Kuratorium Oświaty
w Szczecinie

Konkurs Matematyczny
dla gimnazjalistów województwa zachodniopomorskiego
w roku szkolnym 2015/2016

Etap rejonowy

Drogi Uczniu!

Przed przystąpieniem do rozwiązywania testu prosimy, żebyś zapoznał się z poniższymi wskazówkami:

1. **zakoduj swoje dane na karcie odpowiedzi** zgodnie z poleceniem komisji konkursowej;
2. masz do rozwiązania **24 zadania zamknięte**, za rozwiązanie których możesz otrzymać maksymalnie **24 punkty**;
3. w zadaniach podane są cztery odpowiedzi, z których **tylko jedna jest poprawna**;
4. odpowiedzi udzielaj długopisem z czarnym tuszem **tylko na załączonej karcie odpowiedzi**;
5. jeżeli pomylisz się, błędne oznaczenie otocz kółkiem i zaznacz nową, poprawną odpowiedź;
6. jeśli zaznaczysz więcej niż jedną odpowiedź bez wskazania, która jest prawidłowa, to żadna odpowiedź nie będzie uznana;
7. **nie wolno Ci używać** KALKULATORA;
8. nie używaj ołówka, gumki ani korektora na karcie odpowiedzi;
9. uważnie czytaj wszystkie polecenia;
10. po zakończeniu pracy sprawdź, czy udzieliłeś wszystkich odpowiedzi;
11. czas rozwiązywania zadań **90 minut.**

Powodzenia!

Zadanie 1 (1 punkt)

Rodzina, w której jest trzech synów- Jacek, Wacek i Placek- ma działkę. Najstarszy Jacek może przekopać działkę w ciągu 4 godzin, średni Wacek w czasie 6 godzin, zaś najmłodszy Placek w czasie 8 godzin. W jakim czasie chłopcy przekopią tę działkę, pracując razem?

A. 3 godzin

B. 2 godzin

C. $1\frac{11}{13}$ godziny

D. $\frac{13}{24}$ godziny

Zadanie 2 (1 punkt)

Drzewo o wysokości $15\,m$ rzuca cień o długości $12\,m$. W tym samym czasie maszt rzuca cień o długości $16m$. Wysokość masztu wynosi:

A. $20\,m$

B. $19\,m$

C. $15\,m$

D. $12{,}8\,m$

Zadanie 3 (1punkt)

W czworokącie wypukłym $ABCD$ przekątne przecinają się w punkcie S. Pola powierzchni trójkątów ABS, BCS i CDS są odpowiednio równe 24, 40 i 60. Pole powierzchni trójkąta ADS jest równe:

A. 12

B. 36

C. 44

D. 100

Zadanie 4 (1punkt)

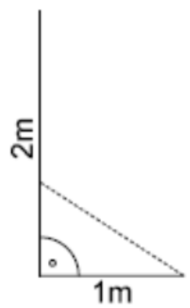
Trzcina o wysokości $2\,m$ została złamana przez wiatr. Wierzchołek jej dotknął ziemi w odległości $1\,m$ od podstawy. Na jakiej wysokości nad ziemią została złamana trzcina?

A. $\frac{3}{4}\,m$

B. $1\,m$

C. $1\frac{1}{4}\,m$

D. $\sqrt{2}\,m$



BRUDNOPIS

Zadanie 5 (1 punkt)

Na powierzchni jeziora znajduje się boja zakotwiczona o dno na lince o długości $10\,m$. Głębokość jeziora w tym miejscu wynosi $8\,m$. Jeżeli poziom wody podniesie się o $1\,m$, to największa średnica okręgu, jaką boja może zakreślić na powierzchni jeziora:

A. zmniejszy się o $2\,m$

B. zwiększy się o $2\,m$

C. zmniejszy się o mniej niż $4\,m$

D. zwiększy się o więcej niż $4\,m$

Zadanie 6 (1 punkt)

Wskaż zdanie fałszywe.

A. Ścianą wielościanu foremnego może być trójkąt.

B. Ścianą wielościanu foremnego może być czworokąt.

C. Ścianą wielościanu foremnego może być pięciokąt.

D. Ścianą wielościanu foremnego może być sześciokąt.

Zadanie 7 (1 punkt)

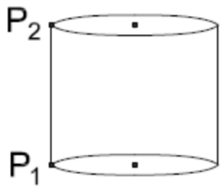
Pająk wspina się na zbiornik w kształcie walca o promieniu podstawy długości 1 i wysokości długości 1. Nie wspina się pionowo, ale w drodze na szczyt zbiornika obchodzi go dookoła. Jaka jest długość najkrótszej drogi, którą musi przebyć z punktu P_1 do punktu P_2 (patrz rysunek).

A. 2

B. $1+2\pi$

C. $1+4\pi$

D. $\sqrt{1+4\pi^2}$



Zadanie 8 (1 punkt)

W trójkącie prostokątnym ABC przyprostokątne AC i BC są długości 1 i 2. Dwusieczna kąta wewnętrznego ACB przecina bok AB w punkcie D. Długość odcinka CD jest równa;

A. $\frac{2}{3}\sqrt{5}$

B. $\frac{1}{2}\sqrt{5}$

C. $\frac{2}{3}\sqrt{2}$

D. $\frac{1}{2}\sqrt{2}$

BRUDNOPIS

Zadanie 9 (1 punkt)

Dane są liczby $a=2^{2015}$ i $b=2^{2016}$. Liczba $\frac{b-a}{b+a}$ jest:

A. potęgą liczby 2 o wykładniku naturalnym

B. potęgą liczby 2 o wykładniku całkowitym

C. potęgą liczby 3 o wykładniku naturalnym

D. potęgą liczby 3 o wykładniku całkowitym

Zadanie 10 (1 punkt)

Dla wszystkich liczb rzeczywistych dodatnich a, b, c prawdziwa jest nierówność:

A. $a+b+c \geq 4\sqrt[3]{a \cdot b \cdot c}$

B. $a^3+b^3+8 \geq 6a \cdot b$

C. $a+b \geq 3\sqrt{a \cdot b}$

D. $a^2+4 \geq 8a$

Zadanie 11 (1 punkt)

Stosunek pola powierzchni sześciokąta foremnego do pola powierzchni trójkąta równobocznego o tym samym obwodzie jest równy:

A. 3

B. 2

C. 1,5

D. 1

Zadanie 12 (1 punkt)

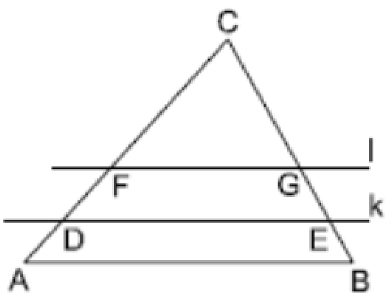
W trójkącie ABC poprowadzono proste k i l równoległe do boku AB. Prosta k przecina boki AC i BC odpowiednio w punktach D i E. Prosta l przecina boki AC i BC odpowiednio w punktach F i G. Wiadomo, że: $|AC|=2016$, $|AD|<|AF|$, pole powierzchni trójkąta FGC jest równe polu powierzchni czworokąta $ABED$ oraz polu powierzchni czworokąta $DEGF$. Wówczas długość odcinka DF jest równa:

A. 672

B. $672\left(\sqrt{6}-\sqrt{3}\right)$

C. $672\sqrt{3}$

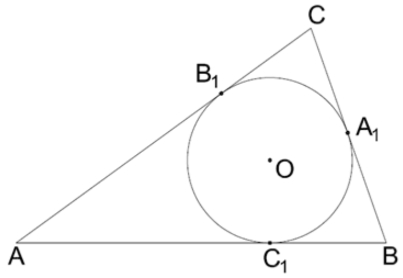
D. $672\sqrt{6}$



BRUDNOPIS

Zadanie 13 (1 punkt)

W trójkąt ABC jest wpisany okrąg o środku w punkcie O styczny do boków BC, AC i AB odpowiednio w punktach A_1, B_1 i C_1. Wiadomo, że $|AC| = 9$ i $|BC_1| = 2$. Wówczas obwód trójkąta ABC jest równy:



A. 27

B. 22

C. 21

D. 19

Zadanie 14 (1 punkt)

Która z następujących liczb nie może być liczbą przekątnych pewnego wielokąta wypukłego?

A. 2

B. 5

C. 9

D. 10

Zadanie 15 (1 punkt)

Suma cyfr liczby $10^{15} - 2016$ jest:

A. równa 127

B. równa 136

C. liczbą podzielną przez 9

D. liczbą podzielną przez 4

Zadanie 16 (1 punkt)

Ze zbioru wszystkich odcinków łączących dwa dowolne wierzchołki sześcianu wybieramy dokładnie jeden odcinek. Prawdopodobieństwo wybrania odcinka łączącego dwa sąsiednie wierzchołki sześcianu (należące do jednej krawędzi) jest równe:

A. 1

B. $\frac{4}{7}$

C. $\frac{1}{2}$

D. $\frac{3}{7}$

BRUDNOPIS

Zadanie 17 (1 punkt)

W pewnym biegu liczba uczestników powiększyła się w stosunku do ubiegłego roku o 56%. W roku ubiegłym liczba kobiet stanowiła 65% liczby wszystkich uczestników, w tym roku zaledwie 50%. W porównaniu z rokiem ubiegłym liczba kobiet:

A. zmniejszyła się o 15%

B. powiększyła się o 56%

C. zwiększyła się o 13%

D. zwiększyła się o 20%

Zadanie 18 (1 punkt)

W układzie XOY dane są punkty $A=(-3,2)$ i $B=(5,-4)$. Punkt M leży na osi OY oraz proste AM i BM są prostopadłe. Zatem:

A. istnieje nieskończenie wiele punktów M spełniających warunki zadania

B. istnieje jeden punkt M spełniający warunki zadania

C. $M=(0,4)$ lub $M=(0,-6)$

D. $M=\left(0,2\sqrt{6}-1\right)$ lub $M=\left(0,-2\sqrt{6}-1\right)$

Zadanie 19 (1 punkt)

O funkcji liniowej f w układzie XOY wiadomo, że $f(0)=1$ i $f\left(\sqrt{5}\right)+\sqrt{5}=f\left(\sqrt{6}\right)+\sqrt{6}$. Zatem:

A. funkcja f jest rosnąca w zbiorze R

B. funkcja f jest stała w zbiorze R

C. pole powierzchni trójkąta ograniczonego wykresem funkcji f i osiami układu współrzędnych jest równe 1

D. miejscem zerowym funkcji f jest liczba 1

Zadanie 20 (1 punkt)

Równanie $\left||x-2016|-2015\right|=a$ z niewiadomą x posiada dokładnie trzy pierwiastki. Liczba a jest równa:

A. 0

B. 2014

C. 2015

D. 2016

BRUDNOPIS

Zadanie 21 (1 punkt)

Sześciokąt foremny $ABCDEF$ jest wpisany w okrąg o środku w punkcie O i promieniu długości 2. Punkt G jest środkiem boku ED. Wówczas:

A. pole powierzchni trójkąta ABD jest równe $\sqrt{3}$

B. pole powierzchni trójkąta ABF jest równe $\sqrt{3}$

C. miara kąta wypukłego AEB jest równa 60^o

D. miara kąta wypukłego AGB jest równa 30^o

Zadanie 22 (1 punkt)

W graniastosłupie prawidłowym czworokątnym G połączono wierzchołki jednej ze ścian bocznych z punktem przecięcia przekątnych graniastosłupa. Otrzymano ostrosłup O. Ile razy objętość graniastosłupa G jest większa od objętości ostrosłupa O?

A. 12
B. 6
C. 3
D. 2

Zadanie 23 (1 punkt)

W układzie XOY proste o równaniach $y = 2015ax$ i $y = -2016x + b$ przecinają się w punkcie $P = (x, y)$ takim, że $x < 0$ i $y < 0$. Wynika stąd, że:

A. $a > 0$ i $b > 0$
B. $a < 0$ i $b < 0$
C. $a > 0$ i $b < 0$
D. $a < 0$ i $b > 0$

Zadanie 24 (1 punkt)

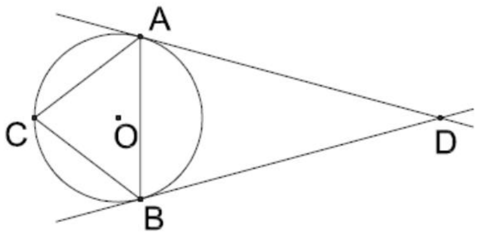
Trójkąt równoramienny ABC o podstawie AB jest wpisany w okrąg o środku w puncie O. Z punktu D poprowadzono dwie styczne do tego okręgu w punktach A i B. Wiadomo, że dla kątów wypukłych zachodzi związek $|\angle CAB| = 2|\angle ADB|$. Wówczas miara kąta wewnętrznego ACB trójkąta ABC jest równa:

A. $\frac{540^o}{7}$

B. 72^o

C. 36^o

D. $\frac{180^o}{7}$



BRUDNOPIS

BRUDNOPIS

BRUDNOPIS

BRUDNOPIS