



1	UZUPEŁNIA ZDAJĄCY	
KOD	PESEL	miejsce na naklejkę
		V V

EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI POZIOM ROZSZERZONY

DATA: 9 maja 2017 r. GODZINA ROZPOCZĘCIA: 9:00 CZAS PRACY: 180 minut

LICZBA PUNKTÓW DO UZYSKANIA: 50

UZUPEŁNIA ZESPÓŁ NADZORUJĄCY			
Uprawnienia zdającego do:			
dostosowania kryteriów oceniania			
nieprzenoszenia zaznaczeń na kartę			

Instrukcja dla zdającego

- 1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 18 stron (zadania 1–15). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
- 2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi wpisuj w miejscu na to przeznaczonym.
- 3. Odpowiedzi do zadań zamkniętych (1–4) zaznacz na karcie odpowiedzi w części karty przeznaczonej dla zdającego. Zamaluj **p**ola do tego przeznaczone. Błędne zaznaczenie otocz kółkiem i zaznacz właściwe.
- 4. W zadaniu 5. wpisz odpowiednie cyfry w kratki pod treścią zadania.
- 5. Pamietaj, że pominiecie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadania otwartego (6–15) może spowodować, że za to rozwiązanie nie otrzymasz pełnej liczby punktów.
- 6. Pisz czytelnie i używaj tylko długopisu lub pióra z czarnym tuszem lub atramentem.
- 7. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
- 8. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
- 9. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora prostego.
- 10. Na tej stronie oraz na karcie odpowiedzi wpisz swój numer PESEL i przyklej naklejkę z kodem.
- 11. Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla egzaminatora.



NOWA FORMULA



W zadaniach od 1. do 4. wybierz i zaznacz na karcie odpowiedzi poprawną odpowiedź.

Zadanie 1. (0-1)

Liczba $\left(\sqrt{2-\sqrt{3}}-\sqrt{2+\sqrt{3}}\right)^2$ jest równa

A. 2

- **B.** 4
- C. $\sqrt{3}$ D. $2\sqrt{3}$

Zadanie 2. (0-1)

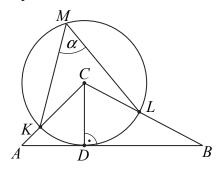
Nieskończony ciąg liczbowy jest określony wzorem $a_n = \frac{(n^2 - 10n)(2 - 3n)}{2n^3 + n^2 + 3}$ dla $n \ge 1$. Wtedy

- **A.** $\lim_{n\to\infty} a_n = \frac{1}{2}$ **B.** $\lim_{n\to\infty} a_n = 0$ **C.** $\lim_{n\to\infty} a_n = -\infty$ **D.** $\lim_{n\to\infty} a_n = -\frac{3}{2}$

Zadanie 3. (0-1)

Odcinek *CD* jest wysokością trójkąta *ABC*, w którym $|AD| = |CD| = \frac{1}{2}|BC|$ (zobacz rysunek).

Okrąg o środku C i promieniu CD jest styczny do prostej AB. Okrąg ten przecina boki AC i BC trójkata odpowiednio w punktach K i L.



Zaznaczony na rysunku kąt α wpisany w okrąg jest równy

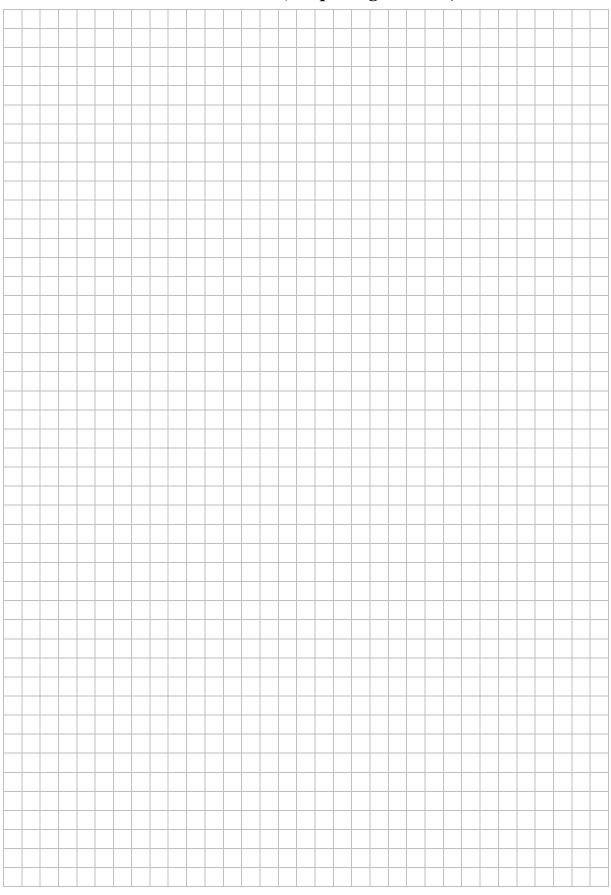
- **A.** 37,5°
- **B.** 45°
- C. 52,5°
- **D.** 60°

Zadanie 4. (0–1)

Dane są punkt B = (-4,7) i wektor $\vec{u} = [-3,5]$. Punkt A, taki, że $\overrightarrow{AB} = -3\vec{u}$, ma współrzędne

- **A.** A = (5, -8) **B.** A = (-13, 22) **C.** A = (9, -15) **D.** A = (12, 24)

BRUDNOPIS (nie podlega ocenie)



Strona 3 z 18

Zadanie 5. (0-2)

Reszta z dzielenia wielomianu $W(x) = x^3 - 2x^2 + ax + \frac{3}{4}$ przez dwumian x - 2 jest równa 1. Oblicz wartość współczynnika a.

W poniższe kratki wpisz kolejno trzy pierwsze cyfry po przecinku rozwinięcia dziesiętnego otrzymanego wyniku.



BRUDNOPIS (nie podlega ocenie)



Zadanie 6. (0-3)

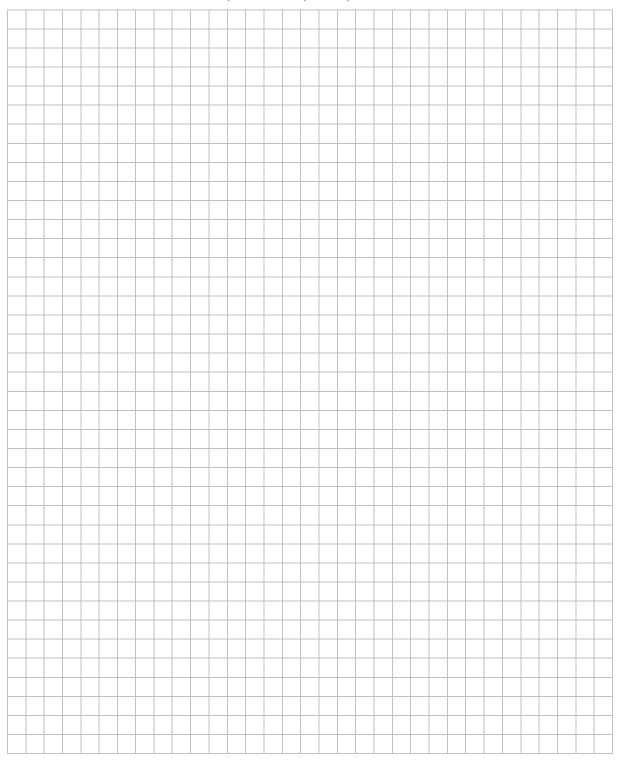
Funkcja f jest określona wzorem $f(x) = \frac{x-1}{x^2+1}$ dla każdej liczby rzeczywistej x. Wyznacz równanie stycznej do wykresu tej funkcji w punkcie P = (1,0).



Odpowiedź:

Strona 4 z 18

Zadanie 7. (0–3)Udowodnij, że dla dowolnych różnych liczb rzeczywistych *x*, *y* prawdziwa jest nierówność $x^{2}y^{2} + 2x^{2} + 2y^{2} - 8xy + 4 > 0.$



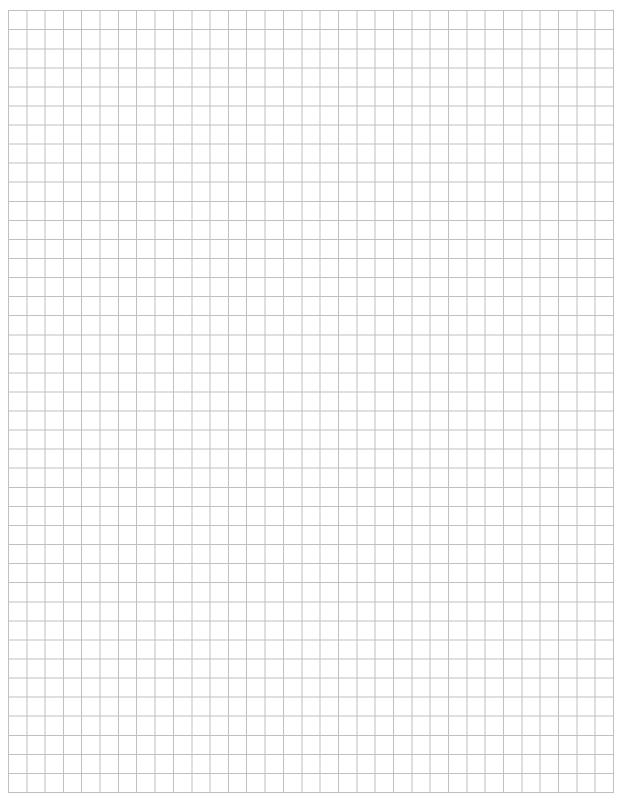
	Nr zadania	5.	6.	7.
Wypełnia	Maks. liczba pkt	2	3	3
egzaminator	Uzyskana liczba pkt			

Strona 5 z 18 MMA_1R

Zadanie 8. (0-3)

W trójkącie ostrokątnym ABC bok AB ma długość c, długość boku BC jest równa a oraz $| \not < ABC | = \beta$. Dwusieczna kąta ABC przecina bok AC trójkąta w punkcie E.

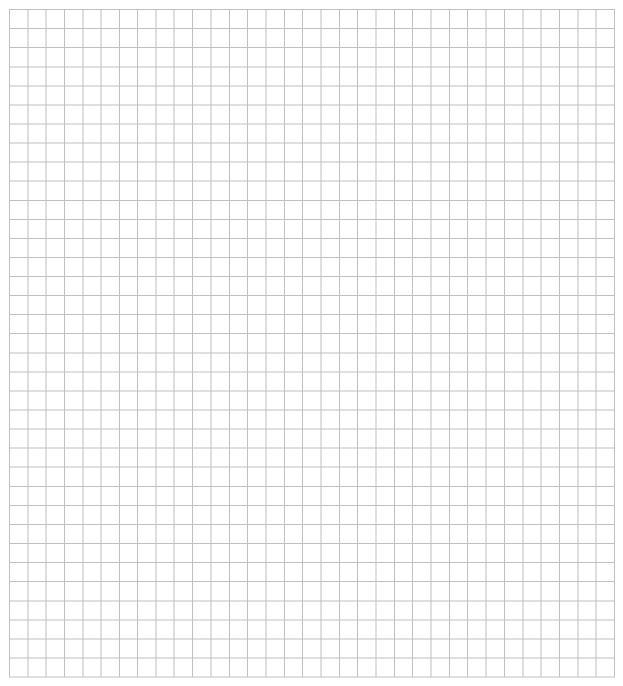
Wykaż, że długość odcinka BE jest równa $\frac{2ac \cdot \cos \frac{\beta}{2}}{a+c}$.



Strona 6 z 18 MMA 1R

Zadanie 9. (0-4)

W czworościanie, którego wszystkie krawędzie mają taką samą długość 6, umieszczono kulę tak, że ma ona dokładnie jeden punkt wspólny z każdą ścianą czworościanu. Płaszczyzna π , równoległa do podstawy tego czworościanu, dzieli go na dwie bryły: ostrosłup o objętości równej $\frac{8}{27}$ objętości dzielonego czworościanu i ostrosłup ścięty. Oblicz odległość środka S kuli od płaszczyzny π , tj. długość najkrótszego spośród odcinków SP, gdzie P jest punktem płaszczyzny π .

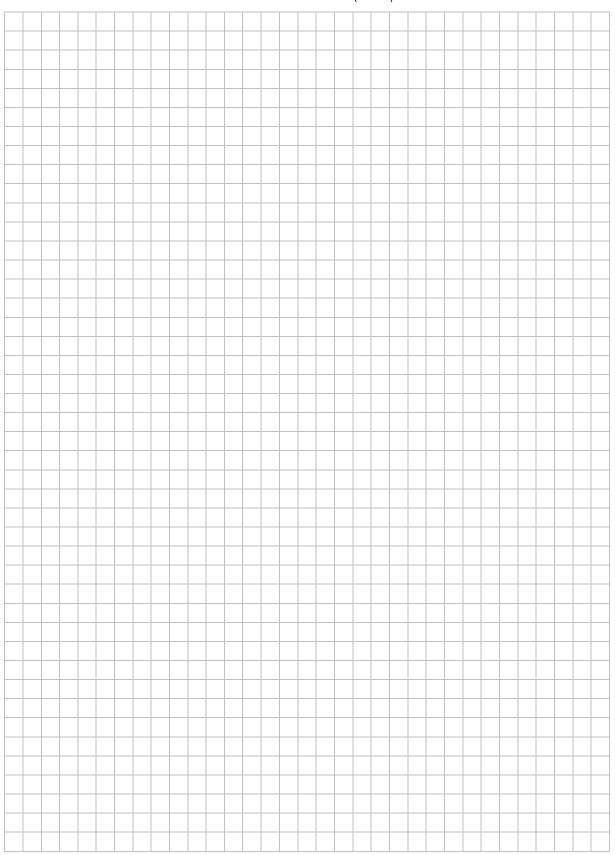


Odpowiedź:

	Nr zadania	8.	9.
Wypełnia	Maks. liczba pkt	3	4
egzaminator	Uzyskana liczba pkt		

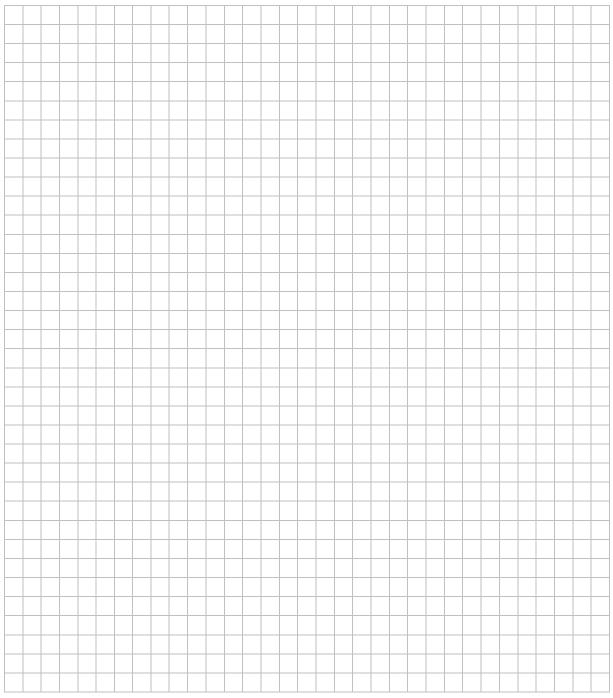
Zadanie 10. (0-4)

Rozwiąż równanie $\cos 2x + 3\cos x = -2$ w przedziale $\langle 0, 2\pi \rangle$.



Zadanie 11. (0-4)

W pudełku znajduje się 8 piłeczek oznaczonych kolejnymi liczbami naturalnymi od 1 do 8. Losujemy jedną piłeczkę, zapisujemy liczbę na niej występującą, a następnie zwracamy piłeczkę do urny. Tę procedurę wykonujemy jeszcze dwa razy i tym samym otrzymujemy zapisane trzy liczby. Oblicz prawdopodobieństwo wylosowania takich piłeczek, że iloczyn trzech zapisanych liczb jest podzielny przez 4. Wynik podaj w postaci ułamka zwykłego.



	Nr zadania	10.	11.
Wypełnia	Maks. liczba pkt	4	4
egzaminator	Uzyskana liczba pkt		

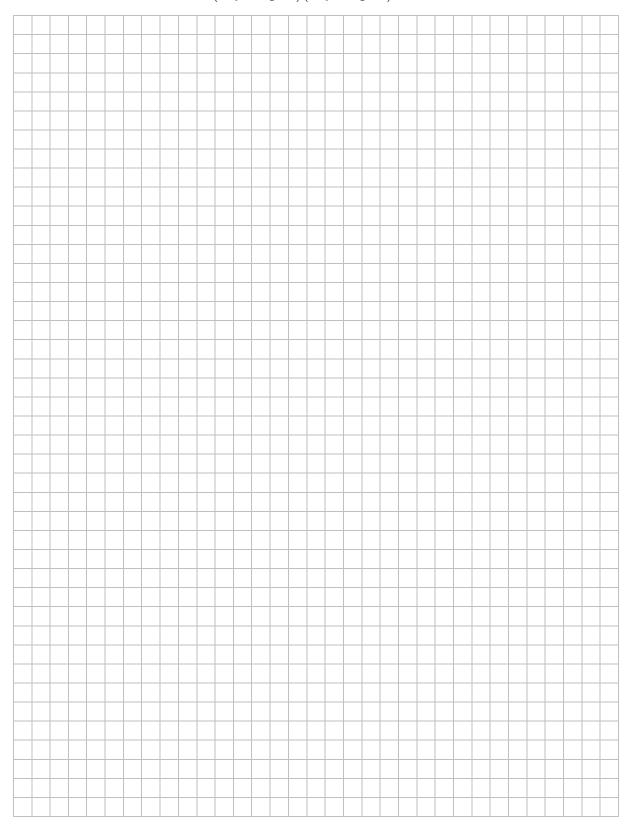
Zadanie 12. (0-5)

Wyznacz wszystkie wartości parametru m, dla których równanie

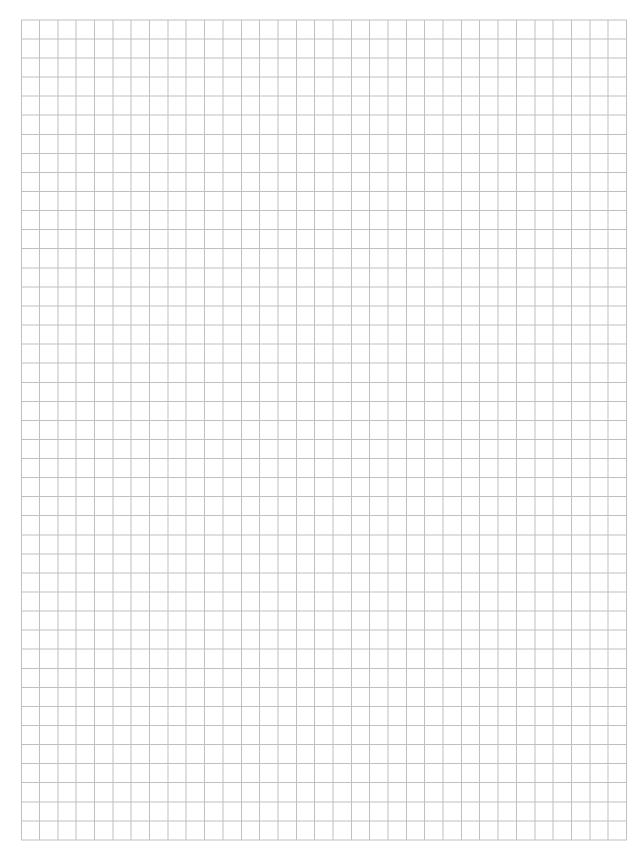
$$4x^2 - 6mx + (2m+3)(m-3) = 0$$

ma dwa różne rozwiązania rzeczywiste x_1 i x_2 , przy czym $x_1 < x_2$, spełniające warunek

$$(4x_1-4x_2-1)(4x_1-4x_2+1)<0.$$



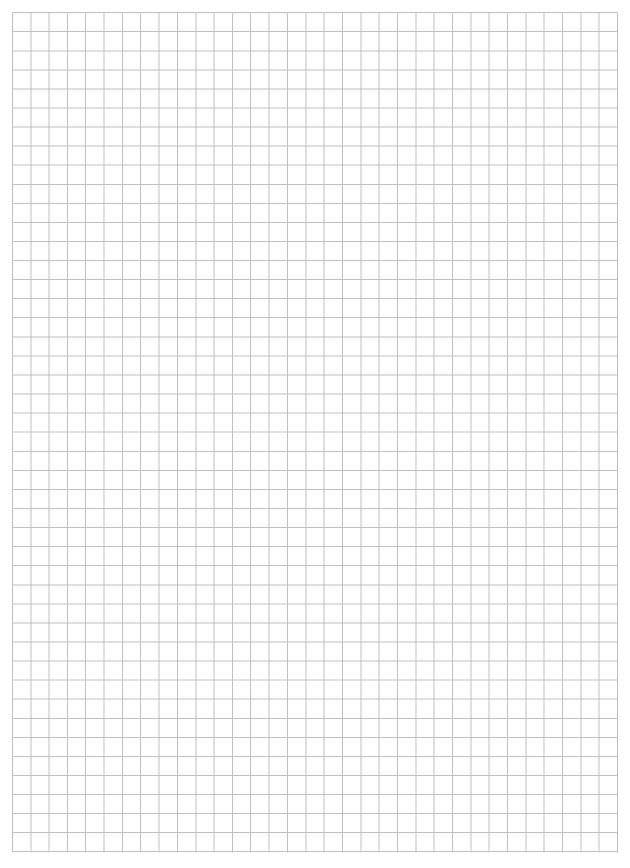
Strona 10 z 18



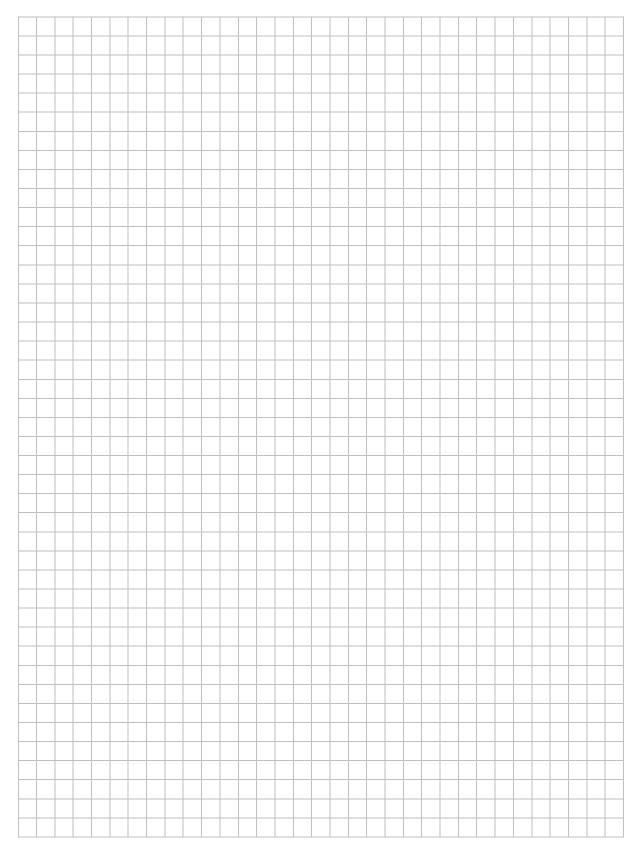
	Nr zadania	12.
Wypełnia	Maks. liczba pkt	5
egzaminator	Uzyskana liczba pkt	

Zadanie 13. (0-5)

Wyznacz równanie okręgu przechodzącego przez punkty A = (-5, 3) i B = (0, 6), którego środek leży na prostej o równaniu x - 3y + 1 = 0.



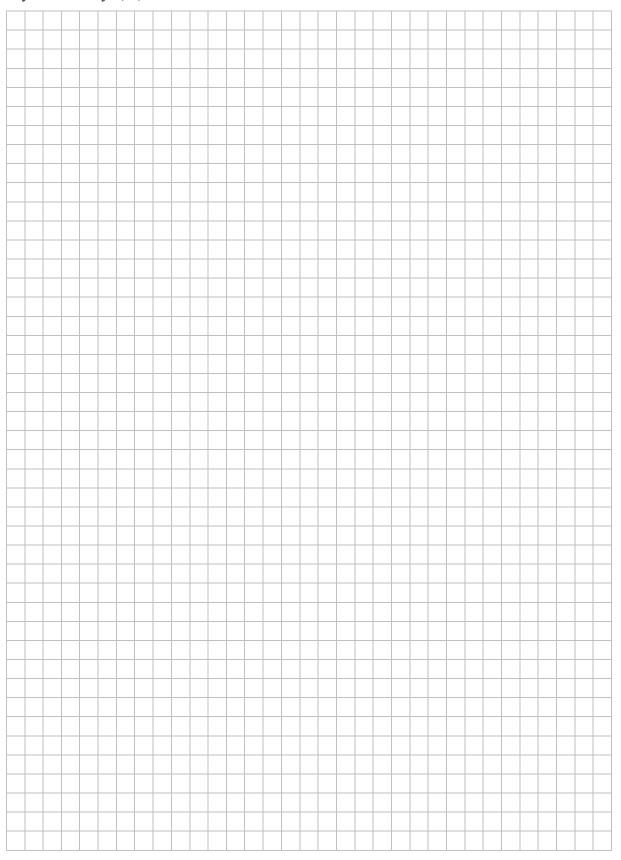
Strona 12 z 18



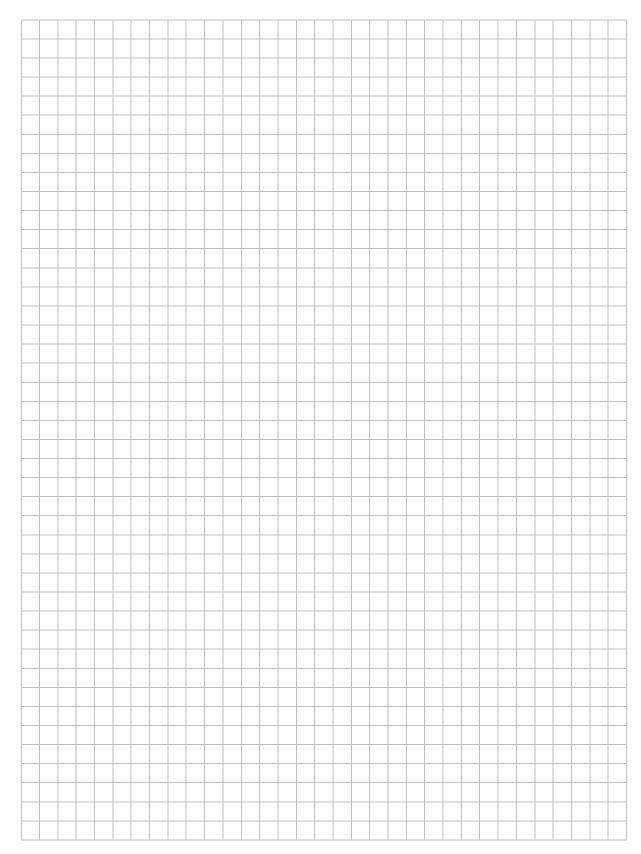
	Nr zadania	13.
Wypełnia	Maks. liczba pkt	5
egzaminator	Uzyskana liczba pkt	

Zadanie 14. (0-6)

Liczby a, b, c są – odpowiednio – pierwszym, drugim i trzecim wyrazem ciągu arytmetycznego. Suma tych liczb jest równa 27. Ciąg (a-2, b, 2c+1) jest geometryczny. Wyznacz liczby a, b, c.



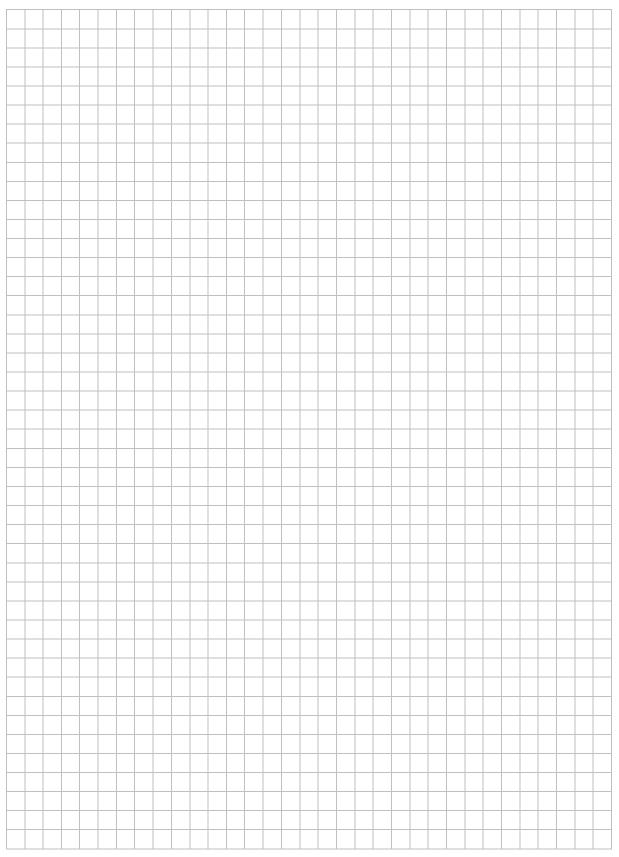
Strona 14 z 18



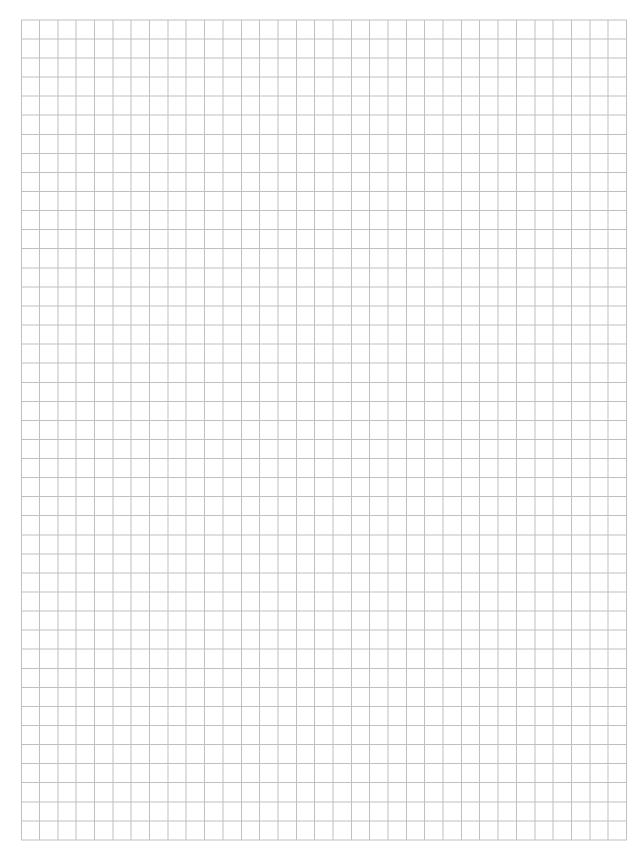
	Nr zadania	14.
Wypełnia	Maks. liczba pkt	6
egzaminator	Uzyskana liczba pkt	

Zadanie 15. (0-7)

Rozpatrujemy wszystkie walce o danym polu powierzchni całkowitej *P*. Oblicz wysokość i promień podstawy tego walca, którego objętość jest największa. Oblicz tę największą objętość.



Strona 16 z 18



	Nr zadania	15.
Wypełnia	Maks. liczba pkt	7
egzaminator	Uzyskana liczba pkt	

BRUDNOPIS (nie podlega ocenie)

Strona 18 z 18