

# PRACA KONTROLNA nr 3

grudzień 2004r.

1. W pewnej szkole zapytano uczniów klas maturalnych ile razy w ostatnim miesiącu uczestniczyli w imprezie kulturalnej. Wyniki przedstawiono na diagramie obok. Obliczyć: a) Ilu uczniów jest w klasach maturalnych tej szkoły; b) Ile razy średnio w miesiącu uczeń był na imprezie kulturalnej. Sporządzić diagram kołowy przedstawiający procentowo otrzymane wyniki.



2. Turysta zauważył, że w pewnym miejscu na odcinku 10 m potok górski płynie w korycie skalnym, które w przekroju pionowym tworzy trapez o dolnej podstawie 2 m i górnej 3 m. Wysokość koryta wynosi 50 cm, przy czym woda wypełnia koryto jedynie na głębokość 10 cm. Turysta ustalił również, że czas przepływu wody przez koryto wynosi 3 sekundy. Ile litrów wody przepływa przez ten potok w ciągu jednej sekundy?

3. Wykazać, że dla dowolnych liczb dodatnich  $a, b$  prawdziwa jest nierówność

$$(a + b)^3 \leq 4(a^3 + b^3).$$

**Wsk.** Podzielić obie strony przez  $b^3$  i wprowadzić jedną zmienną.

4. Boki  $\overline{AB}$  i  $\overline{AD}$  równoległoboku leżą odpowiednio na prostych  $3x + 4y - 7 = 0$  i  $x - 2y + 1 = 0$ . Wyznaczyć współrzędne wierzchołka  $C$  tego równoległoboku wiedząc, że jego wysokość do boku  $\overline{AB}$  wynosi 2, a wierzchołek  $B$  ma współrzędne  $(5, -2)$ .
5. W trójkącie **ostrokątnym**  $ABC$  dane są bok  $BC = \frac{5}{2}\sqrt{5}$  cm oraz wysokości  $BD = \frac{11}{2}$  cm i  $CE = 5$  cm. Obliczyć obwód tego trójkąta oraz cosinus kąta  $\angle BAC$ .
6. Spośród dwudziestu najmniejszych, nieparzystych liczb naturalnych wylosowano (bez zwracania) dwie. Obliczyć prawdopodobieństwo, że otrzymano: a) dwie liczby pierwsze; b) dwie liczby względnie pierwsze.
7. Rozwiązać nierówność  $\log_2 x^{\log_4 x} \geq \log_x 16$ .
8. Niech  $f(m)$  oznacza sumę trzecich potęg pierwiastków rzeczywistych równania kwadratowego  $x^2 + (m + 3)x + m^2 = 0$  z parametrem  $m$ . Wyznaczyć wzór funkcji  $f(m)$  oraz najmniejszą i największą wartość tej funkcji.
9. W ostrosłupie prawidłowym czworokątnym kąt nachylenia krawędzi bocznej do podstawy wynosi  $\alpha$ , a odległość krawędzi podstawy od przeciwległej ściany bocznej jest równa  $d = 3$  cm. Obliczyć wysokość ściany bocznej. Czy siatka tego ostrosłupa, jak na rysunku obok, zmieści się na arkuszu papieru w kształcie kwadratu o boku 16 cm, jeśli wiadomo, że  $\tan \alpha = 2$ ? Sporządzić rysunek.

