

## Praca kontrolna nr 7

**35.1.** Dwa pierwsze wyrazy nieskończonego ciągu geometrycznego są pierwiastkami równania  $4x^2 - 4px - 3p^2 = 0$ , gdzie  $p$  jest nieznaną liczbą. Wyznaczyć ten ciąg, jeśli suma wszystkich jego wyrazów wynosi 3.

**35.2.** Wiedząc, że  $\cos \varphi = \sqrt{\frac{2}{3}}$  oraz  $\varphi \in \left(\frac{3}{2}\pi, 2\pi\right)$ , obliczyć cosinus kąta pomiędzy prostymi  $y = \left(\sin \frac{\varphi}{2}\right)x$ ,  $y = \left(\cos \frac{\varphi}{2}\right)x$ .

**35.3.** Kostka sześcienna ma krawędź  $2a$ . Aby zmieścić ją w pojemniku w kształcie kuli o średnicy  $3a$ , ze wszystkich narożników odcięto w minimalny sposób jednakowe ostrosłupy prawidłowe trójkątne. Obliczyć długość krawędzi bocznych odciętych czworościanów?

**35.4.** Udowodnić prawdziwość nierówności

$$1 + \frac{x}{2} \geq \sqrt{1+x} \geq 1 + \frac{x}{2} - \frac{x^2}{2} \quad \text{dla } x \in [-1, 1].$$

Zilustrować ją na odpowiednim wykresie.

**35.5.** Rozwiązać równanie

$$\frac{\cos 5x}{\sin 2x} = -\sin 3x.$$

**35.6.** Dany jest okrąg  $\mathcal{K}$  :  $x^2 - 4x + y^2 + 6y = 0$ . Znaleźć równanie okręgu symetrycznego do  $\mathcal{K}$  względem stycznej do  $\mathcal{K}$  poprowadzonej z punktu  $P(3, 5)$  i mającej dodatni współczynnik kierunkowy.

**35.7.** W okrąg o promieniu  $r$  wpisano trapez o przekątnej  $d$ ,  $d \geq r\sqrt{3}$ , i największym obwodzie. Obliczyć pole tego trapezu.

**35.8.** Metodą analityczną określić dla jakich wartości parametru  $m$  układ równań

$$\begin{cases} mx - y + 2 = 0 \\ x - 2|y| + 2 = 0 \end{cases}$$

ma dokładnie jedno rozwiązanie. Wyznaczyć to rozwiązanie w zależności od  $m$ . Sporządzić rysunek.