

**PRACA KONTROLNA nr 6 - POZIOM PODSTAWOWY**

1. Obliczyć, ile jest wszystkich liczb czterocyfrowych, których suma cyfr wynosi 20 i które mają dokładnie jedno zero wśród swoich cyfr:

- a) jeżeli wszystkie cyfry muszą być różne,
- b) jeżeli cyfry mogą powtarzać się.

2. Do ponumerowania wszystkich stron grubej książki zecer zużył 2989 cyfr. Ile stron ma ta książka?

3. Zbiory  $A, B, C$  są skończone, przy czym

$$|A| = 10, \quad |B| = 9, \quad |A \cap B| = 3, \quad |A \cap C| = 1, \quad |B \cap C| = 1 \quad \text{oraz} \quad |A \cup B \cup C| = 18.$$

Wyznaczyć liczbę elementów zbiorów  $A \cap B \cap C$  oraz  $C$ .

4. Na egzamin z matematyki przygotowano i ogłoszono 45 zadań. Student nauczył się rozwiązywać tylko  $\frac{2}{3}$  spośród nich. Na egzaminie student losuje trzy zadania. Otrzyma ocenę bardzo dobrą za poprawne rozwiązanie trzech zadań, dobrą za rozwiązanie dwóch, dostateczną za rozwiązanie jednego i niedostateczną, gdy nie rozwiąże żadnego zadania. Jakie jest prawdopodobieństwo, że uzyska ocenę co najmniej dostateczną, a jakie - bardzo dobrą?

5. Udowodnić, że dla dowolnej liczby naturalnej  $n$  liczba

$$\frac{1}{25} \cdot 100^n + \frac{2}{5} \cdot 10^n + 1$$

jest kwadratem liczby naturalnej i jest liczbą podzielną przez 9.

6. W urnie I są dwie kule białe i dwie czarne. W urnie II jest pięć kul białych i trzy czarne. Rzucamy dwiema kostkami do gry. Jeżeli iloczyn otrzymanych oczek jest liczbą nieparzystą, to losujemy kulę z urny I, w przeciwnym przypadku losujemy kulę z urny II.

- a) Obliczyć prawdopodobieństwo wylosowania kuli czarnej?
- b) Ile co najmniej razy należy powtórzyć opisaną doświadczenie, aby z prawdopodobieństwem nie mniejszym niż  $\frac{5}{7}$ , co najmniej raz wyciągnąć kulę białą?