

Praca kontrolna nr 7

21.1. Sześcian o krawędzi 3 cm ma objętość taką samą jak dwa sześciany, których suma obydwu krawędzi wynosi 4 cm. O ile cm^2 pole powierzchni większego sześcianu jest mniejsze od sumy pól powierzchni dwóch mniejszych sześcianów.

21.2. Obliczyć tangens kąta utworzonego przez przekątne czworokąta o wierzchołkach $A(1, 1), B(2, 0), C(2, 4), D(0, 6)$. Rozwiązanie zilustrować rysunkiem.

21.3. W trójkąt prostokątny wpisano okrąg, a w okrąg ten wpisano podobny trójkąt prostokątny. Wyznaczyć cosinusy kątów ostrych trójkąta, jeśli wiadomo, że stosunek pól obu trójkątów wynosi 9.

21.4. Wykazać, że ciąg $a_n = \sqrt{n(n+1)} - n$ jest rosnący. Obliczyć jego granicę.

21.5. Rozwiązać nierówność

$$2 \cos^2 \frac{x}{4} > 1.$$

21.6. Rozwiązać równanie

$$\log_2(1-x) + \log_4(x+4) = \log_4(x^3 - x^2 - 3x + 5) + \frac{1}{2}.$$

Nie wyznaczać dziedziny równania w sposób jawny.

21.7. W kulę o promieniu R wpisano stożek o największej objętości. Wyznaczyć promień podstawy r i wysokość h tego stożka. Sporządzić rysunek.

21.8. Znaleźć równania wszystkich prostych, które są styczne jednocześnie do krzywych

$$y = -x^2, \quad y = x^2 - 8x + 18.$$

Sporządzić rysunek.