



LI KORESPONDENCYJNY KURS
Z MATEMATYKI

listopad 2021 r.

PRACA KONTROLNA nr 3 - POZIOM PODSTAWOWY

1. Narysuj staranny wykres funkcji $f(x) = |\sin x| \cos x$ i rozwiąż nierówność $|f(x)| \leq \frac{1}{4}$.
2. Wyznacz dziedzinę funkcji

$$f(x) = \log_2 \left(\frac{3x-5}{x-2} + 1 \right)$$

i sprawdź dla jakich argumentów funkcja ta przyjmuje wartości dodatnie.

3. W trójkącie dane są długości dwóch boków a i b . Oblicz długość trzeciego boku, wiedząc, że suma wysokości poprowadzonych do boków a i b jest równa trzeciej wysokości.
4. Niech $ABCDEF$ będzie sześciokątem foremnym. Wykaż, że

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{AF} = 3\overrightarrow{AD}.$$

5. Na krzywej o równaniu $y = \sqrt{2x}$ znajdź miejsce, które położone jest najbliżej punktu $P(3, 0)$. Sporządź rysunek.
6. Dla jakich wartości parametru m pierwiastkiem wielomianu

$$w(x) = 2x^3 - 7x^2 - (m^2 - 12)x + m^2 + m - 6$$

jest $x = 3$? Dla znalezionych wartości m wyznacz pozostałe pierwiastki $w(x)$.

PRACA KONTROLNA nr 3 - POZIOM ROZSZERZONY

1. Dany jest trójkąt o wierzchołkach $A(-1, 3)$, $B(-4, -1)$, i $C(3, 0)$. Znajdź kąt pomiędzy wysokością tego trójkąta poprowadzoną z wierzchołka A i bokiem AC . Oblicz pole tego trójkąta.
2. Narysuj wykres funkcji $f(x) = \sin^2 x - \cos 2x$ i rozwiąż nierówność $f(x) \geq -\frac{1}{4}$.
3. Zaznacz na płaszczyźnie zbiór punktów, których współrzędne spełniają nierówność

$$\log_y(\log_x y) > 0.$$

4. Reszta z dzielenia wielomianu $w(x) = x^4 + ax^3 + (b+2)x^2 + bx + a - 3$ przez trójmian $x^2 + 2x - 8$ wynosi $-5x + 40$. Wyznacz wartość parametrów a i b oraz rozwiąż nierówność

$$w(x-1) \geq w(x+1).$$

5. Dany jest trapez $ABCD$ o podstawach AB i CD , w którym $\angle ABC = 90^\circ$. Dwusieczna kąta BAD przecina odcinek BC w punkcie P . Niech Q będzie rzutem prostopadłym punktu P na prostą AD . Wykaż, że jeżeli pole czworokąta $APCD$ jest równe polu trójkąta ABP , to $|PC| = |DQ|$.
6. Boisko do gry w piłkę ręczną jest prostokątem o długości 40m i szerokości 20m. Bramki mają szerokość 3m i stoją dokładnie na środku linii bramkowej (krótszego boku prostokąta). Z jakiego punktu linii bocznej (dłuższego boku prostokąta) widać bramkę pod największym możliwym kątem?

Rozwiązania (rękopis) zadań z wybranego poziomu prosimy nadsyłać do **20 listopada 2021r.** na adres:

Wydział Matematyki
Politechnika Wrocławska
Wybrzeże Wyspiańskiego 27
50-370 WROCŁAW,

lub **elektronicznie**, za pośrednictwem portalu talent.pwr.edu.pl

Na kopercie prosimy **koniecznie** zaznaczyć **wybrany poziom! (np. poziom podstawowy lub rozszerzony)**. Do rozwiązań należy dołączyć zaadresowaną do siebie kopertę zwrotną z naklejonym znaczkiem, odpowiednim do formatu listu. Polecamy stosowanie kopert formatu C5 (160x230mm) ze znaczkiem o wartości 3,30 zł. Na każdą większą kopertę należy nakleić droższy znaczek. Prace niespełniające podanych warunków nie będą poprawiane ani odsyłane.

Uwaga. Wysyłając nam rozwiązania zadań uczestnik Kursu udostępnia Politechnice Wrocławskiej swoje **dane osobowe**, które przetwarzamy **wyłącznie** w zakresie niezbędnym do jego prowadzenia (odesłanie zadań, prowadzenie statystyki). Szczegółowe informacje o przetwarzaniu przez nas danych osobowych są dostępne na stronie internetowej Kursu.

Adres internetowy Kursu: <http://www.im.pwr.edu.pl/kurs>