

PRACA KONTROLNA nr 7 - POZIOM ROZSZERZONY

1. Dla jakich wartości parametru a równanie $4 - |x - 1| = (a + 2)^2$ ma dwa różne rozwiązania?
2. Wykorzystując dwumian Newtona, uzasadnij, że liczba $11^{2k} - 9^{2k}$ jest podzielna przez 100 dla dowolnej liczby naturalnej k podzielnej przez 5.
3. Wykaż, że w dowolnym trójkącie prostokątnym wartość bezwzględna różnicy tangensów kątów ostrych jest dwa razy większa niż wartość bezwzględna tangensa kąta, jaki tworzą wysokość i środkowa poprowadzone z wierzchołka kąta prostego.
4. Dany jest trapez prostokątny o podstawach długości a i b oraz wysokości $2h$. Wykaż, że jeżeli $h^2 = ab$, to dłuższe ramię trapezu jest równe $a + b$, a okrąg, którego jest ono średnicą, jest styczny do drugiego ramienia.
5. Narysuj wykres funkcji

$$f(x) = 1 - \frac{x}{x+2} + \left(\frac{x}{x+2}\right)^2 - \left(\frac{x}{x+2}\right)^3 + \dots$$

która jest sumą nieskończonego szeregu geometrycznego i wyznacz równanie prostej stycznej do wykresu prostopadłej do prostej $2x - y = 0$. Sporządź staranny rysunek.

6. Podstawą ostrosłupa jest trapez o obwodzie 32, którego jedna podstawa jest trzy razy dłuższa niż druga. Wszystkie krawędzie boczne ostrosłupa są nachylone do podstawy pod kątem 60° . Oblicz objętość ostrosłupa, wiedząc, że w jego podstawę można wpisać okrąg.

Rozwiązania (rękopis) zadań z wybranego poziomu prosimy nadsyłać do **20 marca 2022r.** na adres:

Wydział Matematyki
Politechnika Wrocławska
Wybrzeże Wyspiańskiego 27
50-370 WROCŁAW,

lub **elektronicznie**, za pośrednictwem portalu talent.pwr.edu.pl

Na kopercie prosimy **koniecznie** zaznaczyć **wybrany poziom! (np. poziom podstawowy lub rozszerzony)**. Do rozwiązań należy dołączyć zaadresowaną do siebie kopertę zwrotną z naklejonym znaczkiem, odpowiednim do formatu listu. Polecamy stosowanie kopert formatu C5 (160x230mm) ze znaczkiem o wartości 3,30 zł. Na każdą większą kopertę należy nakleić droższy znaczek. Prace niespełniające podanych warunków nie będą poprawiane ani odsyłane.

Uwaga. Wysyłając nam rozwiązania zadań uczestnik Kursu udostępnia Politechnice Wrocławskiej swoje **dane osobowe**, które przetwarzamy **wyłącznie** w zakresie niezbędnym do jego prowadzenia (odesłanie zadań, prowadzenie statystyki). Szczegółowe informacje o przetwarzaniu przez nas danych osobowych są dostępne na stronie internetowej Kursu.

Adres internetowy Kursu: <http://www.im.pwr.edu.pl/kurs>