LIGA MATEMATYCZNA PÓŁFINAŁ 5 lutego 2010 GIMNAZJUM

ZADANIE 1.

Czy liczba $\sqrt{16+8\sqrt{3}}-\sqrt{16-8\sqrt{3}}$ jest całkowita? Odpowiedź uzasadnij.

ZADANIE 2.

W auli odbyło się zebranie uczniów klas pierwszych dotyczące wyboru języków obcych. Każdy uczeń wybrał co najmniej jeden język i nie więcej niż dwa. 50 uczniów chce uczyć się języka angielskiego, 25 języka niemieckiego, 13 języka francuskiego i 5 języka włoskiego. Żaden z uczniów chcących uczyć się języka włoskiego nie chce uczyć się innego języka. 15 uczniów spośród chcących uczyć się języka angielskiego chce uczyć się też języka niemieckiego, a 3 języka francuskiego. Tylko jeden uczeń zamierza uczyć się języka niemieckiego i języka francuskiego. Ilu uczniów było na tym spotkaniu?

ZADANIE 3.

Rozwiąż układ równań

$$\begin{cases} x(x+y+z) = 2\\ y(x+y+z) = 4\\ z(x+y+z) = 10. \end{cases}$$

ZADANIE 4.

Wyznacz liczbę naturalną n, która jest podzielna przez 16 i ma 9 mniejszych od siebie dzielników, których suma równa się n.

ZADANIE 5.

Punkty $E,\,F,\,G,\,H$ dzielą boki prostokąta ABCD w stosunku 1:2. Jaki jest stosunek pola czworokąta EFGH do pola prostokąta ABCD?

