

LIGA MATEMATYCZNA
im. Zdzisława Matuskiego
PÓŁFINAŁ
11 lutego 2014
GIMNAZJUM

ZADANIE 1.

Wewnątrz kwadratu $ABCD$ wybrano punkt M w równej odległości od boku CD i od wierzchołków A oraz B . Jaką część pola kwadratu stanowi pole trójkąta ABM ?

ZADANIE 2.

Czy 2014 orzechów można włożyć do 50 woreczków w taki sposób, aby w każdym było więcej niż 20 orzechów, ale w każdym inna ich liczba? Czy można rozłożyć te orzechy tak, aby w każdym woreczku było co najmniej 10 orzechów i w każdym inna ich liczba?

ZADANIE 3.

Spośród trzystu uczniów klas drugich i trzecich gimnazjum 100 wzięło udział w olimpiadzie matematycznej, 80 w fizycznej, 60 w informatycznej, w tym 23 w olimpiadzie matematycznej i fizycznej, 16 w olimpiadzie matematycznej i informatycznej, 14 w olimpiadzie fizycznej i informatycznej, 5 we wszystkich trzech olimpiadach. Ilu uczniów wzięło udział tylko w olimpiadzie matematycznej? Ilu uczniów wzięło udział tylko w jednej olimpiadzie, a ilu dokładnie w dwóch? Ilu uczniów nie wzięło udziału w żadnej olimpiadzie?

ZADANIE 4.

Średnia arytmetyczna liczb a, b, c równa się 12, a średnia arytmetyczna liczb $2a + 1, 2b, c$ równa się 17. Oblicz średnią arytmetyczną liczb a i b .

ZADANIE 5.

Wykaż, że dla dowolnych liczb rzeczywistych a, b, c spełniona jest nierówność

$$a^2 + b^2 + c^2 + 3 \geq 2(a + b + c).$$