

PRACA KONTROLNA nr 7

kwiecień 2005r.

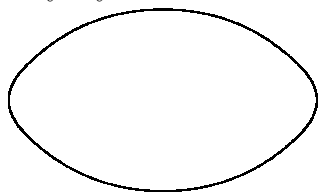
1. Liczba czteroelementowych podzbiorów zbioru A jest 11 razy większa od liczby jego podzbiorów dwuelementowych, a zbiór $B \subset A$ ma tyle samo podzbiorów czteroelementowych co dwuelementowych. Ile podzbiorów co najwyżej trzelementowych ma zbiór $A \setminus B$?
2. Reszta z dzielenia wielomianu $x^3 + px^2 - x + q$ przez trójmian $(x + 2)^2$ wynosi $(-x + 1)$. Obliczyć pierwiastki tego wielomianu.
3. Kula \mathcal{K} jest styczna do wszystkich krawędzi czworościanu foremnego o objętości 64 cm^3 . Czworościan ten przecięto płaszczyzną równoległą do jednej ze ścian i styczną do kuli \mathcal{K} . Obliczyć objętość otrzymanego ostrosłupa ściętego.

4. Znaleźć wszystkie wartości parametru p , dla których przedział $[1, 2]$ jest zawarty w dziedzinie funkcji

$$f(x) = \frac{\sqrt{x^2 - 3px + 2p^2}}{\sqrt{x + p}}.$$

5. Ze zbioru liczb czterocyfrowych wylosowano (ze zwracaniem) 4 liczby. Obliczyć prawdopodobieństwo tego, że co najmniej dwie z wylosowanych liczb czytane od strony lewej do prawej lub od strony prawej do lewej są podzielne przez 4.

6. Należy wykonać stolik o symetrycznym owalnym blacie, jak pokazano na rysunku obok, o długości 1 m i szerokości 60 cm. Projektant przyjął, że brzeg blatu będzie się składał z czterech łuków okręgów, każdy o kącie środkowym 90° . Jakie powinny być promienie tych łuków, aby brzeg blatu był krzywą gładką? Podać powierzchnię blatu z dokładnością do 1 cm^2 .



7. Styczna do okręgu $x^2 + y^2 - 4x - 2y - 5 = 0$ w punkcie $A(-1, 2)$, prosta $3x + 4y - 10 = 0$ oraz oś Ox tworzą trójkąt. Obliczyć jego pole i sporządzić rysunek.
8. Rozwiązać równanie

$$\operatorname{ctg}^2 x - \operatorname{ctg}^4 x + \operatorname{ctg}^6 x - \dots = \frac{1 + \cos 3x}{2},$$

którego lewa strona jest sumą nieskończonego ciągu geometrycznego.

9. Na walcu obrotowym o wysokości równej średnicy podstawy opisano ostrosłup prawidłowy trójkątny o najmniejszej objętości i taki, że jedna z podstaw walca leży na podstawie ostrosłupa. Obliczyć tangens kąta nachylenia ściany bocznej tego ostrosłupa do podstawy.