



MATEMATYKA - poziom rozszerzony LO

LUTY  
2017**Instrukcja dla zdającego**

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 16 stron (zadania 1–16). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi wpisuj w miejscu na to przeznaczonym.
3. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadania otwartego może spowodować, że za to rozwiązanie nie otrzymasz pełnej liczby punktów.
4. Pisz czytelnie i używaj tylko długopisu lub pióra z czarnym tuszem lub atramentem.
5. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
6. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora prostego.
7. Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla egzaminatora.

*Życzymy powodzenia*Czas pracy:  
**180 minut**Liczba  
punktów  
do  
uzyskania:  
**50**

W zadaniach o numerach od 1 do 5 wybierz i zaznacz na karcie odpowiedzi jedną poprawną odpowiedź

**Zadanie 1.** (1pkt)

Zbiorem wartości funkcji  $f(x) = \sqrt{-\sqrt{-x-4}}$  jest:

- A.  $\{0\}$                       B. zbiór pusty                      C.  $(0, +\infty)$                       D.  $(-\infty, -4)$

**Zadanie 2.** (1pkt)

Dziedzina funkcji  $f(x) = \log_{2015} \left( \log_{\frac{1}{2015}} (\log_{2015} x) \right)$  jest zbiór:

- A.  $x \in (215, +\infty)$                       B.  $x \in (1, 2015)$                       C.  $x \in (0, +\infty)$                       D.  $x \in (0, 2015)$

**Zadanie 3.** (1pkt)

Okrąg o środku w punkcie S  $(-1; 2)$  jest styczny do prostej o równaniu  $4x - 3y + 3 = 0$ .

Promień okręgu jest równy :

- A.  $\frac{2}{5}$                       B. 1                      C.  $\frac{7}{5}$                       D.  $\sqrt{8}$

**Zadanie 4.** (1pkt)

Wycinek kołowy o kącie środkowym  $120^\circ$  i polu  $3\pi$  zwinięto w stożek. Promień podstawy tego stożka jest równy:

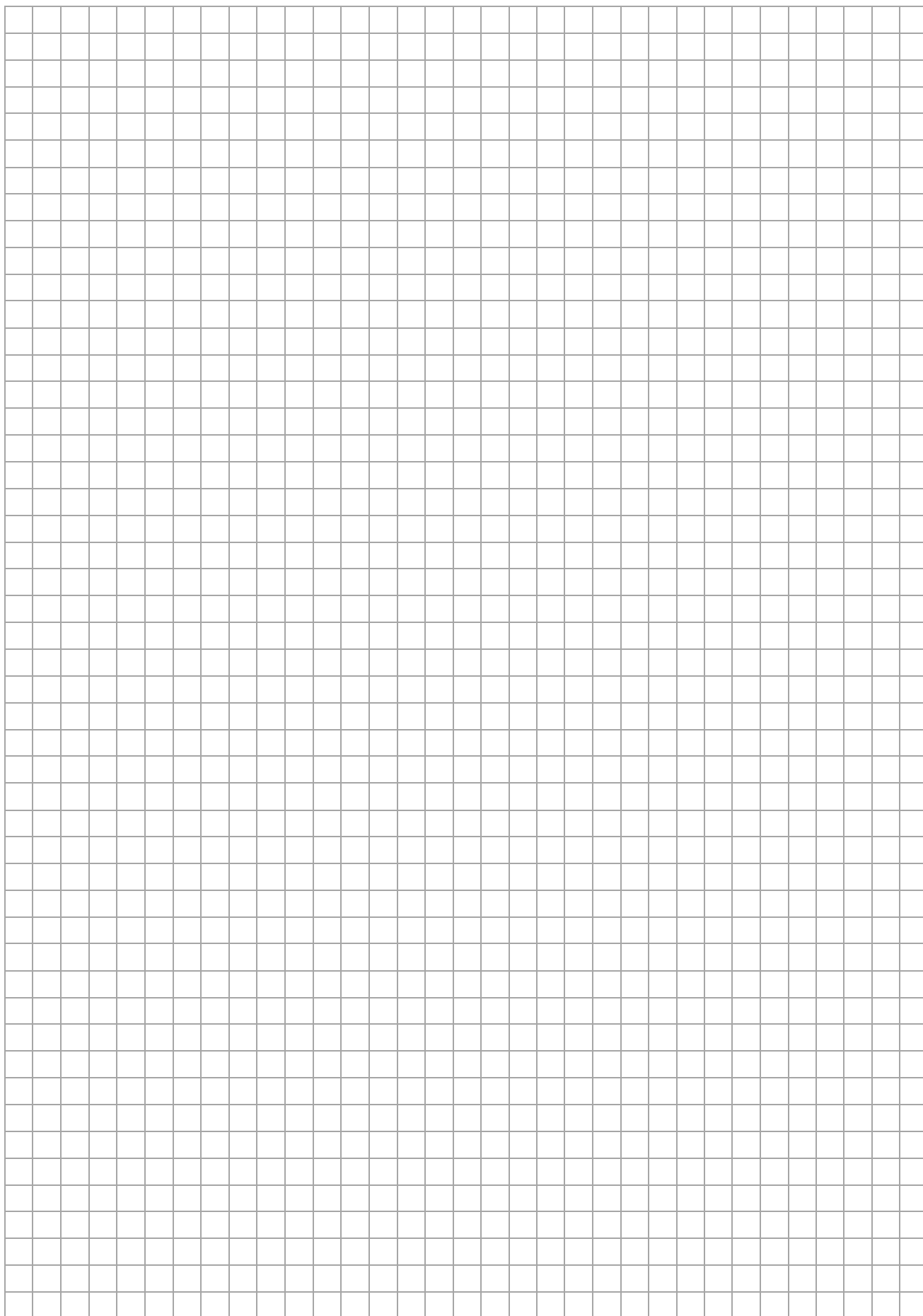
- A. 2,5                      B. 2                      C. 1,6                      D. 1

**Zadanie 5.** (1pkt)

W czworoscianie foremnym cosinus kąta dwuściennego między dwiema sąsiednimi ścianami jest równy:

- A. 0                      B. 0,25                      C.  $\frac{1}{3}$                       D.  $\frac{1}{2}$

---

**BRUDNOPIS**

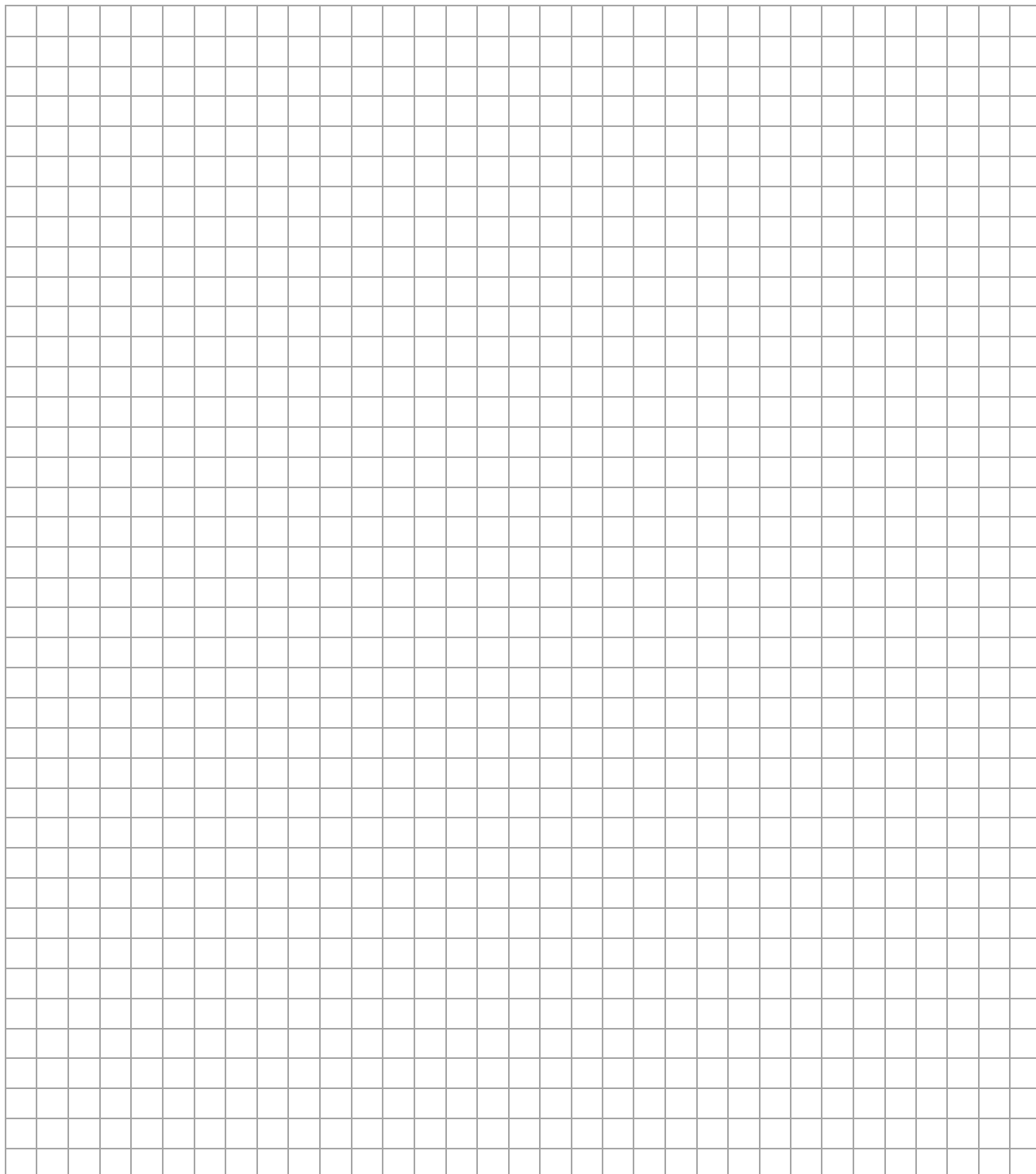
W zadaniu 6 zakoduj we wskazanym miejscu wynik zgodnie z poleceniem.

**Zadanie 6.** (2pkt)

Oblicz:  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - x^2 + x - 1}{2x^3 - 2}$

Zakoduj pierwsze trzy cyfry rozwinięcia dziesiętnego otrzymanego wyniku.

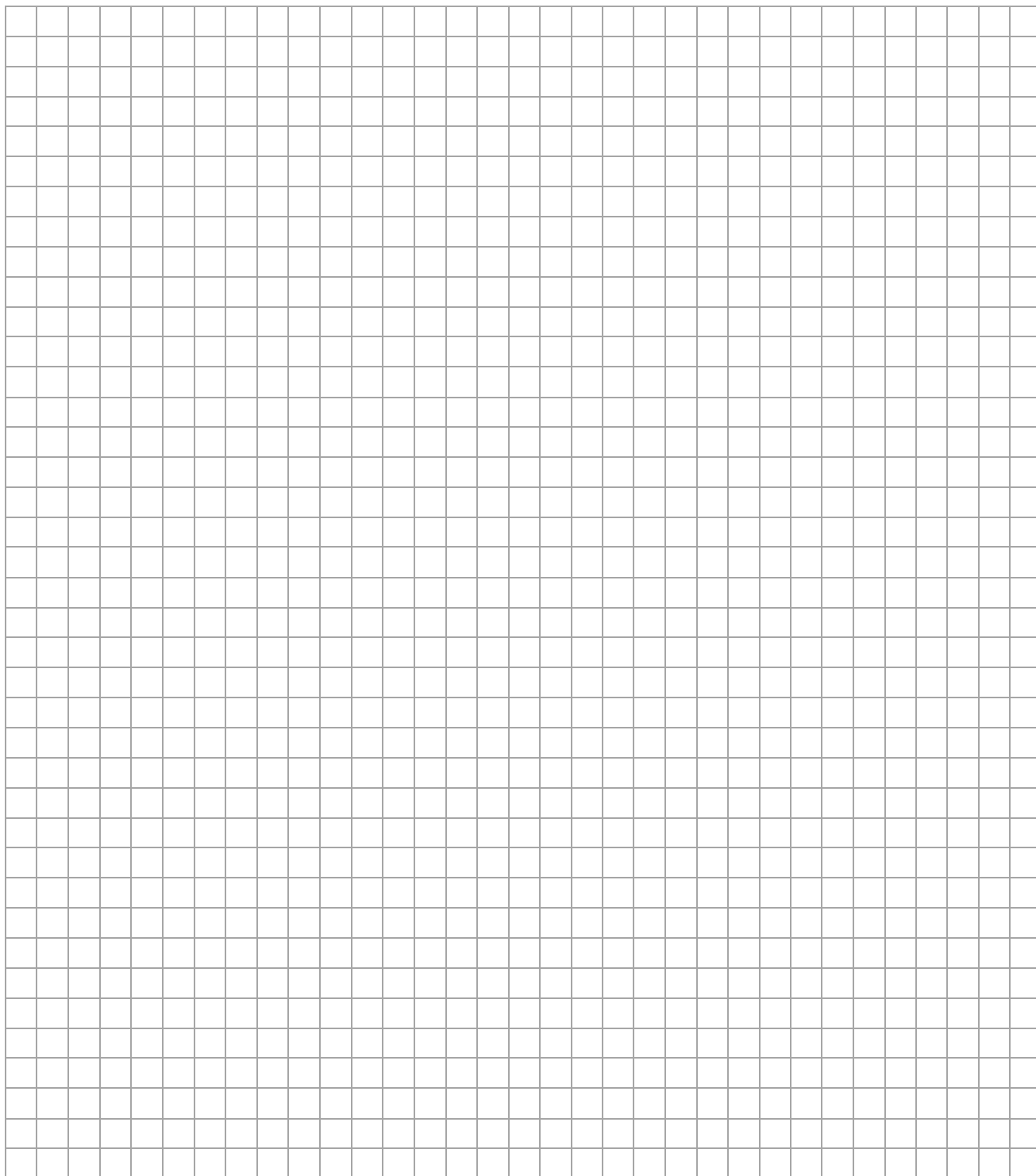
dziesiąte	setne	tysięczne



Rozwiązania zadań od 7 do 17. należy zapisać w wyznaczonych miejscach pod treścią zadania.

**Zadanie 7.** (3pkt)

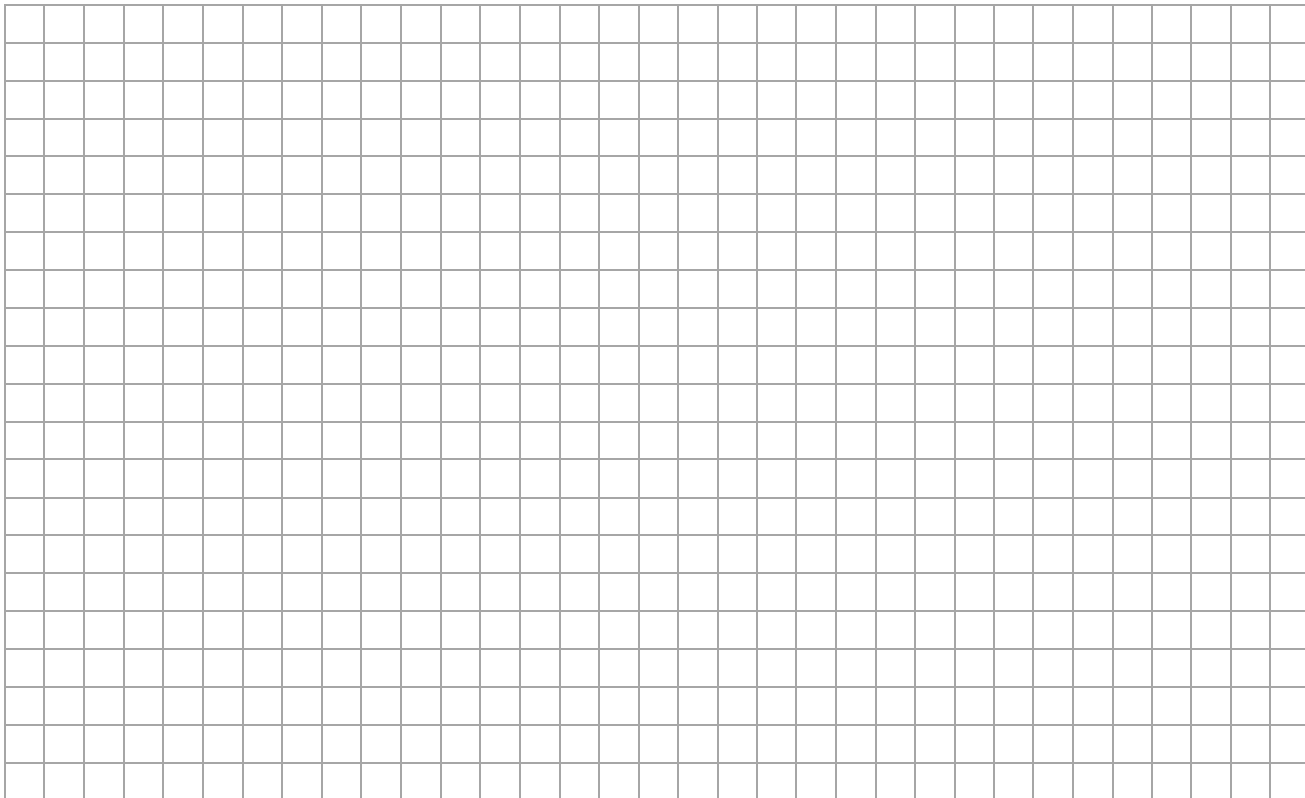
Udowodnij, że dla każdej liczby rzeczywistej  $x$  prawdziwa jest nierówność  $x^4 - x^2 - 2x + 3 > 0$ .



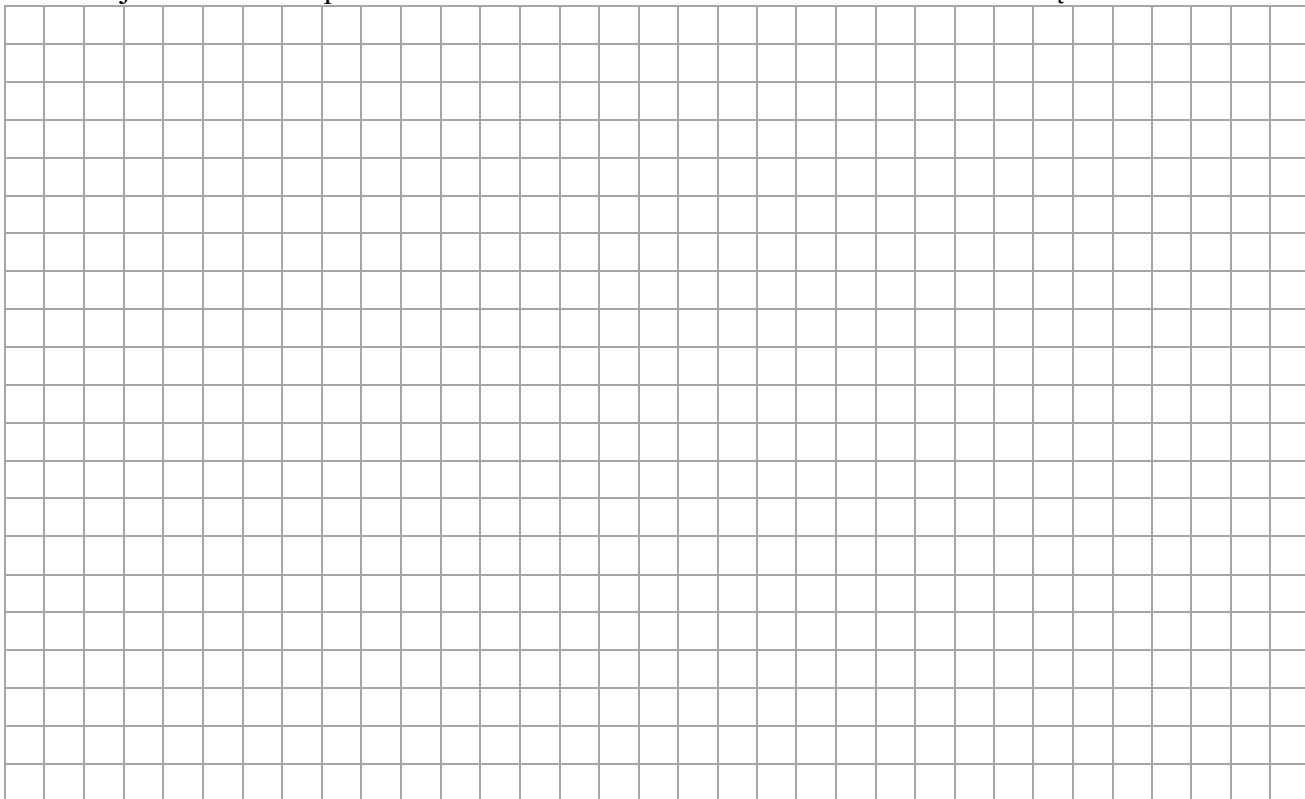
**Zadanie 8.** (4pkt)

Rozwiąż równanie:  $x^2 + 2x^3 + 4x^4 + \dots = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 - 3n}{2 - 9n}$ ,

gdzie lewa strona równania jest sumą nieskończonego ciągu geometrycznego.

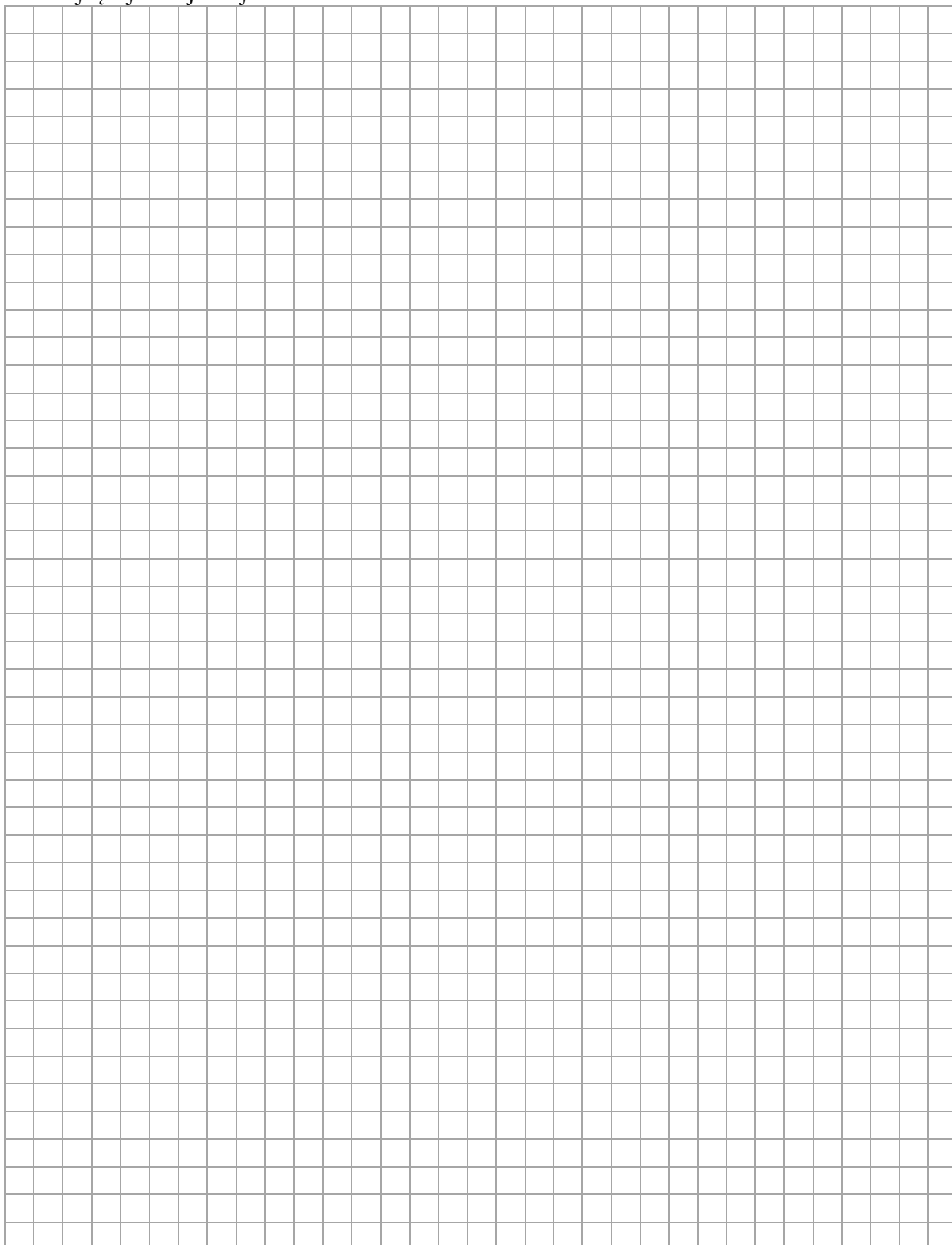
**Zadanie 9.** (4 pkt)

Dla jakich wartości parametru  $k \in R$  równanie  $\sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha = k$  ma rozwiązanie?



**Zadanie 10.** ( 4p )

Oblicz pole trójkąta utworzonego przez osie układu współrzędnych i przez prostą o ujemnym współczynniku kierunkowym  $m$  do której należy punkt  $A(1, 1)$ . Dla jakiej wartości  $m$  pole tego trójkąta jest najmniejsze?



**Zadanie 11. ( 4p )**

W pewnym przedsiębiorstwie 9% wyrobów jest brakami. Na 100dobrych wyrobów 70 jest pierwszego gatunku. Jakie jest prawdopodobieństwo, że wylosowana sztuka jest pierwszego gatunku?

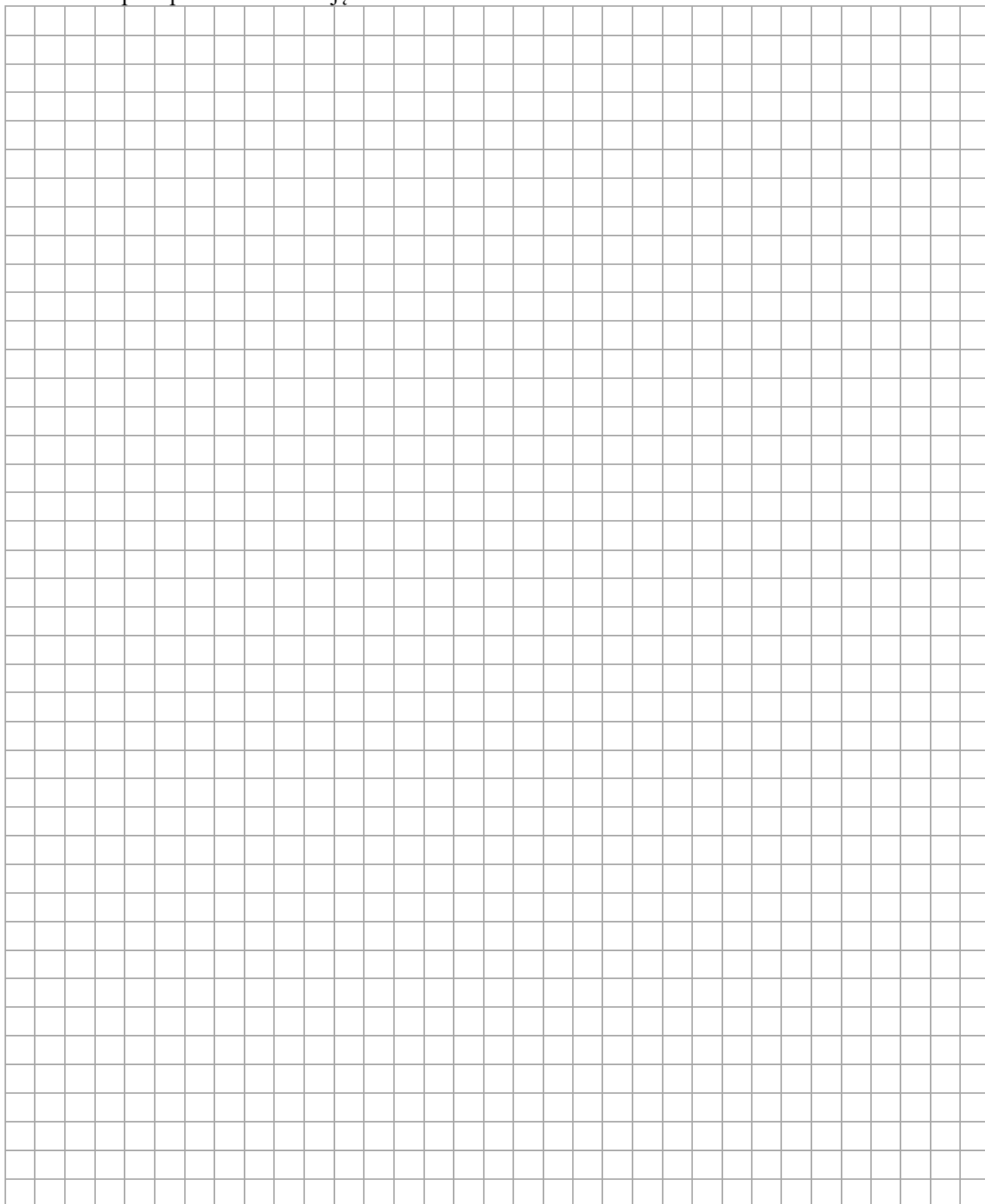
This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of thin, light gray horizontal and vertical lines that intersect to form small squares across the entire surface. There are no margins, text, or other markings on the paper.



**Zadanie 12. ( 4p )**

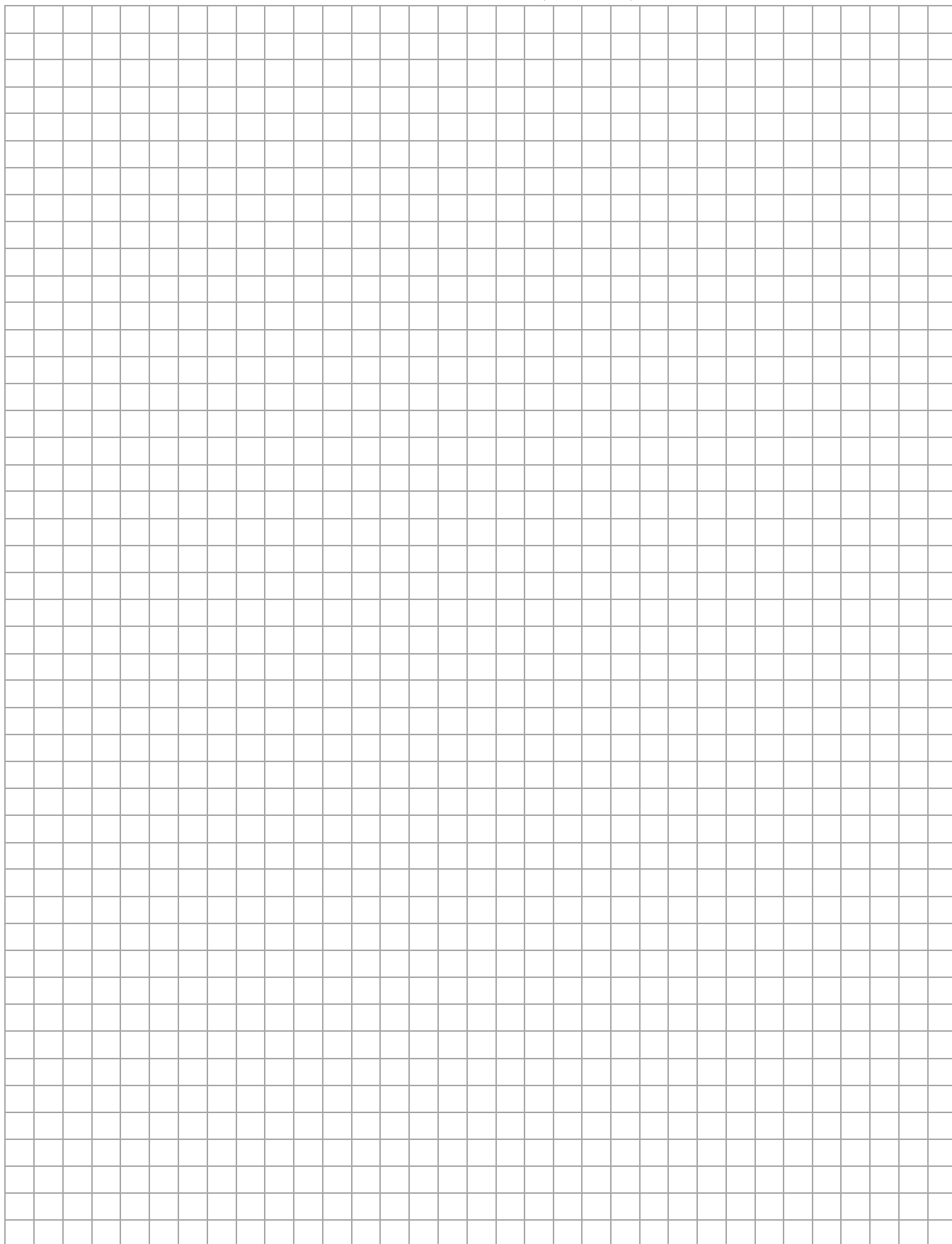
Wysokość podstawy graniastosłupa prawidłowego trójkątnego ma długość  $4\sqrt{3}$ , zaś przekątna ściany bocznej tworzy z krawędzią podstawy kąt równy  $\frac{\pi}{3}$ . Graniastosłup ten wpisano w walec.

Oblicz pole powierzchni i objętość walca.



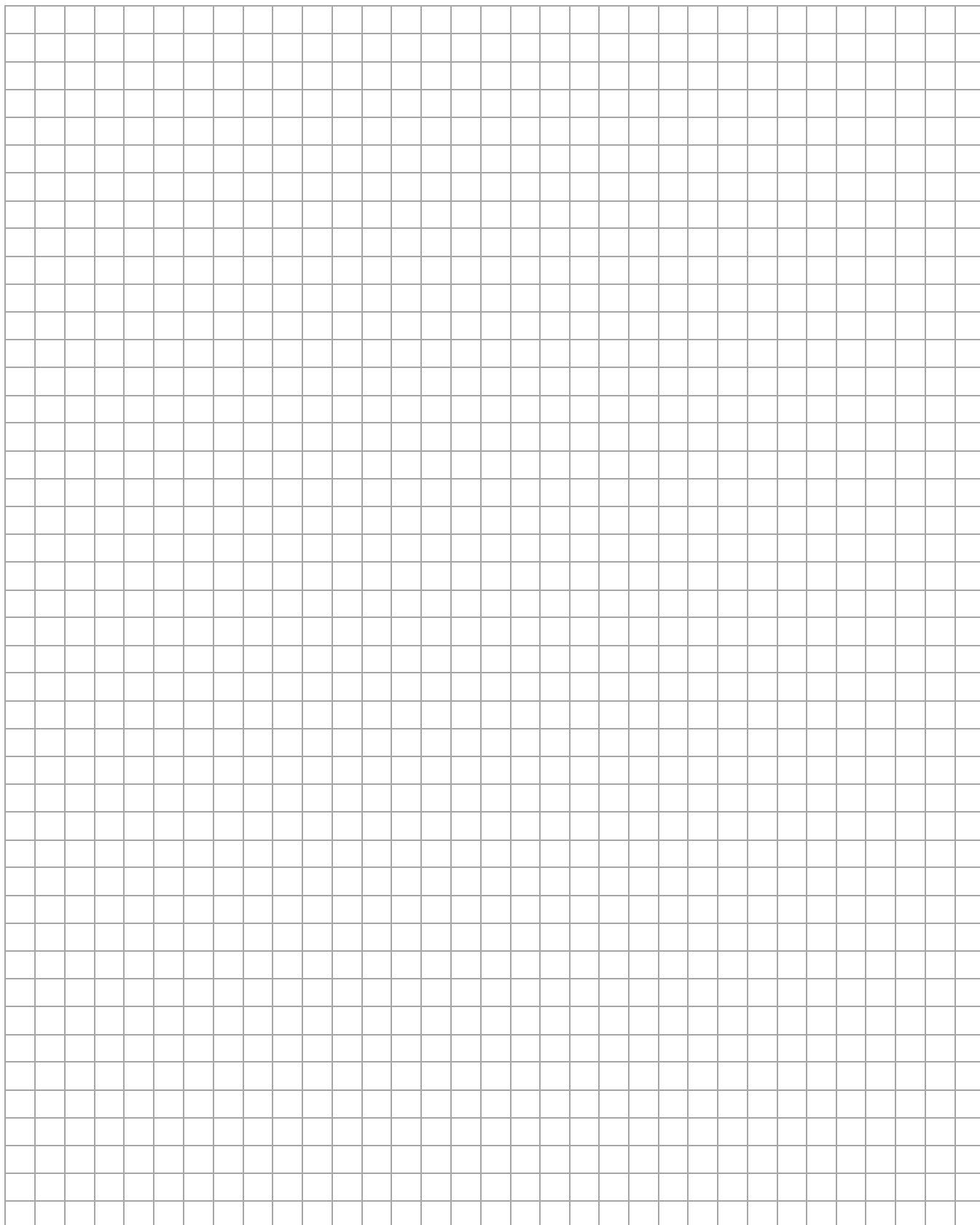
**Zadanie 13.** ( 5p )

Dla jakich wartości parametru  $a$  równanie  $|x + a| = 1 - ||x - 2| - 3|$  ma dokładnie 2 rozwiązania?



**Zadanie 14.** ( 5p )

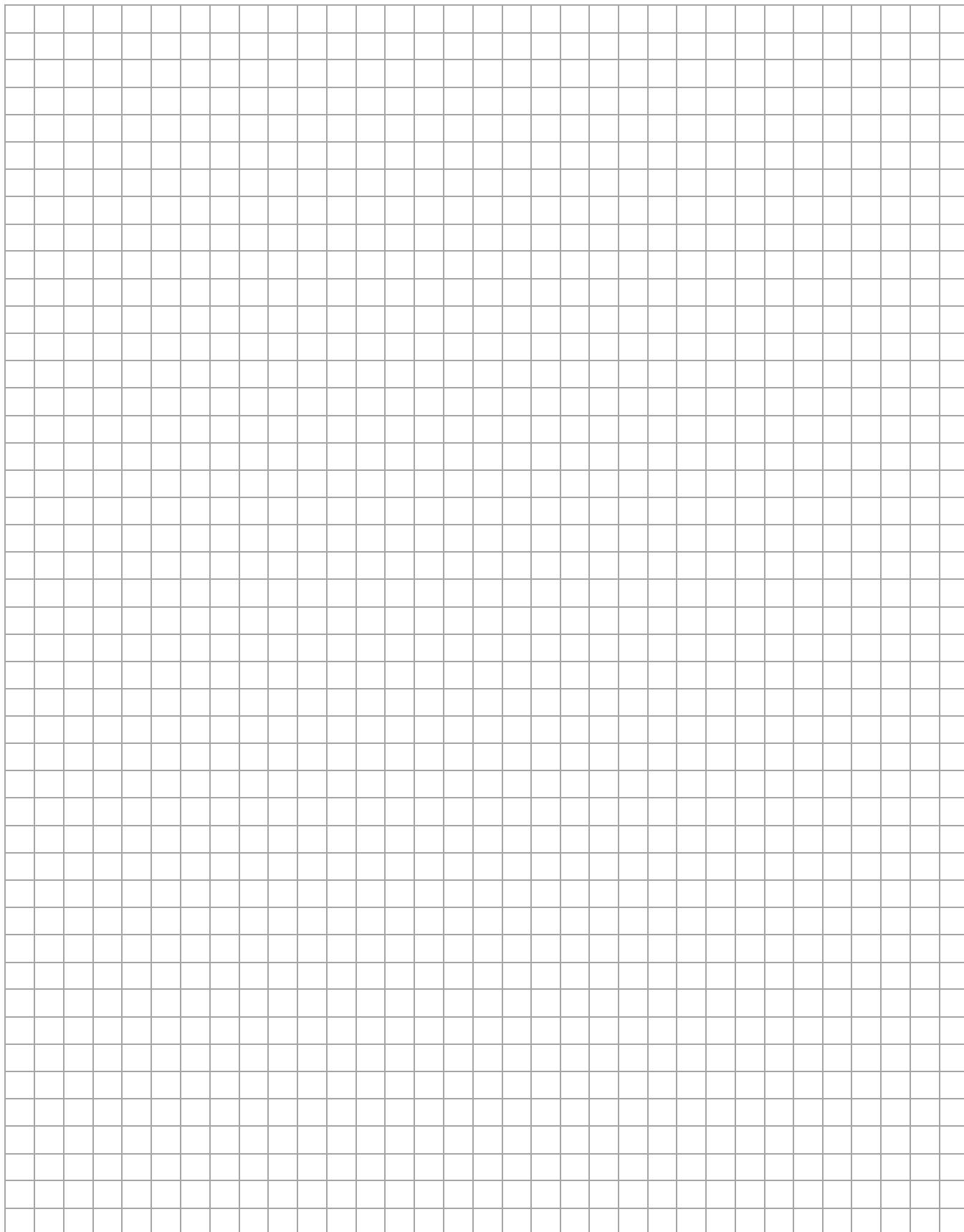
Wyznacz równania wszystkich stycznych do wykresu funkcji  $f(x) = \frac{x}{1-x^2}$ ,  $x \in \mathbb{R} - \{-1, 1\}$  nachylonych do osi Ox pod kątem  $45^\circ$ .



**Zadanie 15.** ( 5p )

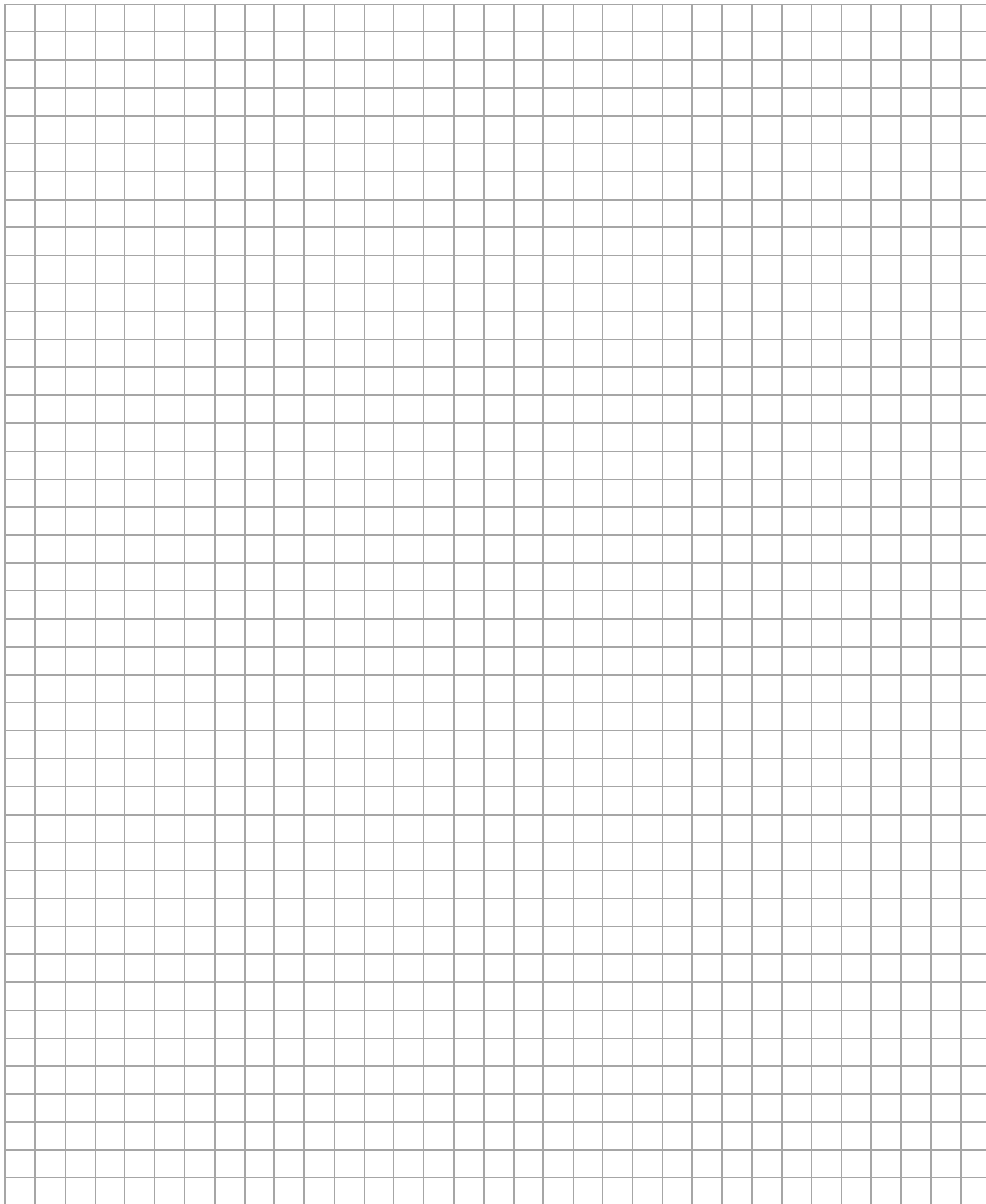
Dany jest wielomian  $W(x) = x^5 - x^4 + nx^3 + kx + m$ .

Wyznacz wszystkie wartości parametrów  $n, k, m$  dla których reszta z dzielenia wielomianu  $W(x)$  przez wielomian  $P(x) = (x^2 - 1)(x - 2)$  jest równa  $R(x) = x - 4$ .

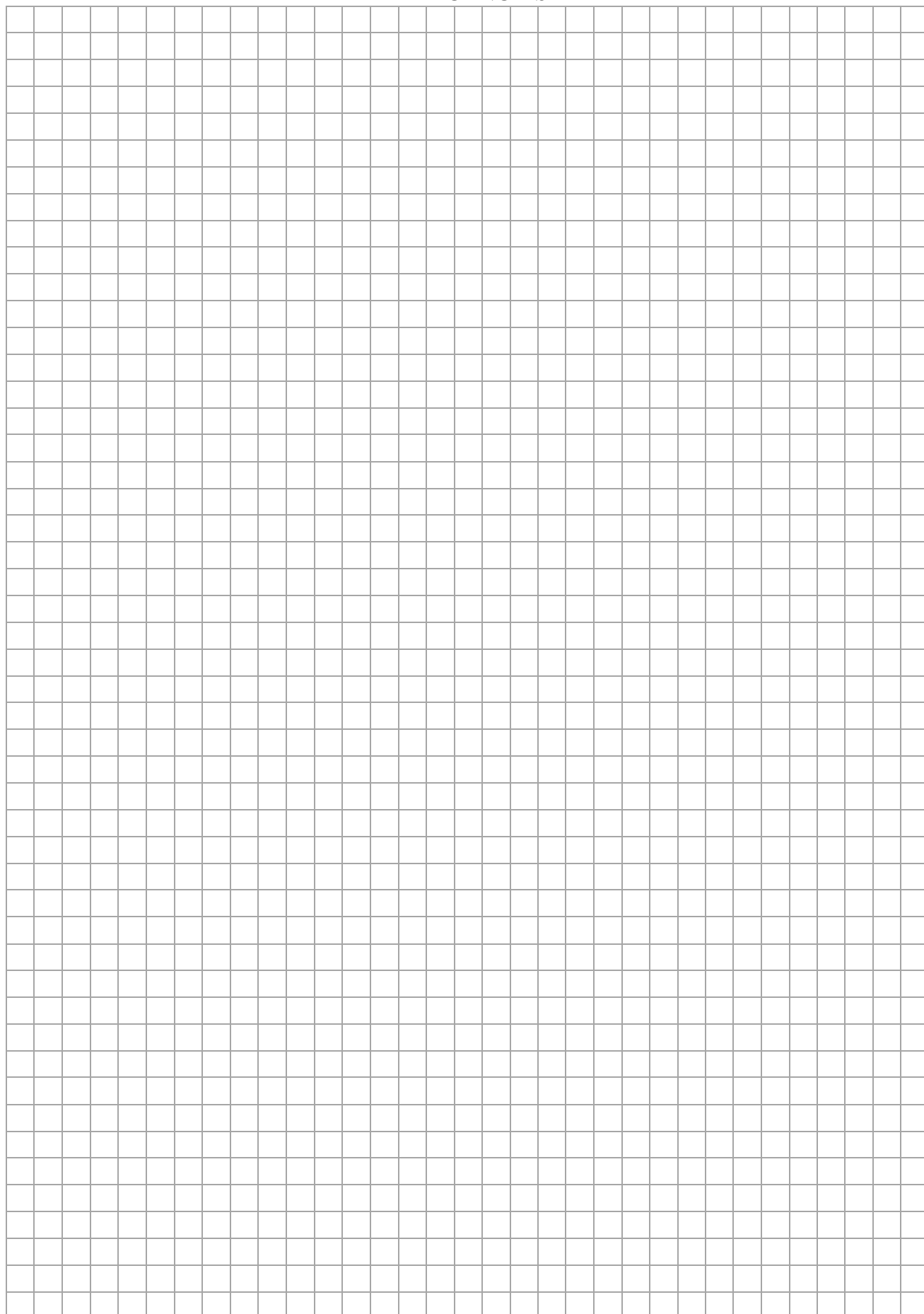


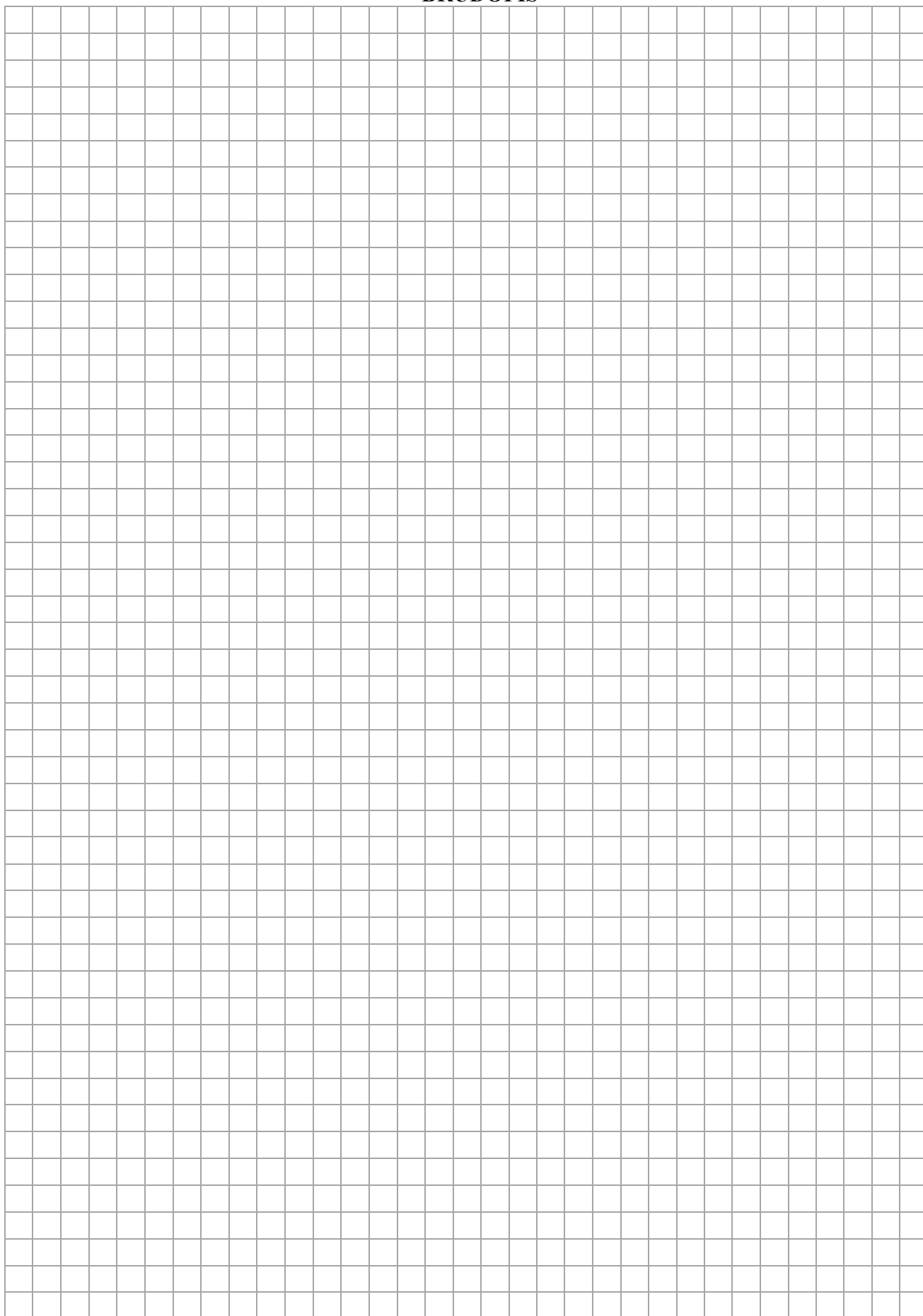
**Zadanie 16.** ( 5p )

Dany jest prostokąt ABCD, w którym  $|AB| : |AD| = \sqrt{2}$ . Punkt S jest środkiem boku AB. Oblicz miarę kąta między prostymi AC i DS.



---

**BRUDNOPIS**

**BRUDOPIS**

**WYPEŁNIA PISZĄCY**

Nr zadania	A	B	C	D
1.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
4.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
5.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

**Suma punktów  
zadania zamknięte**

--	--

**WYPEŁNIA SPRAWDZAJĄCY**

Nr zadania	X	0	2
6.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Nr zadania	X	0	1	2	3	4	5
7.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>		
8.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
9.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
10.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
11.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
12.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
13.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
14.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
15.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
16.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

**Suma punktów  
zadania otwarte**

--	--

**Suma punktów  
razem**

--	--