

# Konkurs Matematyczny dla gimnazjalistów województwa zachodniopomorskiego w roku szkolnym 2016/2017

#### Etap rejonowy

#### Drogi Uczniu!

Przed przystąpieniem do rozwiązywania testu prosimy, żebyś zapoznał się z poniższymi wskazówkami:

- 1. **zakoduj swoje dane na karcie odpowiedzi** zgodnie z poleceniem komisji konkursowej;
- masz do rozwiązania 24 zadania zamknięte, za rozwiązanie których możesz otrzymać maksymalnie 24 punkty;
- 3. w zadaniach podane są cztery odpowiedzi, z których tylko jedna jest poprawna;
- 4. odpowiedzi udzielaj tylko na załączonej karcie odpowiedzi;
- jeżeli się pomylisz, błędne oznaczenie otocz kółkiem i zaznacz nową, poprawną odpowiedź;
- 6. jeśli zaznaczysz więcej niż jedną odpowiedź bez wskazania, która jest prawidłowa, to żadna odpowiedź nie będzie uznana;
- 7. nie wolno Ci używać KALKULATORA;
- 8. nie używaj ołówka, gumki ani korektora na karcie odpowiedzi;
- 9. uważnie czytaj wszystkie polecenia;
- 10. po zakończeniu pracy sprawdź, czy udzieliłeś wszystkich odpowiedzi;
- 11. czas rozwiązywania zadań 90 minut.

#### Powodzenia!

## Zadanie 1 (1 punkt)

Dane są zbiory: A – zbiór liczb pierwszych nie większych od 15, B – zbiór liczb całkowitych podzielnych przez 2 lub 3. Wówczas:

A. 
$$A \cup B = B$$

B. 
$$A \cap B = \{0, 2, 3\}$$

C. 
$$A - B = \{5, 7, 11, 13\}$$

D. 
$$B-A = \{..., -12, -6, 0, 6, 12,...\}$$

## Zadanie 2 (1 punkt)

Wskaż zdanie fałszywe.

- A. Suma wszystkich całkowitych dzielników liczby 2017 wynosi 0
- B. Liczba 2017 ma dokładnie dwa dzielniki naturalne dodatnie
- C. Liczba 2017 jest liczbą złożoną
- D. Równanie xy = 2017 spełniają cztery uporządkowane pary liczb całkowitych (x, y)

## Zadanie 3 (1punkt)

Wartość wyrażenia  $\frac{\pi - \pi^3}{\pi - 1}$  jest równa:

A. 
$$\pi^3$$

B. 
$$\pi + \pi^2$$

C. 
$$-\pi - \pi^2$$

D. 
$$-\pi + \pi^2$$

# Zadanie 4 (1punkt)

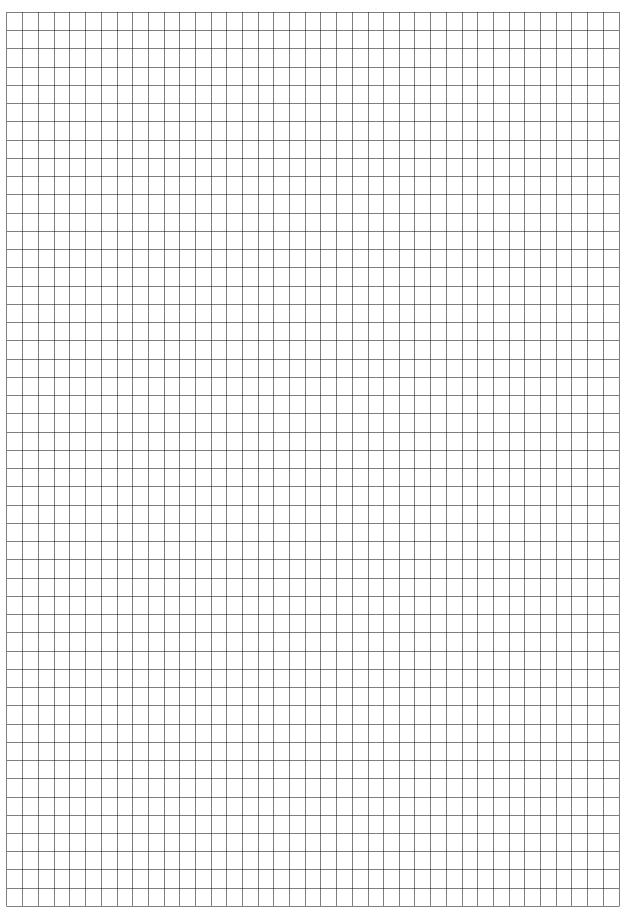
Liczba  $a = \left| \sqrt{2016} - \sqrt{2017} \right| - \left| \sqrt{2016} + \sqrt{2017} \right|$  jest:

- A. większa od 1
- B. mniejsza od (-1)
- C. większa od  $\left(-2\sqrt{2016}\right)$
- D. mniejsza od  $\left(-2\sqrt{2017}\right)$

# Zadanie 5 (1 punkt)

W układzie *XOY* funkcja f dana jest wzorem  $f(x) = x^{2014} + x^{2016} + 2017$ . Wówczas:

- A. istnieją argumenty, dla których funkcja f przyjmuje wartość 0
- B. istnieją argumenty, dla których funkcja f przyjmuje wartości ujemne
- C. istnieją argumenty, dla których funkcja f przyjmuje wartość 2016
- D. istnieją argumenty, dla których funkcja f przyjmuje wartość 2019



#### Zadanie 6 (1 punkt)

Dana jest nierówność z niewiadomą  $x: |x+2016| \le m-2017$ . Wskaż zdanie <u>fałszywe</u>.

- A. Dla wszystkich wartości  $m \in (2017; \infty)$  dana nierówność jest sprzeczna.
- B. Dla m = 2017 zbiorem rozwiązań danej nierówności jest zbiór jednoelementowy.
- C. Dla m = 2018 zbiorem rozwiązań danej nierówności jest przedział  $\langle -2017; -2015 \rangle$
- D. Nie istnieje taka wartość *m*, dla którego zbiorem rozwiązań danej nierówności jest zbiór wszystkich liczb rzeczywistych.

## Zadanie 7 (1 punkt)

Wartość wyrażenia  $\sqrt{13^2 \cdot 2017^2 - 338 \cdot 2017 \cdot 2016 + 2016^2 \cdot 169}$  jest liczbą:

- A. niewymierną dodatnią
- B. niewymierną niedodatnią
- C. wymierną ujemną
- D. wymierną nieujemną

## Zadanie 8 (1 punkt)

Liczba 2017<sup>6</sup> – 2015<sup>6</sup> nie jest podzielna przez:

- A. 2
- B. 3
- C. 18
- D. 20

#### Zadanie 9 (1 punkt)

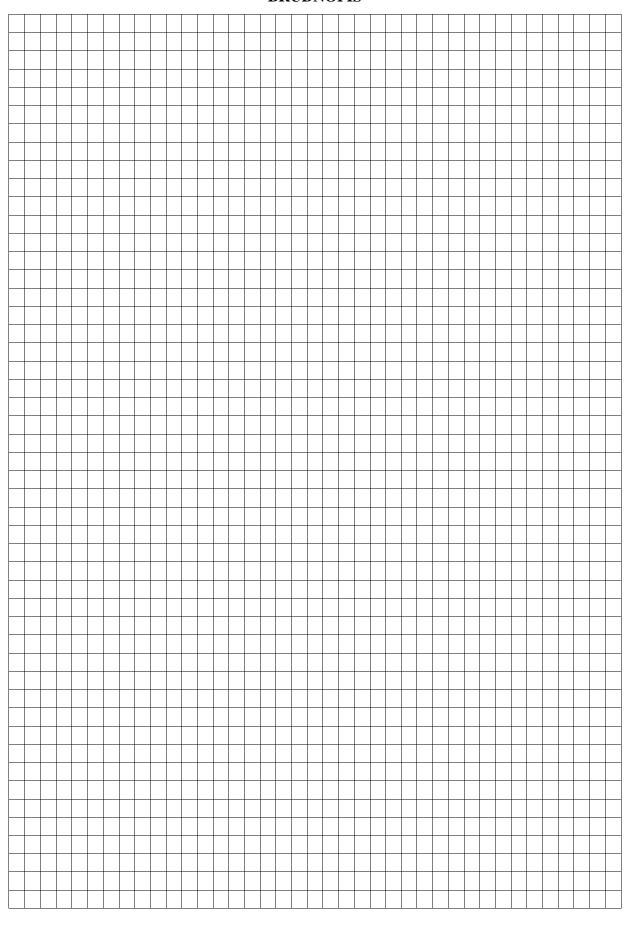
Średnia wieku dziewiętnastu śpiewaków w dwudziestoosobowym chórze jest równa 30 lat, a średnia wieku wszystkich członków tego chóru jest większa od 31 lat. Zatem wiek dwudziestego śpiewaka może wynosić:

- A. 48 lat
- B. 49 lat
- C. 50 lat
- D. 51 lat

#### Zadanie 10 (1 punkt)

Oprocentowanie kredytu wynosiło 6% i wzrosło o 5%. Zatem po podwyżce oprocentowanie tego kredytu wynosiło:

- A. 11%
- B. 6,3%
- C. 9%
- D. 6,5%



## Zadanie 11 (1 punkt)

W trójkącie prostokątnym o przeciwprostokątnej długości  $\sqrt{86}$  suma długości jego przyprostokątnych jest równa 12. Zatem pole powierzchni tego trójkąta wynosi:

- A.  $14\frac{1}{2}$
- B.  $21\frac{1}{2}$
- C. 29
- D. 58

## Zadanie 12 (1 punkt)

Dane są dwa wielokąty wypukłe, w których różnica liczby boków jest równa 1 i różnica liczby przekątnych jest równa 7. Tymi wielokątami są:

- A. sześciokat i siedmiokat
- B. siedmiokat i ośmiokat
- C. ośmiokąt i dziewięciokąt
- D. dziewięciokąt i dziesięciokąt

## Zadanie 13 (1 punkt)

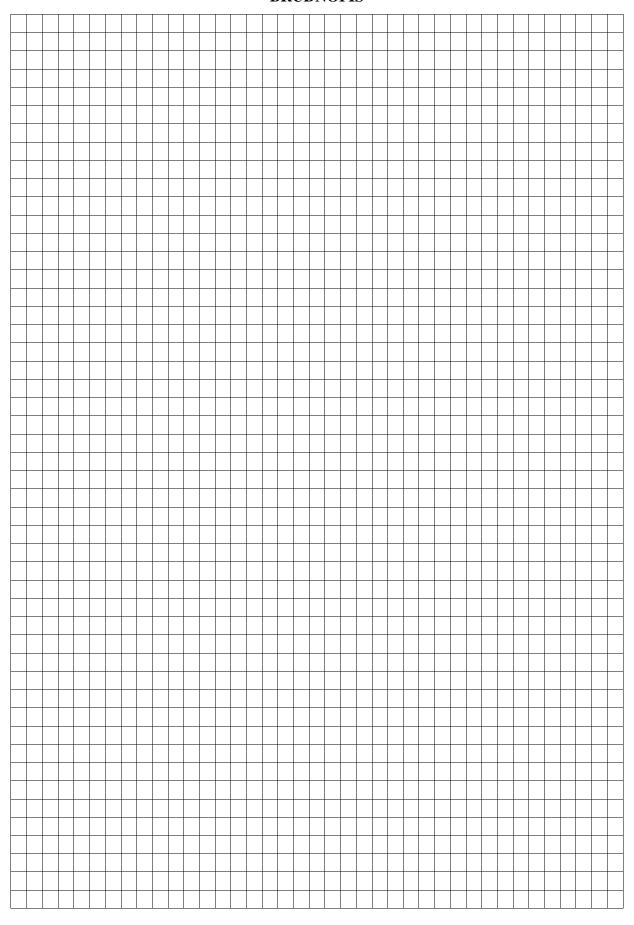
W okręgu narysowano dwie niepokrywające się średnice KL i MN. Wówczas:

- A. każdy czworokąt *KMLN* jest kwadratem
- B. każdy czworokąt KMLN ma dokładnie cztery osie symetrii
- C. w każdym czworokącie KMLN miara kąta wypukłego KML jest równa  $90^{\circ}$
- D. proste KN i ML nie są równoległe

# Zadanie 14 (1 punkt)

W trójkącie ABC połączono środki boków otrzymując trójkąt DEF. Suma pól powierzchni trójkątów ABC i DEF jest równa x (x > 0). Zatem pole powierzchni trójkąta ABC jest równe:

- A.  $\frac{1}{5}x$
- B.  $\frac{1}{3}x$
- C.  $\frac{2}{3}x$
- D.  $\frac{4}{5}x$



## Zadanie 15 (1 punkt)

W trójkąt równoramienny ABC wpisano okrąg. Ramiona trójkąta są styczne do okręgu w punktach K i L. Wiadomo, że |AB|=2, |AC|=|BC|=4. Wówczas długość odcinka KL jest równa:

- A.  $\frac{\sqrt{15}}{10}$
- B.  $\frac{2}{3}$
- C. 1
- D.  $\frac{3}{2}$

## Zadanie 16 (1 punkt)

W kwadrat ABCD wpisano trójkąt DEF taki, że punkty E i F są odpowiednio środkami boków AB i BC. Wiadomo, że obwód trójkąta DEF jest równy  $10+\sqrt{10}$ . Zatem pole powierzchni kwadratu ABCD jest równe:

- A. 10
- B.  $4\sqrt{5}$
- C. 20
- D.  $8\sqrt{5}$

## Zadanie 17 (1 punkt)

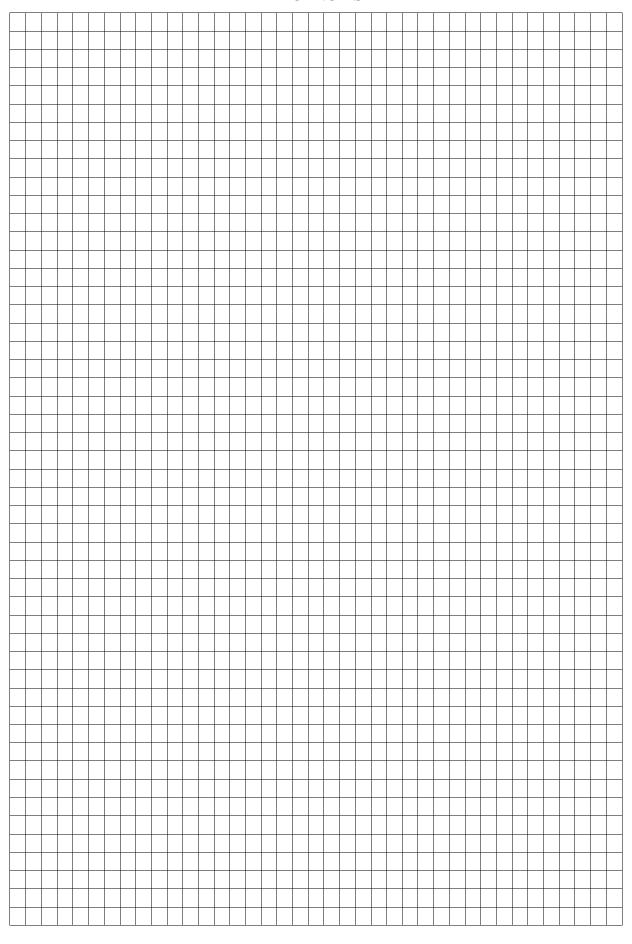
W trójkącie ABC na wysokości AK obrano punkt L taki, że miary kątów wypukłych ACB i BLK są równe. Wówczas zawsze prostopadłe są proste:

- A. BL i AC
- B. BL i AK
- C. CL i AB
- D. CL i AK

#### Zadanie 18 (1 punkt)

Krótsza przekątna równoległoboku jest prostopadła do jego krótszego boku i jest od niego o 2 krótsza. Kąt ostry tego równoległoboku ma miarę  $30^{\circ}$ . Zatem w tym równoległoboku:

- A. długość krótszej przekątnej jest równa 2
- B. pole powierzchni jest równe  $4\sqrt{3} + 6$
- C. obwód jest równy  $3\sqrt{3} + 5$
- D. długość dłuższego boku jest równa  $3 + \sqrt{3}$



## Zadanie 19 (1 punkt)

Dany jest ostrosłup prawidłowy o 2017 ścianach i wysokości długości 1. Podstawa jest wielokątem wpisanym w okrąg o promieniu długości 1. W tym ostrosłupie :

- A. jest 2016 wierzchołków
- B. krawędź podstawy jest długości 1
- C. objętość jest mniejsza od 336
- D. krawędź boczna ma długość większą od 2

#### Zadanie 20 (1 punkt)

Wyrażenie  $\sqrt{2016 + 2016x} + \sqrt{2017 - 2017x}$  ma sens liczbowy w zbiorze liczb rzeczywistych dla wszystkich wartości x należących do przedziału:

- A.  $\langle 0; \infty \rangle$
- B.  $\langle -1; \infty \rangle$
- C.  $(-\infty;1)$
- D.  $\langle -1; 1 \rangle$

#### Zadanie 21 (1 punkt)

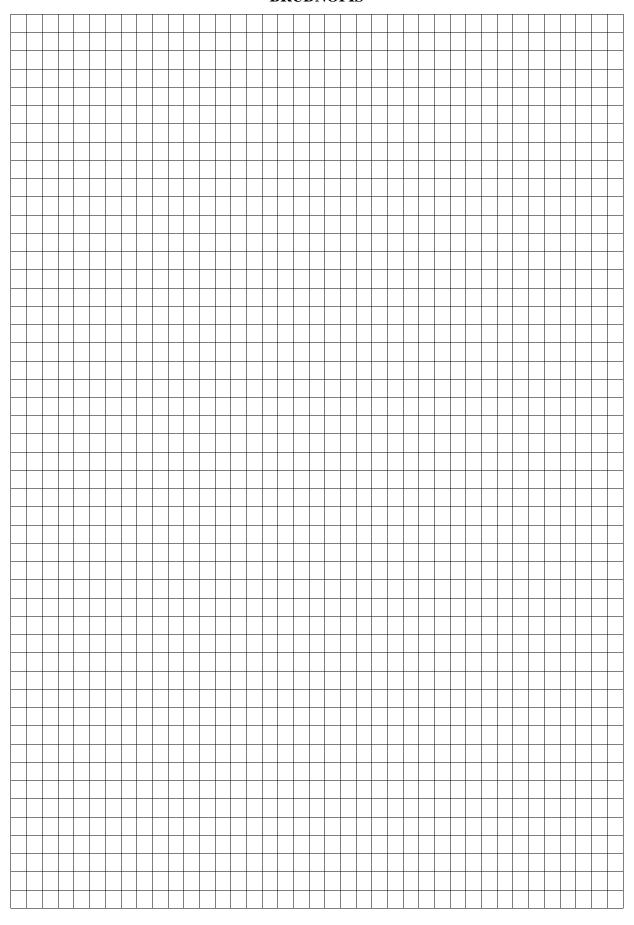
W prostopadłościanie o podstawie kwadratowej długość wysokości jest cztery razy większa od długości jego krawędzi podstawy. Pole powierzchni całkowitej tego prostopadłościanu jest równe polu powierzchni całkowitej sześcianu o krawędzi długości  $5\sqrt{3}$ . W tym prostopadłościanie:

- A. długość krawędzi bocznej jest równa 5
- B. przekątna ma długość  $15\sqrt{2}$
- C. przekątna ściany bocznej jest o  $\sqrt{17}$  dłuższa od długości jego krawędzi podstawy
- D. pole powierzchni bocznej jest równe 100

#### Zadanie 22 (1 punkt)

W układzie *XOY* funkcja f dana jest wzorem  $f(x) = -\frac{4}{3}x - 8$  dla  $x \in \langle -3; 3 \rangle$ . Zatem:

- A. funkcja f ma dokładnie jedno miejsce zerowe
- B. zbiorem wartości funkcji f jest przedział  $\langle -12; -4 \rangle$
- C. wykresem funkcji f jest figura środkowosymetryczna
- D. istnieje  $a \in R$ , dla którego punkt o współrzędnych (3a-3,-4a-4) należy do wykresu funkcji f



## Zadanie 23 (1 punkt)

W układzie *XOY* prosta opisana równaniem y = (a-1)x+3, gdzie  $x \in R$  jest prostopadła do prostej AB. Wiadomo, że A = (-2, 1) i B = (13, -4). Wynika stąd, że:

A. 
$$a = 4$$

B. 
$$a = 3$$

C. 
$$a = \frac{2}{3}$$

D. 
$$a = -\frac{1}{3}$$

# Zadanie 24 (1 punkt)

W pewnym trapezie prostokątnym długość odcinka łączącego środki ramion wynosi 10, a długość ramienia prostopadłego do podstaw wynosi 4. Wówczas:

- A. pole powierzchni tego trapezu jest równe 10
- B. pole powierzchni tego trapezu jest równe 20
- C. pole powierzchni tego trapezu jest równe 40
- D. jest zbyt mało danych by obliczyć pole powierzchni tego trapezu

