



Zestaw 24

KLASY PIERWSZE I DRUGIE

1. Dany jest 18-kąt foremny $A_1A_2 \dots A_{18}$. Wykaż, że czworokąt ograniczony prostymi A_2A_7 , A_3A_{15} , A_6A_{12} , $A_{10}A_{17}$ jest prostokątem.
2. Punkt O jest środkiem okręgu opisanego na trójkącie ostrokątnym ABC . Punkt D jest środkiem okręgu opisanego na trójkącie ABO . Wyznacz miarę kąta ACB , jeżeli trójkąt ABD jest trójkątem równobocznym.
3. W trójkącie ostrokątnym ABC punkt D jest spodkiem wysokości opuszczonej z wierzchołka A , a punkt E jest spodkiem wysokości opuszczonej z wierzchołka B . Udowodnij, że trójkąt CDE jest podobny do trójkąta ABC .

KLASY TRZECIE I CZWARTE

1. Wielomian P o współczynnikach całkowitych posiada współczynnik wiodący równy 1 oraz przyjmuje on dla czterech parami różnych całkowitych argumentów wartość 4. Udowodnić, że dla żadnego całkowitego argumentu nie przyjmuje on wartości 9.
2. Wielomian $P(x)$ ma współczynniki całkowite. Udowodnij, że jeśli liczba $P(5)$ dzieli się przez 2, zaś liczba $P(2)$ dzieli się przez 5, to liczba $P(7)$ dzieli się przez 10.
3. Wyznacz wszystkie wielomiany $P(x)$ spełniające dla każdego x równość $P(x^2) = (P(x))^2$