

**LIGA MATEMATYCZNA**  
**im. Zdzisława Matuskiego**  
**LISTOPAD 2015**  
**SZKOŁA PONADGIMNAZJALNA**

**ZADANIE 1.**

Czworokąt wypukły  $ABCD$  jest wpisany w okrąg  $o$ . Dwusieczne kątów  $\sphericalangle BAD$ ,  $\sphericalangle CBA$ ,  $\sphericalangle DCB$ ,  $\sphericalangle ADC$  przecinają okrąg  $o$  odpowiednio w punktach  $M$ ,  $N$ ,  $P$  i  $Q$ . Wykaż, że punkty  $M$ ,  $N$ ,  $P$ ,  $Q$  są wierzchołkami prostokąta.

**ZADANIE 2.**

W zbiorze liczb rzeczywistych rozwiąż układ równań

$$\begin{cases} x^2y = 150 \\ x^3y^2 = 4500. \end{cases}$$

**ZADANIE 3.**

Wyznacz najmniejszą liczbę naturalną  $n$  taką, że liczby  $n + 3$ ,  $n - 100$  są kwadratami liczb naturalnych.

**ZADANIE 4.**

Funkcja liniowa  $f$  określona dla wszystkich liczb rzeczywistych spełnia warunek

$$f(2016) + f(1) = 2.$$

Oblicz wartość wyrażenia  $f(0) + f(1) + f(2) + \dots + f(2016) + f(2017)$ .

**ZADANIE 5.**

Zbiór  $A$  zawiera wszystkie liczby siedmiocyfrowe o różnych cyfrach należących do zbioru  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ .

Czy w zbiorze  $A$  istnieje 77 takich liczb, że suma 33 z nich jest równa sumie 44 pozostałych?