

### Zadanie 7. (3 pkt)

Aby wyznaczyć wszystkie liczby całkowite  $c$ , dla których liczba postaci  $\frac{c-3}{c-5}$  jest także liczbą całkowitą można postąpić w następujący sposób:

- a) Wyrażenie w liczniku ułamka zapisujemy w postaci sumy, której jednym ze składników jest wyrażenie z mianownika:

$$\frac{c-3}{c-5} = \frac{(c-5)+2}{c-5}$$

- b) Zapisujemy powyższy ułamek w postaci sumy liczby 1 oraz pewnego ułamka:

$$\frac{c-5+2}{c-5} = \frac{c-5}{c-5} + \frac{2}{c-5} = 1 + \frac{2}{c-5}$$

- c) Zauważamy, że ułamek  $\frac{2}{c-5}$  jest liczbą całkowitą wtedy i tylko wtedy, gdy liczba  $(c-5)$  jest całkowitym dzielnikiem liczby 2, czyli że  $(c-5) \in \{-1, 1, -2, 2\}$ .

- d) Rozwiązujemy kolejno równania  $c-5=-1$ ,  $c-5=1$ ,  $c-5=-2$ ,  $c-5=2$ ,  
i otrzymujemy odpowiedź: liczba postaci  $\frac{c-3}{c-5}$  jest całkowita dla:  
 $c=4$ ,  $c=6$ ,  $c=3$ ,  $c=7$ .

Rozumując analogicznie, wyznacz wszystkie liczby całkowite  $x$ , dla których liczba postaci

$\frac{x}{x-3}$  jest liczbą całkowitą.

