

**LIGA MATEMATYCZNA**  
**LISTOPAD 2009**  
**SZKOŁA PONADGIMNAZJALNA**

**ZADANIE 1.**

Znajdź największą liczbę naturalną  $n$  taką, że  $1000!$  ( $1000! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 1000$ ) jest podzielne przez  $2^n$ .

**ZADANIE 2.**

Udowodnij, że jeżeli ramiona trapezu zawierają się w dwóch prostych prostopadłych, to suma kwadratów długości podstaw równa się sumie kwadratów długości przekątnych.

**ZADANIE 3.**

Wykaż, że

$$\frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots + \frac{1}{100^2} < \frac{99}{100}.$$

**ZADANIE 4.**

Dla liczby naturalnej  $n$  przez  $p(n)$  oznaczmy iloczyn cyfr liczby  $n$ , np.  $p(23) = 2 \cdot 3 = 6$ ,  $p(100) = 1 \cdot 0 \cdot 0 = 0$ . Oblicz

$$p(1) + p(2) + \dots + p(100).$$

**ZADANIE 5.**

W zbiorze liczb naturalnych trzycyfrowych znajdź liczbę, której stosunek do sumy jej cyfr jest najmniejszy.