

**PRACA KONTROLNA nr 1 - POZIOM PODSTAWOWY**

1. Pan Kowalski założył dwie lokaty, wpłacając do banku w sumie 10120 zł. Pierwsza z nich ma oprocentowanie 12% w skali roku z półroczną kapitalizacją odsetek, a druga daje 18% zysku, przy czym odsetki są naliczane dopiero po roku. Okazało się, że na obu kontach przybyła mu taka sama kwota. Jakie sumy wpłacił na każdą z lokat i jaki osiągnął zysk? Jaki byłby zysk pana Kowalskiego, gdyby na każdą z lokat wpłacił tę samą sumę 5060 zł.?

2. Niech  $A = \left\{x \in \mathbb{R} : \frac{1}{\sqrt{5-x}} \geq \frac{2}{\sqrt{x+1}}\right\}$  oraz  $B = \{x \in \mathbb{R} : |x| + |x-1| \geq 3\}$ .

Znaleźć i zaznaczyć na osi liczbowej zbiory  $A$ ,  $B$  oraz  $(A \setminus B) \cup (B \setminus A)$ .

3. Uprościć wyrażenie (dla tych  $a, b$ , dla których ma ono sens)

$$\left(\frac{1}{b} + \frac{2}{\sqrt[6]{a^2b^3}} + \frac{1}{\sqrt[3]{a^2}}\right) : \frac{\sqrt[3]{a} + \sqrt{b}}{b\sqrt[3]{a^2}}.$$

Następnie obliczyć jego wartość dla  $a = 5\sqrt{5}$  i  $b = 14 - 6\sqrt{5}$ .

4. Odcinek  $AB$  jest średnicą okręgu. Styczna w punkcie  $A$  i prosta, na której leży cięciwa  $BC$  przecinają się w punkcie  $P$  odległym od  $A$  o  $4\sqrt{3}$ . Wyznaczyć promień okręgu oraz długość cięciwy  $BC$ , wiedząc, że pole trójkąta  $ABP$  jest równe  $8\sqrt{3}$ .
5. Pole trójkąta równobocznego  $ABX$  zbudowanego na przeciwprostokątnej  $AB$  trójkąta prostokątnego  $ABC$  jest dwa razy większe od pola wyjściowego trójkąta. Niech  $D$  będzie środkiem boku  $AB$ . Wykazać, że trójkąty  $ABC$  i  $ADX$  są przystające.
6. Pole powierzchni bocznej stożka jest trzy razy większe niż pole jego podstawy. W stożek wpisano walec, którego dolna podstawa jest zawarta w podstawie stożka, a przekrój płaszczyzną zawierającą oś stożka jest kwadratem. Wyznaczyć stosunek objętości walca do objętości stożka.