

.....										
	Kod ucznia									
			-			-				
	Dzień			Miesiąc			Rok			
pieczęćka WKK	DATA URODZENIA UCZNIĄ									

KONKURS MATEMATYCZNY DLA UCZNIÓW GIMNAZJUM

Etap Wojewódzki

Drogi Uczniu

Witaj na III etapie konkursu matematycznego. Przeczytaj uważnie instrukcję.

- Arkusz liczy 11 stron i zawiera 20 zadań oraz brudnopis.
- Przed rozpoczęciem pracy sprawdź, czy Twój arkusz jest kompletny. Jeżeli zauważysz usterki, zgłoś je Komisji Konkursowej.
- Zadania czytaj uważnie i ze zrozumieniem.
- Odpowiedzi wpisuj czarnym lub niebieskim długopisem bądź piórem.
- Dbaj o czytelność pisma i precyzję odpowiedzi.
- W zadaniach od 1 do 10 prawidłową odpowiedź zaznacz stawiając znak **X** na literze poprzedzającej treść wybranej odpowiedzi. Jeżeli się pomylisz, błędne zaznaczenie otocz kółkiem i zaznacz znakiem **X** inną odpowiedź.
- W zadaniach od 11 do 17 oceń każdą wypowiedź jako prawdziwą lub fałszywą stawiając znak **X** w odpowiedniej kolumnie w tabeli.
- W zadaniach otwartych (zadania od 18 do 20) przedstaw kompletny tok rozumowania prowadzący do rozwiązania.
- Oceniane będą tylko te odpowiedzi, które umieścisz w miejscu do tego przeznaczonym.
- Obok każdego numeru zadania podaną masz maksymalną liczbę punktów możliwą do uzyskania za jego rozwiązanie.
- Pracuj samodzielnie. Postaraj się prawidłowo odpowiedzieć na wszystkie pytania.
- Nie używaj korektora. Jeśli się pomylisz, przekreśl błędną odpowiedź i wpisz poprawną.
- Nie używaj kalkulatora.

Czas pracy:

90 minut

Liczba punktów
możliwych do
uzyskania:

50

Powodzenia!

ZADANIE 1 (0-1 pkt)

Różnica między średnią arytmetyczną i geometryczną liczb p i q jest najmniejsza dla:

- A. $p = 2$ i $q = 8$ B. $p = 3$ i $q = 9$ C. $p = 4$ i $q = 9$ D. $p = 12$ i $q = 3$

ZADANIE 2 (0-1 pkt)

Na patelni mieszczą się jednocześnie tylko dwa kotlety. Podsmażanie kotleta z jednej strony trwa minutę. Najkrótszy czas, w którym można podsmażyc 3 kotlety z obu stron wynosi:

- A. 3 minuty B. 4 minuty C. 5 minut D. 6 minut

ZADANIE 3 (0-1 pkt)

Z półkola o promieniu 5 cm utworzono powierzchnię boczną stożka. Jaką długość boku powinna mieć możliwie najmniejsza kwadratowa kartka, z której należy wyciąć podstawę tego stożka?

- A. 2 cm B. 2,5 cm C. 3 cm D. 5 cm

ZADANIE 4 (0-1 pkt)

Trzy pary wybrały się razem na mecz siatkówki. Na ile sposobów mogą zająć kolejne miejsca w tym samym rzędzie, aby wszystkie kobiety siedziały obok siebie? (*Uwaga: ustawienie uważamy za różniące się od innego, jeśli co najmniej jedna osoba ma innego sąsiada*)

- A. 36 B. 48 C. 72 D. 144

ZADANIE 5 (0-1 pkt)

Kwadrat ABDE i trójkąt równoboczny BCD mają wspólny bok BD i trójkąt BCD leży na zewnątrz kwadratu ABDE. Wówczas miara kąta ACB jest równa:

- A. 15° B. 20° C. 25° D. 30° .

ZADANIE 6 (0-1 pkt)

Największy wspólny dzielnik dla liczb 576 i 480 jest równy:

- A. $2^7 \cdot 3^2$ B. $2^6 \cdot 3 \cdot 5$ C. $2^{11} \cdot 3^5 \cdot 5$ D. $2^5 \cdot 3$

ZADANIE 7 (0-1 pkt)

Poparcie dla pewnej partii X wzrosło w ciągu jednego miesiąca z 20% do 25%. Zatem poparcie dla tej partii wzrosło o:

- A. 5% B. 20% C. 25% D. 30%.

ZADANIE 8 (0-1 pkt)

Jeżeli Jacek zarabia x zł w ciągu y godzin, to w ciągu $(y + 10)$ godzin zarobi złotych:

- A. $\frac{y}{x+10}$ B. $\frac{10x}{y}$ C. $\frac{x(y+10)}{y}$ D. $xy + 10$

ZADANIE 9 (0-1 pkt)

Jeżeli $|x| > \sqrt{3}$, to liczba x spełnia warunek:

- A. $-\sqrt{3} \leq x \leq \sqrt{3}$ B. $-\sqrt{3} < x < \sqrt{3}$ C. $x < -\sqrt{3}$ lub $x > \sqrt{3}$ D. $x \geq \sqrt{3}$

ZADANIE 10 (0-1 pkt)

Jeżeli $\frac{4a^2 - 9b^2}{2a + 3b} = 9$, dla $2a + 3b \neq 0$, to:

- A. $2a - 3b = 1$ B. $2a - 3b = 3$ C. $2a - 3b = 4$ D. $2a - 3b = 9$

BRUDNOPIS

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, equal-sized squares formed by thin, dark gray lines. The grid covers the entire area of the page, leaving no margins or other markings. There are 20 columns and 20 rows of squares, creating a total of 400 square units.

ZADANIE 11 (0-3 pkt)

Z punktu A leżącego na okręgu o środku O poprowadzono dwie prostopadłe do siebie cięciwy AB i AC o długościach 4 cm i 6 cm. Wówczas:

		PRAWDA	FAŁSZ
A.	pole koła o środku O, w którym poprowadzono cięciwy wynosi $13 \pi \text{ cm}^2$		
B.	odcinek BC jest średnicą okręgu		
C.	jeden z kątów trójkąta o wierzchołkach A, B, C ma 30°		

ZADANIE 12 (0-3 pkt)

Jeżeli $a^2 + b^2 = 0$, dla dowolnych liczb rzeczywistych a, b, to:

		PRAWDA	FAŁSZ
A.	liczby a i b są przeciwne		
B.	liczby a i b muszą być każda równa 0		
C.	$a^4 + b^4 = 0$		

ZADANIE 13 (0-3 pkt)

Liczby x, y, z są całkowite dodatnie i spełniają warunek: $x^2 + y^2 = z^2$. Wówczas co najmniej jedna z nich jest:

		PRAWDA	FAŁSZ
A.	podzielna przez 2		
B.	nieparzysta		
C.	podzielna przez 3		

ZADANIE 14 (0-3 pkt)

Zosia i Ania kupiły w barze po dwa gofry. Zosia poprosiła o jeden gofr z dodatkami (z bitą śmietaną i owocami) oraz jeden bez dodatków i zapłaciła 7,50 zł. Ania kupiła obydwa gofry z dodatkami i zapłaciła 9 zł. Wynika z tego, że:

		PRAWDA	FAŁSZ
A.	cena bitej śmietany i owoców stanowi 50% ceny gofra bez dodatków		
B.	dwa gofry z dodatkami są droższe od trzech gofrów bez dodatków		
C.	za bitą śmietaną i owoce należy dopłacić 2 złote		

BRUDNOPIS

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, equal-sized squares formed by thin, dark gray lines. The grid covers the entire area of the page, leaving no margins or other markings. There are 20 columns and 20 rows of squares, creating a total of 400 square units.

ZADANIE 15 (0-4 pkt)

Figura F składa się z odcinka o długości c , $c > 0$ i wszystkich punktów oddalonych od tego odcinka o stałą wartość d , $d > 0$. Figura F:

		PRAWDA	FAŁSZ
A.	jest środkowosymetryczna		
B.	ma dokładnie jedną oś symetrii		
C.	ma dokładnie dwie osie symetrii		
D.	ma długość $3c$		

ZADANIE 16 (0-4 pkt)

Istnieje ostrosłup, w którym:

		PRAWDA	FAŁSZ
A.	podstawą jest siedmiokąt foremny i wszystkie krawędzie mają tę samą długość		
B.	liczba krawędzi jest liczbą parzystą a liczba wierzchołków nieparzystą		
C.	wszystkie krawędzie boczne są do siebie wzajemnie prostopadłe		
D.	wszystkie ściany oraz podstawa są trójkątami prostokątnymi		

ZADANIE 17 (0-4 pkt)

W trapezie prostokątnym odcinek KL łączący środki jego ramion ma długość 3 dm. Krótsze ramię trapezu ma długość 15 cm. Wówczas:

		PRAWDA	FAŁSZ
A.	obwód trapezu jest mniejszy niż 90 cm		
B.	pole tego trapezu wynosi $4,5 \text{ dm}^2$		
C.	odcinek KL jest równoległy do krótszej podstawy		
D.	suma długości podstaw trapezu jest wielkością stałą		

BRUDNOPIS

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, equal-sized squares formed by thin, light gray lines. The grid covers the entire area of the page, leaving no margins or other markings. There are 20 columns and 20 rows of squares, creating a total of 400 square units.

ZADANIE 18 (0-4 pkt)

Udowodnij, że dla dowolnych dodatnich liczb x i y spełniona jest równość:

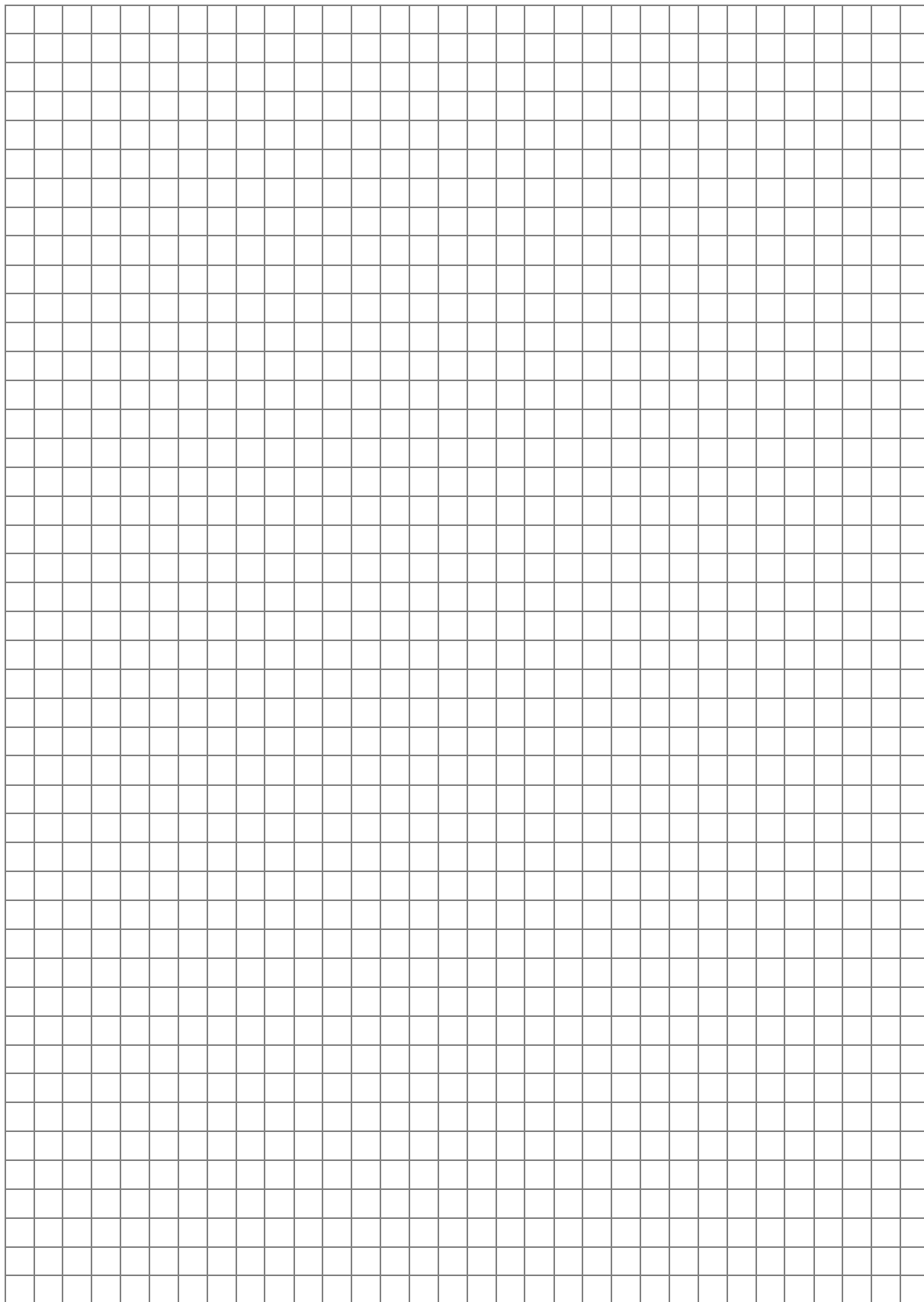
$$\frac{y-x}{y} \cdot \frac{y-x}{x} = \frac{y-x}{x} - \frac{y-x}{y}$$

Podaj cztery pary liczb, których różnica jest równa ich iloczynowi.

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, equal-sized squares formed by thin gray lines. There are no margins, text, or other markings on the page.

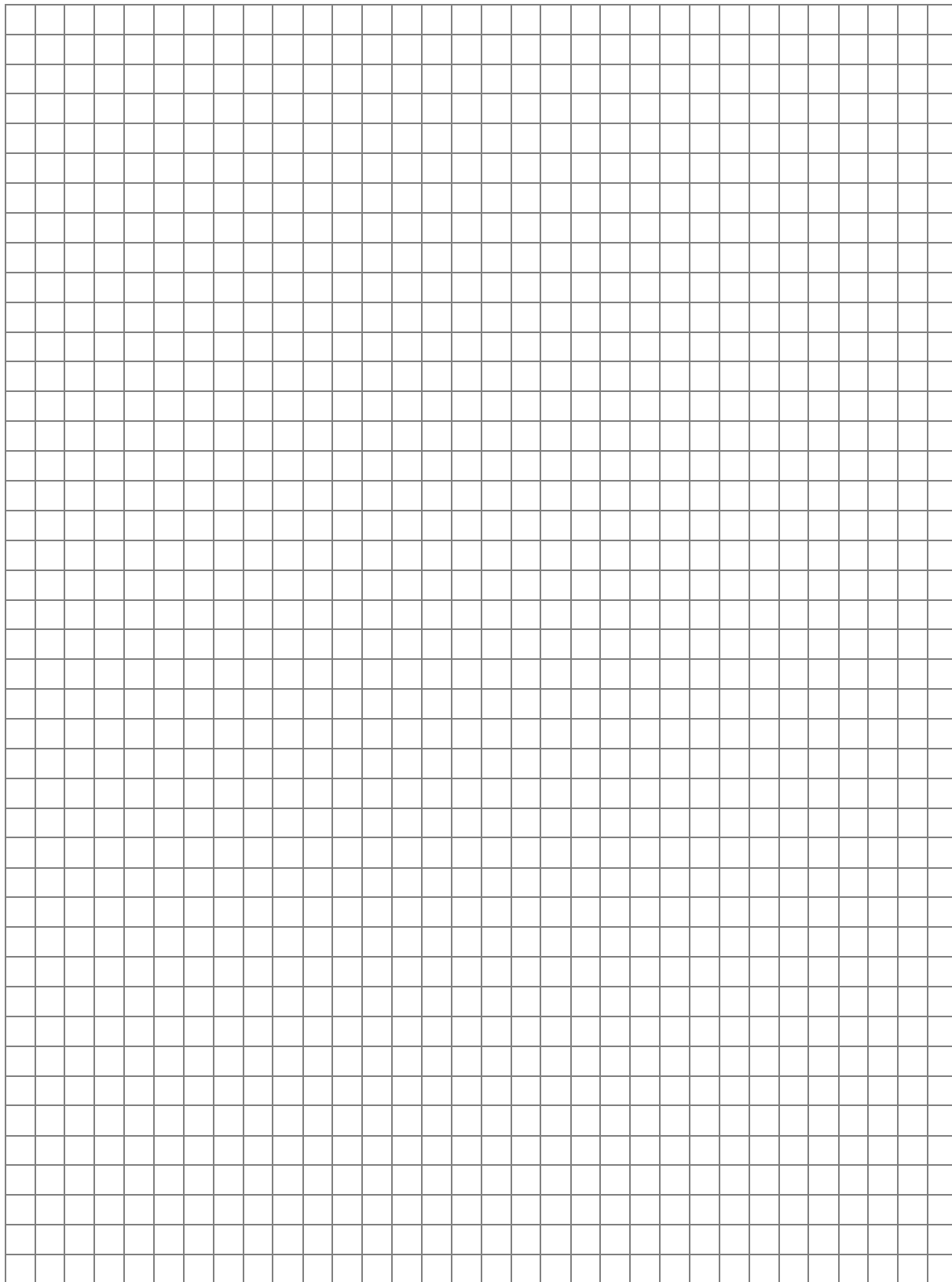
ZADANIE 19 (0-6 pkt)

Wykaż, że liczba $5 + 5^2 + 5^3 + \dots + 5^{299} + 5^{300}$ jest podzielna przez 30.



ZADANIE 20 (0-6 pkt)

W czworokącie wypukłym $ABCD$: kąt BAC ma miarę 20° , kąt BCA ma miarę 35° , kąt BDC ma miarę 40° , kąt BDA ma miarę 70° . Na trójkącie ABC opisano okrąg. Znajdź miarę kąta między przekątnymi tego czworokąta.



BRUDNOPIS

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, equal-sized squares formed by thin, dark gray lines. The grid covers the entire area of the page, leaving no margins or other markings. There are 20 columns and 20 rows of squares, creating a total of 400 square units.