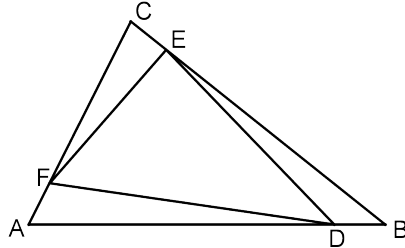


LIGA MATEMATYCZNA
im. Zdzisława Matuskiego
STYCZEŃ 2019
SZKOŁA PONADPODSTAWOWA

ZADANIE 1.

Boki trójkąta ABC podzielono takimi punktami D, E, F , że $\frac{|AD|}{|DB|} = \frac{|BE|}{|EC|} = \frac{|CF|}{|FA|} = 6$. Wyznacz stosunek pola trójkąta DEF do pola trójkąta ABC .



ZADANIE 2. Liczba dodatnia x jest p razy większa od liczby y . Suma liczb x i y jest q razy większa od ich różnicy. Znajdź sumę $p + q$ wiedząc, że p i q są liczbami całkowitymi dodatnimi.

ZADANIE 3.

Wyznacz największą liczbę pięciocyfrową spełniającą warunki:

- żadna cyfra nie jest zerem;
- pierwsze trzy cyfry tworzą liczbę, która jest 9 razy większa od liczby utworzonej przez dwie ostatnie cyfry;
- trzy ostatnie cyfry tworzą liczbę, która jest 7 razy większa od liczby utworzonej przez pierwsze dwie cyfry.

(Uwaga. Przyjmujemy, że ostatnią cyfrą liczby jest cyfra jedności.)

ZADANIE 4.

Wyznacz wszystkie liczby pierwsze p takie, że $p + 6$, $p + 12$, $p + 18$, $p + 24$ są również liczbami pierwszymi.

ZADANIE 5.

Znajdź wszystkie funkcje $f: \mathbb{R} \setminus \{0, 1\} \rightarrow \mathbb{R}$ spełniające warunek

$$(1 - x)f(x) - 2xf(1 - x) = 1$$

dla każdej liczby rzeczywistej x różnej od 0 i 1.