

**LIGA MATEMATYCZNA**  
**im. Zdzisława Matuskiego**  
**GRUDZIEŃ 2014**  
**GIMNAZJUM**

**ZADANIE 1.**

Trzy okręgi o jednakowym promieniu  $r$  przecinają się w jednym punkcie  $S$  i w punktach  $M$ ,  $N$ ,  $P$ , przy czym  $S$  leży wewnątrz trójkąta  $MNP$ . Oblicz długość promienia okręgu opisanego na trójkącie  $MNP$ .

**ZADANIE 2.**

Na jednej z półek biblioteki Bartek umieścił słowniki i encyklopedie. Jedną trzecią tej półki zajmują słowniki, a pozostałą część - encyklopedie. Każdy ze słowników ma grubość 5 cm, a każda encyklopedia - 7 cm. Wyznacz najmniejszą możliwą liczbę woluminów na półce.

**ZADANIE 3.**

Oblicz sumę cyfr liczby  $2^{2010} \cdot 5^{2014}$ .

**ZADANIE 4.**

Danych jest 2014 liczb naturalnych, o których wiadomo, że ich suma jest liczbą nieparzystą. Jaką liczbą, parzystą czy nieparzystą, jest ich iloczyn?

**ZADANIE 5.**

Wykaż, że dla dowolnych nieujemnych liczb rzeczywistych  $a$ ,  $b$  spełniona jest nierówność

$$a^3 + b^3 \geq a^2b + ab^2.$$