

## Praca kontrolna nr 7

- 14.1.** Ile elementów ma zbiór  $A$ , jeśli liczba jego podzbiorów trójelementowych jest większa o 48 od liczby podzbiorów dwuelementowych?
- 14.2.** W sześciokąt foremny o boku 1 wpisano okrąg. Następnie w otrzymany okrąg wpisano sześciokąt foremny, w który znów wpisano okrąg itd. Obliczyć sumę obwodów wszystkich otrzymanych w taki sposób okręgów.
- 14.3.** Dana jest rodzina prostych o równaniach  $2x + my - m - 2 = 0$ ,  $m \in R$ . Które z prostych tej rodziny są:  
 a) prostopadłe do prostej  $x + 4y + 2 = 0$ ,  
 b) równoległe do prostej  $3x + 2y = 0$ ,  
 c) tworzą z prostą  $x - \sqrt{3}y - 1 = 0$  kąt  $\frac{\pi}{3}$ .
- 14.4.** Sprawdzić tożsamość  $\operatorname{tg}\left(x - \frac{\pi}{4}\right) - 1 = \frac{-2}{\operatorname{tg}x + 1}$ . Korzystając z niej, sporządzić wykres funkcji  $f(x) = \frac{1}{\operatorname{tg}x + 1}$  w przedziale  $[0, \pi]$ .
- 14.5.** Dany jest okrąg  $K$  o równaniu  $x^2 + y^2 - 6y = 27$ . Wyznaczyć równanie krzywej  $\Gamma$  będącej obrazem okręgu  $K$  w powinowactwie prostokątnym o osi  $Ox$  i skali  $k = \frac{1}{3}$ . Obliczyć pole figury ograniczonej łukiem okręgu  $K$  i krzywej  $\Gamma$ , leżącej pod osią odciętych. Wykonać rysunek.
- 14.6.** Korzystając z nierówności  $2\sqrt{ab} \leq a + b$ ,  $a, b > 0$ , obliczyć granicę  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{\log_5 16}{\log_2 3} \right)^n$ .
- 14.7.** Trylogię składającą się z dwóch powieści dwutomowych oraz jednej jednotomowej ustawiono na półce w przypadkowej kolejności. Jakie jest prawdopodobieństwo tego, że tomy a) obydwu, b) co najmniej jednej z dwutomowych powieści znajdują się obok siebie i przy tym tom I z lewej, a tom II z prawej strony.
- 14.8.** W ostrosłupie prawidłowym czworokątnym krawędź boczna jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem  $\alpha$ , a krawędź podstawy ma długość  $a$ . Obliczyć promień kuli stycznej do wszystkich krawędzi tego ostrosłupa. Sporządzić odpowiednie rysunki.