



L KORRESPONDENCYJNY KURS
Z MATEMATYKI

styczeń 2021 r.

PRACA KONTROLNA nr 5 - POZIOM PODSTAWOWY

1. Jeden z wierzchołków trójkąta równobocznego wpisanego w okrąg $x^2 + y^2 = 2$ znajduje się w punkcie $P(1, 1)$. Wyznacz położenie pozostałych wierzchołków i sporządź odpowiedni rysunek.

2. Zbadaj, dla jakiej wartości parametru $\alpha \in [0, 2\pi]$ liczba 0 jest największą wartością funkcji

$$f(x) = x^2 \cos \alpha + x(1 + \cos 2\alpha) - 1$$

w całej jej dziedzinie.

3. Wyznacz te argumenty funkcji

$$g(x) = 16 \cdot 2^{x^4} \cdot 243^{x^2} - 81 \cdot 3^{x^4} \cdot 32^{x^2},$$

dla których funkcja ta przyjmuje wartości nieujemne.

4. Zakładając, że $x \in [0, 2\pi]$, rozwiąż nierówność trygonometryczną

$$16 \sin^4 \frac{x}{2} - 16 \sin^2 \frac{x}{2} + 3 \geq 0.$$

5. Wyznacz wszystkie punkty wspólne krzywych

$$y = \log_{\sqrt{2}} \sqrt{2x-1} + \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{3x+1} \quad \text{oraz} \quad y = 1 + 2 \log_4(x+1).$$

6. Narysuj wykres funkcji

$$f(x) = \left| 2 - \left| 2 - 2^{|x|} \right| \right|$$

i precyzyjnie opisz zastosowaną metodę jego konstrukcji. Na podstawie rysunku wskaż lokalne ekstrema funkcji oraz określ jej najmniejszą i największą wartość w całej dziedzinie, o ile one istnieją.

PRACA KONTROLNA nr 5 - POZIOM ROZSZERZONY

1. Jeden z wierzchołków sześciokąta foremnego wpisanego w okrąg $x^2 + y^2 = 2$ znajduje się w punkcie $P(-1, -1)$. Wyznacz położenie pozostałych wierzchołków i sporządź odpowiedni rysunek.

2. Rozwiąż nierówność

$$2^{3x^3+x^2-3x+1} \cdot 3^{6x^4-x^2} \geq 3^{x^3+6x^2-x-1} \cdot 4^{3x^4+x^3-3x^2-x+1}.$$

3. Określ dziedzinę i zbadaj, dla jakich argumentów funkcja

$$f(x) = \log_{x-1}(x+2) + \log_{x+2} \frac{1}{x-1}$$

przyjmuje wartości dodatnie.

4. Rozwiąż nierówność

$$3 - 3 \sin^2 x + 3 \sin^4 x - 3 \sin^6 x + \dots \leq \frac{16 \cos^2 x - 16 \cos^4 x}{2 - \cos^2 x},$$

której lewa strona jest sumą wszystkich wyrazów nieskończonego ciągu geometrycznego.

5. Na stożku o promieniu podstawy R opisano ostrosłup prawidłowy czworokątny, a w stożek ten wpisano ostrosłup prawidłowy sześciokątny. Stosunek pól powierzchni bocznych obu ostrosłupów wynosi k . Wyznacz zakres zmienności parametru k , a dla $k = \frac{11}{8}$ oblicz wysokość stożka i wykonaj staranne rysunki rozważanych brył.

6. Określ dziedzinę, wyznacz wszystkie asymptoty, przedziały monotoniczności oraz wszystkie lokalne ekstrema funkcji

$$f(x) = \frac{x^3 + x^2 - x + 2}{x^2 + x - 2}.$$

Sporządź staranny wykres.

Rozwiązania (rękopis) zadań z wybranego poziomu prosimy nadsyłać do **20 stycznia 2021r.** na adres:

Wydział Matematyki
Politechnika Wrocławska
Wybrzeże Wyspiańskiego 27
50-370 WROCŁAW.

Na kopercie prosimy **koniecznie** zaznaczyć **wybrany poziom! (np. poziom podstawowy lub rozszerzony)**. Do rozwiązań należy dołączyć zaadresowaną do siebie kopertę zwrotną z naklejonym znaczkiem, odpowiednim do formatu listu. Polecamy stosowanie kopert formatu C5 (160x230mm) ze znaczkiem o wartości 3,30 zł. Na każdą większą kopertę należy nakleić droższy znaczek. Prace niespełniające podanych warunków nie będą poprawiane ani odesyłane.

Uwaga. Wysyłając nam rozwiązania zadań uczestnik Kursu udostępnia Politechnice Wrocławskiej swoje **dane osobowe**, które przetwarzamy **wyłącznie** w zakresie niezbędnym do jego prowadzenia (odesłanie zadań, prowadzenie statystyki). Szczegółowe informacje o przetwarzaniu przez nas danych osobowych są dostępne na stronie internetowej Kursu.

Adres internetowy Kursu: <http://www.im.pwr.edu.pl/kurs>