

PRACA KONTROLNA nr 3 - POZIOM ROZSZERZONY

1. Dla jakich wartości rzeczywistego parametru p równanie $(p-2)x^2 - (p+1)x - p = 0$ ma dwa różne pierwiastki: a) ujemne? b) będące sinusem i cosinusem tego samego kąta?
2. Jakie powinny być wymiary puszki w kształcie walca o pojemności jednego litra, by jej pole powierzchni całkowitej było najmniejsze?
3. Z badań statystycznych wynika, że 5% mężczyzn i 0,2% kobiet to daltoniści. Wiadomo, że 55% mieszkańców Wrocławia stanowią kobiety. Jakie jest prawdopodobieństwo, że wśród 3 losowo wybranych osób przynajmniej dwie nie odróżniają kolorów?
4. Rozwiązać nierówność $\log_x \frac{2-7x}{2x-7} \geq a$, gdzie a jest granicą ciągu o wyrazach $a_n = \frac{4n(\sqrt{n^2+n}-n)}{n+1}$.
5. Pary liczb spełniające układ równań

$$\begin{cases} -4x^2 + y^2 + 2y + 1 = 0, \\ -x^2 + y + 4 = 0 \end{cases}$$

są współrzędnymi wierzchołków czworokąta wypukłego $ABCD$.

- a) Wykazać, że czworokąt $ABCD$ jest trapezem równoramiennym.
 - b) Wyznaczyć równanie okręgu opisanego na czworokącie $ABCD$.
6. Piramida utworzona z pięciu kul, z których cztery mają taki sam promień, jest wpisana w walec. Przekrój osiowy walca jest kwadratem o boku d . Wyznaczyć promienie tych kul.