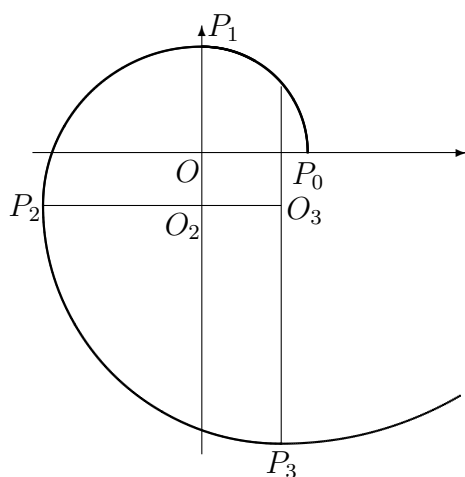


PRACA KONTROLNA nr 7 - POZIOM PODSTAWOWY

1. Liczba 1 jest pierwiastkiem wielomianu trzeciego stopnia $w(x)$ oraz wielomianu $w(x+1)$. Środkiem symetrii wykresu $w(x)$ jest punkt $S(0, 2)$. Narysować staranny wykres funkcji $f(x) = |w(x-1)|$. (Środkiem symetrii krzywej o równaniu $y(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ jest punkt $S\left(\frac{-b}{3a}, y\left(\frac{-b}{3a}\right)\right)$.)
2. Sala jest oświetlona 5 żarówkami. Wkręcono losowo żarówki żółte, czerwone, zielone i niebieskie. Obliczyć prawdopodobieństwo, że wkręcono co najmniej dwie żarówki żółte i co najmniej dwie czerwone.
3. Rozwiązać równanie

$$\frac{\cos 5x}{\cos 3x} + 1 = 0.$$

4. Wazon w kształcie walca, którego wysokość jest większa od średnicy podstawy, ma objętość 1200 cm^3 . Naplnięty wodą wazon przechylnono tak, że jego oś symetrii utworzyła z pionem kąt 45° . Wylało się 200 cm^3 wody. Podać wymiary wazonu (pominąć grubość ścianek).
5. Podstawa AB trapezu równoramiennego jest średnicą okręgu opisanego na nim. Za pomocą rachunku wektorowego wyznaczyć współrzędne wierzchołków B i C , wiedząc, że $|AB| = 5$, $A(1, 1)$, $D(3, 2)$ oraz że B leży w dolnej półpłaszczyźnie.
6. Krzywa spiralna jest utworzona z ćwiartek okręgów, których promienie tworzą ciąg geometryczny o ilorazie $q > 1$. Środek pierwszego okręgu znajduje się w początku układu współrzędnych, a punkt $P_0(2, 0)$ jest początkiem krzywej. Środek O_2 drugiego okręgu leży na osi Oy tak, że łuki obu okręgów łączą się w punkcie P_1 (rysunek). Środki kolejnych okręgów są tak położone, że utworzona krzywa jest gładka i promień łuku mniejszego okręgu jest częścią promienia łuku większego okręgu (rysunek). Znaleźć współrzędne środka O_6 oraz długość łuku spirali P_0P_6 . Wynik podać w najprostszej postaci.



Następnie wykonać obliczenia dla $q = \frac{3}{2}$.