

LIGA MATEMATYCZNA
im. Zdzisława Matuskiego
LISTOPAD 2020
SZKOŁA PONADPODSTAWOWA

ZADANIE 1.

Dany jest trójkąt równoboczny T o boku o długości a i środku ciężkości S . Zakreślono okrąg o środku S i promieniu $\frac{a}{3}$ ograniczający koło K . Oblicz pole figury $K - T$.

ZADANIE 2.

Na tablicy napisano kilka różnych liczb całkowitych dodatnich (co najmniej cztery). Okazało się, że suma każdych trzech spośród nich jest liczbą pierwszą. Ile liczb napisano na tablicy?

ZADANIE 3.

Dany jest następujący ciąg liczb: pierwsza liczba to 2020, każdą następną oblicza się według wzoru $\frac{1-a}{1+a}$, gdzie a oznacza poprzednią liczbę. Znajdź dwa tysiące dwudziesty pierwszy wyraz tego ciągu.

ZADANIE 4.

W zbiorze liczb rzeczywistych rozwiąż układ równań

$$\begin{cases} x^2 + x(y - 4) = -2 \\ y^2 + y(x - 4) = -2. \end{cases}$$

ZADANIE 5.

Wyznacz wszystkie funkcje $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ spełniające warunek

$$f(x) \cdot f(y) = f(xy) + x^2 + y^2$$

dla dowolnych liczb rzeczywistych x, y .