KORESPONDENCYJNY KURS
Z MATEMATYKI

październik 2013 r.

PRACA KONTROLNA nr 2 - POZIOM PODSTAWOWY

1. Rozwiązać nierówność $x^3 + nx^2 - m^2x - m^2n \leqslant 0$, gdzie

$$m = \frac{64^{\frac{1}{3}}\sqrt{2} + 8^{\frac{1}{3}}\sqrt{64}}{\sqrt[3]{64\sqrt{8}}} \quad \text{oraz} \quad n = \frac{(\sqrt{2})^{-4}\left(\frac{1}{4}\right)^{-\frac{5}{2}}\sqrt[4]{3}}{\left(\sqrt[4]{16}\right)^3 \cdot 27^{-\frac{1}{4}}}$$

2. Dla jakich wartości $\alpha \in [0, 2\pi]$ liczby $\sin\alpha$, $6\cos\alpha$, $6\operatorname{tg}\alpha$ tworzą ciąg geometryczny?

3. Suma pewnej ilości kolejnych liczb naturalnych równa jest 33, a różnica kwadratów największej i najmniejszej wynosi 55. Wyznaczyć te liczby.

4. Narysować wykres funkcji

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 6|\,x| + 5, & \text{gdy} \quad |\,x-2| \leqslant 3, \\ |\,x-2| - 3, & \text{gdy} \quad |\,x-2| > 3 \end{cases}$$

   i wyznaczyć zbiór jej wartości. Dla jakich argumentów x wykres funkcji $f(x)$ leży pod prostą $x - 2y + 10 = 0$? Zilustrować rozwiązanie graficznie.

5. Dla jakiego parametru m równanie $x^2 - mx + m^2 - 2m + 1 = 0$ ma dwa różne pierwiastki w przedziale $(0, 2)$?

6. Wierzchołek A wykresu funkcji $f(x) = ax^2 + bx + c$ leży na prostej $x = 3$ i jest odległy od początku układu współrzędnych o 5. Pole trójkąta, którego wierzchołkami są punkty przecięcia wykresu z osią Ox oraz punkt A równe jest 8. Podać wzór funkcji, której wykres jest obrazem paraboli $f(x)$ w symetrii względem punktu $(1, f(1))$.