

**PRACA KONTROLNA nr 1 - POZIOM PODSTAWOWY**

1. W pierwszym naczyniu było  $a$  litrów  $p$ -procentowego kwasu siarkowego, w drugim natomiast  $b$  litrów  $q$ -procentowego kwasu siarkowego. Z każdego z naczyń odlano czwartą część objętości roztworu, a następnie roztwór odlany z drugiego naczynia wiano do pierwszego, a odlany z pierwszego wiano do drugiego naczynia. Okazało się, że po wymieszaniu stężenia roztworów w obu naczyniach były równe. Wyznacz stosunek stężeń wyjściowych roztworów.

2. Uprość następujące wyrażenie, określwszy uprzednio jego dziedzinę:

$$\frac{1}{\sqrt[6]{x^3y^2} - \sqrt[6]{y^5}} \left( \sqrt[3]{x^2} - \frac{y}{\sqrt[3]{x}} \right) + \frac{1}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} : \frac{\sqrt[3]{xy}}{x - y}$$

Oblicz wartość tego wyrażenia, przyjmując  $x = 3 + 2\sqrt{2}$  i  $y = 1 + \sqrt{2}$ .

3. Narysuj wykres funkcji  $f(x) = (\sin x + \frac{1}{2} \cos x)^2 + (\frac{1}{2} \sin x + \cos x)^2$ . Wyznacz zbiór jej wartości i rozwiąż nierówność  $f(x) \geq \frac{5}{4}$ .
4. Niech  $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : |x| \leq 2, |y| \leq 2\}$  oraz  $B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : |x - y| \leq |x| + 1\}$ . Zaznacz na płaszczyźnie zbiory  $A \setminus B$  oraz  $A \setminus (A \setminus B)$ .
5. W kwadrat wpisano trójkąt równoboczny w taki sposób, że jeden z jego wierzchołków jest w wierzchołku kwadratu, a dwa pozostałe leżą na przeciwległych bokach kwadratu. Wyznacz stosunek pola trójkąta do pola kwadratu.
6. W ostrosłupie prawidłowym trójkątnym podstawa ma długość  $a$ , a krawędź boczna jest do niej nachylona pod kątem  $\alpha$ . Oblicz objętość i pole powierzchni bocznej bryły.