

Praca kontrolna nr 2

2.1. Udowodnić, że dla każdego n naturalnego wielomian $x^{4n-2} + 1$ jest podzielny przez trójmian kwadratowy $x^2 + 1$.

2.2. W równoramienny trójkąt prostokątny o polu $S = 10 \text{ cm}^2$ wpisano prostokąt w taki sposób, aby jeden z jego boków leżał na przeciwprostokątnej trójkąta, a pozostałe dwa wierzchołki znalazły się na przyprostokątnych i równocześnie tak, aby miał on najkrótszą przekątną. Obliczyć długość przekątnej tego prostokąta.

2.3. Rozwiązać nierówność

$$\log_{125} 3 \log_x 5 + \log_9 8 \log_4 x > 1.$$

2.4. Znaleźć wszystkie wartości parametru p , dla których wykres funkcji $y = x^2 + 4x + 3$ leży nad prostą $y = px + 1$.

2.5. Zbadać liczbę rozwiązań równania

$$||x + 5| - 1| = m$$

w zależności od parametru m .

2.6. Rozwiązać układ równań

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 50 \\ (x - 2)(y + 2) = -9. \end{cases}$$

Podać interpretację geometryczną tego układu i sporządzić odpowiedni rysunek.

2.7. Wyznaczyć na osi odciętych punkty A i B , z których okrąg $x^2 + y^2 - 4x + 2y = 20$ widać pod kątem prostym, tzn. styczne do okręgu wychodzące z każdego z tych punktów są do siebie prostopadłe. Obliczyć pole figury ograniczonej stycznymi do okręgu przechodzącymi przez punkty A i B . Rozwiązanie zilustrować rysunkiem.

2.8. W przedziale $[0, 2\pi]$ rozwiązać równanie

$$1 - \operatorname{tg}^2 x + \operatorname{tg}^4 x - \operatorname{tg}^6 x + \dots = \sin^2 3x.$$