

PRACA KONTROLNA nr 5 - POZIOM PODSTAWOWY

1. Załóżmy, że mamy 12 kul białych i 9 kul czarnych. Na ile sposobów można ustawić te kule w rzędzie w taki sposób, aby żadna czarna kula nie sąsiadowała z czarną? Na ile różnych sposobów można ustawić te kule w rzędzie w taki sposób, aby żadna czarna kula nie sąsiadowała z czarną, jeśli kule białe ponumerujemy kolejnymi liczbami parzystymi, a kule czarne - kolejnymi liczbami nieparzystymi?
2. Ścianki kostki do gry oznaczono liczbami: -3, -2, -1, 1, 2, 3. Jakie jest prawdopodobieństwo zdarzenia, że przy dwóch rzutach tą kostką: a) otrzymana suma liczb wynosi 2; b) wartość bezwzględna sumy liczb jest równa co najwyżej 3?
3. Wyznaczyć ciąg arytmetyczny o pierwszym wyrazie równym 2, wiedząc, że wyrazy: pierwszy, trzeci i jedenasty w podanej kolejności tworzą ciąg geometryczny. Ile pierwszych kolejnych wyrazów tego ciągu należy dodać, aby otrzymana suma była większa niż 1000?
4. W zbiorze $[0, 2\pi]$ rozwiązać nierówność

$$\sin x + \sin 3x \geq \cos x + \cos 3x.$$

5. Znaleźć równania okręgów, które są styczne do obu osi układu współrzędnych oraz do prostej o równaniu $x + y = 4$. Wykonać rysunek.
6. Pokazać, że stosunek objętości stożka do objętości wpisanej w ten stożek kuli jest równy stosunkowi pola powierzchni całkowitej stożka do pola powierzchni kuli.