

PRACA KONTROLNA nr 4 - POZIOM ROZSZERZONY

1. Punkty $A(2, 0)$ i $B(0, 2)$ są wierzchołkami podstawy trójkąta równoramiennego. Znaleźć współrzędne wierzchołka C , wiedząc, że środkowe AD i BE są prostopadłe.
2. Trzy pierwiastki wielomianu o współczynnikach całkowitych tworzą ciąg arytmetyczny. Suma tych pierwiastków jest równa 21, a iloczyn 315. Pokazać, że wartość wielomianu w dowolnym punkcie, który jest liczbą nieparzystą, jest podzielna przez 48.
3. W trójkącie równobocznym o boku długości a przeprowadzamy prostą przechodzącą przez środek wysokości nachyloną do niej pod kątem 30° . Odcina ona od trójkąta trapez. Obliczyć pole i obwód tego trapezu oraz objętość i pole powierzchni bryły powstałej z jego obrotu dookoła dłuższej podstawy.
4. W trójkąt równoboczny o boku długości 1 wpisano kwadrat. Następnie w pozostałą część (nad kwadratem) znów wpisano kwadrat, itd. Jaką długość ma bok kwadratu w n -tym kroku? Podać wzór ciągu P_n określającego sumę pól wpisanych kwadratów po n krokach, a następnie obliczyć jego granicę.
5. W okrąg o promieniu r wpisano trapez, którego podstawą jest średnica okręgu. Dla jakiego kąta przy podstawie pole trapezu jest największe?
6. Znaleźć dziedzinę oraz przedziały monotoniczności funkcji

$$f(x) = 1 + \frac{2x}{x^2 - 3} + \left(\frac{2x}{x^2 - 3}\right)^2 + \dots$$

Naszkicować wykres tej funkcji oraz zbadać liczbę rozwiązań równania $f(x) = m$ w zależności od parametru m .

Rozwiązania (rękopis) zadań z wybranego poziomu prosimy nadsyłać do **18 grudnia 2015r.** na adres:

Wydział Matematyki
Politechnika Wrocławska
Wybrzeże Wyspiańskiego 27
50-370 WROCŁAW.

Na kopercie prosimy **koniecznie** zaznaczyć **wybrany poziom!** (np. **poziom podstawowy lub rozszerzony**). Do rozwiązań należy dołączyć zaadresowaną do siebie kopertę zwrotną z naklejonym znaczkiem, odpowiednim do wagi listu. Prace niespełniające podanych warunków nie będą poprawiane ani odsyłane.

Adres internetowy Kursu: <http://www.im.pwr.wroc.pl/kurs>