równy α . Obliczyć pole powierzchni kuli opisanej na tym czworościanie.