

PRACA KONTROLNA nr 7 - POZIOM PODSTAWOWY

1. Wielomian $W(x) = x^3 - (k+m)x^2 - (k-m)x + 3$ jest podzielny przez dwumian $(x-1)$, a suma jego współczynników przy parzystych potęgach zmiennej x jest równa sumie współczynników przy nieparzystych potęgach zmiennej. Rozwiąż nierówność

$$W(x) \leq x^2 - 1.$$

2. Rozwiąż algebraicznie układ równań $\begin{cases} |y| = 2 - x^2, \\ x^2 + y^2 = 2 \end{cases}$ a następnie podaj jego interpretację geometryczną.

3. W przedziale $[0, 2\pi]$ określ liczbę rozwiązań równania

$$\cos x \cdot \operatorname{ctg} x - \sin x = a \cos 2x,$$

w zależności od parametru a .

4. Niech $P(k)$ oznacza pole trójkąta ograniczonego prostą $y = kx$ i wykresem funkcji

$$f(x) = 4 - 2|x|.$$

Wyznacz najmniejszą wartość $P(k)$.

5. Punkty $A(0, 0)$ i $B(4, 3)$ są wierzchołkami rombu o kącie ostrym 45° , który zawarty jest w pierwszej ćwiartce układu współrzędnych. Wyznacz współrzędne jego wierzchołków. Podaj równanie okręgu wpisanego w ten romb. Ile jest wszystkich rombów o boku AB i kącie ostrym 45° ? Oblicz objętość bryły otrzymanej przez obrót rombu wokół jego boku.
6. W ostrosłupie prawidłowym czworokątnym środek podstawy jest odległy o d od krawędzi bocznej a kąt między sąsiednimi ścianami bocznymi ostrosłupa jest równy 2α . Oblicz objętość ostrosłupa.

PRACA KONTROLNA nr 7 - POZIOM ROZSZERZONY

1. Dla jakiego parametru m równanie

$$mx^3 - (2m + 1)x^2 + (2 - 3m)x + 3 = 0$$

ma trzy różne pierwiastki, które są kolejnymi wyrazami ciągu arytmetycznego?

2. Rozwiąż równanie

$$\frac{1 + \operatorname{tg} x + \operatorname{tg}^2 x + \operatorname{tg}^3 x + \dots + \operatorname{tg}^n x + \dots}{1 - \operatorname{tg} x + \operatorname{tg}^2 x - \operatorname{tg}^3 x + \dots + (-1)^n \operatorname{tg}^n x + \dots} = 1 + \sin 2x.$$

3. Narysuj w prostokątnym układzie współrzędnych zbiór punktów spełniających warunek

$$\log_{(x-y)}(x+y) \leq 1.$$

4. Podaj równanie prostej l stycznej do wykresu funkcji $f(x) = \frac{3x-2}{(x-1)^2}$ w punkcie jego przecięcia z osią Oy i wyznacz równania wszystkich stycznych do wykresu równoległych do l . Oblicz odległość między otrzymanymi prostymi. Sporządź staranny wykres funkcji wraz z otrzymanymi stycznymi.

5. Ostrosłup prawidłowy czworokątny przecięto płaszczyzną przechodzącą przez przekątną podstawy i środek przeciwległej krawędzi bocznej. Płaszczyzna ta jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem α . Wyznacz kąt między ścianami bocznymi.

6. Odcinek o końcach $A(0,0)$ i $B(8,6)$ jest dłuższą podstawą trapezu prostokątnego opisanego na okręgu. Wyznacz współrzędne pozostałych wierzchołków trapezu, wiedząc, że bok CD jest dwa razy krótszy od boku AB . Podaj równanie okręgu wpisanego w ten trapez. Oblicz objętość bryły otrzymanej przez obrót trapezu wokół ramienia BC .

Rozwiązania (rękopis) zadań z wybranego poziomu prosimy nadsyłać do **20.03.2023r.** na adres:

Wydział Matematyki
Politechnika Wrocławska
Wybrzeże Wyspiańskiego 27
50-370 WROCŁAW,

lub **elektronicznie**, za pośrednictwem portalu talent.pwr.edu.pl

Na kopercie prosimy **koniecznie** zaznaczyć **wybrany poziom! (np. poziom podstawowy lub rozszerzony)**. Do rozwiązań należy dołączyć zaadresowaną do siebie kopertę zwrotną z naklejonym znaczkiem, odpowiednim do formatu listu. Prace niespełniające podanych warunków nie będą poprawiane ani odsyłane.

Uwaga. Wysyłając nam rozwiązania zadań uczestnik Kursu udostępnia Politechnice Wrocławskiej swoje **dane osobowe**, które przetwarzamy **wyłącznie** w zakresie niezbędnym do jego prowadzenia (odesłanie zadań, prowadzenie statystyki). Szczegółowe informacje o przetwarzaniu przez nas danych osobowych są dostępne na stronie internetowej Kursu.

Adres internetowy Kursu: <http://www.im.pwr.edu.pl/kurs>