

PRACA KONTROLNA nr 1

październik 2000r

1. Suma wszystkich wyrazów nieskończonego ciągu geometrycznego wynosi 2040. Jeśli pierwszy wyraz tego ciągu zmniejszymy o 172, a jego iloraz zwiększymy 3-krotnie, to suma wszystkich wyrazów tak otrzymanego ciągu wyniesie 2000. Wyznaczyć iloraz i pierwszy wyraz danego ciągu.
2. Obliczyć wszystkie te składniki rozwinięcia dwumianu $(\sqrt{3} + \sqrt[3]{2})^{11}$, które są liczbami całkowitymi.
3. Wykonać staranny wykres funkcji

$$f(x) = |x^2 - 2|x| - 3|$$

i na jego podstawie podać ekstrema lokalne oraz przedziały monotoniczności tej funkcji.

4. Rozwiązać nierówność

$$x + 1 \geq \log_2(4^x - 8).$$

5. W ostrosłupie prawidłowym trójkątnym krawędź podstawy ma długość a , a połowa kąta płaskiego przy wierzchołku jest równa kątowi nachylenia ściany bocznej do podstawy. Obliczyć objętość ostrosłupa. Sporządzić odpowiednie rysunki.
6. Znaleźć wszystkie wartości parametru p , dla których trójkąt KLM o wierzchołkach $K(1,1)$, $L(5,0)$ i $M(p,p-1)$ jest prostokątny. Rozwiązanie zilustrować rysunkiem.
7. Rozwiązać równanie

$$\frac{\sin 5x}{\sin 3x} = \frac{\sin 4x}{\sin 6x}.$$

8. Przez punkt P leżący wewnątrz trójkąta ABC poprowadzono proste równoległe do wszystkich boków trójkąta. Pola utworzonych w ten sposób trzech mniejszych trójkątów o **wspólnym wierzchołku** P wynoszą S_1 , S_2 , S_3 . Obliczyć pole S trójkąta ABC .