

Tematy I części egzaminu z matematyki
dla kandydatów ubiegających się o przyjęcie na I rok studiów dziennych.
Kandydat wybierał 3 dowolne zadania. Rozwiązania wybranych zadań oceniane
były w skali 0–10 punktów. Egzamin trwał 120 minut.

1. Zbadać przebieg zmienności funkcji

$$y = \frac{4x + 5}{x^2 - 1}$$

i na tej podstawie ustalić liczbę pierwiastków równania

$$\frac{4x + 5}{x^2 - 1} = m$$

w zależności od parametru m .

2. W trójkącie ABC dany jest wierzchołek $A(1, 3)$ oraz równanie środkowej $y = 7$ i równanie wysokości $x + 4y - 51 = 0$. Wiedząc, że środkowa i wysokość wychodzą z różnych wierzchołków trójkąta podać równania boków tego trójkąta.
3. Dla jakich wartości parametru $m \in R$ równanie

$$\log_2(x + 3) - 2 \log_4 x = m$$

posiada rozwiązanie należące do przedziału $\langle 3; 4 \rangle$?

4. W urnie znajdują się trzy kule białe o numerach 1, 2 i 3 oraz pięć kul czarnych o numerach 1, 2, 3, 4 i 5. Losujemy bez zwracania dwukrotnie po jednej kuli. Jakie jest prawdopodobieństwo tego, że pierwsza z wylosowanych kul będzie biała, a druga będzie kulą o numerze 1?
5. Na trójkącie prostokątnym o kącie ostrym x opisano okrąg. Okrąg ten i trójkąt obracają się dookoła przeciwprostokątnej. Przy jakim x stosunek objętości kuli powstałej z obrotu okręgu do objętości bryły powstałej z obrotu trójkąta będzie najmniejszy?