

PRACA KONTROLNA nr 4 - POZIOM ROZSZERZONY

1. Wiedząc, że $\sin 2x = -\frac{3}{4}$ i $x \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$, oblicz wartość wyrażenia
$$\frac{\sin(3x + 30^\circ) - \sin(x - 30^\circ)}{4 \cos^2 x - 2}.$$
2. Wektory \vec{u} , \vec{v} mają długość 1 i tworzą kąt 60° . Oblicz długości przekątnych równoległoboku rozpiętego na wektorach $(2\vec{u} - \vec{v})$ i $(\vec{u} - 2\vec{v})$. Wyznacz jego kąt ostry i sprawdź, czy można w ten równoległobok wpisać okrąg. Jeżeli tak, to oblicz jego promień.
3. Przekątne trapezu $ABCD$ przecinają się w takim punkcie P , że
$$|AP|^2 + |BP|^2 - |AB|^2 = \frac{2\sqrt{5}}{3}|AP||BP|.$$
O ile dłuższy jest promień okręgu opisanego na trójkącie ABP od promienia okręgu opisanego na trójkącie PCD , jeżeli $|AB| - |CD| = 4$?
4. Na okręgu $x^2 + y^2 - 2x - 2y = 0$, opisany jest trapez prostokątny $ABCD$ o polu 12. Wyznacz współrzędne wierzchołków trapezu, wiedząc, że większa z jego podstaw AB jest zawarta w prostej $x + y = 0$, a kąt przy wierzchołku A jest prosty.
5. W trójkącie równoramiennym ABC kąt przy wierzchołku C ma miarę 20° . Z wierzchołków A i B poprowadzono półproste pod kątami 50° i 60° względem podstawy, przecinające ramiona AC i BC w punktach D i E odpowiednio. Wyznacz miarę kąta BDE . WSK. Poprowadź półprostą z punktu A przecinającą odcinek BD w punkcie G , a bok BC w takim punkcie F , że $\angle BAF = 60^\circ$ i przyjrzyj się czworokątowi $DGEF$.
6. W ostrosłupie prawidłowym trójkątnym krawędź boczna jest dwa razy dłuższa niż krawędź podstawy. Wyznacz cosinus kąta między ścianami bocznymi ostrosłupa oraz stosunek promienia kuli opisanej na ostrosłupie do promienia kuli wpisanej w ostrosłup.

Rozwiązania (rękopis) zadań z wybranego poziomu prosimy nadsyłać do **31.12.2022r.** na adres:

Wydział Matematyki
Politechnika Wrocławska
Wybrzeże Wyspiańskiego 27
50-370 WROCŁAW,

lub **elektronicznie**, za pośrednictwem portalu talent.pwr.edu.pl

Na kopercie prosimy **koniecznie** zaznaczyć **wybrany poziom!** (np. **poziom podstawowy lub rozszerzony**). Do rozwiązań należy dołączyć zaadresowaną do siebie kopertę zwrotną z naklejonym znaczkiem, odpowiednim do formatu listu. Prace niespełniające podanych warunków nie będą poprawiane ani odsyłane.

Uwaga. Wysyłając nam rozwiązania zadań uczestnik Kursu udostępnia Politechnice Wrocławskiej swoje **dane osobowe**, które przetwarzamy **wyłącznie** w zakresie niezbędnym do jego prowadzenia (odesłanie zadań, prowadzenie statystyki). Szczegółowe informacje o przetwarzaniu przez nas danych osobowych są dostępne na stronie internetowej Kursu.

Adres internetowy Kursu: <http://www.im.pwr.edu.pl/kurs>