

LIGA MATEMATYCZNA
im. Zdzisława Matuskiego
PAŹDZIERNIK 2013
SZKOŁA PONADGIMNAZJALNA

ZADANIE 1.

Wyznacz wszystkie funkcje $f: \mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R}$ spełniające warunek $f(x) + 2f\left(\frac{1}{x}\right) = x$ dla każdej liczby rzeczywistej x różnej od zera.

ZADANIE 2.

Na okręgu dane są punkty w kolejności A, B, C, D . Niech M będzie środkiem łuku AB . Oznaczmy punkty przecięcia cięciw MC i MD z cięciwą AB , odpowiednio, E oraz K . Wykaż, że na czworokącie $EKDC$ można opisać okrąg.

ZADANIE 3.

Rozwiąż układ równań

$$\begin{cases} x^2 - (y - z)^2 = 1 \\ y^2 - (z - x)^2 = 4 \\ z^2 - (x - y)^2 = 9. \end{cases}$$

ZADANIE 4.

Uzasadnij, że liczba

$$3^1 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^{998} + 3^{999}$$

jest podzielna przez 13.

ZADANIE 5.

Niech a, b, c będą liczbami nieparzystymi. Wykaż, że nie istnieje liczba całkowita x spełniająca równość

$$ax^2 + bx + c = 0.$$