



Zestaw 26

KLASY PIERWSZE I DRUGIE

1. W pięciokącie wypukłym $ABCDE$ kąty przy wierzchołkach B i D są proste. Wykaż, że obwód trójkąta ACE jest nie mniejszy od $2 \cdot BD$.
2. Na przeciwległych wierzchołkach sześciennego pudła o krawędzi 1 siedzą pająk i mucha. Pająk chce przejść najkrótszą możliwą drogą po powierzchni pudła do wierzchołka, w którym znajduje się mucha. Jak długą drogę musi pokonać? Którędy powinien iść? Ile ma do wyboru różnych najkrótszych dróg?
3. Budowane pomieszczenie w kształcie prostopadłościanu ma mieć wysokość 3 m, podłoga zaś ma mieć wymiary $3\text{ m} \times 7,5\text{ m}$. W pomieszczeniu nie będzie okien, jedynie drzwi na jednej kwadratowej ścianie. Prąd do pomieszczenia ma być doprowadzony nad drzwiami, 25 cm pod sufitem, w odległości 1,5 m od obu sąsiednich ścian. Jedyne gniazdko ma natomiast być umieszczone na przeciwległej ścianie, też w odległości 1,5 m od obu sąsiednich ścian, ale 25 cm nad podłogą. Jak, chcąc zużyć jak najmniej kabla, poprowadzić go od puszki z prądem do kontaktu?

KLASY TRZECIE I CZWARTE

1. Suma kwadratów dowolnych trzech liczb spośród $a, b, c, d, e > 0$ jest równa sumie sześciątów dwóch pozostałych. Wyznacz te liczby.
2. Liczby rzeczywiste x, y i z spełniają warunki: $|x| \leq |y - z|$, $|y| \leq |z - x|$, $|z| \leq |x - y|$. Dowieść, że jedna z nich jest równa sumie pozostałych.
3. Wykaż, że funkcja $f(x) = (x - a)(x - b) + (x - b)(x - c) + (x - c)(x - a)$ ma dla dowolnej trójki liczb rzeczywistych a, b, c , miejsce zerowe.