

LIGA MATEMATYCZNA
im. Zdzisława Matuskiego
LISTOPAD 2022
SZKOŁA PONADPODSTAWOWA

ZADANIE 1.

Uzasadnij, że czworokąt wypukły $ABCD$, w którym obwody trójkątów ABC , BCD , CDA i DAB są równe, jest prostokątem.

ZADANIE 2.

Znajdź wszystkie liczby pierwsze p , q takie, że $p^2 - 6q^2 = 1$.

ZADANIE 3.

Na tablicy wypisano liczby $1, 2, 3, \dots, 10$. Ruch polega na wybraniu trzech liczb a , b , c i zastąpieniu ich liczbami $2a + b$, $2b + c$, $2c + a$. Czy po wykonaniu pewnej liczby takich operacji na tablicy otrzymamy dziesięć równych liczb?

ZADANIE 4.

Dodatnia liczba całkowita a ma dwa dzielniki naturalne, liczba $a+1$ ma trzy dzielniki naturalne. Ile dzielników naturalnych ma liczba $a+2$?

ZADANIE 5.

W zbiorze liczb rzeczywistych rozwiąż układ równań

$$\begin{cases} 2x^2 + \frac{1}{z^2} = y^2 + 2 \\ 2y^2 + \frac{1}{x^2} = z^2 + 2 \\ 2z^2 + \frac{1}{y^2} = x^2 + 2. \end{cases}$$