

16.7. Oddzielnie rozpatrzeć przypadek $p = 0$. Dla $p \neq 0$ równanie dwukwadratowe ma dokładnie dwa różne pierwiastki, gdy odpowiadające mu równanie kwadratowe ma wyróżnik równy zeru bądź ma wyróżnik dodatni i jednocześnie jeden z pierwiastków ujemny.

16.8. Napisać równanie stycznej w punkcie A , korzystając z pochodnej funkcji. Styczna ta przecina wykres funkcji w innym punkcie B . Przy wyznaczaniu tego punktu otrzymujemy równanie trzeciego stopnia, które ze względu na styczność w punkcie A ma pierwiastek podwójny 3 i tylko trzeba znaleźć trzeci pierwiastek (por. wskazówka do zad. 9.8).

17.1. Najpierw rozważyć przypadek, gdy iloraz równy zeru, tzn. $\cos x = 0$. Wtedy wszystkie dalsze wyrazy ciągu są równe zeru. Jeśli $\cos x \neq 0$, to liczby $\sin x$, $\cos x$, $\sin 2x$ tworzą ciąg geometryczny wtedy i tylko wtedy, gdy kwadrat liczby środkowej jest iloczynem liczb skrajnych, tzn. gdy $\cos x = 2 \sin^2 x$. Podstawić $\cos x = t$.

17.2. Losowe dzielenie drużyn na grupy interpretować jako permutacje numerów wszystkich drużyn, tj. liczb $1, 2, \dots, 16$, gdzie kolejne czwórki wyrazów permutacji wyznaczają skład kolejnych grup. Pamiętać o określeniu na początku modelu probabilistycznego, tj. Ω i P .

17.3. Zauważyć, że dane wyrażenie można zapisać w postaci $[(x^2 + x + 1)^3 + x^3] - [x^6 + 2x^3 + 1]$ i stosując wzór na sumę sześciątów, wykazać, że oba składniki tej sumy dzielą się przez $(x + 1)^2$.

17.4. Z symetrii figury wynika, że środek S okręgu stycznego w dwóch punktach do danej paraboli leży na osi rzędnych, tzn. mamy $S(0, y_0)$, przy czym $y_0 > r$. Styczność oznacza, że równanie kwadratowe z niewiadomą rzędną y punktu styczności powinno mieć dodatni pierwiastek podwójny, co jest spełnione, gdy wyróżnik tego równania jest równy zeru, a współczynnik przy niewiadomej y jest ujemny.

17.5. Dbać o logiczną poprawność zapisu całego dowodu indukcyjnego. W dowodzie kroku indukcyjnego przekształcać tylko lewą stronę, pamiętając, że zwiększenie n o 1 powoduje pojawienie się dwóch dodatkowych składników.