



LI KORRESPONDENCYJNY KURS  
Z MATEMATYKI

luty 2022 r.

### PRACA KONTROLNA nr 6 - POZIOM PODSTAWOWY

1. Prawdopodobieństwo, że w dowolnie wybranym przedziale pociągu relacji Warszawa – Wrocław podróżny znajdzie co najmniej jedno wolne miejsce wynosi  $\frac{1}{2}$ . Podróżny szuka pierwszego wolnego miejsca, zaglądając do każdego kolejnego przedziału. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia, że liczba odwiedzonych przez niego przedziałów nie przekroczy 4.
2. Rozwiąż nierówność wykładniczą

$$2^{x^3} \cdot 9^{2x-1} < 3^{x^3-2} \cdot 4^{2x}.$$

3. W trójkącie równoramiennym  $\triangle ABC$  o ramionach  $AC$  i  $BC$  kąt przy podstawie  $AB$  ma miarę  $\alpha$ . Na boku  $AC$  umieszczono punkt  $D$  w taki sposób, że trójkąty  $\triangle ABC$  i  $\triangle ABD$  są podobne. Wyznacz skalę podobieństwa tych trójkątów oraz warunki rozwiązalności zadania. Oblicz stosunek pól tych trójkątów oraz stosunek objętości stożków powstałych przez obrót tych trójkątów wokół ich osi symetrii.
4. Wyznacz wszystkie możliwe wartości kąta ostrego  $\alpha$  jeżeli wiadomo, że

$$\operatorname{tg} 2\alpha + \operatorname{ctg} 2\alpha = -\frac{4\sqrt{3}}{3}.$$

5. Niech  $x \in [0, 2\pi]$ . Rozwiąż nierówność

$$\sin^5 x + \cos^5 x \geq \sin^4 x \cdot \cos x + \cos^4 x \cdot \sin x.$$

6. Wyznacz wszystkie argumenty  $x$ , dla których funkcja

$$f(x) = \log_2(x+2) - 2 \log_4 \sqrt{x^3+8}$$

przyjmuje wartości niedodatnie.