



| Imię i nazwisko ucznia |
|------------------------|
| Pełna nazwa szkoły |

| Maksymalna liczba punktów | 40 |
|---------------------------|----|
| Uzyskana liczba punktów | |

KONKURS MATEMATYCZNY DLA UCZNIÓW SZKOŁY PODSTAWOWEJ ZESTAW ZADAŃ KONKURSOWYCH ROK SZKOLNY 2021/2022

ETAP TRZECI

Instrukcja dla ucznia

- 1. Na rozwiązanie wszystkich zadań masz 90 minut.
- 2. Zestaw konkursowy zawiera 18 zadań.
- 3. Przed rozpoczęciem pracy sprawdź, czy zestaw zadań jest kompletny. Jeżeli zauważysz usterki, zgłoś je Komisji Konkursowej.
- 4. Zadania czytaj uważnie i ze zrozumieniem.
- 5. Zadania zapisane w brudnopisie nie będą oceniane.
- 6. Rozwiązania zapisuj długopisem lub piórem. Rozwiązania zapisane ołówkiem nie będą oceniane.
- 7. Nie używaj korektora i długopisu ścieralnego.
- 8. W nawiasach obok numerów zadań podano maksymalną liczbę punktów możliwych do uzyskania za dane zadanie.
- 9. Nie używaj kalkulatora.

POWODZENIA!

W każdym z zadań od 1. do 4. tylko jedna z podanych odpowiedzi jest poprawna. Zaznacz kółkiem właściwa odpowiedź.

Zadanie 1. (1 punkt)

Dana jest liczba

$$a = \frac{2}{2 + \frac{2}{2 + \frac{2}{2 + \frac{2}{5}}}}$$

Ile wynosi liczba przeciwna do połowy liczby odwrotnej do a?

A. $\frac{46}{17}$

B. $-\frac{17}{46}$ C. $-\frac{23}{17}$ D. $-\frac{23}{34}$

Zadanie 2. (1 punkt)

Dana jest liczba $a = 1000^{10} - 10^{20}$. Ile wynosi suma cyfr liczby a?

A. 81

B. 110

C. 91

D. 90

Liczba punktów

Zadanie 3. (1 punkt)

W szufladzie znajdują się długopisy w kolorach: niebieskim, czarnym i czerwonym. Długopisów czerwonych jest o 40% mniej niż długopisów niebieskich i czarnych razem. Jakie jest prawdopodobieństwo, że wyjmując z szuflady jeden długopis, wyjmiemy długopis czarny lub niebieski?

A. $\frac{5}{8}$

C. $\frac{3}{5}$

Zadanie 4. (1 punkt)

Tworząca stożka tworzy z płaszczyzną podstawy kąt o mierze 45°. Promień podstawy stożka ma taką samą długość jak promień pewnej kuli. Ile wynosi stosunek objętości stożka do objętości kuli?

A. 4

 $C.\frac{1}{4}$

Zadanie 5. (3 punkty)

Dana jest nierówność z niewiadomą x:

$$2(x-1)^2 - (x-\sqrt{3})(x+\sqrt{3}) > (x-2)(x+3).$$

Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe. Wybraną odpowiedź zaznacz kółkiem.

| Liczba $a = 8 - \sqrt{38}$ należy do zbioru rozwiązań tej nierówności. | Р | F |
|--|---|---|
| Do zbioru rozwiązań tej nierówności należy dokładnie jedna liczba złożona. | P | F |
| Największa liczba całkowita należąca do zbioru rozwiązań tej nierówności jest liczbą odwrotną do liczby $b = \frac{1}{2} \cdot \left(\sqrt[3]{4}\right)^6 - \frac{5}{8} \cdot \left(\sqrt{2}\right)^8$. | P | F |

| Liczba punktów |
|----------------|
| |
| /3 |

Zadanie 6. (3 punkty)

Dany jest trapez prostokątny ABCD, w którym dłuższą podstawą jest bok AB, a dłuższym ramieniem – bok BC.

Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe. Wybraną odpowiedź zaznacz kółkiem.

| Dwusieczna kąta ostrego trapezu <i>ABCD</i> i dwusieczna jego kąta rozwartego przecinają się pod kątem prostym. | P | F |
|---|---|---|
| Dwusieczna kąta <i>DAB</i> nie może przechodzić przez wierzchołek <i>C</i> trapezu <i>ABCD</i> . | P | F |
| Dwusieczna kąta <i>ABC</i> przecina bok <i>AD</i> w punkcie <i>E</i> . Miara kąta <i>AEB</i> , który ta dwusieczna tworzy z bokiem <i>AD</i> , jest równa połowie miary kąta rozwartego trapezu <i>ABCD</i> . | P | F |

Liczba punktów

| W zadaniach od 7. do 11. zapisz odpowiedzi na postawione pytania (nie mu wykonanych obliczeń). | ısisz zapisywad |
|---|-------------------------|
| Zadanie 7. (1 punkt) Jaka jest największa liczba naturalna, która przy dzieleniu przez 17 daje iloraz | równy reszcie? |
| Odpowiedź: | |
| | Liczba punktów |
| | /1 |
| Zadanie 8. (1 punkt) Dana jest liczba naturalna dwucyfrowa <i>a</i> . Pomiędzy cyfrę dziesiątek i cyfrę jed wstawiono cyfrę 0. Otrzymana liczba trzycyfrowa jest dziewięciokrotnie więk Jaką liczbą jest <i>a</i> ? | |
| Odpowiedź: | |
| | Liczba punktów |
| | /1 |
| Pan Maciej przejechał samochodem z miejscowości A do miejscowości B. P drogi pokonał ze średnią prędkością 80 km/h, a drugą połowę – ze śred 60 km/h. Ile wynosiła średnia prędkość, z jaką pan Maciej przejecł z miejscowości A do miejscowości B? Odpowiedź: | dnią prędkościa |
| Oupowiedz: | Liczba punktów |
| | /1 |
| Zadanie 10. (1 punkt) Odcinek podzielono na trzy części w stosunku 5 : 4 : 7. Najdłuższa część odc dłuższa od średniej arytmetycznej długości dwóch pozostałych części. Ja najkrótsza część odcinka? | inka jest o 5 <i>cm</i> |
| Odpowiedź: | Liczba punktów |
| | /1 |
| | /1 |
| Zadanie 11. (1 punkt) Obwód czworokąta <i>ABCD</i> wynosi 32 <i>cm</i> . Przekątna <i>BD</i> podzieliła ten czw trójkąty: <i>ABD</i> i <i>BCD</i> , których obwody wynoszą odpowiednio: 16 <i>cm</i> i 30 <i>cm</i> ma odcinek <i>BD</i> ? | |
| Odpowiedź: | |
| | Liczba punktów |

Zadanie 12. (3 punkty)

W klasie 8a przeprowadzono ankietę, w której zapytano uczniów o liczbę posiadanego przez nich rodzeństwa. Wyniki przedstawione są w poniższej tabeli.

| Liczba uczniów klasy 8a | 9 | 11 | 2 | 2 | 1 |
|-------------------------------|---|----|---|---|---|
| Liczba posiadanego rodzeństwa | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |

Uzupełnij luki w poniższych zdaniach – wpisz w puste miejsca odpowiednie liczby.

- a) Prawdopodobieństwo, że losowo wybrany jeden uczeń z klasy 8a ma co najwyżej dwoje rodzeństwa wynosi
- b) Za rodzinę wielodzietną uważa się taką, w której jest co najmniej troje dzieci. Z rodzin wielodzietnych pochodzi w wszystkich uczniów tej klasy.
- c) Średnia liczba dzieci w rodzinach wszystkich uczniów klasy 8a wynosi

| Liczba punktów |
|----------------|
| |
| /3 |

Zadanie 13. (3 punkty)

Punkty A = (-2; -2) i B = (4; -4) są wierzchołkami prostokąta ABCD, którego przekątne AC i BD przecinają się w punkcie $S = \left(2\frac{1}{2}; 1\frac{1}{2}\right)$.

Uzupełnij luki w poniższych zdaniach – wpisz w puste miejsca odpowiednie liczby.

- a) Wierzchołek C prostokąta ABCD ma współrzędne
- b) Pole prostokąta ABCD wynosi jednostek kwadratowych.
- c) Obwód trójkąta ABS wynosi jednostek.

| Liczba punktów |
|----------------|
| |
| /0 |
| /3 |

Zadanie 14. (3 punkty)

Kąt ostry równoległoboku ABCD ma miarę 45°, a długości boków tego równoległoboku wynoszą: $|AB| = 10 \ cm$ i $|AD| = 4\sqrt{2} \ cm$. Symetralna boku AB przecina bok AB w punkcie E, a bok CD w punkcie F. Punkt G położony jest na boku BC tak, że |BG|: |GC| = 1: 3. Prosta prostopadła do boku BC i przechodząca przez punkt G przecina bok CD równoległoboku w punkcie H.

Uzupelnij luki w poniższych zdaniach – wpisz w puste miejsca odpowiednie liczby.

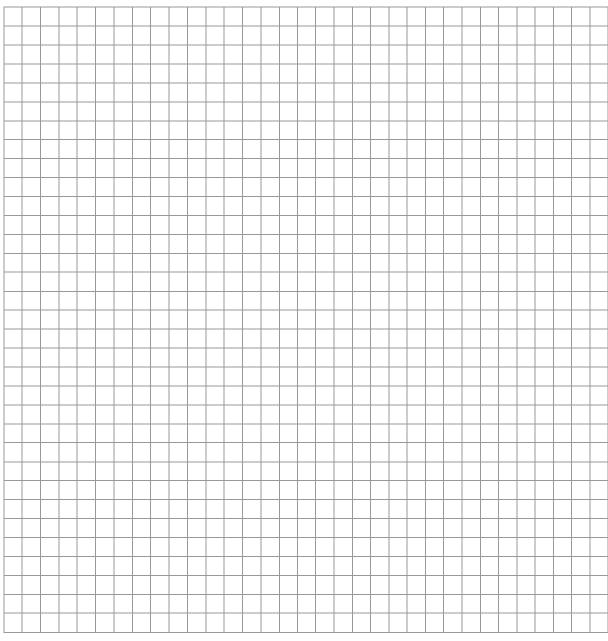
- a) Obwód pięciokąta EBGHF wynosicm.
- c) Pole powierzchni czworokąta *EGHF* wynosi *cm*².

| Liczba punktów | |
|----------------|--|
| | |
| /3 | |

W zadaniach od 15. do 18. zapisz wszystkie obliczenia oraz odpowiedzi.

Zadanie 15. (3 punkty)

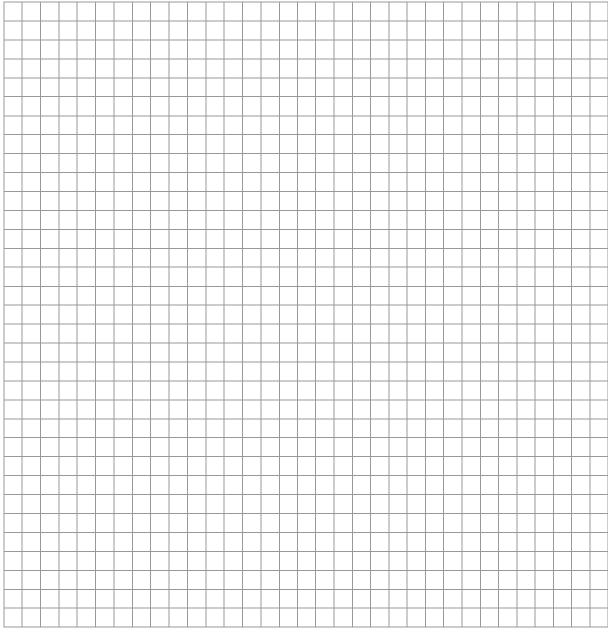
W pewnej liczbie trzycyfrowej *a* cyfra setek jest równa cyfrze jedności, a cyfra dziesiątek jest o 2 od niej mniejsza. Od liczby *a* odjęto sumę wszystkich jej cyfr. Otrzymana różnica jest większa od 740. Zapisz nierówność z jedną niewiadomą, opisującą sytuację przedstawioną w zadaniu, rozwiąż ją i wyznacz liczbę *a*. Podaj wszystkie rozwiązania.



| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | Ī |
|-----------|-----|-------|---------|-------------|-------|---------|-------|---------|---------|---------|-------|---------|-------|---------|-------|-------|---------|-------|---------|---------|-------|---------|---------|---------|-------|---------|---------|---------|-------|---------|---------|---|
| Odp | M | xx/i | ۵d، | 4 . | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Oup | JU | ** 1 | cuz | L. . | • • • | • • • • | • • • | • • • • | • • • | • • • • | • • • | • • • • | | • • • • | | • • • | | ••• | • • • • | • • • • | • • • | | • • • | | • • • | • • • • | • • • • | • • • | | • • • | • • • • | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| • • • • • | • • | • • • | • • • • | • • • • | • • • | • • • • | • • • | • • • • | • • • • | • • • • | • • • | • • • • | • • • | • • • • | • • • | • • • | • • • • | • • • | • • • • | • • • | • • • | • • • • | • • • • | • • • • | • • • | • • • • | • • • | • • • • | • • • | • • • • | • • • • | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | I | iczt | a pu | ınktó | V |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

Zadanie 16. (4 punkty)

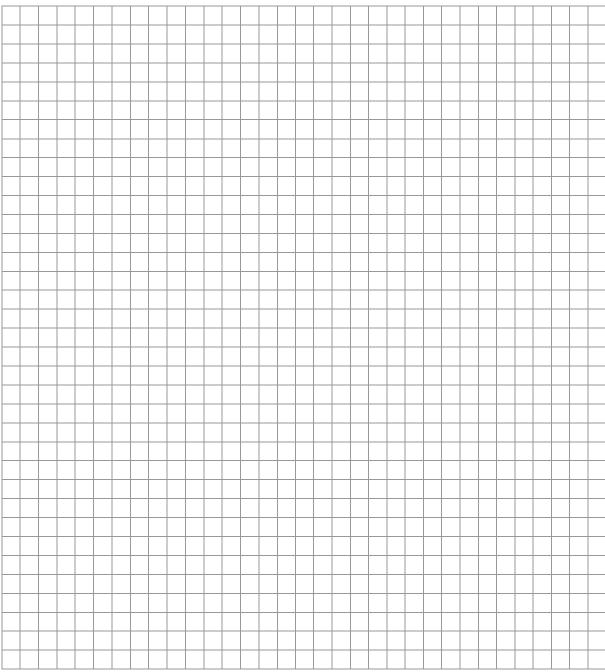
Pani Ania postanowiła przez trzy miesiące – styczeń, luty i marzec – zaoszczędzić pewną kwotę na zakup eleganckiej torebki. W styczniu zaoszczędziła o 30% więcej niż w marcu. W lutym odłożyła połowę tego, co w styczniu i marcu razem. W marcu zaoszczędziła 20% całej kwoty, którą planowała odłożyć na torebkę i jeszcze 80 złotych. Po upływie tych trzech miesięcy okazało się, że pani Anna odłożyła o 96 złotych mniej niż planowała. Oblicz, jaką kwotę miała zamiar zaoszczędzić pani Anna oraz w którym miesiącu odłożyła najwięcej i ile wynosiła ta największa zaoszczędzona w miesiącu kwota.



| | \top | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|-----------|------------|---------|-----|--------------|-------|---------|---------|---------|---------|-----------|---------|---------|-------|---------|------|-------------|-------|------|-----------|-------|-----|
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| lnowiedź• | Inc | wi | edz | ź. | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| lpowiedź: | lpo | wi | edz | ź: . | • • • | ••• | ••• | ••• | • • • • | • • • | ••• | ••• | • • • | ••• | | · • • • | • • • | | | ••• | |
| | þ¢ | wi | edz | ź: . | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| powiedź: | po | wi | ed2 | ź: . | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | p (| owi | edz | ź : . | | | | | | | | | | | | | | | • • • • | ••• | |
| | p (| wi | edz | ź : . | | | | | | | | | | | | | | | Liczt | oa pi | ınk |

Zadanie 17. (4 punkty)

W trójkącie prostokątnym ABC krótsza przyprostokątna AC ma długość $6\sqrt{5}$ cm. Punkt E jest środkiem przeciwprostokątnej AB i |CE|=15 cm. Wysokość CD tego trójkąta ma długość 12 cm. Oblicz długość wysokości trójkąta BCE poprowadzonej z wierzchołka E na bok BC.

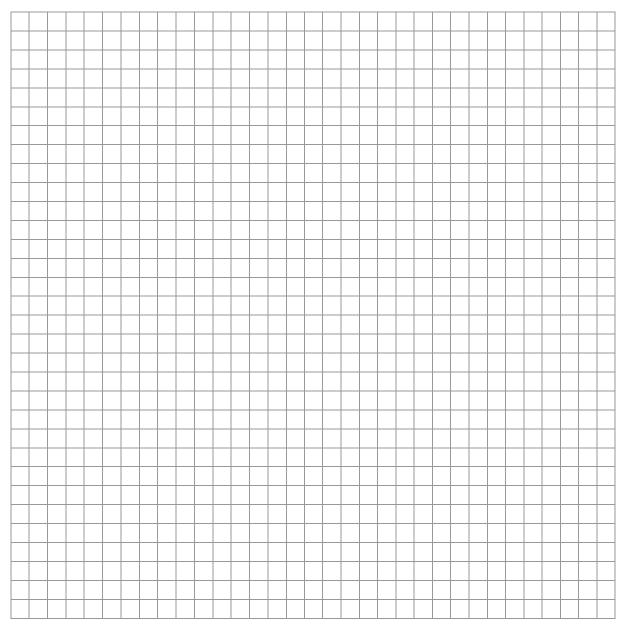


| Ω | Ina | x x/i | مط، | 4 . | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|----------|---------|--------------|---------|------------|---------|---------|-------|---------|-------|---------|-------|---------|---------|---------|-----|-------|---------|---------|---------|---------|-------|---------|-------|---------|-------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---|
| O | ıþu | 7 7 7 1 | cu | Z | • • • | • • • • | • • • | • • • • | ••• | • • • • | ••• | • • • • | • • • • | • • • | | • • • | • • • • | • • • • | • • • | • • • • | • • • | • • • • | • • • | • • • • | • • • | • • • | • • • • | • • • | • • • • | • • • | • • • • | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| • • • | • • • • | • • • | • • • • | • • • • | • • • • | • • • | • • • | • • • • | • • • | • • • • | • • • | • • • • | • • • | • • • • | ••• | • • • | • • • • | • • • | • • • • | ••• | • • • | • • • • | • • • | • • • • | • • • | • • • • | • • • | • • • • | • • • • | • • • • | •••• | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | I | Liczt | a pi | ınktá | w |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

Zadanie 18. (5 punktów)

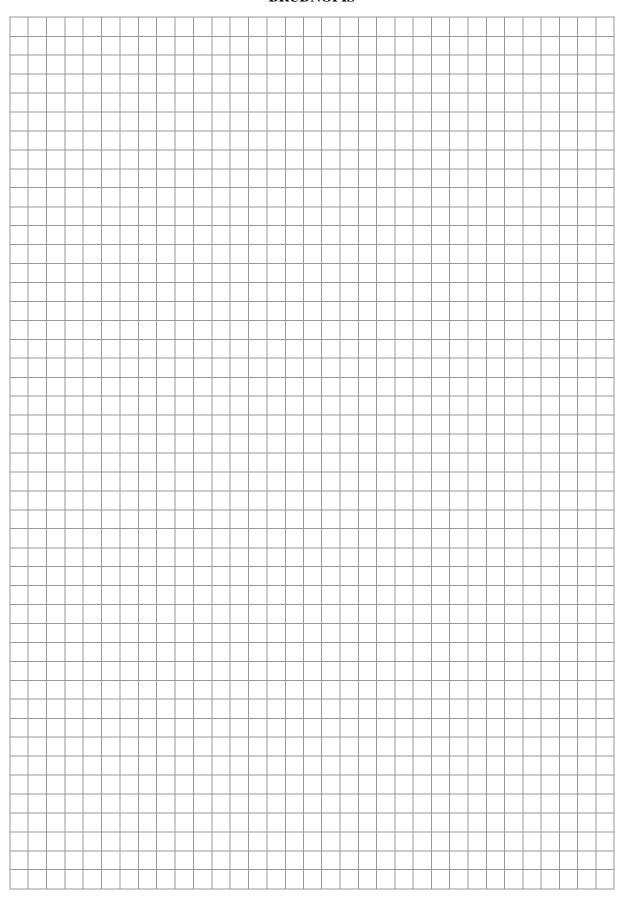
Podstawy graniastosłupa prawidłowego i ostrosłupa prawidłowego są przystającymi trójkątami. Wszystkie krawędzie graniastosłupa są równej długości, a jego objętość wynosi $54\sqrt{3}\ cm^3$. Długość krawędzi bocznej ostrosłupa jest równa długości przekątnej ściany bocznej graniastosłupa.

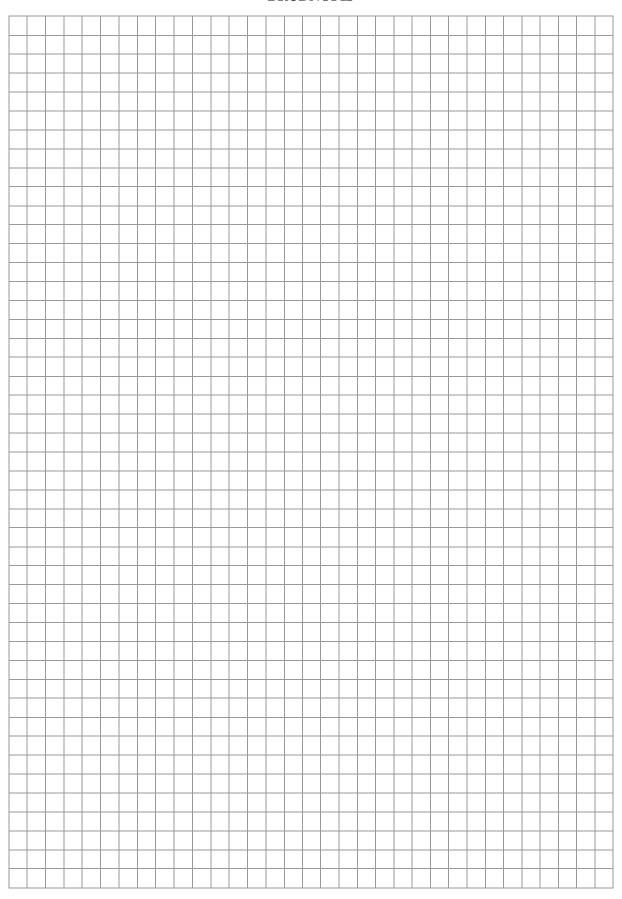
- a) Oblicz objętość tego ostrosłupa.
- b) Graniastosłup i ostrosłup połączono podstawami tak, że te podstawy całkowicie się pokryły. Oblicz pole powierzchni całkowitej otrzymanej w ten sposób figury przestrzennej.

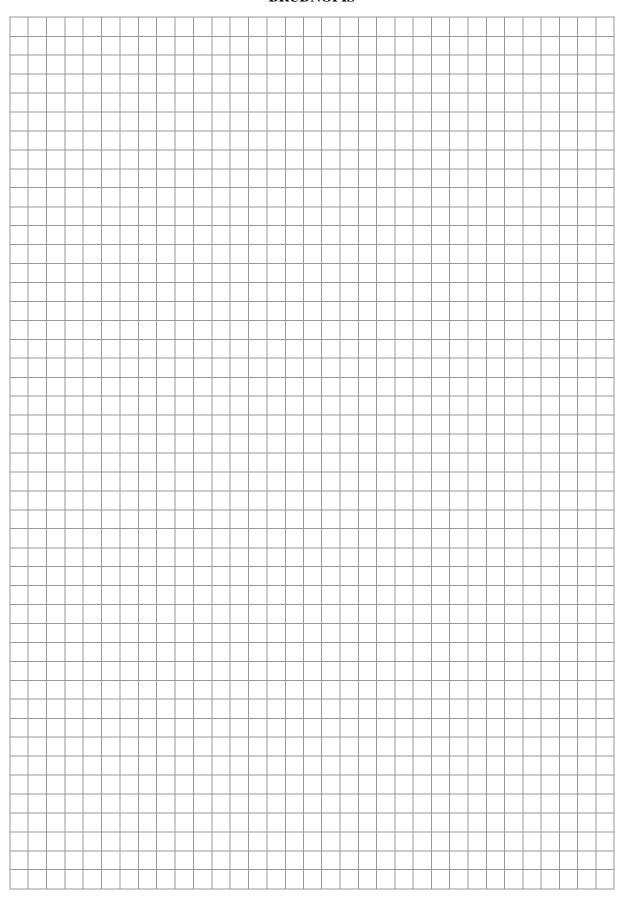


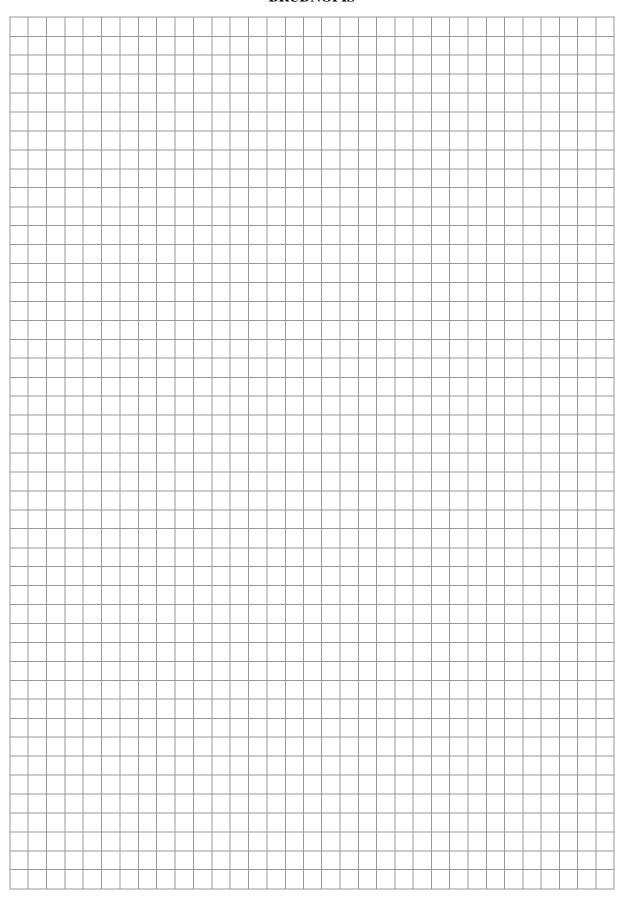
| Odpowiedź: | ••••• |
|------------|----------------|
| | |
| | Liczba punktów |

...../5













KONKURS MATEMATYCZNY

DLA UCZNIÓW SZKOŁY PODSTAWOWEJ

ROK SZKOLNY 2021/2022 ETAP TRZECI

PRZYKŁADOWE ODPOWIEDZI I SCHEMAT OCENIANIA

| Numer | Odpowiedź | Liczba | | | | |
|----------|---------------------------|---------|--|--|--|--|
| zadania | Oupowieuz | punktów | | | | |
| 1. | D | 1 | | | | |
| 2. | D | 1 | | | | |
| 2. 3. | A C | 1 | | | | |
| 4. | С | 1 | | | | |
| | P | 1 | | | | |
| 5. | F | 1 | | | | |
| | F | 1 | | | | |
| | P | 1 | | | | |
| 6. | F | 1 | | | | |
| | P | 1 | | | | |
| 7. | 288 | 1 | | | | |
| 8. | 45 | 1 | | | | |
| 9. | $68\frac{4}{7}$ km/h | 1 | | | | |
| 10. | 8 cm | 1 | | | | |
| 11. | 7 cm | 1 | | | | |
| | $\frac{22}{25}$ | 1 | | | | |
| 12. | 20% | 1 | | | | |
| | 2 | 1 | | | | |
| | (7; 5) | 1 | | | | |
| 13. | 60 | 1 | | | | |
| | $2\sqrt{10} + \sqrt{130}$ | 1 | | | | |
| | $12 + 4\sqrt{2}$ | 1 | | | | |
| 14. | $\sqrt{37}$ | 1 | | | | |
| | 16,5 | 1 | | | | |

| Numer zadania | Etap rozwiązania | Odpowiedź | Liczba punktów | |
|---------------|--|--|-------------------|--|
| 15. | Wprowadzenie oznaczenia niewiadomej i zapisanie nierówności. | x - cyfra jedności/setek $100x + 10(x - 2) + x - (3x - 2)$ > 740 | 1 | |
| 13. | Rozwiązanie nierówności. | $x > 7\frac{1}{54}$ | 2 | |
| | Wyznaczenie liczby a. | a = 868 lub a = 979 | 3 | |
| | Wprowadzenie oznaczenia niewiadomej i zapisanie w postaci wyrażeń algebraicznych kwot zaoszczędzonych w poszczególnych miesiącach. | domej i zapisanie styczeń: $1,3(0,2x+80)$ styczeńs luty: $\frac{1}{2}(0,46x+184)$ szędzonych w | | |
| 16. | Zapisanie równania. | $1,3(0,2x + 80) + \frac{1}{2}(0,46x + 184) + 0,2x + 80 + 96 = x$ | 2 | |
| | Rozwiązanie równania. | x = 1200 | 3 | |
| | Wskazanie miesiąca i obliczenie największej zaoszczędzonej w miesiącu kwoty. | styczeń, 416 zł <i>otych</i> | 4 | |
| | Obliczenie długości odcinka <i>DE</i> . | 9 cm | 1 | |
| 17. | Obliczenie długości odcinka <i>AD</i> . | 6 cm | 2 | |
| 17. | Obliczenie długości boku <i>BC</i> . | $12\sqrt{5}$ cm | 3 | |
| | Obliczenie szukanej długości wysokości. | $3\sqrt{5} cm$ | 4 | |
| | Obliczenie długości krawędzi graniastosłupa. | 6 cm | 1 | |
| | Obliczenie długości wysokości ostrosłupa. | $2\sqrt{15}$ cm | 2 | |
| 18. | Obliczenie objętości ostrosłupa. | $18\sqrt{5} \ cm^3$ | 3 | |
| 10. | Obliczenie długości wysokości ściany bocznej ostrosłupa. | 3√7 cm | 4 | |
| | Obliczenie pola powierzchni całkowitej powstałego wielościanu. | $(108 + 9\sqrt{3} + 27\sqrt{7}) cm^2$ | 5 | |