

**PRACA KONTROLNA nr 1 - POZIOM PODSTAWOWY**

1. Uprość wyrażenie

$$\frac{x^{-1} - a^{-1}}{a^{-1} - b(ax)^{-1}}, \quad \text{jeśli} \quad x = \frac{1}{(a+b)^{-1}} - \left( \frac{a+b}{a^2+b^2} \right)^{-1}.$$

2. W jakim stosunku należy zmieszać dwa roztwory cukru o stężeniach 5% oraz 23%, aby otrzymać roztwór 17%?
3. Rozwiąż nierówność

$$x - |5x - 2| < 0.$$

4. Dla jakich wartości parametru  $a$  nierówność

$$(a^2 - 1)x^2 + 2(a - 1)x + 2 > 0$$

jest spełniona dla każdego  $x \in \mathbb{R}$ ?

5. Wiedząc, że 1 i 3 są pierwiastkami równania

$$x^3 + mx^2 + 23x + n = 0,$$

oblicz  $m, n$  i wyznacz trzeci pierwiastek równania.

6. Narysuj wykres funkcji

$$f(x) = \begin{cases} |x^2 - x - 2| + 1 & \text{dla } |2x - 2| \leq 4, \\ 5 + |x - 3| & \text{dla } |2x - 2| > 4. \end{cases}$$

Wykorzystując wykres, wyznacz zbiór wartości funkcji  $f(x)$  oraz najmniejszą i największą wartość funkcji w przedziale  $[0, 4]$ .

## PRACA KONTROLNA nr 1 - POZIOM ROZSZERZONY

1. Dla jakich wartości parametru  $a$  równanie

$$2x^2 - ax + a + 2 = 0$$

ma pierwiastki spełniające warunek  $|x_2 - x_1| = 1$ ?

2. W sali ustawiono krzesła i trzyosobowe ławki, w łącznej liczbie 268. Do sali weszło 480 osób. Po zajęciu wszystkich miejsc siedzących proporcja osób stojących do siedzących okazała się większa niż  $\frac{39}{160}$ , ale mniejsza niż  $\frac{41}{160}$ . Ile ławek i ile krzeseł było w sali?

3. Rozwiąż nierówność

$$||| |x| - 1| - 2| - 1| - 2| \leq 3.$$

4. Oblicz

$$x^4 + y^4 + z^4, \quad \text{jeśli} \quad x + y + z = 0 \quad \text{oraz} \quad x^2 + y^2 + z^2 = 3.$$

5. Rozwiąż układ równań

$$\begin{cases} x - |y + 1| = 1, \\ x^2 + y = 10. \end{cases}$$

Podaj jego interpretację geometryczną (narysuj starannie obie dane powyższymi równaniami krzywe).

6. Wyznacz wartości parametru  $p$ , dla których równanie

$$(p - 1)x^4 - 2(p + 4)x^2 + p = 0$$

ma cztery pierwiastki różne od 0.

---

Rozwiązania (rękopis) zadań z wybranego poziomu prosimy nadsyłać do **28.09.2022r.** na adres:

Wydział Matematyki  
Politechnika Wrocławska  
Wybrzeże Wyspiańskiego 27  
50-370 WROCŁAW.

lub **elektronicznie**, za pośrednictwem portalu [talent.pwr.edu.pl](http://talent.pwr.edu.pl)

Na kopercie prosimy **koniecznie** zaznaczyć **wybrany poziom! (np. poziom podstawowy lub rozszerzony)**. Do rozwiązań należy dołączyć zaadresowaną do siebie kopertę zwrotną z naklejonym znaczkiem, odpowiednim do formatu listu. Prace niespełniające podanych warunków nie będą poprawiane ani odsyłane.

**Uwaga.** Wysyłając nam rozwiązania zadań uczestnik Kursu udostępnia Politechnice Wrocławskiej swoje **dane osobowe**, które przetwarzamy **wyłącznie** w zakresie niezbędnym do jego prowadzenia (odesłanie zadań, prowadzenie statystyki). Szczegółowe informacje o przetwarzaniu przez nas danych osobowych są dostępne na stronie internetowej Kursu.

Adres internetowy Kursu: <http://www.im.pwr.edu.pl/kurs>