

PRACA KONTROLNA nr 4 - POZIOM ROZSZERZONY

1. Dane są proste $y = 4x$ i $y = x - 2$ oraz punkt $M = (1, 2)$. Wyznacz współrzędne punktów A i B leżących odpowiednio na danych prostych takich, że punkty A, B, M są współliniowe oraz $\frac{|AM|}{|BM|} = \frac{2}{3}$.
2. W równoległoboku o kącie ostrym 60° stosunek kwadratów długości przekątnych wynosi 1:3. Oblicz stosunek długości dwóch sąsiednich boków.
3. Niech a, b, c, d będą kolejnymi liczbami naturalnymi. Pokaż, że wielomian $w(x) = ax^3 - bx^2 - cx + d$ ma trzy pierwiastki rzeczywiste, wśród których co najmniej jeden jest liczbą całkowitą. Dla jakich parametrów a, b, c, d suma tych pierwiastków jest największa?
4. Dla jakich kątów $\alpha \in \langle 0, 2\pi \rangle$ spełniona jest nierówność

$$2^{\sin^2 x} + \sqrt[4]{2} \cdot 2^{\cos^2 x} \leq \sqrt{2} + \sqrt[4]{8}?$$

5. W ostrosłupie prawidłowym czworokątnym o krawędzi podstawy a stosunek długości krawędzi podstawy do wysokości wynosi 2:3. Ostrosłup przecięto płaszczyzną przechodzącą przez krawędź podstawy i prostopadłą do przeciwległej ściany bocznej. Oblicz pole otrzymanego przekroju.
6. Wierzchołek stożka jest środkiem kuli a brzeg podstawy stożka zawiera się w powierzchni kuli. Pole powierzchni całkowitej stożka stanowi $\frac{1}{4}$ pola powierzchni kuli. Oblicz stosunek objętości stożka do objętości kuli.

Rozwiązania (rękopis) zadań z wybranego poziomu prosimy nadsyłać do **18 grudnia 2014r.** na adres:

Instytut Matematyki i Informatyki
Politechniki Wrocławskiej
Wybrzeże Wyspiańskiego 27
50-370 WROCŁAW.

Na kopercie prosimy **koniecznie** zaznaczyć **wybrany poziom!** (np. **poziom podstawowy lub rozszerzony**). Do rozwiązań należy dołączyć zaadresowaną do siebie kopertę zwrotną z naklejonym znaczkiem, odpowiednim do wagi listu. Prace niespełniające podanych warunków nie będą poprawiane ani odsyłane.

Adres internetowy Kursu: <http://www.im.pwr.wroc.pl/kurs>