

## PRACA KONTROLNA nr 5 - POZIOM ROZSZERZONY

1. W finale pewnego konkursu bierze udział 10 osób. Prowadzący wybiera losowo jedną z nich i zadaje jej pytanie finałowe. Obliczyć prawdopodobieństwo, że zapytana osoba udzieli poprawnej odpowiedzi, jeśli wiadomo, że  $k$ -ty finalista odpowie poprawnie na pytanie finałowe z prawdopodobieństwem  $\frac{1}{2^k}$ , gdzie  $k \in \{1, \dots, 10\}$ .

2. Rozwiąż równanie

$$x^{\log_3 x - 1} = 9.$$

3. Zbadaj, dla jakich argumentów  $x$  funkcja

$$f(x) = (2 - x)^{\frac{3x-4}{2-x}} - 1$$

przyjmuje wartości ujemne.

4. Podaj dziedzinę i narysuj wykres funkcji

$$f(x) = 2 \left| \log_2 \sqrt{|x-1|} - 1 \right|.$$

Starannie opisz metodę jego konstrukcji. Rozwiąż równanie  $f(x) = 2$ .

5. Narysuj na płaszczyźnie zbiór

$$A = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 : \log_{|x|} \left( \log_{y+1} (|x| + 1) \right) \leq 0 \right\}.$$

6. Wśród prostopadłościanów wpisanych w kulę o promieniu  $R$ , których przekątna tworzy kąt  $\alpha$  z jedną ze ścian, wskaż ten o największej objętości. Podaj jego wymiary oraz stosunek jego objętości do objętości kuli. Jaki procent objętości kuli stanowi objętość prostopadłościanu dla kąta  $\alpha = 45^\circ$ ? Wynik podać z dokładnością do jednego promila.

---

Rozwiązania prosimy nadsyłać do dnia **18 stycznia 2017** na adres:

Wydział Matematyki  
Politechniki Wrocławskiej  
Wybrzeże Wyspiańskiego 27  
50-370 Wrocław.

**Na kopercie prosimy koniecznie zaznaczyć wybrany poziom.** Do rozwiązań należy dołączyć zaadresowaną do siebie kopertę zwrotną z naklejonym znaczkiem, odpowiednim do wagi listu. Prace niespełniające podanych warunków nie będą poprawiane ani odsyłane.

Adres internetowy Kursu: <http://www.im.pwr.edu.pl/kurs>