

**LIGA MATEMATYCZNA**  
**PAŹDZIERNIK 2009**  
**SZKOŁA PONADGIMNAZJALNA**

**ZADANIE 1.**

Mamy  $n + 1$  różnych liczb naturalnych mniejszych od  $2n$ . Uzasadnij, że można wybrać z nich trzy takie, aby jedna była równa sumie pozostałych.

**ZADANIE 2.**

Wykaż, że okrąg wpisany w trójkąt prostokątny jest styczny do przeciwprostokątnej w punkcie dzielącym przeciwprostokątną na dwa odcinki, których iloczyn długości jest równy polu tego trójkąta.

**ZADANIE 3.**

Znajdź wartość  $f(2)$ , jeśli dla dowolnego  $x$  różnego od zera spełniona jest równość

$$f(x) + 3f\left(\frac{1}{x}\right) = x^2.$$

**ZADANIE 4.**

Wyznacz wszystkie liczby pierwsze  $p, q$  takie, że liczba  $4pq + 1$  jest kwadratem liczby naturalnej.

**ZADANIE 5.**

Od liczby naturalnej odjęto sumę jej cyfr. Następnie z otrzymaną liczbą postąpiono podobnie. Po wykonaniu 11 takich operacji po raz pierwszy otrzymano 0. Jaka była początkowa liczba?