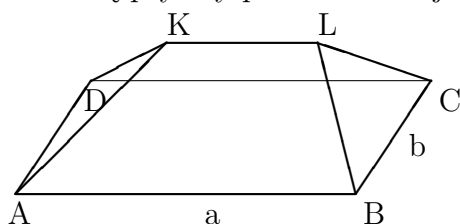


PRACA KONTROLNA nr 1 - POZIOM ROZSZERZONY

1. Rozwiązać nierówność $\frac{1}{\sqrt{4-x^2}} \geq \frac{1}{x-1}$ i starannie zaznaczyć zbiór rozwiązań na osi liczbowej.
2. Rozwiązać równanie $2 \sin 2x + 2 \sin x - 2 \cos x = 1$. Następnie podać rozwiązania należące do przedziału $[-\pi, \pi]$.
3. Z przystani A wyrusza z biegiem rzeki statek do przystani B, odległej od A o 140 km. Po upływie 1 godziny wyrusza za nim łódź motorowa, dopędza statek, po czym wraca do przystani A w tym samym momencie, w którym statek przybija do przystani B. Znaleźć prędkość biegu rzeki, jeżeli wiadomo, że w stojącej wodzie prędkość statku wynosi 16 km/godz, a prędkość łodzi 24 km/godz.
4. Dane są liczby: $m = \frac{\binom{6}{4} \cdot \binom{8}{2}}{\binom{7}{3}}$, $n = \frac{(\sqrt{2})^{-4} \left(\frac{1}{4}\right)^{-\frac{5}{2}} \sqrt[4]{3}}{(\sqrt[4]{16})^3 \cdot 27^{-\frac{1}{4}}}$.
 - a) Sprawdzić, wykonując odpowiednie obliczenia, że m, n są liczbami naturalnymi.
 - b) Wyznaczyć k tak, by liczby m, k, n były odpowiednio: pierwszym, drugim i trzecim wyrazem ciągu geometrycznego.
 - c) Wyznaczyć sumę wszystkich wyrazów nieskończonego ciągu geometrycznego, którego pierwszymi trzema wyrazami są m, k, n . Ile wyrazów tego ciągu należy wziąć, by ich suma przekroczyła 95% sumy wszystkich wyrazów?
5. Z wierzchołka A kwadratu $ABCD$ o boku a poprowadzono dwie proste, które dzielą kąt przy tym wierzchołku na trzy równe części i przecinają boki kwadratu w punktach K i L . Wyznaczyć długości odcinków, na jakie te proste dzielą przekątną kwadratu. Znaleźć promień okręgu wpisanego w deltoid $AKCL$.
6. Podstawą pryzmy przedstawionej na rysunku poniżej jest prostokąt $ABCD$,



którego bok AB ma długość a , a bok BC długość b , gdzie $a > b$. Wszystkie ściany boczne pryzmy są nachylone pod kątem α do płaszczyzny podstawy. Obliczyć objętość tej pryzmy.