

LIGA MATEMATYCZNA
im. Zdzisława Matuskiego
STYCZEŃ 2014
SZKOŁA PONADGIMNAZJALNA

ZADANIE 1.

Boki trójkąta ABC są podzielone punktami M , N i P tak, że

$$\frac{AM}{MB} = \frac{BN}{NC} = \frac{CP}{PA} = \frac{1}{4}.$$

Wyznacz stosunek pola trójkąta ograniczonego prostymi AN , BP , CM do pola trójkąta ABC .

ZADANIE 2.

Ciąg liczbowy $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ jest określony następująco:

$$\begin{aligned} a_1 &= 1, \\ a_2 &= 1, \\ a_3 &= -1, \\ a_n &= a_{n-1}a_{n-3}, \text{ gdy } n \geq 4. \end{aligned}$$

Oblicz a_{2014} .

ZADANIE 3.

Każdy punkt płaszczyzny pomalowano na jeden z czterech kolorów: żółty, czerwony, zielony oraz niebieski. Każdy kolor został wykorzystany. Wykaż, że istnieje prosta, której punkty są co najmniej trzech kolorów.

ZADANIE 4.

Rozwiąż układ równań

$$\begin{cases} 2x^{2014} + 2y^{2014} - z^{2014} = 4 \\ 2y^{2014} + 2z^{2014} - x^{2014} = 22 \\ 2z^{2014} + 2x^{2014} - y^{2014} = 16. \end{cases}$$

ZADANIE 5.

Porównując wyniki w łowieniu ryb Adam, Bartek i Czarek stwierdzili, że jeden z nich złowił tylko okonie, jeden tylko pstrągi i jeden tylko łososi. Liczba ryb Adama jest o 7 większa od $\frac{3}{5}$ liczby okoni. Liczba ryb Bartka jest o 3 większa od $\frac{5}{7}$ liczby łososi. Natomiast liczba wszystkich ryb jest trzycyfrową liczbą pierwszą. Ile ryb złowił każdy z chłopców?