

LIGA MATEMATYCZNA
im. Zdzisława Matuskiego
STYCZEŃ 2013
SZKOŁA PONADGIMNAZJALNA

ZADANIE 1.

Dwa okręgi są styczne zewnętrznie. Punkt A leży na jednym z okręgów i należy do wspólnej stycznej, natomiast AB jest średnicą okręgu. Z punktu B prowadzimy styczną do drugiego okręgu w punkcie M . Wykaż, że $AB = BM$.

ZADANIE 2.

Na długim pasku papieru wypisano kolejno obok siebie 2010 wybranych liczb naturalnych. Liczby są dobrane w taki sposób, że iloczyn każdych siedmiu sąsiednich jest równy 2010. Jaka jest najmniejsza możliwa wartość sumy tych 2010 liczb? Jaka jest największa możliwa wartość tej sumy?

ZADANIE 3.

Czy istnieją takie liczby całkowite a, b , że $a^2 + b$ oraz $a + b^2$ są kolejnymi liczbami całkowitymi?

ZADANIE 4.

Danych jest 111 dodatnich liczb całkowitych. Wykaż, że spośród nich można wybrać 11 liczb, których suma jest podzielna przez 11.

ZADANIE 5.

Rozwiąż układ równań

$$\begin{cases} (x+y)(x+y+z) = 72 \\ (y+z)(x+y+z) = 120 \\ (z+x)(x+y+z) = 96. \end{cases}$$