

## PRACA KONTROLNA nr 2 - POZIOM ROZSZERZONY

1. Trzeci składnik rozwinięcia dwumianu  $\left(\sqrt[3]{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^n$  ma współczynnik równy 45. Wyznaczyć wszystkie składniki tego rozwinięcia, w których  $x$  występuje w potęgze o wykładniku całkowitym.
2. Niech  $A = \{(x, y) : y \geq |x - 2| - 1\}$ ,  $B = \{(x, y) : y + \sqrt{4x - x^2 - 3} \leq 2\}$ . Narysować na płaszczyźnie zbiór  $A \cap B$  i obliczyć jego pole.
3. Niech  $a_n = \frac{1 + kn}{5 + k^2n}$ .
  - a) Określić monotoniczność ciągu  $(a_n)$  w zależności od parametru  $k$ .
  - b) Niech  $S(k)$  oznacza sumę nieskończonego ciągu geometrycznego o pierwszym wyrazie  $a_1 = 1$  i ilorazie  $q_k = \lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ . Sporządzić wykres funkcji  $S(k)$  i na tej podstawie wyznaczyć zbiór jej wartości.
4. Dana jest funkcja  $f(x) = \cos x$ . Wyznaczyć dziedzinę oraz zbiór wartości funkcji

$$g(x) = \sqrt{f\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + \sqrt{3}f(x) - 1}.$$

5. Czworokąt wypukły  $ABCD$ , w którym  $AB = 1, BC = 2, CD = 4, DA = 3$  jest wpisany w okrąg. Obliczyć promień  $R$  tego okręgu. Sprawdzić, czy w czworokąt ten można wpisać okrąg. Jeżeli tak, to obliczyć promień  $r$  tego okręgu.
6. Płaszczyzna przechodząca przez jeden z wierzchołków czworościanu foremnego i równoległa do jednej z jego krawędzi dzieli ten czworościan na dwie bryły o takiej samej objętości. Wyznaczyć pole przekroju oraz cosinus kąta nachylenia tego przekroju do płaszczyzny podstawy.