

## PRACA KONTROLNA nr 5 - POZIOM ROZSZERZONY

1. Na ile sposobów można wybrać 5 kart z talii 52 kart tak, aby mieć przynajmniej po jednej karcie w każdym z czterech kolorów? A jaka jest odpowiedź, gdy wybieramy 6 kart z talii?
2. Rozpatrujemy zbiór ciągów  $n$ -elementowych o wyrazach  $-1, 0$  lub  $1$ . Obliczyć prawdopodobieństwo tego, że losowo wybrany ciąg ma co najwyżej jeden wyraz równy  $0$  i suma jego wyrazów równa jest  $0$ .
3. Suma wszystkich współczynników wielomianu  $W_n(x)$  jest równa

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left( 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2^n} \right),$$

a suma współczynników przy nieparzystych potęgach zmiennej równa jest sumie współczynników przy jej parzystych potęgach. Wyznaczyć resztę  $R(x)$  z dzielenia wielomianu  $W_n(x)$  przez dwumian  $x^2 - 1$ .

4. Rozwiązać nierówność

$$\sin x + \sin 2x + \sin 3x \geq \cos x + \cos 2x + \cos 3x.$$

5. Zbadać przebieg zmienności funkcji  $f(x) = \frac{4x^2 - 3x - 1}{4x^2 + 1}$  i naszkicować jej wykres. Na podstawie sporządzonego wykresu określić liczbę rozwiązań równania  $f(x) = m$  w zależności od parametru  $m$ .
6. W stożku pole podstawy, pole powierzchni kuli wpisanej w ten stożek i pole powierzchni bocznej stożka tworzą ciąg arytmetyczny. Wyznaczyć kąt nachylenia tworzącej stożka do płaszczyzny jego podstawy. Wykonać rysunek.

---

Rozwiązania (rękopis) zadań z wybranego poziomu prosimy nadsyłać do **18 stycznia 2020r.** na adres:

Wydział Matematyki  
Politechnika Wrocławska  
Wybrzeże Wyspiańskiego 27  
50-370 WROCŁAW.

Na kopercie prosimy **koniecznie** zaznaczyć **wybrany poziom!** (np. **poziom podstawowy lub rozszerzony**). Do rozwiązań należy dołączyć zaadresowaną do siebie kopertę zwrotną z naklejonym znaczkiem, odpowiednim do formatu listu. Polecamy stosowanie kopert formatu C5 (160x230mm) ze znaczkiem o wartości 3,30 zł. Na każdą większą kopertę należy nakleić droższy znaczek. Prace niespełniające podanych warunków nie będą poprawiane ani odsyłane.

**Uwaga.** Wysyłając nam rozwiązania zadań uczestnik Kursu udostępnia Politechnice Wrocławskiej swoje **dane osobowe**, które przetwarzamy **wyłącznie** w zakresie niezbędnym do jego prowadzenia (odesłanie zadań, prowadzenie statystyki). Szczegółowe informacje o przetwarzaniu przez nas danych osobowych są dostępne na stronie internetowej Kursu.

Adres internetowy Kursu: <http://www.im.pwr.edu.pl/kurs>