

LIGA MATEMATYCZNA
im. Zdzisława Matuskiego
GRUDZIEŃ 2013
GIMNAZJUM

ZADANIE 1.

Wyznacz najmniejszą możliwą wartość wyrażenia

$$x_1x_2 + x_2x_3 + x_3x_4 + \dots + x_{100}x_{101} + x_{101}x_1,$$

gdy każda z liczb $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{101}$ jest równa 1 lub -1 .

ZADANIE 2.

Podstawa trójkąta równoramiennego ABC ma długość 2 cm, a ramię - 4 cm. Oblicz obwód trójkąta, którego wierzchołkami są spodki wysokości trójkąta ABC .

ZADANIE 3.

Wykaż, że jeżeli liczby a oraz b są dodatnie, to

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \geq \frac{4}{a+b}.$$

ZADANIE 4.

Wyznacz dwie kolejne liczby naturalne, z których większa dzieli się przez 2009, a mniejsza przez 45.

ZADANIE 5.

W kasynie stoją automaty do gry. Pracownik opróżnił je i przyniósł do biura 2013 żetonów. Oświadczył, że wyjął żetony ze wszystkich 31 automatów, w każdym było co najmniej 50 żetonów, ale w żadnych dwóch maszynach nie było tej samej liczby żetonów. Kierownik kasyna oskarżył go o oszustwo. Dlaczego?