

**AKADEMIA GÓRNICZO-HUTNICZA im. Stanisława Staszica
w Krakowie
OLIMPIADA „O DIAMENTOWY INDEKS AGH” 2008/9**

MATEMATYKA - ETAP III

ZADANIA PO 10 PUNKTÓW

1. Znajdź współrzędne obrazu punktu $C = (20, 25)$ w symetrii osiowej względem prostej przechodzącej przez punkty $A = (6, 2)$ i $B = (3, -4)$.
2. Wyznacz dziedzinę funkcji danej wzorem

$$f(x) = \log_2(x^3 - 4x^2 - 3x + 18).$$

3. Oblicz granicę ciągu

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (n - \sqrt{n^2 + 5n}).$$

4. Znajdź liczbę, której 59% stanowi okresowy ułamek dziesiętny $2,6(81)$.

ZADANIA PO 20 PUNKTÓW

5. Ze zbioru $\{1, 2, 3, \dots, 2n-1, 2n\}$, gdzie n jest ustaloną liczbą naturalną, losujemy ze zwracaniem dwie liczby x i y . Oblicz prawdopodobieństwa zdarzeń
 $A : x = y$; $B : \text{iloczyn } xy \text{ jest liczbą parzystą}$; $C : \frac{x}{y} \in (0; 1)$.
6. W ostrosłupie prawidłowym trójkątnym o wysokości h krawędź boczna jest nachylna do krawędzi podstawy pod kątem α . Oblicz promień kuli wpisanej w ten ostrosłup. Jakie wartości może przyjmować miara kąta α ?
7. Dla jakich wartości parametru m nierówność

$$(m^2 - 1)x^2 + 2(m - 1)x + 2 > 0$$

jest spełniona dla każdego $x \in \mathbb{R}$? Czy istnieje takie x , aby dla każdego $m \in \mathbb{R}$ powyższa nierówność była prawdziwa?