



LI KORRESPONDENCYJNY KURS  
Z MATEMATYKI

luty 2022 r.

### PRACA KONTROLNA nr 6 - POZIOM PODSTAWOWY

1. Prawdopodobieństwo, że w dowolnie wybranym przedziale pociągu relacji Warszawa – Wrocław podróżny znajdzie co najmniej jedno wolne miejsce wynosi  $\frac{1}{2}$ . Podróżny szuka pierwszego wolnego miejsca, zaglądając do każdego kolejnego przedziału. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia, że liczba odwiedzonych przez niego przedziałów nie przekroczy 4.
2. Rozwiąż nierówność wykładniczą

$$2^{x^3} \cdot 9^{2x-1} < 3^{x^3-2} \cdot 4^{2x}.$$

3. W trójkącie równoramiennym  $\triangle ABC$  o ramionach  $AC$  i  $BC$  kąt przy podstawie  $AB$  ma miarę  $\alpha$ . Na boku  $AC$  umieszczono punkt  $D$  w taki sposób, że trójkąty  $\triangle ABC$  i  $\triangle ABD$  są podobne. Wyznacz skalę podobieństwa tych trójkątów oraz warunki rozwiązalności zadania. Oblicz stosunek pól tych trójkątów oraz stosunek objętości stożków powstałych przez obrót tych trójkątów wokół ich osi symetrii.
4. Wyznacz wszystkie możliwe wartości kąta ostrego  $\alpha$  jeżeli wiadomo, że

$$\operatorname{tg} 2\alpha + \operatorname{ctg} 2\alpha = -\frac{4\sqrt{3}}{3}.$$

5. Niech  $x \in [0, 2\pi]$ . Rozwiąż nierówność

$$\sin^5 x + \cos^5 x \geq \sin^4 x \cdot \cos x + \cos^4 x \cdot \sin x.$$

6. Wyznacz wszystkie argumenty  $x$ , dla których funkcja

$$f(x) = \log_2(x+2) - 2 \log_4 \sqrt{x^3+8}$$

przyjmuje wartości niedodatnie.

## PRACA KONTROLNA nr 6 - POZIOM ROZSZERZONY

1. Rzucamy cztery razy jednorodną kostką do gry. Oblicz prawdopodobieństwo, że suma wyrzuconych oczek przekroczy 12, jeśli wiadomo, że suma oczek wyrzuconych w dwóch pierwszych rzutach wynosi 8.

2. Rozwiąż równanie trygonometryczne

$$\frac{\sin 2x \cdot \sin x - \cos 2x \cdot \cos x}{\cos 2x \cdot \sin x - \sin 2x \cdot \cos x} = 1.$$

3. Rozwiąż równanie

$$5^{\operatorname{tg}^2 x - 1} + 5^{3 - \operatorname{tg}^2 x} = 26.$$

4. Rozwiąż nierówność logarytmiczną

$$1 + \log_{x-1} x < \log_{x-1}(x + 6).$$

5. Wyznacz dziedzinę i miejsca zerowe funkcji

$$f(x) = \log_{\sin(-x)}(4 \sin x \cdot \cos x - 1).$$

6. W trójkącie równoramiennym  $\triangle ABC$ , którego podstawa  $AB$  ma długość 4, miara kąta pomiędzy ramionami  $AC$  i  $BC$  wynosi  $30^\circ$ . Oblicz objętość bryły powstałej przez obrót tego trójkąta względem jednego z jego ramion.

---

Rozwiązania (rękopis) zadań z wybranego poziomu prosimy nadsyłać do **20 lutego 2022r.** na adres:

Wydział Matematyki  
Politechnika Wrocławska  
Wybrzeże Wyspiańskiego 27  
50-370 WROCŁAW,

lub **elektronicznie**, za pośrednictwem portalu [talent.pwr.edu.pl](http://talent.pwr.edu.pl)

Na kopercie prosimy **koniecznie** zaznaczyć **wybrany poziom!** (np. **poziom podstawowy lub rozszerzony**). Do rozwiązań należy dołączyć zaadresowaną do siebie kopertę zwrotną z naklejonym znaczkiem, odpowiednim do formatu listu. Polecamy stosowanie kopert formatu C5 (160x230mm) ze znaczkiem o wartości 3,30 zł. Na każdą większą kopertę należy nakleić droższy znaczek. Prace niespełniające podanych warunków nie będą poprawiane ani odsyłane.

**Uwaga.** Wysyłając nam rozwiązania zadań uczestnik Kursu udostępnia Politechnice Wrocławskiej swoje **dane osobowe**, które przetwarzamy **wyłącznie** w zakresie niezbędnym do jego prowadzenia (odesłanie zadań, prowadzenie statystyki). Szczegółowe informacje o przetwarzaniu przez nas danych osobowych są dostępne na stronie internetowej Kursu.

Adres internetowy Kursu: <http://www.im.pwr.edu.pl/kurs>