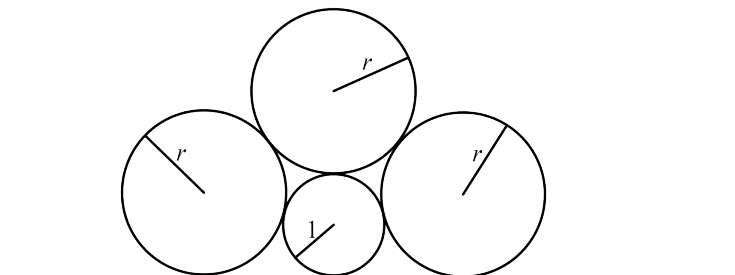


**LIGA MATEMATYCZNA**  
**im. Zdzisława Matuskiego**  
**LISTOPAD 2017**  
**SZKOŁA PONADGIMNAZJALNA**

**ZADANIE 1.**

Trzy okręgi o promieniu  $r$ , okrąg o promieniu 1 i prosta są ułożone tak, jak na rysunku. Oblicz długość promienia  $r$ .



**ZADANIE 2.**

Wykaż, że liczba

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + 2015^3 + 2016^3$$

jest podzielna przez 2017.

**ZADANIE 3.**

Znajdź wszystkie nieujemne liczby rzeczywiste  $x$  spełniające równanie

$$[x] = \sqrt{x \cdot \{x\}},$$

gdzie  $\{x\} = x - [x]$  oraz  $[x]$  oznacza największą liczbę całkowitą nie przekraczającą liczby  $x$ .

**ZADANIE 4.**

Danych jest 26 kolejnych liczb naturalnych. Okazało się, że suma pewnych dziesięciu z nich jest liczbą pierwszą. Wykaż, że suma pozostałych 16 liczb jest liczbą złożoną.

**ZADANIE 5.**

Wykaż, że

$$\left(\frac{3}{2}\right)^{2016} + \left(\frac{3}{2}\right)^{2017} > \left(\frac{3}{2}\right)^{2018}.$$