

KLASY PIERWSZE I DRUGIE

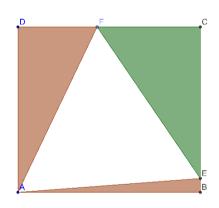
- 1. Na nieskończonej szachownicy stoi 2021 skoczków szachowych. Udowodnij, że można spośród nich wybrać 1011 takich, że żadne dwa z nich się nie atakują.
- 2. Wykaż, że w dowolnym ciągu 7 liczb całkowitych zawsze można wskazać pewną liczbę kolejnych wyrazów, których suma jest podzielna przez 7.
- 3. Udowodnij, że liczba $5^{2020} + 2^{2022}$ jest złożona.

KLASY TRZECIE

1. Rozwiąż układ kongruencji

$$\begin{cases} x \equiv 1 \bmod 4 \\ x \equiv 2 \bmod 5 \\ x \equiv 5 \bmod 7 \end{cases}$$

2. Punkty E i F leżą odpowiednio na bokach BC i CD prostokąta ABCD, przy czym trójkąt AEF jest równoboczny. Wykaż, że suma pól trójkątów ABE i ADF jest równa polu trójkąta CEF.



3. Punkt M jest środkiem przeciwprostokątnej AB trójkąta prostokątnego ABC. Symetralna odcinka CM przecina proste AC i BC odpowiednio w punktach K i L. Wykaż, że $AK^2 + BL^2 = KL^2$

