

LIGA MATEMATYCZNA
LISTOPAD 2009
SZKOŁA PONADGIMNAZJALNA

ZADANIE 1.

Znajdź największą liczbę naturalną n taką, że $1000!$ ($1000! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 1000$) jest podzielne przez 2^n .

ZADANIE 2.

Udowodnij, że jeżeli ramiona trapezu zawierają się w dwóch prostych prostopadłych, to suma kwadratów długości podstaw równa się sumie kwadratów długości przekątnych.

ZADANIE 3.

Wykaż, że

$$\frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots + \frac{1}{100^2} < \frac{99}{100}.$$

ZADANIE 4.

Dla liczby naturalnej n przez $p(n)$ oznaczmy iloczyn cyfr liczby n , np. $p(23) = 2 \cdot 3 = 6$, $p(100) = 1 \cdot 0 \cdot 0 = 0$. Oblicz

$$p(1) + p(2) + \dots + p(100).$$

ZADANIE 5.

W zbiorze liczb naturalnych trzycyfrowych znajdź liczbę, której stosunek do sumy jej cyfr jest najmniejszy.