

PRACA KONTROLNA nr 4 - POZIOM PODSTAWOWY

1. Rodzina składa się z pięciorga dzieci i dwojga rodziców. Załóżmy, że dzieci nie mogą wyjść na spacer ani nie mogą zostać w domu bez opieki któregośkolwiek z rodziców. W ilu możliwych kombinacjach dzieci mogą wyjść na spacer zakładając, że przynajmniej jedno dziecko idzie na spacer?
2. Na bokach prostokąta o stałym obwodzie $4p$ opisano na średnicach półokręgi leżące na zewnątrz prostokąta. Dla jakich wartości boków prostokąta pole figury ograniczonej krzywą złożoną z tych czterech półokręgów jest najmniejsze? Wykonać staranny rysunek.
3. Punkty $A(1, 3)$, $B(5, 1)$, $C(4, 4)$ są wierzchołkami trójkąta. Obliczyć stosunek pola koła opisanego na tym trójkącie do pola koła wpisanego w ten trójkąt.
4. Liczby x_1 , x_2 są pierwiastkami równania $x^2 - 3x + A = 0$, a liczby x_3 , x_4 pierwiastkami równania $x^2 - 12x + B = 0$. Wiadomo, że liczby x_1 , x_2 , x_3 , x_4 tworzą ciąg geometryczny. Znaleźć ten ciąg oraz liczby A i B .
5. Rozwiązać układ równań:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 2x - 4y + 1 = 0, \\ |x - 1| - y = 0, \end{cases}$$

a następnie obliczyć pole obszaru, który jest rozwiązaniem układu nierówności:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 2x - 4y + 1 \leq 0, \\ |x - 1| - y \leq 0. \end{cases}$$

Sporządzić staranny rysunek.

6. W graniastosłupie prawidłowym czworokątnym okrąg styczny do dwóch boków podstawy i przechodzący przez jej wierzchołek nieleżący na żadnym z tych boków ma promień $r = 2$. Płaszczyzna przechodząca przez środki krawędzi wychodzących z jednego wierzchołka graniastosłupa tworzy z płaszczyzną jego podstawy kąt 45° . Obliczyć objętość graniastosłupa.