



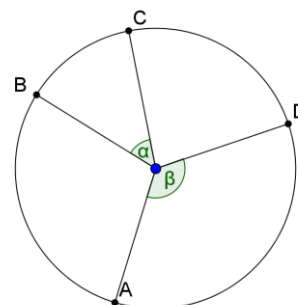
## Zestaw 10

---

### GIMNAZJUM

1. W butli jest 12 litrów wody. Połowę zawartości butli trzeba przelać do pustego naczynia, ale do przelewania możemy użyć tylko naczyń o pojemności 8 litrów i 5 litrów. Jak to zrobić?

2. Do okręgu należą kolejne punkty A, B, C, D. Kąt środkowy oparty na łuku BC ma miarę  $\alpha$ , a kąt środkowy oparty na łuku AD ma miarę  $\beta$ . Wyznacz miarę kąta, pod jakim przecinają się odcinki AC i BD.



3. Wykaż, że jeżeli pewną liczbę można przedstawić jako sumę kwadratów pewnych dwóch liczb naturalnych, to również jej dwukrotność można przedstawić w postaci sumy kwadratów dwóch liczb naturalnych.

### LICEUM

1. W wiadrze jest co najmniej 10 litrów mleka. Czy można odlać z niego dokładnie 6 litrów, posługując się dwoma naczyniami o pojemności odpowiednio 9 i 5 litrów?

2. Dany jest trójkąt ABC, w którym kąt ABC ma miarę  $60^\circ$ . Wykaż, że punkty A i C oraz ortocentrum i środki okręgów wpisanego i opisanego na trójkącie ABC należą do jednego okręgu.

3. Wykaż, że jeżeli pewną liczbę można przedstawić jako sumę kwadratów pewnych dwóch liczb naturalnych, to również jej trzynastokrotność można przedstawić w postaci sumy kwadratów dwóch liczb naturalnych.