



LI KORESPONDENCYJNY KURS  
Z MATEMATYKI

grudzień 2021 r.

### PRACA KONTROLNA nr 4 - POZIOM PODSTAWOWY

1. Trzy liczby naturalne o iloczynie 80 tworzą ciąg arytmetyczny. Jeżeli drugi wyraz tego ciągu zmniejszymy o 1, to liczby te (rozważane w tej samej kolejności) utworzą ciąg geometryczny. Jakie to liczby?
2. Liczby dodatnie  $a, b$  spełniają warunek  $a^2 + b^2 = 7ab$ . Wykaż, że

$$\log_3 a + \log_3 b + 2 = 2 \log_3 (a + b).$$

3. Rozwiąż równanie

$$\operatorname{tg}^2 x = \frac{1 + \cos x}{1 - \sin x}.$$

4. Narysuj wykres funkcji  $f(x) = \begin{cases} \frac{2}{3}x^2 - \frac{8}{3}x + 2, & \text{gdy } |2x - 5| \leq 3, \\ |4 - 2|x - 3||, & \text{gdy } |2x - 5| > 3. \end{cases}$

Na jego podstawie wyznacz: zbiór wartości funkcji  $f(x)$  oraz liczbę rozwiązań równania  $f(x) = m$  w zależności od parametru  $m$ .

5. Punkt  $A(0, 0)$  jest wierzchołkiem ośmiokąta foremego wpisanego w okrąg  $x^2 - 2x + y^2 = 0$ . Wyznacz współrzędne pozostałych wierzchołków.
6. Przekrój ostrosłupa prawidłowego czworokątnego płaszczyzną przechodzącą przez wierzchołek i przekątną jego podstawy jest trójkątem równobocznym. W ostrosłup wpisano sześcian, którego dolna podstawa jest zawarta w podstawie ostrosłupa, a wierzchołki górnej podstawy sześcianu leżą na krawędziach ostrosłupa. Oblicz stosunek objętości sześcianu do objętości ostrosłupa.