

WPISUJE ZDAJĄCY

KOD

--	--	--

IMIĘ I NAZWISKO *

--

* nieobowiązkowe

PRÓBNY EGZAMIN MATURALNY Z NOWĄ ERĄ MATEMATYKA – POZIOM ROZSZERZONY

☐ dysleksja

Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 18 stron (zadania 1–18). Ewentualny brak stron zgłoś nauczycielowi nadzorującemu egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi zapisz w miejscu na to przeznaczonym.
3. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadań otwartych może spowodować, że za to rozwiązanie nie otrzymasz pełnej liczby punktów.
4. Pisz czytelnie. Używaj długopisu/pióra tylko z czarnym tuszem/atramentem.
5. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
6. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
7. Podczas egzaminu możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora.
8. Na tej stronie wpisz swój kod oraz imię i nazwisko.
9. Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla osoby sprawdzającej.

Powodzenia!

STYCZEŃ 2015

**Czas pracy:
180 minut**

**Liczba punktów
do uzyskania: 50**

ZADANIA ZAMKNIĘTE

W zadaniach 1–5 wybierz i zaznacz poprawną odpowiedź.

Zadanie 1. (0–1)

Funkcja f jest określona wzorem $f(x) = \frac{2x^2 - x}{x + 1}$ dla każdej liczby rzeczywistej $x \neq -1$. Pochodna funkcji f w punkcie $x = 1$ jest równa

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{3}{4}$ C. $\frac{5}{4}$ D. 3

Zadanie 2. (0–1)

Granica $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{x^2 - x - 2}$ jest równa

- A. 0 B. 4 C. $\frac{16}{3}$ D. $+\infty$

Zadanie 3. (0–1)

Wartość wyrażenia $(\sqrt[3]{16})^{\frac{3}{4\log_5 2}}$ jest równa

- A. $\log_5 2$ B. 2 C. 5 D. 16

Zadanie 4. (0–1)

Prosta o równaniu $y = -2x + 4$ tworzy z osią Ox kąt rozwarty α . Wtedy $\sin 2\alpha$ przyjmuje wartość

- A. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ B. $-\frac{1}{2}$ C. $\frac{4}{5}$ D. $-\frac{4}{5}$

Zadanie 5. (0–1)

Prosta o równaniu $x - 2y + 7 = 0$ jest styczna do okręgu o środku w punkcie $S = (-2, 0)$. Wskaż równanie tego okręgu.

- A. $(x + 2)^2 + y^2 = 5$
B. $(x - 2)^2 + y^2 = 5$
C. $(x + 2)^2 + y^2 = \sqrt{5}$
D. $x^2 + (y + 2)^2 = \frac{9}{4}$

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, equal-sized squares formed by thin, dark gray lines. There are 20 columns and 20 rows of squares, creating a total of 400 square units. The background is white, and the grid covers the entire area of the page without any margins or additional markings.

3 z 18

W zadaniach 6–7 zakoduj wynik w kratkach zamieszczonych obok polecenia. W zadaniach 8–18 rozwiązania zapisz w wyznaczonych miejscach pod treścią zadania.

Zbadaj, dla jakich wartości parametru a reszta z dzielenia wielomianu

$W(x) = a^2x^{2015} + (8 + a^2)x^{2014} - 7a + 6$ przez dwumian $x + 1$ jest równa co najmniej 4.

--	--	--

[illegible]

Oblicz granicę ciągu $a_n = \frac{2 + 5 + 8 + \dots + (3n-1)}{(2n-3)^2}$. Zakoduj trzy pierwsze cyfry po przecinku rozwinięcia dziesiętnego otrzymanego wyniku.

--	--	--

[illegible]

Ciąg geometryczny (a_n) , określony dla $n \geq 1$, jest zbieżny i ma wszystkie wyrazy dodatnie. Suma wszystkich wyrazów tego ciągu jest 7 razy większa od sumy wszystkich jego wyrazów o numerach parzystych. Wyznacz iloraz tego ciągu geometrycznego.

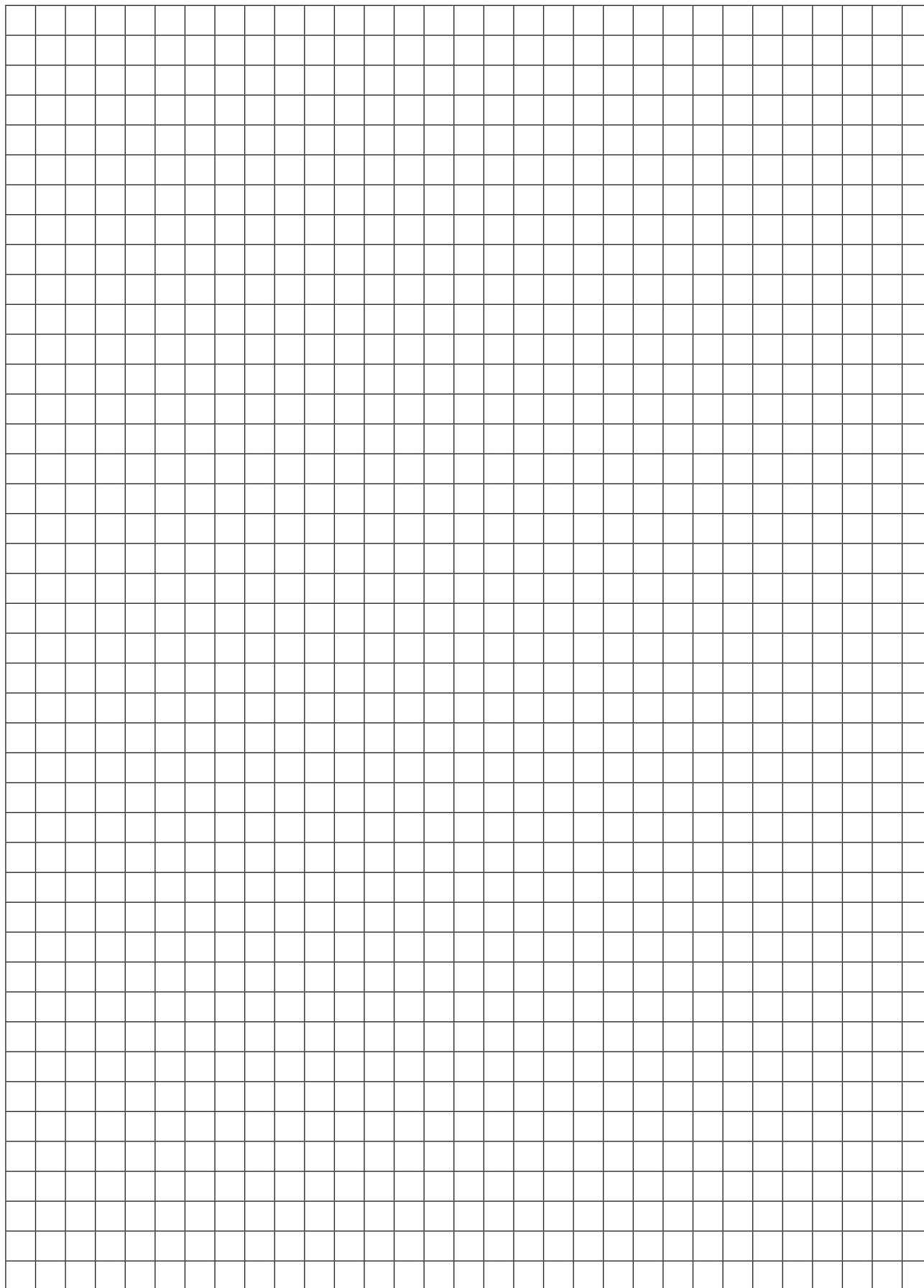
A full-page sheet of white graph paper featuring a light gray grid. The grid consists of small, equal-sized squares arranged in a regular pattern across the entire page. There are no margins, text, or other markings present.

Ile jest wszystkich parzystych liczb sześciocyfrowych, do zapisu których użyto cyfr ze zbioru $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ i w których cyfra 5 występuje dokładnie trzy razy?

[illegible]5 z 18

Zadanie 10. (0–3)

Wyznacz zbiór wartości funkcji $f(x) = 2 + \sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) + \cos 2x$ określonej dla wszystkich liczb rzeczywistych.



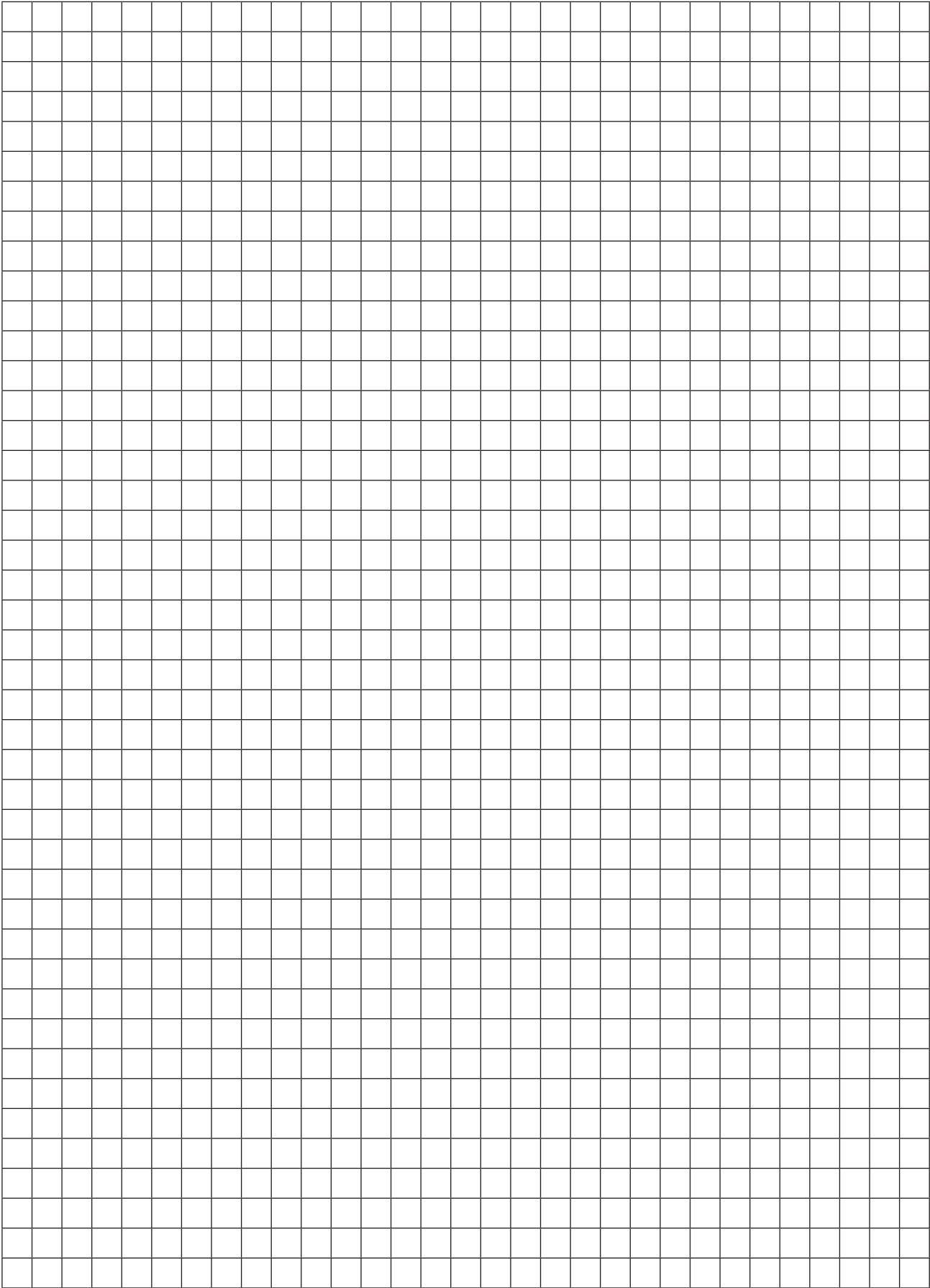
Zadanie 11. (0–3)

Udowodnij, że jedynym punktem o obu współrzędnych całkowitych, należącym do krzywej o równaniu $y = \sqrt{2}x^2 - 8\sqrt{2}x + 16\sqrt{2} - 2$, jest punkt $P = (4, -2)$.

Wypełnia sprawdzający	Nr zadania	10	11
	Maks. liczba pkt	3	3
	Uzyskana liczba pkt		

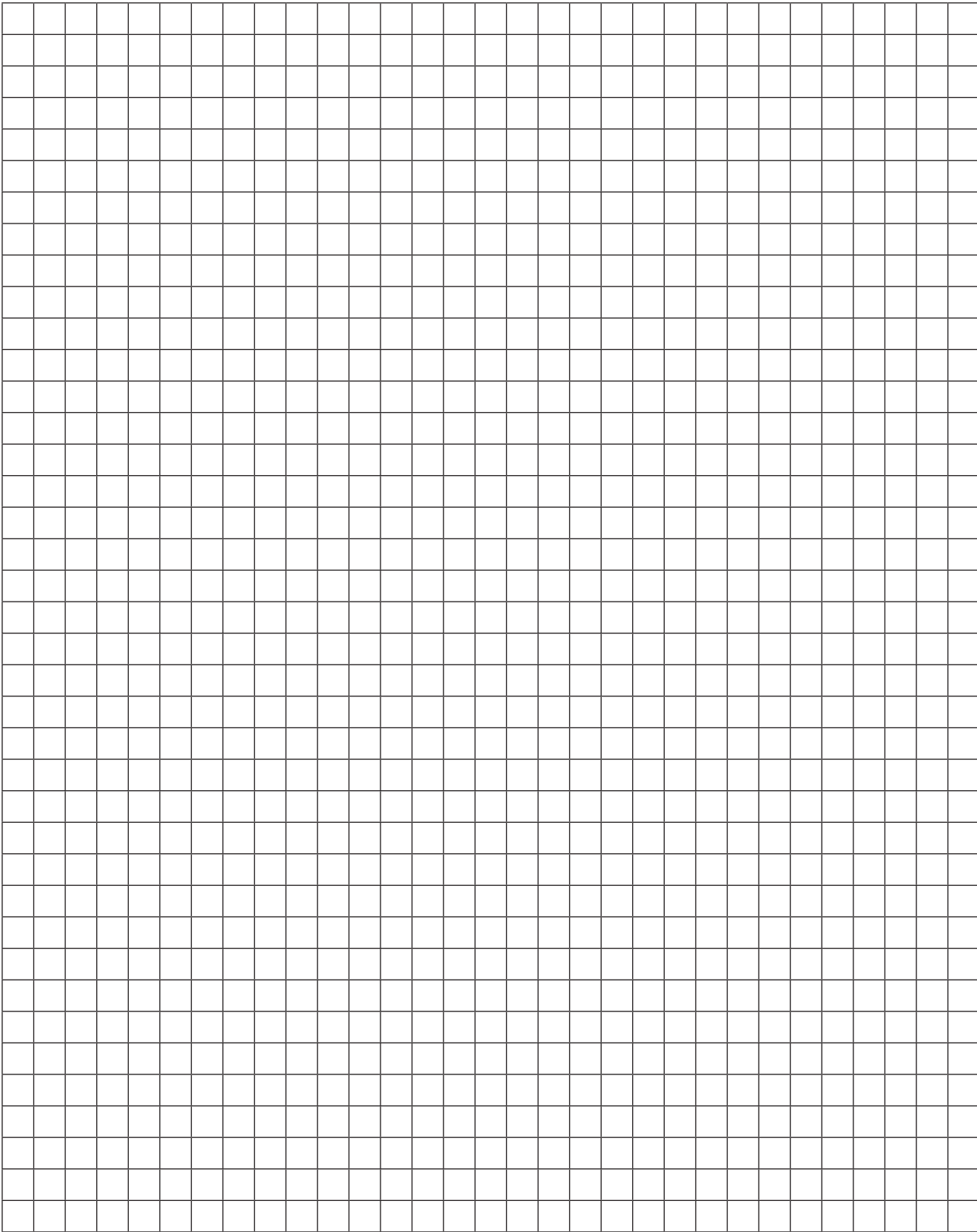
Zadanie 12. (0–3)

W trójkącie równoramiennym ABC o podstawie AB , gdzie $|AB| = a$ oraz $|AC| = |BC| = b$, poprowadzono środkową AD długości x . Wykaż, że $x = \frac{\sqrt{2a^2 + b^2}}{2}$.



Zadanie 13. (0–3)

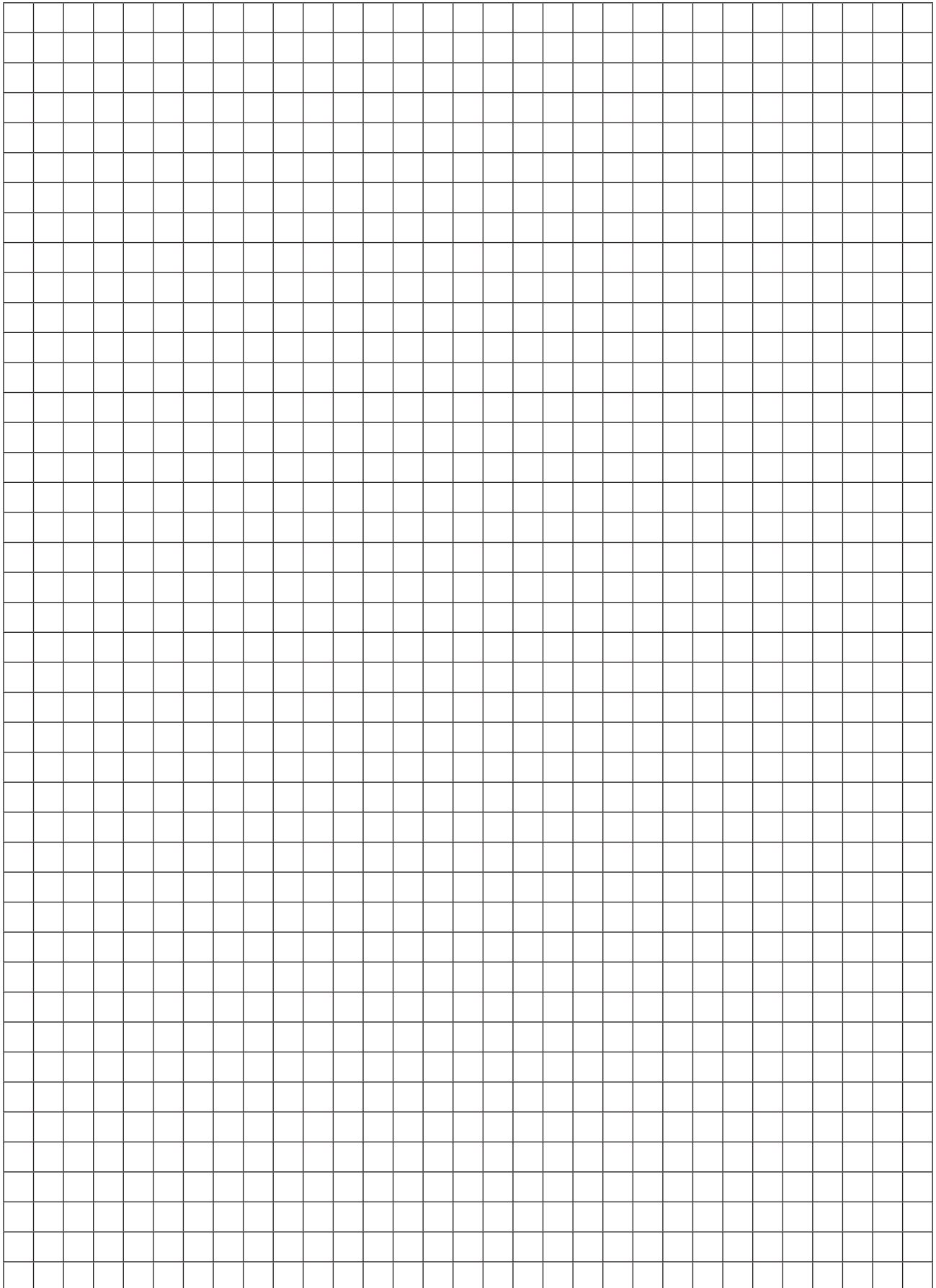
Naszkicuj wykres funkcji $f(x) = \left| \log_{\frac{1}{2}}(x + 4) \right|$ i zbadaj, dla jakich wartości parametru m równanie $f(x) = m$ ma dwa ujemne rozwiązania.



Wypełnia sprawdzający	Nr zadania	12	13
	Maks. liczba pkt	3	3
	Uzyskana liczba pkt		

Zadanie 14. (0–3)

Wyznacz równanie stycznej do wykresu wielomianu $f(x) = x^3 - 3x^2 + x$, która jest prostopadła do prostej $x - 2y - 6 = 0$.

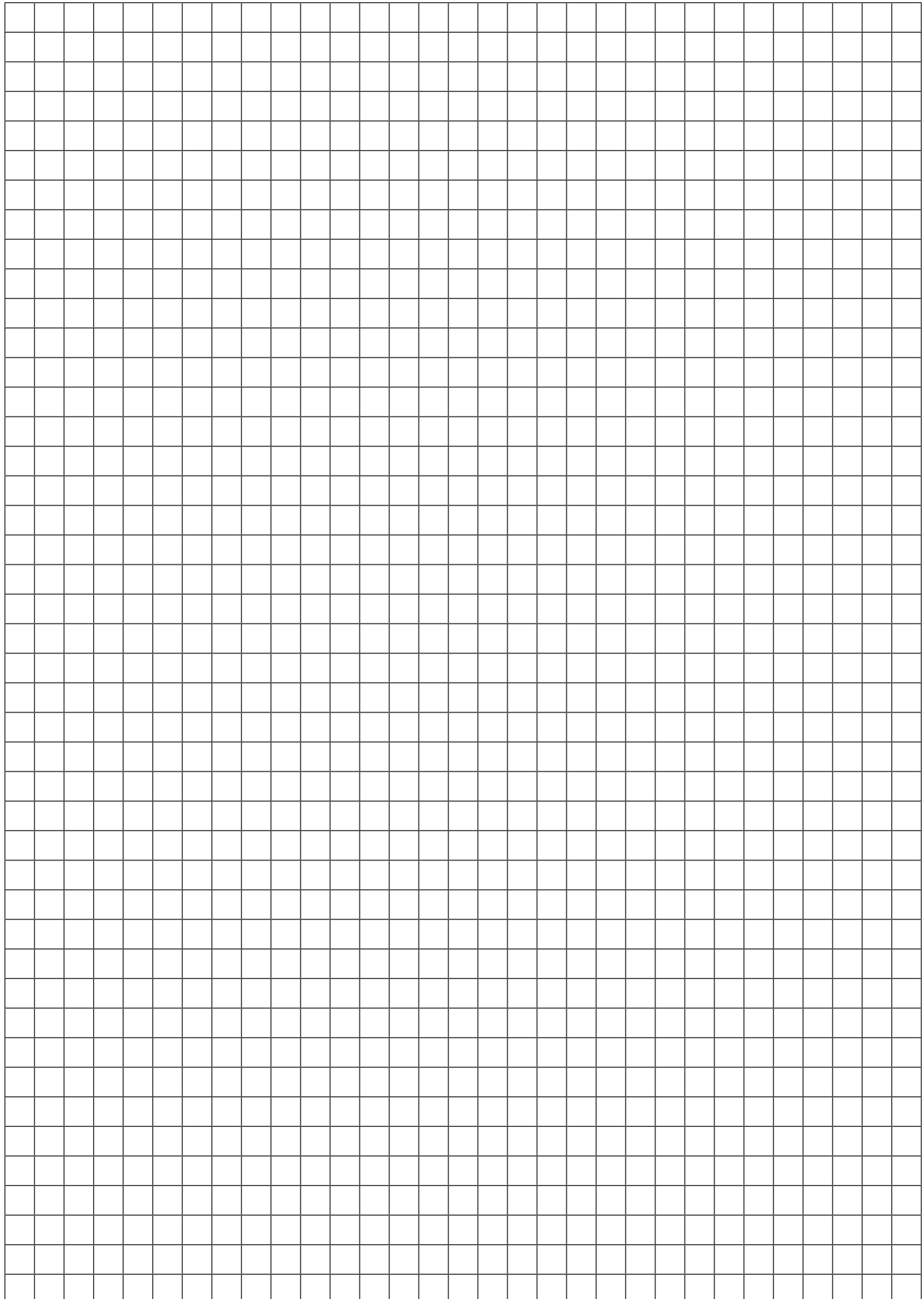


Ze zbioru $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ losujemy bez zwracania trzy cyfry i zapisujemy je w kolejności losowania, tworząc w ten sposób liczbę trzycyfrową. Oblicz prawdopodobieństwo otrzymania liczby podzielnej przez 3, jeżeli wiadomo, że iloczyn pierwszej i drugiej cyfry jest równy 8.

[illegible]11 z 18

Zadanie 16. (0–6)

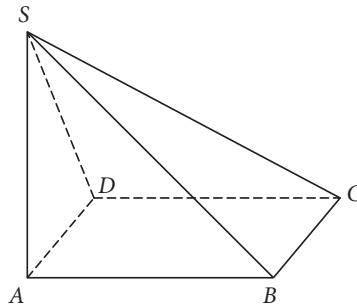
Wyznacz wszystkie wartości parametru k , dla których wierzchołek paraboli o równaniu $y = x^2 - 2kx + 2k^2 - 4k + 4$ należy do koła o środku $S = (3, 2)$ i promieniu $\sqrt{5}$.



This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, equal-sized squares formed by thin, dark gray lines. There are 20 columns and 20 rows of these squares, creating a total of 400 square units. The background is white, and the grid covers the entire area of the page without any margins or additional markings.

Zadanie 17. (0–6)

Kwadrat $ABCD$ o boku długości a jest podstawą ostrosłupa $ABCDS$. Krawędź boczna AS ma również długość a i jest prostopadła do płaszczyzny podstawy. Ostrosłup ten przecięto płaszczyzną przechodzącą przez wierzchołek A i prostopadłą do krawędzi CS . Oblicz pole otrzymanego przekroju.

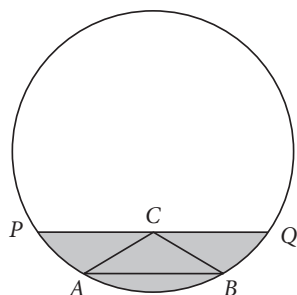


Więcej arkuszy znajdziesz na stronie: arkusze.pl

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, equal-sized squares formed by thin, dark gray lines. There are 20 columns and 20 rows of these squares, creating a total of 400 individual square units. The background is white, and the grid covers the entire area of the page without any margins or additional markings.

Zadanie 18. (0–7)

Cięciwa PQ długości $8\sqrt{2}$ podzieliła koło o promieniu $4\sqrt{3}$ na dwa odcinki kołowe. W odcinek kołowy, który nie zawiera środka koła, wpisujemy trójkąty równoramienne ABC tak, że podstawa AB jest równoległa do cięciwy PQ , a wierzchołek C jest środkiem tej cięciwy (zobacz rysunek). Wyznacz długości boków tego z trójkątów, który ma największe pole.



Więcej arkuszy znajdziesz na stronie: arkusze.pl

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, equal-sized squares formed by thin black lines. There are no margins, text, or other markings on the page.

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, equal-sized squares formed by thin, dark gray lines. There are 20 columns and 20 rows of squares, creating a total of 400 square units. The background is white, and the grid covers the entire area of the page without any margins or additional markings.