

LIGA MATEMATYCZNA

LISTOPAD 2010

GIMNAZJUM

ZADANIE 1.

W pewnej liczbie trzycyfrowej x skreślono cyfrę setek i otrzymano dwucyfrową liczbę k . Gdy w liczbie x skreślono cyfrę dziesiątek, otrzymano liczbę dwucyfrową l , a po skreśleniu w liczbie x cyfry jedności powstała liczba dwucyfrowa m . Okazało się, że suma $k + l + m$ jest trzykrotnie mniejsza od liczby x . Znajdź x .

ZADANIE 2.

Wykaż, że suma $2^1 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{2009}$ jest podzielna przez 127.

ZADANIE 3.

W kwadracie $ABCD$ punkty E i F są środkami, odpowiednio, boków AD i BC . Obrano punkty G i H w taki sposób, że E jest punktem odcinka GB i F jest punktem odcinka AH . Wiedząc, że $|GA| = |AB| = |BH| = 1$, oblicz długość odcinka GH .

ZADANIE 4.

Rozważmy liczby całkowite dodatnie m i n , które spełniają warunek $75m = n^3$. Jaka jest najmniejsza możliwa suma liczb m i n ?

ZADANIE 5.

Dwóch uczonych napisało na siedmiu kartkach liczby 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 - na każdej kartce jedną liczbę. Następnie pierwszy wziął losowo trzy kartki, drugi dwie inne kartki, a ostatnie dwie, bez oglądania ich, wyrzucili. Pierwszy uczony, zaglądając do swoich kartek, powiedział do drugiego: „Wiem, że suma liczb na twoich kartkach jest parzysta”. Jakie liczby wylosował pierwszy z uczonych?