



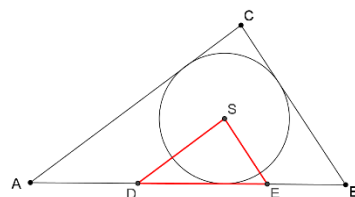
Zestaw 24

GIMNAZJUM

1. Rozstrzygnij, czy można liczby 1, 2, 3, ..., 18 rozstawić w wierzchołkach i na środkach krawędzi ośmiościanu foremnego tak, aby każda liczba leżąca na krawędzi ośmiościanu była średnią arytmetyczną liczb leżących na jej końcach.
2. Wyznacz wszystkie liczby naturalne a, b , aby liczba n spełniająca równanie też była naturalna.

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = n$$

3. Punkt S jest środkiem okręgu wpisanego w trójkąt ABC . D i E są takimi punktami boku AB , że odcinek DS jest równoległy do boku AC , a odcinek ES – do boku BC . Udowodnij, że obwód trójkąta DES jest równy długości odcinka AB .



LICEUM

1. Współczynniki a, b, c, d wielomianu $W(x) = x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d$ są liczbami całkowitymi nieparzystymi. Udowodnij, że wielomian ten nie posiada pierwiastków całkowitych.
2. Wyznacz wszystkie pary liczb pierwszych p, q spełniające równanie:
$$p^2 - 2q^2 = 1$$
3. Dany jest trapez, w którym suma kątów przy podstawie wynosi 90° , a ramiona mają długości 15 i 36. Oblicz długość odcinka łączącego środki podstaw.