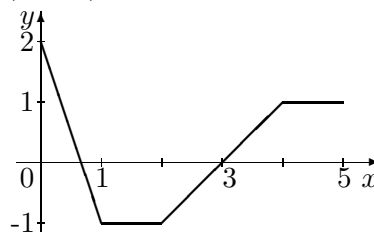


PRACA KONTROLNA nr 2

listopad 2004r.

1. Liczby o 45% mniejsza i o 32% większa od ułamka okresowego $0,(60)$ są pierwiastkami trójmianu kwadratowego o współczynnikach całkowitych względnie pierwszych. Obliczyć resztę z dzielenia tego trójmianu przez dwumian $(x - 1)$.

2. Wykres funkcji $f : [0, 5] \rightarrow R$ jest przedstawiony na rysunku obok. Narysować wykres funkcji $g(x) = f(x) - f(5 - x)$ i zapisać ją wzorem.



3. Obliczyć wartości $\sin \alpha$ i $\cos \alpha$, jeśli wiadomo, że

$$\sin \alpha + 3 \cos \alpha = \frac{1}{\cos \alpha}, \quad \alpha \in [0, \pi] \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} \right\}.$$

4. Suma 20 pierwszych wyrazów pewnego ciągu arytmetycznego jest równa zero, a iloczyn dziesiątego i jedenastego wyrazu wynosi -1 . Dla jakich liczb naturalnych n suma n pierwszych wyrazów tego ciągu przekracza 77?
5. Trapez równoramienny jest wpisany w okrąg o promieniu R , a jedną z jego podstaw jest średnica tego okręgu. W trapez ten daje się wpisać okrąg. Wyznaczyć jego promień.
6. Środek kuli opisanej na ostrosłupie prawidłowym trójkątnym leży w odległości d **ponad** podstawą ostrosłupa, a kąt nachylenia krawędzi bocznej do podstawy wynosi α . Obliczyć objętość ostrosłupa.
7. Wyznaczyć wszystkie wartości parametru rzeczywistego m , dla których funkcja

$$f(x) = \frac{x + 1}{x^2 + mx + 4}$$

jest dodatnia i rosnąca na odcinku $(0, 1)$.

8. Nie korzystając z rachunku różniczkowego wyznaczyć dziedzinę i zbiór wartości funkcji

$$f(x) = \sqrt{\sqrt{2} - \cos x - \sqrt{3} \sin x}, \quad x \in [0, \pi].$$

9. Rozwiązać układ równań

$$\begin{cases} |x + 1|y = 4 \\ x^2 - 4|x| + 2y - 1 = 0 \end{cases}.$$

Przedstawić ilustrację graficzną obu równań i zaznaczyć na rysunku znalezione rozwiązania.