

**PRACA KONTROLNA nr 4 - POZIOM PODSTAWOWY**

1. Na półkuli o promieniu  $r$  opisano stożek o kącie rozwarcia  $2\alpha$  w taki sposób, że środek podstawy stożka znajduje się w środku półkuli. Oblicz objętość i pole powierzchni stożka. Jaki jest stosunek objętości stożka do objętości półkuli dla kąta rozwarcia  $\pi/3$ ?
2. Kula jest styczna do wszystkich krawędzi czworościanu foremnego o krawędzi  $a$ . Oblicz promień tej kuli.
3. W kwadrat  $ABCD$  wpisano kwadrat  $EFGH$ , który zajmuje  $3/4$  jego powierzchni. W jakim stosunku wierzchołki kwadratu  $EFGH$  dzielą boki kwadratu  $ABCD$ ?
4. Niech  $f(x) = 4^{x+4} - 7 \cdot 3^{x+3}$  i  $g(x) = 6 \cdot 4^{4x} - 3^{4x+2}$ .  
Rozwiąż nierówność  $f(x-3) \leq g\left(\frac{x}{4}\right)$ .
5. Znajdź wymiary trapezu równoramiennego o obwodzie  $d$  i kącie ostrym przy podstawie  $\alpha$  o największym polu.
6. W trójkąt równoboczny o boku  $a$  wpisujemy trójkąt, którego wierzchołkami są środki boków naszego trójkąta. Wpisany trójkąt kolorujemy na niebiesko. Następnie w każdy z niepokolorowanych trójkątów wpisujemy w ten sam sposób kolejne niebieskie trójkąty, itd. Znajdź sumę pól niebieskich trójkątów po  $n$  krokach. Po ilu krokach niebieskie trójkąty zajmą co najmniej 50%, a po ilu - 75% powierzchni wyjściowego trójkąta?