

PRACA KONTROLNA nr 1 - POZIOM ROZSZERZONY

1. Statek wyrusza (z biegiem rzeki) z przystani A do odległej o 140 km przystani B. Po upływie 1 godziny wyrusza za nim łódź motorowa, dopędza statek w połowie drogi, po czym wraca do przystani A w tym samym momencie, w którym statek przybija do przystani B. Wyznaczyć prędkość statku i prędkość łodzi w wodzie stojącej, wiedząc, że prędkość nurtu rzeki wynosi 4 km/godz.
2. Uprościć wyrażenie (dla a, b , dla których ma ono sens)

$$\left(\frac{\sqrt[6]{b}}{\sqrt{b} - \sqrt[6]{a^3 b^2}} - \frac{a}{\sqrt{ab} - a\sqrt[3]{b}} \right) \left[\frac{1}{\sqrt{a} - \sqrt{b}} \left(\sqrt[6]{a^5} - \frac{b}{\sqrt[6]{a}} \right) - \frac{a-b}{\sqrt[3]{a^2} + \sqrt[6]{a}\sqrt{b}} \right],$$

a następnie obliczyć jego wartość dla $a = 4 \log_4 81$ i $b = (\log_3 2)^{-1}$.

3. Rozwiązać równanie $\sin 2x + \sin x = 2 + \cos x - 2 \cos^2 x$.
4. Rozwiązać nierówność $\frac{1}{\sqrt{4-x^2}} \geq \frac{1}{x-1}$ i starannie zaznaczyć zbiór rozwiązań na osi liczbowej.
5. Każda z przekątnych trapezu ma długość 5, jedna z podstaw ma długość 2, a pole równe jest 12. Obliczyć promień okręgu opisanego na tym trapezie. Sporządzić rysunek.
6. W czworościanie $ABCD$ jedna krawędź jest o połowę krótsza od pozostałych, które są równe. Obliczyć objętość oraz cosinusy kątów dwuściennych tego czworościanu. Sporządzić rysunek.