

PRACA KONTROLNA nr 7

kwiecień 2001 r

1. Ile elementów ma zbiór A , jeśli liczba jego podzbiorów trójelementowych jest większa od liczby podzbiorów dwuelementowych o 48 ?
2. W sześciokąt foremny o boku 1 wpisano okrąg. W otrzymany okrąg wpisano sześciokąt foremny, w który znów wpisano okrąg, itd. Obliczyć sumę obwodów wszystkich otrzymanych okręgów.
3. Dana jest rodzina prostych o równaniach $2x + my - m - 2 = 0$, $m \in R$. Które z prostych tej rodziny są:
 - a) prostopadłe do prostej $x + 4y + 2 = 0$,
 - b) równoległe do prostej $3x + 2y = 0$,
 - c) tworzą z prostą $x - \sqrt{3}y - 1 = 0$ kąt $\frac{\pi}{3}$.
4. Sprawdzić tożsamość: $tg(x - \frac{\pi}{4}) - 1 = \frac{-2}{tgx+1}$. Korzystając z niej sporządzić wykres funkcji $f(x) = \frac{1}{tgx+1}$ w przedziale $[0, \pi]$.
5. Dany jest okrąg K o równaniu $x^2 + y^2 - 6y = 27$. Wyznaczyć równanie krzywej Γ będącej obrazem okręgu K w powinowactwie prostokątnym o osi Ox i skali $k = \frac{1}{3}$. Obliczyć pole figury leżącej poniżej osi odciętych i ograniczonej łukiem okręgu K i krzywą Γ . Wykonać rysunek.
6. Wykorzystując nierówność $2\sqrt{ab} \leq a + b$, $a, b > 0$, wyznaczyć granicę

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{\log_5 16}{\log_2 3} \right)^n.$$

7. Trylogię składającą się z dwóch powieści dwutomowych oraz jednej jednotomowej ustawiono przypadkowo na półce. Jakie jest prawdopodobieństwo tego, że tomy a) obydwu, b) co najmniej jednej, z dwutomowych powieści znajdują się obok siebie i przy tym tom I z lewej, a tom II z prawej strony.
8. W ostrosłupie prawidłowym czworokątnym krawędź boczna jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem α , a krawędź podstawy ma długość a . Obliczyć promień kuli stycznej do wszystkich krawędzi tego ostrosłupa. Wykonać odpowiednie rysunki.