

LIGA MATEMATYCZNA
im. Zdzisława Matuskiego
LISTOPAD 2015
SZKOŁA PONADGIMNAZJALNA

ZADANIE 1.

Czworokąt wypukły $ABCD$ jest wpisany w okrąg o . Dwusieczne kątów $\sphericalangle BAD$, $\sphericalangle CBA$, $\sphericalangle DCB$, $\sphericalangle ADC$ przecinają okrąg o odpowiednio w punktach M , N , P i Q . Wykaż, że punkty M , N , P , Q są wierzchołkami prostokąta.

ZADANIE 2.

W zbiorze liczb rzeczywistych rozwiąż układ równań

$$\begin{cases} x^2y = 150 \\ x^3y^2 = 4500. \end{cases}$$

ZADANIE 3.

Wyznacz najmniejszą liczbę naturalną n taką, że liczby $n + 3$, $n - 100$ są kwadratami liczb naturalnych.

ZADANIE 4.

Funkcja liniowa f określona dla wszystkich liczb rzeczywistych spełnia warunek

$$f(2016) + f(1) = 2.$$

Oblicz wartość wyrażenia $f(0) + f(1) + f(2) + \dots + f(2016) + f(2017)$.

ZADANIE 5.

Zbiór A zawiera wszystkie liczby siedmiocyfrowe o różnych cyfrach należących do zbioru $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$.

Czy w zbiorze A istnieje 77 takich liczb, że suma 33 z nich jest równa sumie 44 pozostałych?