

**LIGA MATEMATYCZNA**  
**im. Zdzisława Matuskiego**  
**LISTOPAD 2014**  
**SZKOŁA PONADGIMNAZJALNA**

**ZADANIE 1.**

Z punktu  $A$  leżącego na zewnątrz okręgu o środku  $O$  i promieniu  $r$  poprowadzono sieczną, która przecina dany okrąg w punktach  $B$  i  $C$  w taki sposób, że okrąg zbudowany na odcinku  $BC$  jako na średnicy okręgu jest styczny do prostej  $AO$  w punkcie  $D$ . Wyznacz długość odcinka  $AD$ , gdy  $|AO| = a$ .

**ZADANIE 2.**

Na okręgu umieszczono 101 liczb naturalnych. Wykaż, że znajdziemy dwie sąsiadujące ze sobą liczby, których suma jest liczbą parzystą.

**ZADANIE 3.**

Dwie niezerowe różne liczby rzeczywiste  $a, b$  spełniają warunek  $\frac{a}{b} + a = \frac{b}{a} + b$ . Oblicz  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ .

**ZADANIE 4.**

Wyznacz wszystkie liczby pierwsze  $p, q$  takie, że  $2pq = 3(p + q)$ .

**ZADANIE 5.**

Rozwiąż układ równań

$$\begin{cases} 3x + 5y = 8xy \\ 2y + 3z = 2yz \\ 5z + 2x = 4xz. \end{cases}$$