

**PRACA KONTROLNA nr 6 - POZIOM PODSTAWOWY**

1. Rozwiązać równanie

$$\frac{\sin x}{2 \cos^2 2x - 1} = 1.$$

2. Niech  $f(x) = \sqrt{x}$ . Podać wzór funkcji:

- a)  $g(x)$ , której wykres jest symetrycznym obrazem wykresu  $f(x)$  względem prostej  $x = 1$ .  
b)  $h(x)$ , której wykres jest symetrycznym obrazem wykresu  $f(x)$  względem punktu  $(0, -1)$ .  
Narysować wykresy wszystkich funkcji. Uzasadnić, wykonując odpowiednie obliczenia, że znalezione funkcje spełniają podane warunki.

3. Wykazać, że dla dowolnego  $n \geq 2$  liczba  $\frac{1}{4} \cdot 100^n + 4 \cdot 10^n + 16$  jest kwadratem liczby naturalnej i jest podzielna przez 81.

4. Narysować wykres funkcji

$$f(x) = \begin{cases} 2 - x - x^2 & , \text{ gdy } -1 \leq x \leq 1, \\ \frac{x-1}{x+1} & , \text{ gdy } |x| > 1. \end{cases}$$

Posługując się wykresem, podać zbiór wartości funkcji  $f$  oraz jej najmniejszą i największą wartość na przedziałach  $[-1, 2]$  oraz  $[0, 3]$ .

5. Znaleźć równanie stycznej  $l$  do paraboli  $y = x^2$  równoległej do prostej  $y = 2x - 3$ .  
Wyznaczyć punkt, w którym styczna do tej paraboli jest prostopadła do znalezionej prostej  $l$ . Sporządzić rysunek.

6. Rozwiązać układ równań

$$\begin{cases} x^2 + y^2 & = & 8, \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} & = & 1. \end{cases}$$

i podać jego interpretację geometryczną.