

LIGA MATEMATYCZNA
im. Zdzisława Matuskiego
GRUDZIEŃ 2017
GIMNAZJUM

(klasa VII szkoły podstawowej, klasa II i III gimnazjum)

ZADANIE 1.

W trójkąt prostokątny o przyprostokątnych 5 i 12 wpisano okrąg. Oblicz najmniejszą z odległości wierzchołka kąta prostego od punktów tego okręgu.

ZADANIE 2.

W 2001 roku Adam miał dwa razy tyle lat, ile wynosi suma cyfr roku jego urodzenia. Ostatnią cyfrą roku urodzenia Adama jest 7. Ile lat będzie miał Adam w 2018 roku?

ZADANIE 3.

Wykaż, że dla każdej liczby naturalnej n wartość wyrażenia

$$\frac{1}{9} (100^{n+1} + 4 \cdot 10^{n+1} + 4)$$

jest kwadratem liczby naturalnej.

ZADANIE 4.

Uzasadnij, że jeżeli do licznika i mianownika właściwego dodatniego ułamka dodamy 1, to otrzymamy ułamek większy od wyjściowego.

ZADANIE 5.

Na tablicy napisano pięć liczb, niekoniecznie różnych. Dla każdej pary tych liczb Mikołaj policzył ich sumę i zapisał wyniki:

1, 2, 3, 5, 5, 6, 7, 8, 9, 10

wymazując początkowe liczby. Wyznacz wszystkie możliwe wartości iloczynu wymazanych liczb.