

LIGA MATEMATYCZNA
im. Zdzisława Matuskiego
PAŹDZIERNIK 2020
SZKOŁA PONADPODSTAWOWA

ZADANIE 1.

Czy istnieją liczby naturalne a, b, c, d takie, że $a + b + c + d = 478$ oraz $abcd = 132706$?

ZADANIE 2.

W kwadracie o boku o długości 1 danych jest $2n + 1$ punktów, z których żadne trzy nie są współliniowe. Udowodnij, że trzy spośród nich są wierzchołkami trójkąta o polu nie większym niż $\frac{1}{2n}$.

ZADANIE 3.

Dwa trójkąty równoboczne mają boki równoległe i wspólne ortocentrum. Pole jednego z nich jest dwa razy większe niż pole drugiego, a bok mniejszego trójkąta ma długość 1. Oblicz odległość między równoległymi bokami.

ZADANIE 4.

W zbiorze liczb rzeczywistych rozwiąż układ równań, gdy $n > 3$,

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = x_3 \\ x_2 + x_3 = x_4 \\ x_3 + x_4 = x_5 \\ \dots \\ x_{n-2} + x_{n-1} = x_n \\ x_{n-1} + x_n = x_1 \\ x_n + x_1 = x_2. \end{cases}$$

ZADANIE 5.

Niech $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ będzie funkcją spełniającą warunki

- $f(0) = 2020$;
- $f(x + 2) = \frac{f(x)}{5f(x) - 1}$.

Oblicz $f(2020)$.