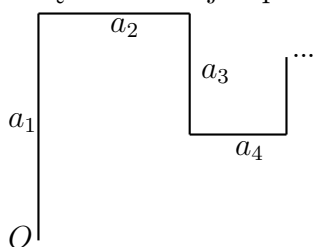


## PRACA KONTROLNA nr 5

1. Piąty wyraz rozwinięcia dwumianu  $(a + b)^{18}$  jest o 180% większy od wyrazu trzeciego. O ile procent wyraz ósmy tego rozwinięcia jest mniejszy bądź większy od wyrazu czwartego?
2. Wyznaczyć równanie linii utworzonej przez wszystkie punkty płaszczyzny, dla których stosunek kwadratu odległości od prostej  $k : x - 2y + 3 = 0$  do kwadratu odległości od prostej  $l : 3x + y + 2 = 0$  wynosi 2. Sporządzić rysunek.
3. Obwód trójkąta  $ABC$  wynosi 15, a dwusieczna kąta  $A$  dzieli bok przeciwległy na odcinki długości 3 oraz 2. Obliczyć pole koła wpisanego w ten trójkąt.
4. Cząstka startuje z początku układu współrzędnych i porusza się ze stałą prędkością



·  $P$

po nieskończonej łamanej jak na rysunku obok, której długości kolejnych odcinków tworzą ciąg geometryczny malejący. Po pewnym czasie cząstka zatrzymała się w punkcie  $P(10, 3)$ . Jaką drogę przebyła cząstka?

5. Stosując zasadę indukcji matematycznej udowodnić, że dla wszystkich  $n \geq 1$  wielomian  $x^{3n+1} + x^{3n-1} + 1$  dzieli się bez reszty przez wielomian  $x^2 + x + 1$ .
6. Nie przeprowadzając badania przebiegu wykonać wykres funkcji

$$f(x) = \frac{|x - 2|}{x - |x| + 2}.$$

Podać równania asymptot i ekstrema lokalne tej funkcji.

7. Rozwiązać nierówność

$$|\cos x|^{1+\sqrt{2}\sin x+\sqrt{2}\cos x} \leq 1, \quad x \in [-\pi, \pi].$$

8. W stożek wpisano graniastosłup trójkątny prawidłowy o wszystkich krawędziach tej samej długości. Przy jakim kącie rozwarcia stożka stosunek objętości graniastosłupa do objętości stożka jest największy?