

PRACA KONTROLNA nr 5 - POZIOM PODSTAWOWY

1. W ciągu arytmetycznym suma początkowych dwudziestu jeden wyrazów wynosi $21\sqrt{2}$, a jego dziesiąty wyraz równy jest $-2 - 2\sqrt{2}$. Wyznaczyć najmniejszy dodatni wyraz tego ciągu.

2. Rozwiązać nierówność

$$-2 < \log_{\frac{1}{2}}(5x + 2) \leq 2.$$

3. Firmy X i Y jednocześnie rozpoczęły działalność. W pierwszym miesiącu każda z nich miała dochód równy 50 000 zł. Po pięciu miesiącach okazało się, że dochód firmy X rósł z miesiąca na miesiąc o tę samą kwotę, a dochód firmy Y wzrastał co miesiąc geometrycznie. W drugim i trzecim miesiącu działalności firma X miała dochód większy od dochodu firmy Y o 2000 zł. Ustalić, która z firm miała większą sumę dochodów w pierwszych pięciu miesiącach swojej działalności.

4. Sporządzić staranny wykres funkcji (za jednostkę przyjąć 2 cm)

$$f(x) = \begin{cases} \frac{|x|}{1-x} & \text{dla } |x-1| \geq 1, \\ -2x^2 + 3x & \text{dla } |x-1| < 1. \end{cases}$$

Korzystając z niego, określić ilość rozwiązań równania $f(x) = m$ w zależności od rzeczywistego parametru m .

5. Stosując wzór na sinus podwojonego kąta oraz wzory redukcyjne, obliczyć wartość wyrażenia

$$\cos \frac{\pi}{5} \cdot \cos \frac{2\pi}{5} \cdot \cos \frac{3\pi}{5} \cdot \cos \frac{4\pi}{5}.$$

6. Wiedząc, że $\sin \frac{\pi}{10} = \frac{1}{4}(\sqrt{5} - 1)$, wyznaczyć wszystkie kąty $\alpha \in [0, \pi]$, dla których spełnione jest równanie

$$2^{2+\sin \alpha} = \sqrt{2} \cdot 4^{\cos^2 \alpha}.$$