

Kod ucznia.....

Nazwisko i imię .....





MATEMATYKA –poziom rozszerzony

MAJ 2019

## Instrukcja dla zdającego

Klasa 2

Czas pracy:  
**180 minut**

1. Sprawdź, czy arkusz zawiera 15 stron (zadania 1-15). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi zamieść w miejscu na to przeznaczonym.
3. Odpowiedzi do zadań zamkniętych (1–5) przenieś na kartę odpowiedzi, zaznaczając je w części karty przeznaczonej dla zdającego. Zamaluj pola  do tego przeznaczone. Błędne zaznaczenie otocz kółkiem  i zaznacz właściwe.
4. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadania otwartego (7–15) może spowodować, że za to rozwiązanie nie otrzymasz pełnej liczby punktów.
5. Pisz czytelnie i używaj **tylko długopisu lub pióra** z czarnym tuszem lub atramentem.
6. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
7. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
8. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora prostego.
9. Na tej stronie oraz na karcie odpowiedzi wpisz swój kod (nazwisko i imię - **zgodnie z ustaleniami szkolnymi**).
10. Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla egzaminatora.

*Życzymy powodzenia!*Liczba punktów  
do uzyskania: **50**

W zadaniach o numerach od 1 do 5 wybierz i zaznacz na karcie odpowiedzi jedną poprawną odpowiedź

**Zadanie 1.** (1pkt)

Dany jest ciąg geometryczny nieskończony  $\sqrt{3}(\sqrt{3}-2), \frac{3-2\sqrt{3}}{\sqrt{3}}, \frac{\sqrt{3}-2}{\sqrt{3}}, \dots$

Suma wszystkich wyrazów tego ciągu jest równa:

- A.  $\frac{3(\sqrt{3}-2)}{\sqrt{3}-1}$       B.  $\frac{3\sqrt{3}(\sqrt{3}-2)}{2}$       C. nie jest to ciąg zbieżny      D.  $\frac{1}{\sqrt{3}}$

**Zadanie 2.** (1pkt)

Granica  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+3+5+\dots+2n-1}{(2n+5)(3n+7)}$  jest równa

- A.  $-\frac{1}{3}$       B.  $\frac{1}{5}$       C.  $\frac{1}{6}$       D. 0

**Zadanie 3.** (1pkt)

Równanie  $|x^2 - 6x| = m$  o niewiadomej  $x$  ma cztery rozwiązania dla  $m$ :

- A.  $m \in (-9, 0)$       B.  $m \in \langle 0, 9 \rangle$       C.  $m \in (0, 9)$       D.  $m \in (0, \infty)$

**Zadanie 4.** (1pkt)

Zbiór  $(-\infty, -5) \cup (1, \infty)$  opisuje nierówność

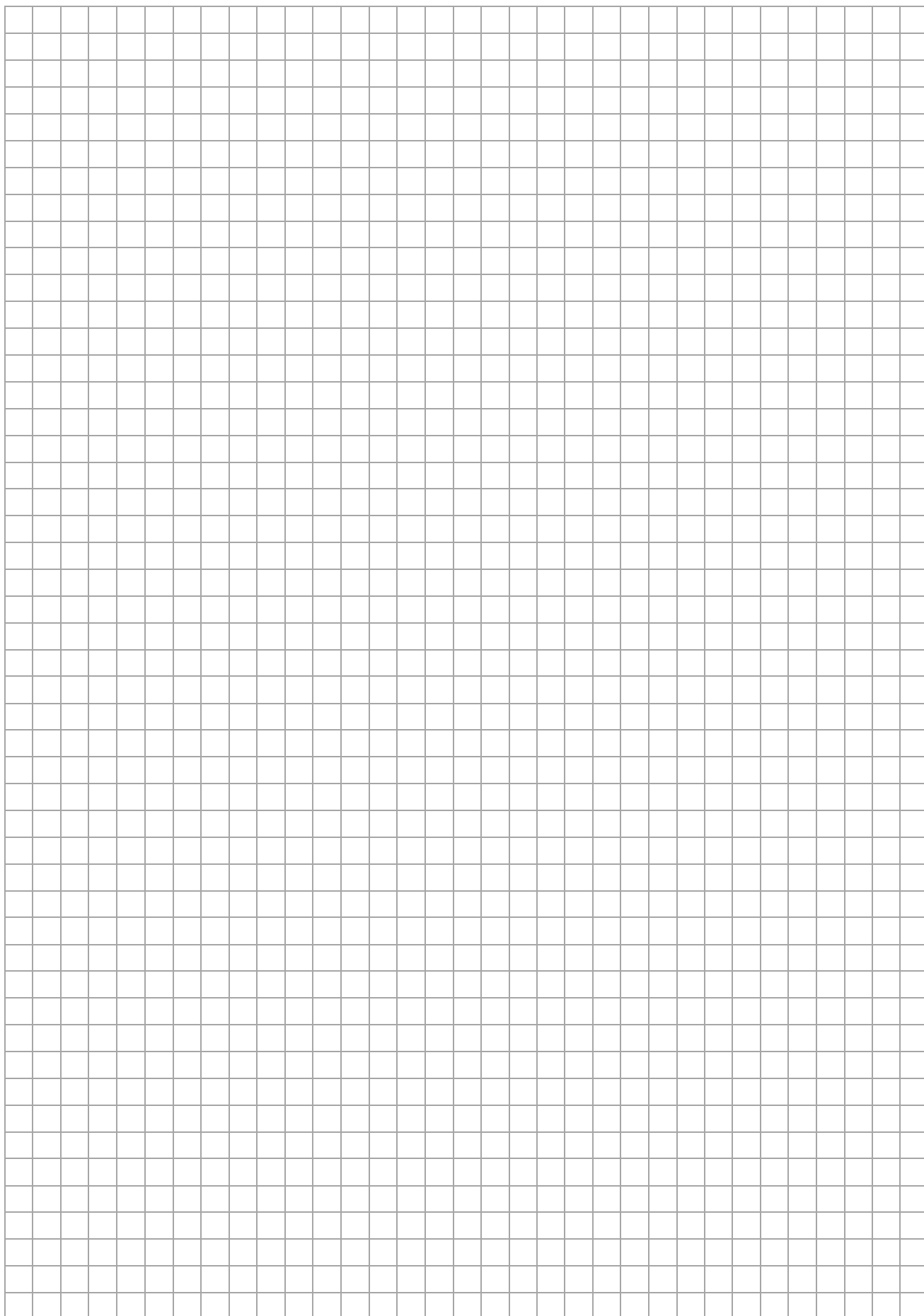
- A.  $|x-2| < 3$       B.  $|x+2| \geq 3$       C.  $|x+1| \geq 4$       D.  $|x-1| > 4$

**Zadanie 5.** (1pkt)

Wartość wyrażenia  $\sin 75^\circ - \cos 75^\circ$  jest równa :

- A.  $\frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}$       B.  $\frac{\sqrt{6}}{2}$       C.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$       D. 0

---

**BRUDNOPIS**

W zadaniu 6 zakoduj we wskazanym miejscu wynik zgodnie z poleceniem.

**Zadanie 6.** (2pkt)

Dla jakich wartości parametru  $k$  reszta z dzielenia wielomianu  $W(x) = k^2 x^{30} - 60x^{20} - 12k - 2$  przez dwumian  $x - 1$  jest równa 2?

Zakoduj cyfrę setek, dziesiątek i jedności sumy sześciątów otrzymanych wyników.

setki	dziesiątki	jedności

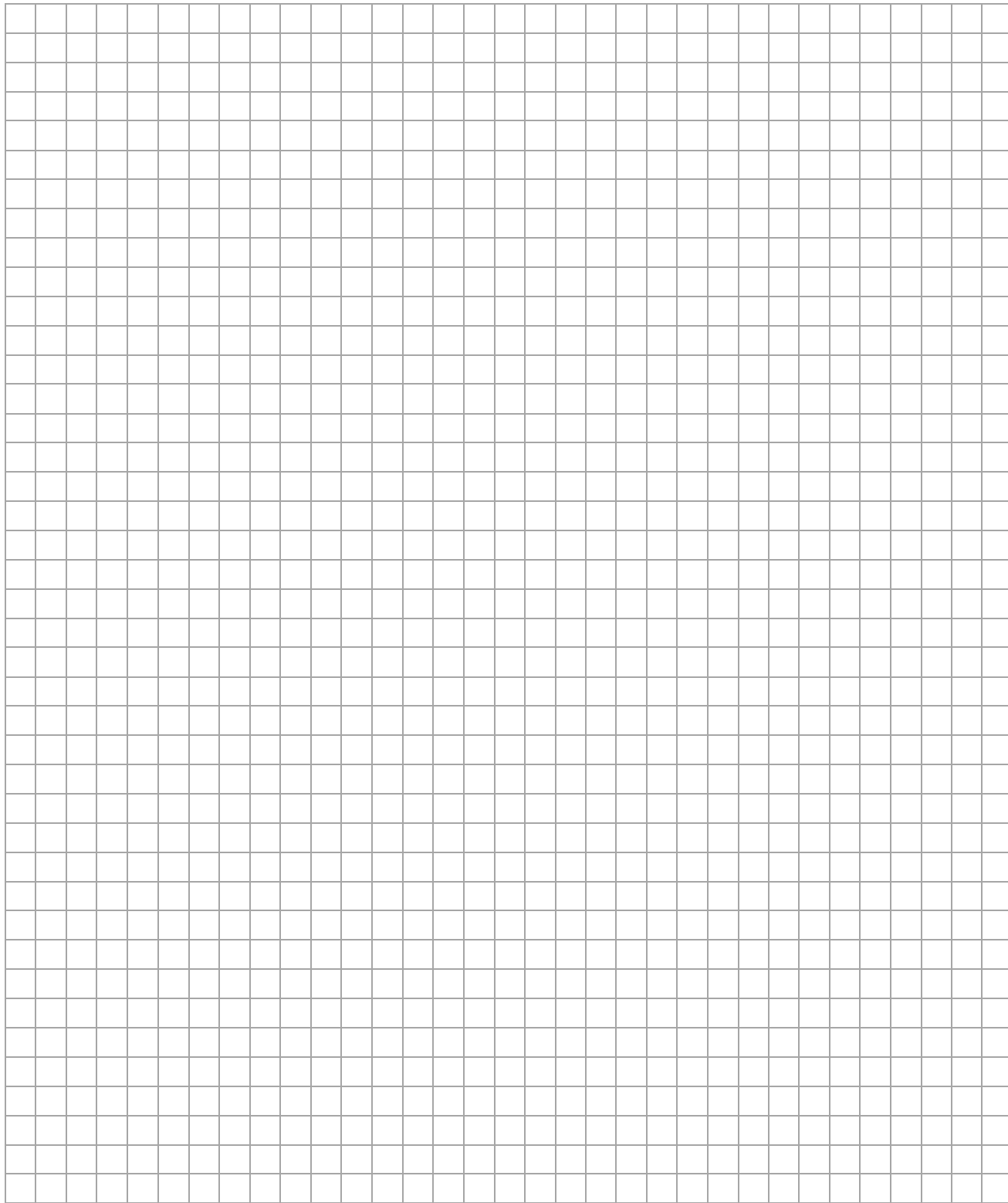
This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, uniform squares formed by thin, light gray lines. There are no margins, text, or other markings on the page.

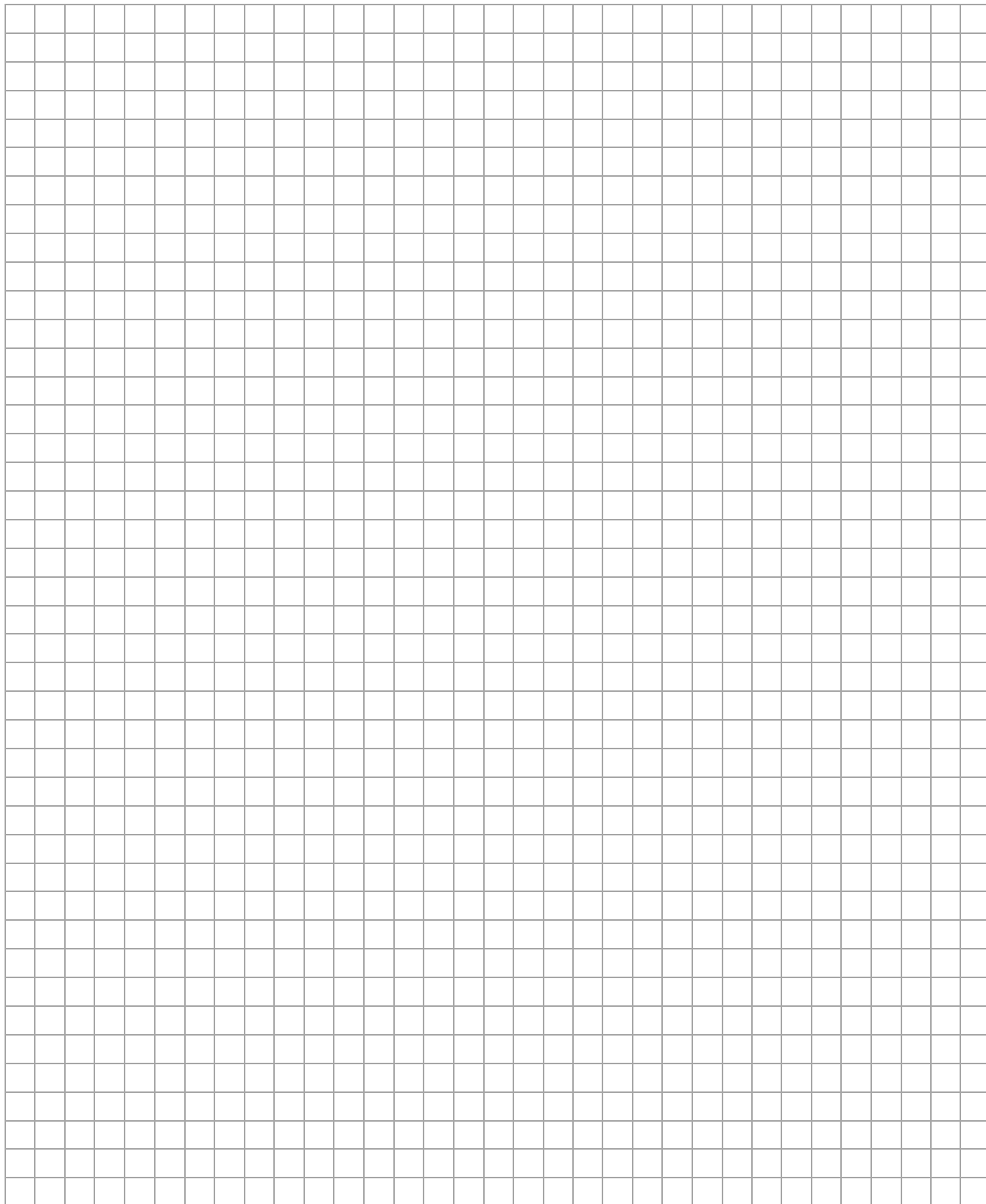
Rozwiązania zadań od 7 do 15 należy zapisać w wyznaczonych miejscach pod treścią zadania.

**Zadanie 7.** (4pkt)

Dla jakich wartości parametru  $k$  suma kwadratów pierwiastków równania

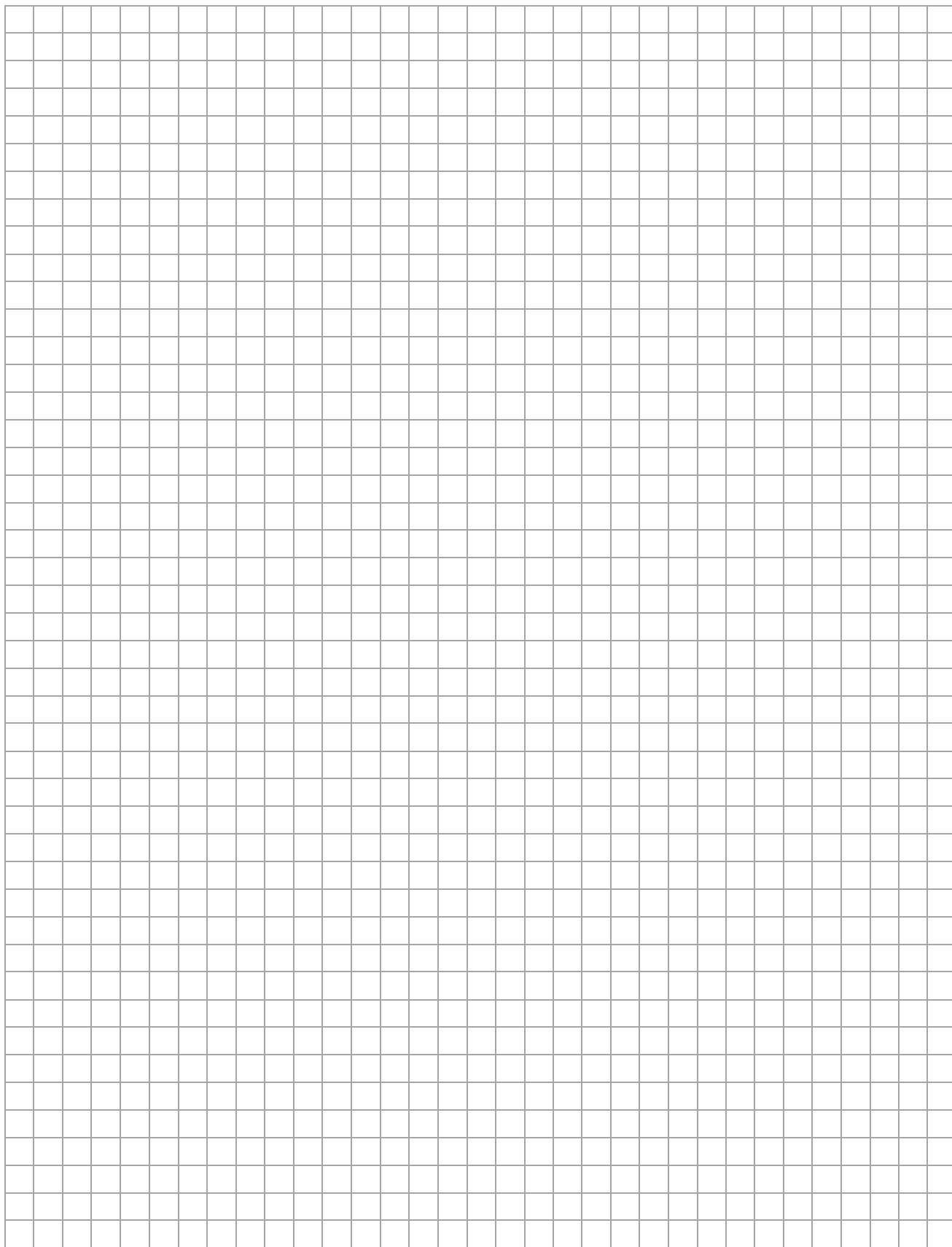
$$x^2 + (k - 3)x + k - 5 = 0 \quad \text{jest najmniejsza?}$$

A large grid of graph paper, consisting of 30 columns and 30 rows of small squares, intended for the student to write their solution to the problem.

**Zadanie 8.** (5pkt).Rozwiąż nierówność  $|x^3 - 1| < x^2 + x + 1$ 

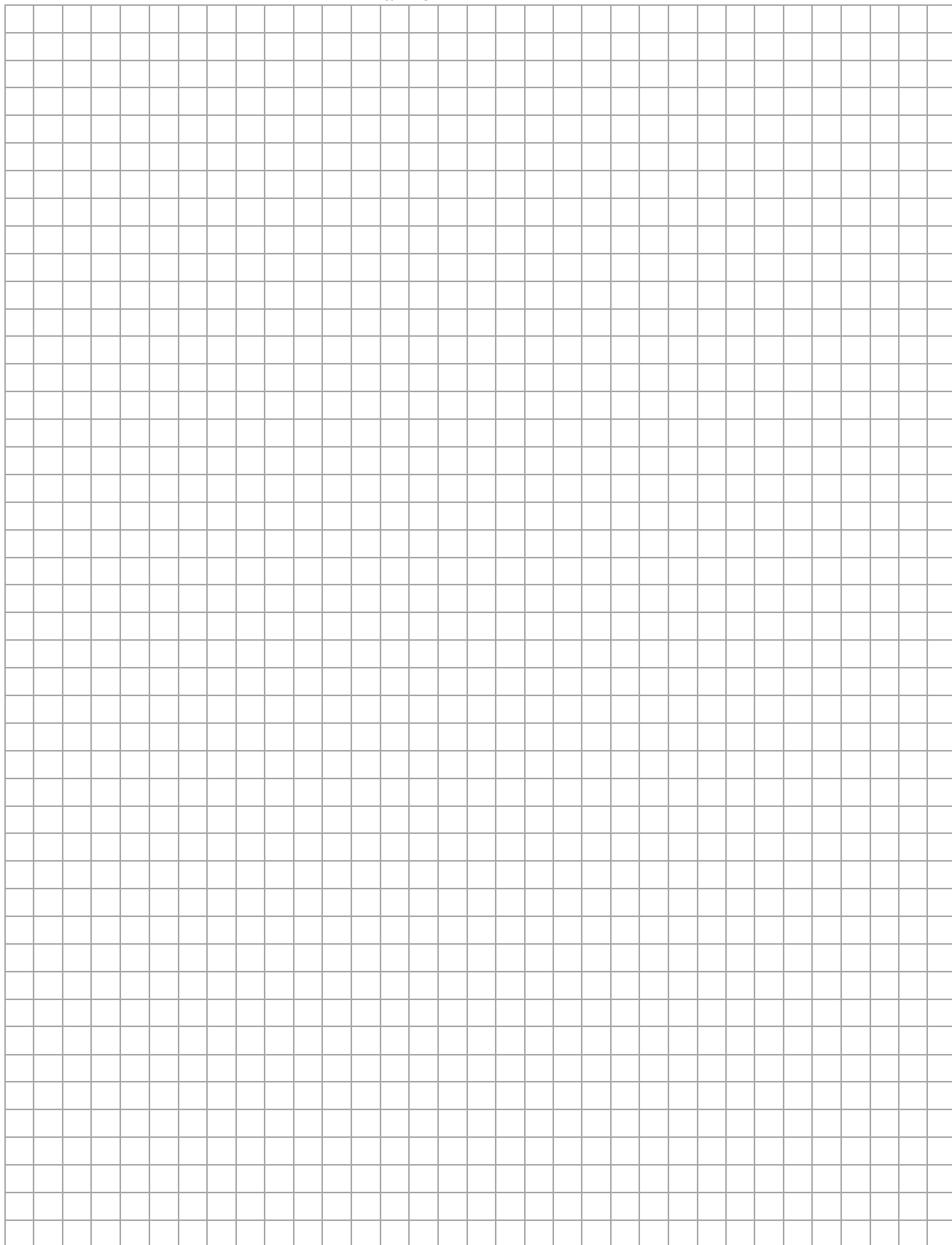
**Zadanie 9.** (5pkt).

Trzy liczby tworzą rosnący ciąg geometryczny. Suma tych liczb jest równa 28. Liczby te są jednocześnie 1, 2 i 4 wyrazem ciągu arytmetycznego. Jakie to liczby?



**Zadanie 10.** (3pkt)

Wykaż, że jeżeli  $a, b > 0$  to  $\sqrt{ab} \geq \frac{2}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}}$ .

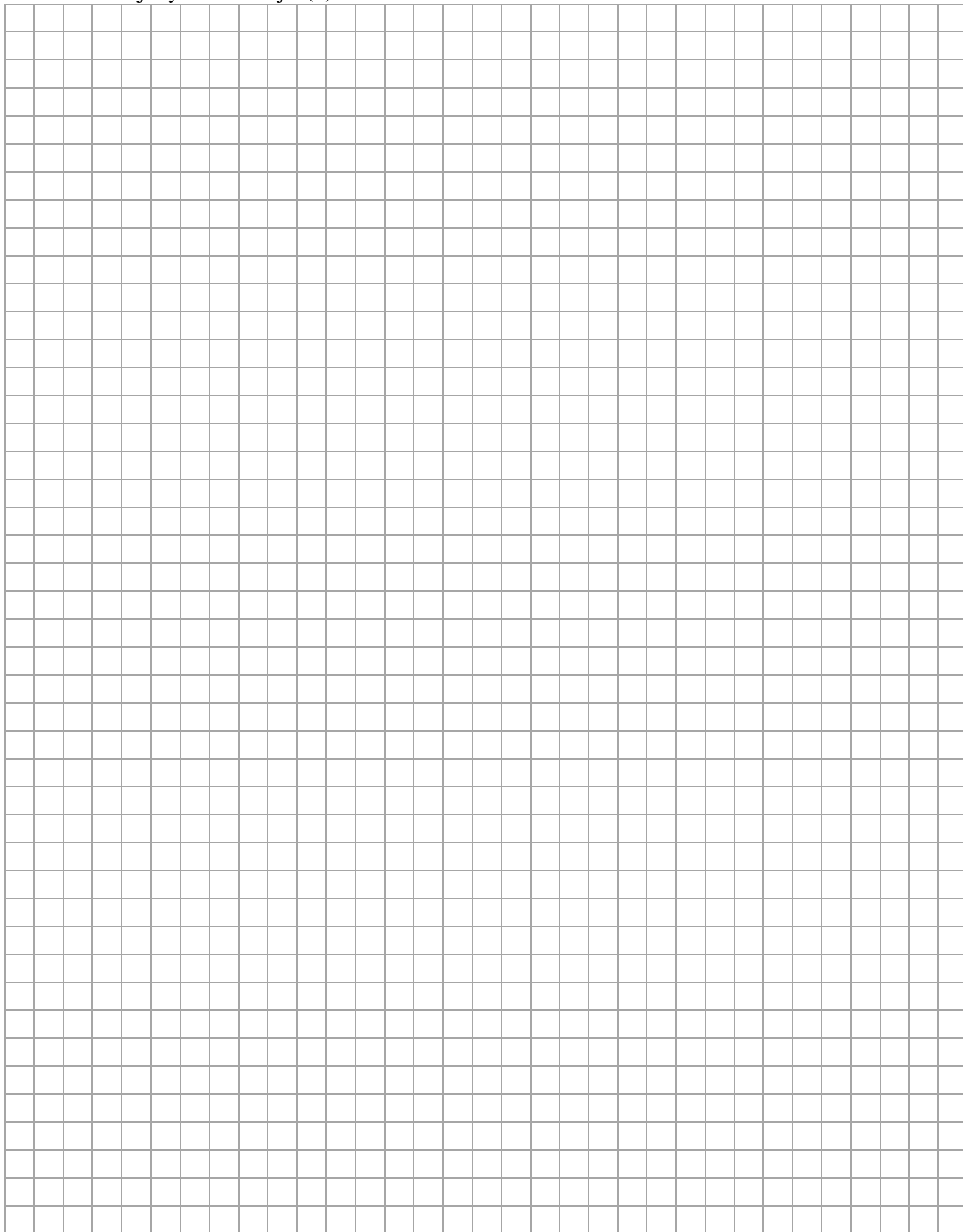




**Zadanie 11.** ( 7pkt )

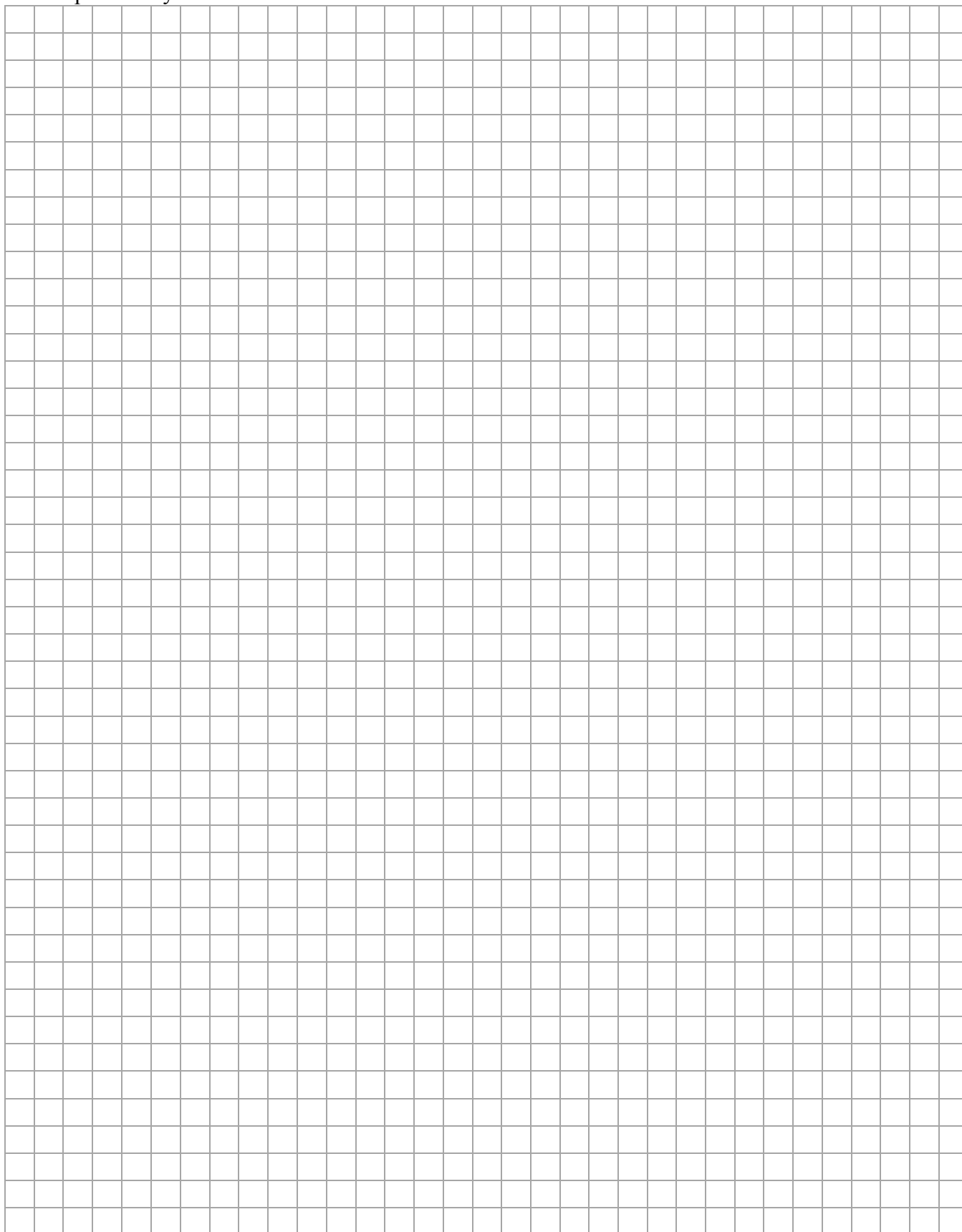
Wyznacz dziedzinę i zbiór wartości funkcji  $f(x) = 1 + \frac{x+2}{x+4} + \left(\frac{x+2}{x+4}\right)^2 + \dots$

Naszkicuj wykres funkcji  $f(x)$ .



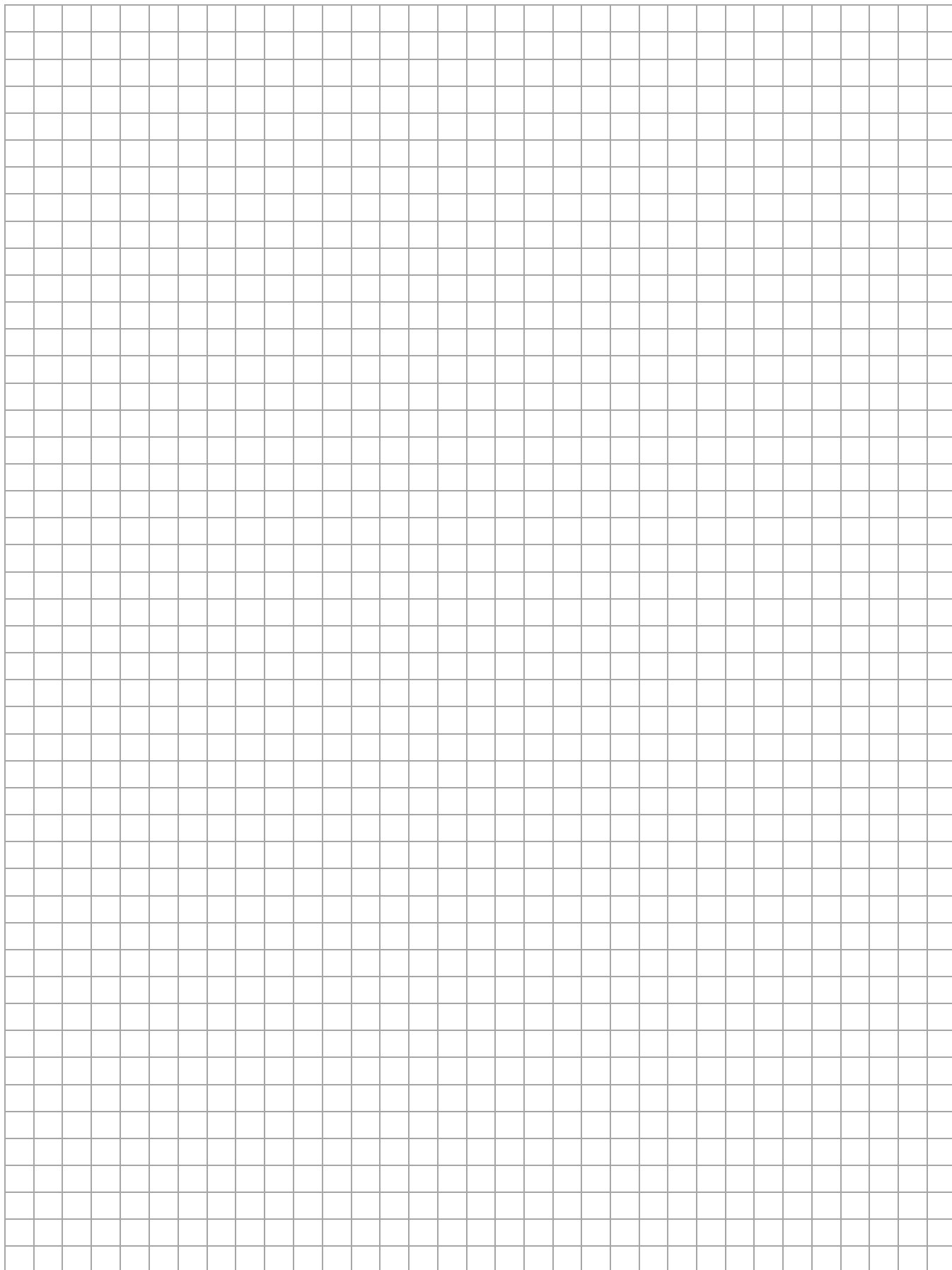
**Zadanie 12.** ( 3pkt )

Wykaż, że środki podstaw trapezu oraz punkt przecięcia jego przekątnych są punktami współliniowymi.



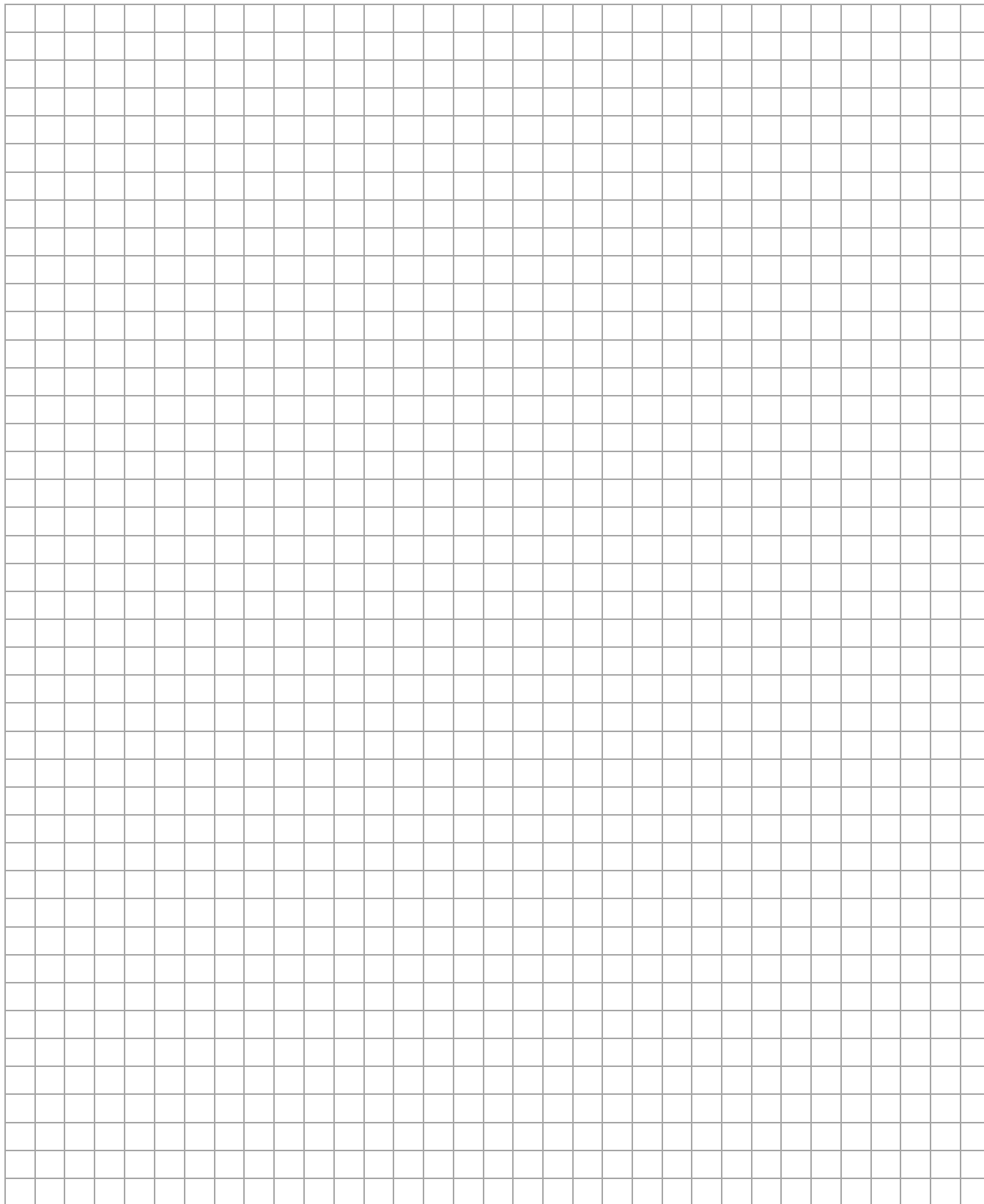
**Zadanie 13.** ( 6pkt )

Rozwiąż równanie  $\sin x + \sin 2x = \sin 3x$  w przedziale  $x \in \langle 0, 2\pi \rangle$ ,



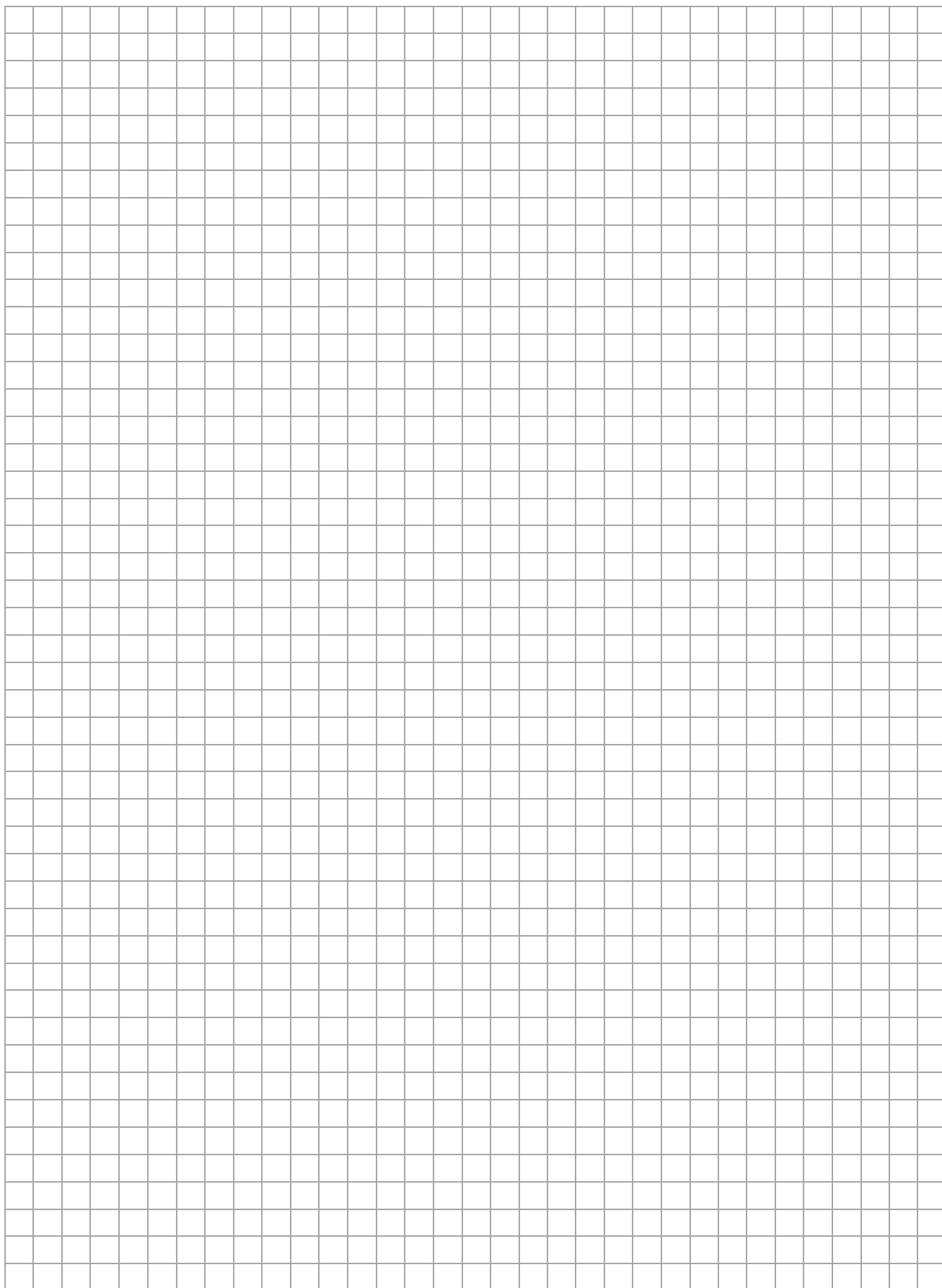
**Zadanie 14.** ( 5pkt )

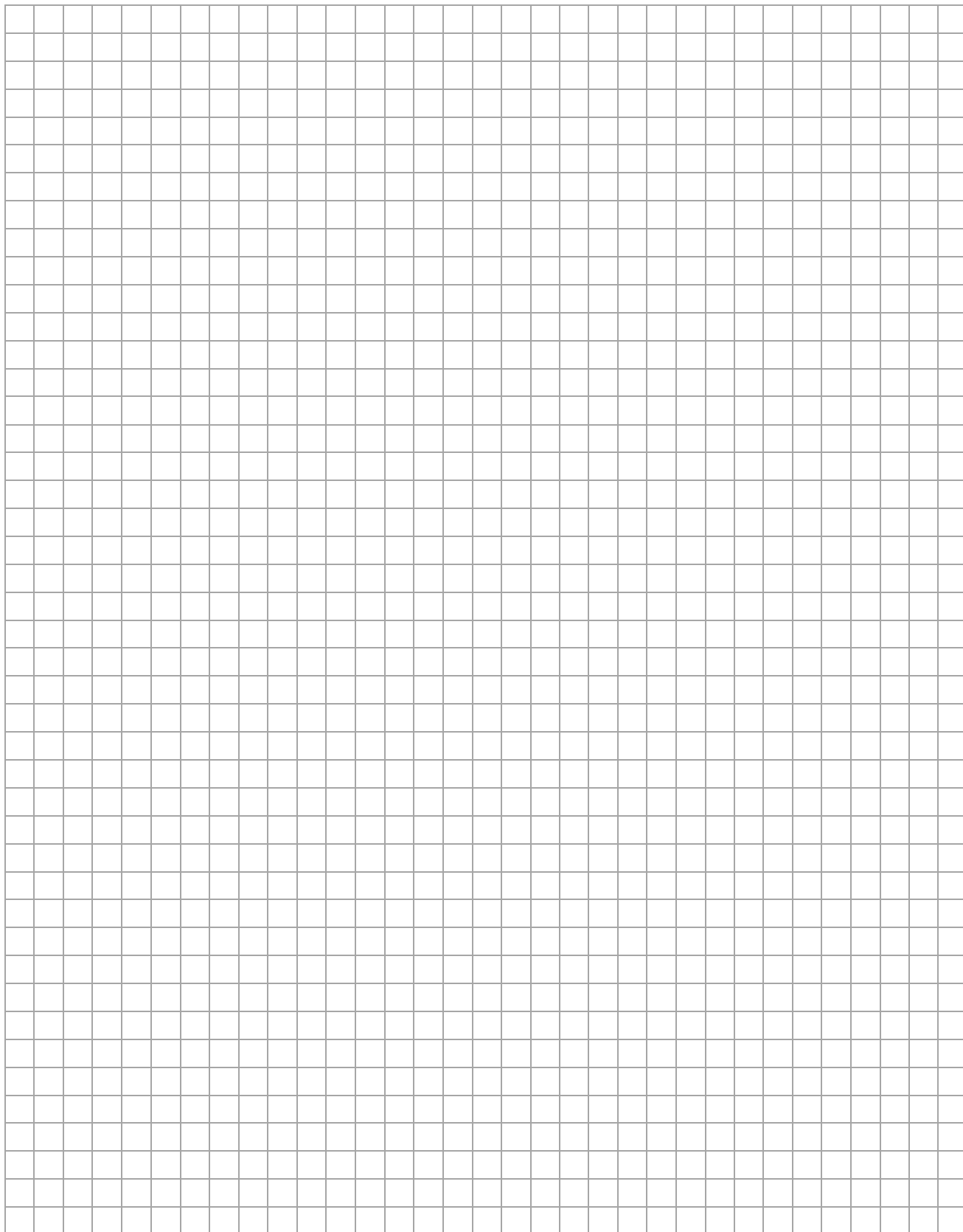
W trapezie opisanym na okręgu ramiona mają długości 6, 10. Odcinek łączący środki tych boków dzieli trapez na dwie części, których pola pozostają w stosunku 5 : 11. Wyznacz długości podstaw tego trapezu.



**Zadanie 15.** ( 5pkt )

W romb o boku 8 i kacie ostrym  $60^\circ$  wpisano okrąg. Wyznacz pole prostokąta, którego wierzchołki leżą w punktach styczności okręgu z bokami rombu.



**BRUDNOPIS**

**WYPEŁNIA PISZĄCY**

Nr zadania	A	B	C	D
1.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
4.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
5.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

**Suma punktów  
zadania zamknięte**

--	--

**WYPEŁNIA SPRAWDZAJĄCY**

Nr zadania	0	2
6.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Nr zadania	0	1	2	3	4	5	6	7
7.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>			
8.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>		
9.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>		
10.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>				
11.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
12.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>				
13.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
14.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>		
15.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>		

**Suma punktów  
zadania otwarte**

--	--

**Suma punktów  
razem**

--	--