



## Zestaw 33

---

### KLASY PO SZKOLE PODSTAWOWEJ

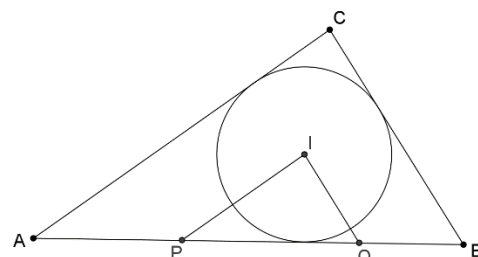
1. Sprawdź, czy liczby naturalne od 1 do 18 można umieścić w wierzchołkach i na środkach krawędzi ośmiościanu foremnego tak, aby każda liczba leżąca na krawędzi ośmiościanu była średnią arytmetyczną liczb leżących na jej końcach. Jeśli można, pokaż, jak to zrobić, jeśli nie można, uzasadnij, dlaczego.

2. Znajdź liczby naturalne  $a, b, n$ , spełniające równość:

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = n$$

3. W trójkącie  $ABC$  punkt  $I$  jest środkiem okręgu wpisanego.

Na boku  $AB$  obieramy takie punkty  $P$  i  $Q$ , że  $IP \parallel AC$  oraz  $IQ \parallel BC$ . Udowodnij, że obwód trójkąta  $PIQ$  ma taką samą długość jak bok  $AB$ .



### KLASY PO GIMNAZJUM

1. Dany jest kwadrat ABCD. Na bokach BC i CD wybrano odpowiednio punkty E i F tak, że kąt EAF ma  $45^\circ$ . Udowodnij, że pole trójkąta AEF jest równe sumie pól trójkątów ABE i AFD.

2. W konfiguracji z zadania 1 punkty H oraz I są odpowiednio punktami wspólnymi przekątnej BD z odcinkami AE i AF. Udowodnij, że  $|IH|^2 = |DI|^2 + |HB|^2$

3. W konfiguracji z zadania 1 punkt O jest środkiem okręgu opisanego na trójkącie AEF, a punkt W środkiem okręgu wpisanego w trójkąt EFC. Udowodnij, że punkt O jest środkiem odcinka AW.

