

PRACA KONTROLNA nr 6 - POZIOM PODSTAWOWY

1. Obliczyć wartość wyrażenia

$$\frac{b^2 - 1}{a^3 + b^3} : \left(\frac{a + b}{1 + ab - a^2 - a^3b} + \frac{1}{a + b} \cdot \frac{ab + 1}{a^2 - 1} \right)$$

dla $a = \sqrt{2} + 1$, $b = \sqrt{2} - 1$.

2. Pole deltoidu wpisanego w okrąg o promieniu r równe jest r^2 . Wyznaczyć kąty tego deltoidu.
3. Z miast A i B wyruszyły jednocześnie dwa samochody jadące ze stałymi prędkościami naprzeciw siebie. Do chwili spotkania pierwszy z nich przebył drogę o d km większą niż drugi. Jadąc dalej z tymi samymi prędkościami, pierwszy samochód przebył drogę od A do B w m godzin, drugi zaś w n godzin. Obliczyć odległość między miastami A i B.
4. Wyznaczyć wszystkie trójkąty równoramienne o wierzchołkach $A(1, 0)$, $B(4, 1)$, w których $|AB| = |AC|$ i środkowa CD boku AB jest zawarta w prostej $x + y = 3$. Znaleźć współrzędne środka ciężkości tego z trójkątów, który ma najmniejsze pole.
5. Sporządzić staranny wykres funkcji f zadanej wzorem

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{x^2 - 4x + 4}, & \text{gdy } |x - \frac{3}{2}| \leq \frac{3}{2}, \\ \frac{3x - 6}{2x - 3}, & \text{gdy } |x - \frac{3}{2}| > \frac{3}{2}. \end{cases}$$

Posługując się wykresem określić zbiór wartości funkcji f . Wyznaczyć najmniejszą i największą wartość funkcji w przedziale $[2 - \sqrt{2}, 2 + \sqrt{2}]$.

6. W stożek wpisano graniastosłup prosty tak, że podstawa dolna graniastosłupa zawiera się w podstawie stożka, a wierzchołki górnej podstawy należą do powierzchni bocznej stożka. Podstawą graniastosłupa jest trójkąt prostokątny, w którym stosunek przyprostokątnych wynosi $1 : 3$, a pole powierzchni największej ściany bocznej jest 2 razy mniejsze niż pole przekroju osiowego stożka. Obliczyć stosunek objętości graniastosłupa do objętości stożka.