

## PRACA KONTROLNA nr 2

1. Trójkąt prostokątny obracając się wokół jednej i drugiej przyprostokątnej daje bryły o objętościach  $V_1$  i  $V_2$ , odpowiednio. Obliczyć objętość bryły powstałej z obrotu tego trójkąta wokół dwusiecznej kąta prostego.
2. Czy można sumę 42000 złotych podzielić na pewną liczbę nagród tak, aby kwoty tych nagród wyrażały się w pełnych setkach złotych, tworzyły ciąg arytmetyczny oraz najwyższa nagroda wynosiła 13000 zł? Jeśli tak, to podać liczbę i wysokości tych nagród.
3. Dane są okręgi o równaniach  $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 1$  oraz  $(x-2)^2 + (y-1)^2 = 16$ . Wyznaczyć równania wszystkich okręgów stycznych równocześnie do obu danych okręgów oraz do osi Oy. Sporządzić rysunek.
4. W równoległoboku kąt ostry między przekątnymi ma miarę  $\beta$ , a stosunek długości dłuższej przekątnej do krótszej przekątnej wynosi  $k$ . Obliczyć tangens kąta ostrego tego równoległoboku.
5. Rozwiązać równanie  $\sqrt{4x-3} - 3 = \sqrt{2x-10}$ .
6. Dobrać liczby **całkowite**  $a, b$  tak, aby wielomian  $6x^3 - 7x^2 + 1$  dzielił się bez reszty przez trójmian kwadratowy  $2x^2 + ax + b$ .
7. Rozwiązać nierówność  $|2^x - 3| \leq 2^{1-x}$ . Rozwiązanie zilustrować na rysunku wykonując wykresy funkcji występujących po obu stronach tej nierówności.
8. Wyznaczyć **przedziały** monotoniczności funkcji

$$f(x) = \sin^2 x + \frac{\sqrt{3}}{2}x, \quad x \in [-\pi, \pi].$$