

PRACA KONTROLNA nr 1 - POZIOM ROZSZERZONY

1. Określić dziedzinę i uprościć następujące wyrażenie

$$\left[\frac{y\sqrt[3]{x}}{\sqrt[3]{x} + \sqrt{y}} - \frac{x - y\sqrt{y}}{x + y\sqrt{y}} \cdot \frac{y\sqrt[3]{x^2} - y\sqrt{y}\sqrt[3]{x} + y^2}{\sqrt[3]{x^2} - y} \right] : \frac{y^2}{\sqrt[3]{x} + \sqrt{y}}$$

Następnie wyznaczyć jego wartość dla $x = 6\sqrt{3} - 10$ i $y = 12 - 6\sqrt{3}$.

2. Wyznaczyć sinus kąta przy wierzchołku C w trójkącie równoramiennym, w którym środkowe ramion AC i BC przecinają się pod kątem prostym.
3. Narysować obszar $D = \{(x, y) : |y| \leq x \leq 4 - y^2\}$. Obliczyć pole kwadratu, którego boki są równoległe do osi układu współrzędnych, a wszystkie wierzchołki leżą na krzywej ograniczającej obszar D .
4. W trójkącie ABC dane są: $|BC| = a$, $|AB| = c$, $\angle ABC = \beta$. Okrąg przechodzący przez punkty B i C przecina boki AB i AC w takich punktach D i E , że pole czworokąta $BCDE$ stanowi 75% pola trójkąta ABC . Wyznaczyć obwód i pole czworokąta.
5. Basen można napełnić, otwierając którykolwiek z trzech zaworów. Otwarcie pierwszych dwu pozwala napełnić basen w czasie o 2 godziny dłuższym niż otwarcie drugiego i trzeciego zaworu, natomiast otwarcie zaworów pierwszego i trzeciego pozwala napełnić basen w czasie dwa razy krótszym niż otwarcie dwu pierwszych. Napełnienie basenu, gdy otwarte są wszystkie trzy zawory, trwa 2 godziny 40 minut. Ile trwa napełnienie basenu, gdy otwarty jest tylko jeden zawór?
6. W ostrosłupie prawidłowym czworokątnym przekrój płaszczyzną przechodzącą przez wierzchołek ostrosłupa i środki dwu przeciwległych krawędzi podstawy jest trójkątem równobocznym. Ostrosłup przecięto płaszczyzną przechodzącą przez jedną z krawędzi podstawy prostopadłą do przeciwległej ściany bocznej. Obliczyć stosunek objętości brył, na jakie płaszczyzna ta dzieli ostrosłup.

Rozwiązania (rękopis) zadań z wybranego poziomu prosimy nadsyłać do **28 września 2019r.** na adres:

Wydział Matematyki
Politechnika Wrocławska
Wybrzeże Wyspiańskiego 27
50-370 WROCŁAW.

Na kopercie prosimy **koniecznie** zaznaczyć **wybrany poziom! (np. poziom podstawowy lub rozszerzony)**. Do rozwiązań należy dołączyć zaadresowaną do siebie kopertę zwrotną z naklejonym znaczkiem, odpowiednim do wagi listu. Prace niespełniające podanych warunków nie będą poprawiane ani odsyłane.

Uwaga. Wysyłając nam rozwiązania zadań uczestnik Kursu udostępnia Politechnice Wrocławskiej swoje **dane osobowe**, które przetwarzamy **wyłącznie** w zakresie niezbędnym do jego prowadzenia (odesłanie zadań, prowadzenie statystyki). Szczegółowe informacje o przetwarzaniu przez nas danych osobowych są dostępne na stronie internetowej Kursu.

Adres internetowy Kursu: <http://www.im.pwr.edu.pl/kurs>