

PRACA KONTROLNA nr 2 - POZIOM PODSTAWOWY

listopad 2006r.

1. Liczba dwuelementowych podzbiorów zbioru A jest 7 razy większa niż liczba dwuelementowych podzbiorów zbioru B . Liczba dwuelementowych podzbiorów zbioru A nie zawierających ustalonego elementu $a \in A$ jest 5 razy większa niż liczba dwuelementowych podzbiorów zbioru B . Ile elementów ma każdy z tych zbiorów? Ile każdy z tych zbiorów ma podzbiorów trzelementowych?
2. Niech $A = \left\{x \in \mathbb{R} : \frac{1}{x^2+23} \geq \frac{1}{10x}\right\}$ oraz $B = \left\{x \in \mathbb{R} : |x-2| < \frac{7}{2}\right\}$. Zbiory A , B , $A \cup B$, $A \cap B$, $A \setminus B$ i $B \setminus A$ zapisać w postaci przedziałów liczbowych i zaznaczyć je na osi liczbowej.
3. Stosując wzory skróconego mnożenia sprowadzić do najprostszej postaci wyrażenie

$$W = 2(\sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha) - (\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha).$$

Wykorzystując wzór $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$ obliczyć, dla jakich wartości kąta α wyrażenie W przyjmuje wartość $\frac{1}{2}$.

4. Wiadomo, że liczby $-1, 3$ są pierwiastkami wielomianu $W(x) = x^4 - ax^3 - 4x^2 + bx + 3$. Wyznaczyć a, b i rozwiązać nierówność $\sqrt{W(x)} \leq x^2 - x$.
5. Na kole o promieniu r opisano trapez równoramienny, w którym stosunek długości podstaw wynosi $4 : 3$. Obliczyć stosunek pola koła do pola trapezu oraz cosinus kąta ostrego w tym trapezie.
6. W ostrosłupie prawidłowym czworokątnym wszystkie krawędzie są równe a . Obliczyć objętość tego ostrosłupa. Znaleźć cosinus kąta nachylenia ściany bocznej do podstawy oraz cosinus kąta między ścianami bocznymi tego ostrosłupa.