



**Akademia
Pomorska
w Słupsku**



**LIGA MATEMATYCZNA
im. Zdzisława Matuskiego
FINAŁ 26 marca 2019
SZKOŁA PONADPODSTAWOWA**

ZADANIE 1.

Wyznacz wszystkie funkcje rzeczywiste $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ spełniające równanie

$$2f(x) + f(1 - x) = x + 7$$

dla każdej liczby rzeczywistej x .

ZADANIE 2.

Ania napisała kilka kolejnych liczb naturalnych. Wśród nich są trzy liczby pierwsze, trzy liczby podzielne przez 3 i trzy liczby parzyste. Ile co najwyżej może być równa suma liczb napisanych przez Anię?

ZADANIE 3.

Znajdź wszystkie trójki liczb rzeczywistych (x, y, z) spełniające układ równań

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 14 \\ x + 2y + 3z = 14. \end{cases}$$

ZADANIE 4.

Czy liczba sześciocyfrowa, której cyframi są liczby 1, 2, 3, 4, 5, 6 (każda użyta jeden raz) może być podzielna przez 11?

ZADANIE 5.

Pole trójkąta ABC jest równe p . Odcinek DE równoległy do AB odcina trójkąt o polu q . Niech F będzie dowolnym punktem leżącym na podstawie AB . Oblicz pole czworokąta $DFEC$.

ZADANIE 6.

Wykaż, że jeżeli liczby dodatnie a, b, c spełniają warunek $abc = 1$, to

$$\frac{1}{1 + a^2b} + \frac{1}{1 + bc^2} = 1.$$

ZADANIE 7.

Wyznacz wszystkie trójki liczb pierwszych (p, q, r) spełniające układ równań

$$\begin{cases} q = p^2 + 6 \\ r = q^2 + 6. \end{cases}$$