LIGA MATEMATYCZNA im. Zdzisława Matuskiego FINAŁ 15 kwietnia 2014 GIMNAZJUM

ZADANIE 1.

W pewnej klasie jest 31 uczniów. Jeden z nich zrobił w dyktandzie 13 błędów, wszyscy pozostali mniej. Wykaż, że przynajmniej trzech uczniów zrobiło po tyle samo błędów.

ZADANIE 2.

Kwadrat podzielono na dwa prostokąty, których stosunek obwodów jest równy 5 : 4. Wyznacz stosunek pól tych prostokątów.

ZADANIE 3.

Jeżeli w pewnej liczbie skreślimy ostatnią cyfrę, która jest równa 7, to liczba zmniejszy się o 31156. Jaka to liczba?

ZADANIE 4.

Uzasadnij, że dla dowolnych liczb rzeczywistych a, b, c spełniona jest nierówność

$$2a^2 + b^2 + c^2 \geqslant 2a(b+c).$$

ZADANIE 5.

Średni wiek babci, dziadka i siedmiu wnucząt jest równy 28 lat, natomiast średni wiek siedmiu wnucząt jest równy 15 lat. Ile lat ma dziadek, jeżeli jest starszy od babci o trzy lata?