

LIGA MATEMATYCZNA
im. Zdzisława Matuskiego
PAŹDZIERNIK 2022
SZKOŁA PONADPODSTAWOWA

ZADANIE 1.

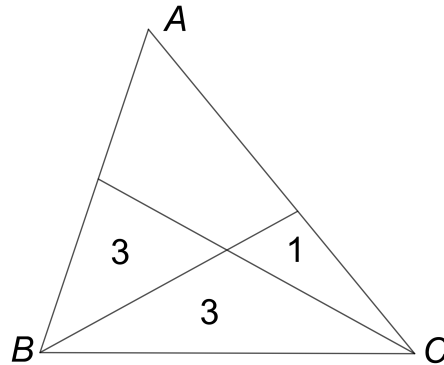
Czy istnieją liczby całkowite x, y, z takie, że $(3x - 5y)(7y - 3z)(3z - x) = 20222023$?

ZADANIE 2.

Pola szachownicy 9×9 pokolorowano w tradycyjny sposób, ale jej narożne pola są białe. Ruch polega na wybraniu dwóch sąsiednich pól i przemalowaniu ich na przeciwny kolor (to znaczy: jeżeli wybrane pole jest białe, to zmieniamy jego kolor na czarny, a gdy pole jest czarne, to zmieniamy jego kolor na białe). Czy można dobierać ruchy tak, aby w pewnym momencie wszystkie pola były czarne?

ZADANIE 3.

Wierzchołki B, C trójkąta ABC połączono odcinkami z przeciwległymi bokami otrzymując małe trójkąty o polach 3, 3 i 1 (jak na rysunku). Oblicz pole trójkąta ABC .



ZADANIE 4.

Przedstaw liczbę 2023 jako różnicę kwadratów dwóch liczb naturalnych.

ZADANIE 5.

W zbiorze liczb rzeczywistych rozwiąż układ równań

$$\begin{cases} x_1(x_1 + x_2 + x_3 + x_4) = 1 \\ (x_1 + x_2)(x_2 + x_3 + x_4) = 1 \\ (x_1 + x_2 + x_3)(x_3 + x_4) = 1 \\ (x_1 + x_2 + x_3 + x_4)x_4 = 1. \end{cases}$$