

PRACA KONTROLNA nr 1 - POZIOM PODSTAWOWY

1. Właściciel hurtowni sprzedał $\frac{1}{3}$ partii bananów po założonej przez siebie cenie. Okazało się, że owoce zbyt szybko dojrzewają, więc obniżył cenę o 30% i wówczas sprzedał 60% pozostałej ilości owoców. Resztę bananów udało mu się sprzedać dopiero, gdy ustalił ich cenę na poziomie $\frac{1}{5}$ ceny początkowej. Ile procent zaplanowanego zysku stanowi kwota uzyskana ze sprzedaży? Po ile powinien był sprzedać pierwszą partię towaru, by jednokrotna obniżka ich ceny o 25% pozwoliła na sprzedaż wszystkich owoców i uzyskanie zaplanowanego początkowo zysku?
2. Przekątne trapezu o podstawach 3 i 4 przecinają się pod kątem prostym. Na każdym z boków trapezu, jako na średnicy, oparto półokrąg. Obliczyć sumę pól otrzymanych czterech półkoli. Sporządzić rysunek.
3. Uprościć wyrażenie $\frac{1}{\sqrt{a} - \sqrt{b}} \left(\sqrt[6]{a^5} - \frac{b}{\sqrt[6]{a}} \right) - \frac{a - b}{\sqrt[3]{a^2} + \sqrt[6]{a}\sqrt{b}}$ dla a, b , dla których ma ono sens. Następnie obliczyć jego wartość, przyjmując $a = (4 - 2\sqrt{3})^3$ i $b = 3 + 2\sqrt{2}$.
4. Podstawą ostrosłupa prawidłowego jest sześciokąt foremny o boku a . Obliczyć objętość, wiedząc, że najmniejszy (w sensie powierzchni) z przekrojów ostrosłupa płaszczyzną zawierającą wysokość jest trójkątem równobocznym. Wyznaczyć cosinus kąta między ścianami bocznymi ostrosłupa. Sporządzić rysunek.
5. Dana jest funkcja liniowa $f(x) = 2x - 6$.
 - a) Dla jakiego a pole trójkąta ograniczonego osiami układu współrzędnych i wykresem funkcji $h(x) = f(x - a)$ równe jest 4? Sporządzić rysunek.
 - b) Narysować zbiór $D = \{(x, y) : f(x^2 + 2x) \leq y \leq f(x + 2)\}$.
6. Sporządzić wykres funkcji $f(x) = \begin{cases} -x + 1 & \text{dla } x < 0, \\ -\frac{1}{3}x^2 + \frac{2}{3}x + 1 & \text{dla } x \geq 0. \end{cases}$

Posługując się nim, wyznaczyć przedziały monotoniczności tej funkcji. Narysować wykres funkcji $g(m)$ określającej liczbę rozwiązań równania $f(x) = |m|$ w zależności od parametru rzeczywistego m .