

Politechnika Śląska w Gliwicach Konkurs "O złoty indeks Politechniki Śląskiej" edycja 2017/2018 Zadania z matematyki - etap I

1. Rozwiązać równanie

$$\sin^3 x + \cos^3 x = 1.$$

2. Obliczyć granicę

$$\lim_{n \to \infty} \left(n - \sqrt[2018]{n^{2018} - n^{2017}} \right).$$

3. Przedstawić na płaszczyźnie zbiór punktów (x,y) spełniających równanie

$$\lfloor x \rfloor^2 + \lceil y^2 \rceil = 10,$$

gdzie $\lfloor x \rfloor$ oznacza zaokrąglenie w dół (podłogę) a $\lceil x \rceil$ zaokrąglenie w górę (sufit) liczby x.

4. Rozwiązać równanie

$$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + \dots = 4$$
,

gdzie

$$a_n = n \cdot \frac{x^{2n}}{2^{n-1}}.$$