

PRACA KONTROLNA nr 4

1. Statek płynie z Wrocławia do Szczecina 3 dni, a ze Szczecina do Wrocławia 5 dni. Jak długo z Wrocławia do Szczecina płynie woda?

2. Dla jakich wartości rzeczywistych parametru x liczby

$$1 + \log_2 3, \quad \log_x 36, \quad \frac{4}{3} \log_8 6$$

są trzema kolejnymi wyrazami pewnego ciągu geometrycznego.

3. Wanna o pojemności 200 l mająca kształt połowy walca (rozciętego wzdłuż osi) leży poziomo na ziemi i zawiera pewną ilość wody. Do wanny włożono belkę w kształcie walca o średnicy cztery razy mniejszej niż średnica wanny i długości równej połowie długości wanny. Okazało się, że lustro wody styka się z belką zanurzoną w wodzie. Ile wody znajduje się w wannie? Podać z dokładnością do 0,1 l.
4. Wyznaczyć wszystkie wartości parametru m , dla których obydwa pierwiastki trójmianu kwadratowego $v(x) = x^2 + mx - m^2$ leżą **pomiędzy** pierwiastkami trójmianu $w(x) = x^2 - (m - 1)x - m$.
5. Uрна A zawiera trzy kule białe i dwie czarne, a urna B dwie białe i trzy czarne. Wylosowano cztery razy jedną kulę ze zwracaniem z urny A oraz jedną kulę z urny B. Obliczyć prawdopodobieństwo tego, że wśród pięciu wylosowanych kul są co najmniej dwie kule białe.
6. Rozwiązać równanie:

$$2 \sin 2x + 2 \cos 2x + \operatorname{tg} x = 3.$$

7. Dana jest funkcja $f(x) = x^4 - 2x^2$. Wyznaczyć wszystkie proste styczne do wykresu tej funkcji zawierające punkt $P(1, -1)$. Określić ile punktów wspólnych z wykresem tej funkcji mają wyznaczone styczne. Rozwiązanie zilustrować rysunkiem.
8. Podstawą ostrosłupa $ABCS$ jest trójkąt równoramienny, którego kąt przy wierzchołku C ma miarę α , a ramię ma długość $BC = b$. Spodek wysokości ostrosłupa leży w środku wysokości \overline{CD} podstawy, a kąt płaski ściany bocznej ABS przy wierzchołku ma miarę α . Obliczyć promień kuli opisanej na tym ostrosłupie oraz cosinusy kątów nachylenia ścian bocznych do podstawy.