

LIGA MATEMATYCZNA
FINAŁ
30 marca 2011
SZKOŁA PONADGIMNAZJALNA

ZADANIE 1.

Na okręgu napisano jedenaście liczb. Suma każdych trzech kolejnych jest taka sama. Jedną z liczb jest 9. Wyznacz pozostałe liczby.

ZADANIE 2.

Rozwiąż układ równań

$$\begin{cases} ab = a + b + 1 \\ bc = b + c + 2 \\ ac = a + c + 5. \end{cases}$$

ZADANIE 3.

Wykaż, że dla dowolnych liczb całkowitych a i b liczba $a^3b - ab^3$ jest podzielna przez 3.

ZADANIE 4.

Dany jest pięciokąt wypukły $ABCDE$, w którym przekątna BD jest równoległa do boku AE , a przekątna CE jest równoległa do boku AB . Wykazać, że pola trójkątów ABC i ADE są równe.

ZADANIE 5.

Wykaż, że kwadrat liczby pierwszej większej od 3 z dzielenia przez 12 daje resztę 1.

ZADANIE 6.

Rozwiąż równanie $x^2 + 4x - y^2 - 2y - 8 = 0$ w zbiorze liczb naturalnych.

ZADANIE 7.

Czworokąt $ABCD$ jest kwadratem. Punkty E i F leżą na bokach BC i CD tego kwadratu tak, że $\angle EAF = 45^\circ$. Wykaż, że $|BE| + |DF| = |EF|$.

