

**LIGA MATEMATYCZNA**  
**im. Zdzisława Matuskiego**  
**LISTOPAD 2019**  
**SZKOŁA PONADPODSTAWOWA**

**ZADANIE 1.**

Znajdź takie cyfry  $x, y$ , aby  $(\overline{xy})^2 + \overline{xy} = (\overline{yx})^2 + \overline{yx}$ .

**ZADANIE 2.**

Dany jest 2020-kąt foremny  $A_1A_2A_3 \dots A_{2019}A_{2020}$ . Punkt  $P$  jest dowolnym punktem okręgu o promieniu  $R$  opisanego na wielokącie  $A_1A_2A_3 \dots A_{2019}A_{2020}$ . Oblicz

$$|PA_1|^2 + |PA_2|^2 + \dots + |PA_{2020}|^2.$$

**ZADANIE 3.**

Czy z odcinków o długościach  $2018^{2018}$ ,  $2019^{2019}$ ,  $2020^{2020}$  można zbudować trójkąt?

**ZADANIE 4.**

Zbiór  $A$  składa się z 2019 różnych liczb naturalnych. Wykaż, że ze zbioru  $A$  można wybrać trzy takie liczby  $a, b, c$ , że iloczyn  $a(b - c)$  jest podzielny przez 2019.

**ZADANIE 5.**

W zbiorze liczb rzeczywistych rozwiąż układ równań

$$\begin{cases} xy + x + y = 8 \\ yz + y + z = 8 \\ xz + x + z = 8. \end{cases}$$