

**PRACA KONTROLNA nr 5 - POZIOM PODSTAWOWY**

1. Między każde dwa kolejne wyrazy pięcioelementowego ciągu arytmetycznego wstawiono  $m$  liczb, otrzymując ciąg arytmetyczny, którego suma jest 13 razy większa niż suma wyjściowego ciągu. Obliczyć  $m$ . Jaką jednakową ilość liczb należy wstawić między każde dwa kolejne wyrazy  $n$  elementowego ciągu arytmetycznego, aby otrzymać ciąg arytmetyczny o sumie  $n$  razy większej niż suma wyjściowego ciągu?

2. Linie kolejowe malują wagony klasy *standard* na niebiesko, klasy *komfort* na różowo, a klasy *biznes* na szaro. Na ile sposobów można zestawić skład pięciowagonowy, który zawiera co najmniej jeden wagon każdej klasy, a kolejność wagonów jest istotna?

3. Niech  $n$  będzie liczbą naturalną. W przedziale  $[0, 2\pi]$  rozwiązać równanie

$$1 + \cos^2 x + \cos^4 x + \dots + \cos^{2n} x = 2 - \cos^{2n} x.$$

4. Zawodnik przebiegł równym tempem pierwsze 10 km biegu maratońskiego (42km) w czasie 45 minut, a każdy kolejny kilometr pokonywał w czasie o 5% dłuższym niż poprzedni. Sprawdzić, czy zawodnik zmieścił się w sześciogodzinnym limicie czasowym.

5. Rozwiązać nierówność

$$\log_2(x+2) - \log_4(4-x^2) \geq 0.$$

6. Niech  $A = \{(x, y) : |x| + 2|y| \leq 2\}$ . Zbiór  $B$  powstaje przez obrót figury  $A$  o kąt  $\frac{\pi}{2}$  (w kierunku przeciwnym do ruchu wskazówek zegara) wokół początku układu współrzędnych. Starannie narysować zbiory  $A \cup B$  oraz  $A \Delta B = (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$  i obliczyć ich pola.