

PRACA KONTROLNA nr 6 - POZIOM PODSTAWOWY

1. Andrzej przebiegł maraton, pokonując drugą połowę trasy 10% wolniej od pierwszej. Bernard, biegnąc początkowo w tempie narzuconym przez Andrzeja, w połowie czasu biegu zwolnił o 10%. Ustal, który z biegaczy pierwszy przekroczył linię mety.
2. Niech p będzie liczbą pierwszą, $p \geq 7$. Uzasadnij, że liczba $p^2 - 49$ jest podzielna przez 24.
3. Rozwiąż równanie

$$12 \cos^2 3x \cdot \sin^2 2x + \sin^2 3x = 4 \sin^2 3x \cdot \sin^2 2x + 3 \cos^2 3x.$$

4. Wyznacz wszystkie argumenty x , dla których funkcja

$$f(x) = \log_3(x^2 - x) - \log_9(x^2 + x - 2)$$

przyjmuje wartości dodatnie.

5. Przekątna rombu o obwodzie 12 jest zawarta w prostej $x - 2y = 0$, a punkt $A(1, 3)$ jest jednym z jego wierzchołków. Wyznaczyć współrzędne pozostałych wierzchołków tego rombu i obliczyć jego pole. Wykonać staranny rysunek.
6. Narysuj wykres funkcji

$$f(x) = \sin^2 x + \cos^2 x + \sin^4 x + \cos^4 x + \sin^6 x + \cos^6 x.$$

Znajdź wszystkie liczby z przedziału $[0, 2\pi]$ spełniające nierówność $8f(x) > 19$. Zastosuj wzory $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$ oraz $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$.