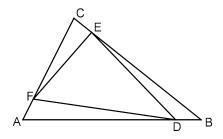
LIGA MATEMATYCZNA

im. Zdzisława Matuskiego STYCZEŃ 2019

SZKOŁA PONADPODSTAWOWA

ZADANIE 1.

Boki trójkąta ABC podzielono takimi punktami D, E, F, że $\frac{|AD|}{|DB|} = \frac{|BE|}{|EC|} = \frac{|CF|}{|FA|} = 6$. Wyznacz stosunek pola trójkąta DEF do pola trójkąta ABC.



ZADANIE 2. Liczba dodatnia x jest p razy większa od liczby y. Suma liczb x i y jest q razy większa od ich różnicy. Znajdź sumę p+q wiedząc, że p i q są liczbami całkowitymi dodatnimi.

ZADANIE 3.

Wyznacz największą liczbę pięciocyfrową spełniającą warunki:

- żadna cyfra nie jest zerem;
- pierwsze trzy cyfry tworzą liczbę, która jest 9 razy większa od liczby utworzonej przez dwie ostanie cyfry;
- trzy ostatnie cyfry tworzą liczbę, która jest 7 razy większa od liczby utworzonej przez pierwsze dwie cyfry.

(Uwaga. Przyjmujemy, że ostatnią cyfrą liczby jest cyfra jedności.)

ZADANIE 4.

Wyznacz wszystkie liczby pierwsze p takie, że p+6, p+12, p+18, p+24 są również liczbami pierwszymi.

ZADANIE 5.

Znajdź wszystkie funkcje $f: \mathbb{R} \setminus \{0,1\} \to \mathbb{R}$ spełniające warunek

$$(1-x)f(x) - 2xf(1-x) = 1$$

dla każdej liczby rzeczywistej x różnej od 0 i 1.