

## PRACA KONTROLNA nr 5 - POZIOM PODSTAWOWY

luty 2007r.

1. Bolek i Lolek z okazji swoich 9 i 11 urodzin otrzymali od babci 200 zł do podziału. Umówili się, że starszy otrzyma większą sumę, ale nie więcej niż o połowę od otrzymanej przez brata, a ponadto średnia geometryczna obu kwot nie przekroczy iloczynu ich lat życia. Jaką maksymalną i minimalną kwotę może otrzymać starszy brat.
2. Rozważmy zbiór wszystkich ciągów binarnych o długości 7. Wylosowano jeden ciąg.
  - a) Jakie jest prawdopodobieństwo, że będzie zawierał co najmniej 3 jedynki.
  - b) Jakie jest prawdopodobieństwo, że w tym ciągu wystąpi seria samych zer lub samych jedynek o długości co najmniej 4.
3. W trójkącie  $ABC$  dane są  $\angle CAB = \frac{\pi}{3}$ , wysokość  $|CD| = h = 5$  oraz  $|BD| = d = \sqrt{2}$ . Obliczyć promień okręgu wpisanego w ten trójkąt.
4. Na jednym rysunku przedstawić staranne wykresy funkcji  $f(x) = \left| \sin \left( x - \frac{\pi}{9} \right) \right|$  oraz  $g(x) = -\cos \left( x + \frac{5\pi}{18} \right)$  na przedziale  $I = [-\pi, 2\pi]$ .
  - a) Odczytać z wykresu kąt  $x_0$  taki, że  $g(x) = \sin(x - x_0)$ .
  - b) Korzystając z wykresu oraz punktu a) wyznaczyć wszystkie kąty  $x \in I$ , dla których  $f(x) = g(x)$  oraz przedziały, dla których  $g(x) > f(x)$ .
5. Na walcu o wysokości 6 cm i średnicy podstawy 16 cm opisano stożek o kącie rozwarcia  $2\alpha$  tak, że podstawa walca leży na podstawie stożka, przy czym  $\operatorname{tg} \alpha = \frac{4}{3}$ . Wyznaczyć minimalne wymiary prostokąta (z zaokrągleniem w górę do pełnych cm), w którym można zmieścić rozciętą powierzchnię boczną stożka i obliczyć jaki procent pola tego prostokąta stanowi powierzchnia boczna stożka.
6. Dane są proste  $k : 2x - 3y + 6 = 0$  oraz  $l : 2x + 4y - 7 = 0$ . Na prostej  $k$  znaleźć punkt, którego obraz symetryczny względem prostej  $l$  leży na osi  $Oy$ . Sporządzić rysunek.