

LIGA MATEMATYCZNA
im. Zdzisława Matuskiego
PAŹDZIERNIK 2015
SZKOŁA PONADGIMNAZJALNA

ZADANIE 1.

Na bokach BC i CD kwadratu $ABCD$ wybrano takie punkty E i F , że miara kąta EAF jest równa 45° . Odcinki AE oraz AF przecinają przekątną BD kwadratu odpowiednio w punktach G i H . Wykaż, że pole trójkąta AGH jest równe polu czworokąta $GEFH$.

ZADANIE 2.

Rozwiąż układ równań

$$\begin{cases} 2y + 3z = 2yz \\ 5z + 2x = 4xz \\ 3x + 5y = 8xy. \end{cases}$$

ZADANIE 3.

Znajdź wszystkie funkcje $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ spełniające warunek

$$f(x)f(y) - xy = f(x) + f(y) - 1$$

dla dowolnych liczb rzeczywistych x, y .

ZADANIE 4.

Liczba A ma 2015 cyfr i jest podzielna przez 9. Liczba B jest sumą cyfr liczby A . Liczba C jest sumą cyfr liczby B . Wyznacz sumę cyfr liczby C .

ZADANIE 5.

Piła ma długość 60 cm i zęby będące trójkątami równoramiennymi (niekoniecznie jednakowymi). Wysokość każdego z zębów jest równa $\frac{2}{3}$ jego podstawy. Po zębach piły wędruje pająk. Jaką drogę przebędzie, pokonując wszystkie zęby tej piły?