

Praca kontrolna nr 6

6.1. Rozwiązać równanie

$$x^{\log_2(2x-1)+\log_2(x+2)} = \frac{1}{x^2}.$$

6.2. Styczna do okręgu $x^2 + y^2 - 4x - 2y = 5$ w punkcie $M(-1, 2)$, prosta l o równaniu $24x + 5y - 12 = 0$ oraz oś Ox tworzą trójkąt. Obliczyć pole tego trójkąta. Sporządzić rysunek.

6.3. Udowodnić prawdziwość tożsamości

$$\cos \alpha + \cos \beta + \cos \gamma = 4 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\beta + \gamma}{2} \cos \frac{\gamma + \alpha}{2},$$

gdzie α, β, γ są kątami ostrymi, których suma wynosi $\frac{\pi}{2}$.

6.4. Długości krawędzi prostopadłościanu o objętości $V = 8$ tworzą ciąg geometryczny, a stosunek długości przekątnej prostopadłościanu do najdłuższej z przekątnych jego ścian wynosi $\frac{3}{4}\sqrt{2}$. Obliczyć pole powierzchni całkowitej prostopadłościanu.

6.5. Z urny zawierającej siedem kul czarnych i trzy białe wybrano losowo trzy kule i przełożono do drugiej, pustej urny. Jakie jest prawdopodobieństwo wylosowania kuli białej z drugiej urny?

6.6. Prostokąt obraca się wokół swojej przekątnej. Obliczyć objętość powstałej bryły, jeśli przekątna ma długość d , a kąt pomiędzy przekątną i dłuższym bokiem ma miarę α . Sporządzić odpowiedni rysunek.

6.7. Wyznaczyć największą i najmniejszą wartość funkcji

$$f(x) = x^{5/2} - 10x^{3/2} + 40x^{1/2}$$

w przedziale $[1, 5]$.

6.8. Stosunek promienia okręgu wpisanego w trójkąt prostokątny do promienia okręgu opisanego na tym trójkącie jest równy k . W jakim stosunku środek okręgu wpisanego w ten trójkąt dzieli dwusieczną kąta prostego? Określić dziedzinę dla parametru k .