

**PRACA KONTROLNA nr 1 - POZIOM PODSTAWOWY**

1. Uprościć następujące wyrażenie, określwszy uprzednio jego dziedzinę:

$$\frac{1}{\sqrt[6]{a^3b^2} - \sqrt[6]{b^5}} \left( \sqrt[3]{a^2} - \frac{b}{\sqrt[3]{a}} \right) + \frac{1}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} : \frac{\sqrt[3]{ab}}{a - b}$$

Obliczyć wartość tego wyrażenia, przyjmując  $a = 3 + 2\sqrt{2}$  i  $b = 1 + \sqrt{2}$ .

2. Niech  $B$  oznacza dziedzinę funkcji  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{3+2x-x^2}}$ , a  $A = \left\{ x \in \mathbb{R} : \frac{1}{|x^2-1|} \geq 4 \right\}$ .  
Wyznaczyć i zaznaczyć na osi liczbowej zbiory  $A$ ,  $B$ ,  $A \cap B$ ,  $A \cup B$  oraz  $(A \setminus B) \cup (B \setminus A)$ .

3. Podać wzór funkcji kwadratowej, której wykres jest symetrycznym odbiciem wykresu funkcji  $f(x) = x^2 + 2x$  względem: a) prostej  $x = 1$ , b) punktu  $(0, 0)$ , c) punktu  $(1, 0)$ .  
Odpowiedź uzasadnić, przeprowadzając odpowiednie obliczenia. Sporządzić staranne wykresy wszystkich rozważanych funkcji.

4. W pewnym ciągu arytmetycznym różnica piętnastego i drugiego wyrazu jest równa 13. Oblicz  $a_{30} - a_4$  oraz sumę pierwszych dziesięciu wyrazów o numerach nieparzystych, wiedząc, że suma pierwszych dziesięciu wyrazów o numerach parzystych jest równa 125.

5. Przekątne trapezu prostokątnego o podstawach 3 i 4 przecinają się pod kątem prostym. Obliczyć obwód i pole trapezu. Sporządzić rysunek.

6. Ostrosłup prawidłowy, którego podstawą jest kwadrat o boku  $a$ , przecięto płaszczyzną przechodzącą przez wysokość ostrosłupa i przekątną podstawy. Pole otrzymanego przekroju jest równe polu podstawy. Wyznaczyć pole powierzchni całkowitej ostrosłupa oraz cosinus kąta nachylenia ściany bocznej do podstawy.