

**LIGA MATEMATYCZNA**  
**STYCZEŃ 2011**  
**SZKOŁA PONADGIMNAZJALNA**

**ZADANIE 1.**

Wewnątrz trójkąta równobocznego  $ABC$  wybrano dowolny punkt  $P$ . Punkty  $D$ ,  $E$ ,  $F$  są rzutami prostokątnymi punktu  $P$  na boki odpowiednio  $AB$ ,  $BC$ ,  $CA$ . Wyznacz wartości, jakie może przyjmować wyrażenie

$$\frac{PD + PE + PF}{AD + BE + CF}.$$

**ZADANIE 2.**

Wyznacz wszystkie trójki  $(a, b, c)$  liczb całkowitych, dla których  $a^2 - b^2 - c^2 = 1$  i  $a - b - c = -3$ .

**ZADANIE 3.**

W polach tablicy  $4 \times 4$  umieszczono liczbę  $-1$  oraz piętnaście liczb  $1$ . Można jednocześnie zmienić znaki wszystkich liczb w jednym wierszu lub w jednej kolumnie. Wykaż, że po dowolnej liczbie takich zmian nie można uzyskać tablicy wypełnionej samymi jedynkami.

**ZADANIE 4.**

Założmy, że liczby  $a$  i  $b$  są utworzone z tych samych cyfr, lecz ułożonych w innej kolejności. Czy różnica tych liczb jest podzielna przez 9?

**ZADANIE 5.**

Czworokąty  $ABCD$  i  $EFGD$  są kwadratami. Oblicz długość odcinka  $BF$  wiedząc, że długość odcinka  $AE$  jest równa  $a$ .

