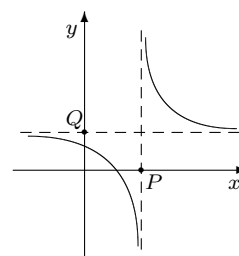


18. Ile razy należy rzucić symetryczną monetą, aby z prawdopodobieństwem większym od  $\frac{1}{2}$  otrzymać przynajmniej dwa orły?
19. Zdarzenia losowe  $A$  i  $B$  są jednakowo prawdopodobne, zawsze zachodzi przynajmniej jedno z nich i  $P(A|B) = \frac{1}{2}$ . Obliczyć prawdopodobieństwa zdarzeń  $A$  i  $B$ . Czy zdarzenia  $A$  i  $B$  są niezależne?
20. Uzasadnić, że nie istnieje trójkąt o wysokościach długości 1, 2 i 3.
21. Znaleźć rzut równoległy punktu  $A(5, 2, 9)$  na płaszczyznę  $Oxy$  w kierunku wektora  $\vec{v} = [1, 2, 3]$ .

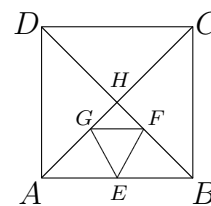
22. Rys. 1 przedstawia szkic wykresu funkcji  $f(x) = \frac{ax - b}{x - c}$  dla pewnych liczb  $a, b$  i  $c$ . Wyznaczyć współrzędne punktów  $P$  i  $Q$ . Wskazać liczby  $a, b$  i  $c$ , dla których wykres funkcji  $y = f(x)$  można otrzymać z wykresu funkcji  $y = \frac{1}{x}$  w wyniku translacji o wektor  $\vec{u} = [1, 3]$ .



Rys. 1

23. Wyznaczyć liczbę  $a$  tak, aby funkcja  $f(x) = \begin{cases} x^2 + ax & \text{dla } x \geq 1 \\ \frac{\sin(x-1)}{|x-1|} & \text{dla } x < 1 \end{cases}$  była ciągłą w punkcie  $x_0 = 1$ .
24. Napisać równanie tej stycznej do wykresu funkcji  $y = \frac{4}{x^2}$ , która jest nachylona do osi  $Ox$  pod kątem  $45^\circ$ .
25. Wyznaczyć przedziały, w których funkcja  $f(x) = 2 \cos^2 x - x$  jest rosnąca.
26. Wyznaczyć asymptoty krzywej  $f(x) = \sqrt{1 + x^2} - 2x$ .
27. Przedsiębiorstwo handlowe sprzedaje opony samochodowe. Całkowity zysk przedsiębiorstwa liczony w tysiącach złotych ze sprzedaży  $x$  setek tysięcy opon dany jest wzorem  $z(x) = -x^3 + 9x^2 + 120x - 400$  dla  $x \geq 5$ . Przy jakiej ilości sprzedanych opon zysk przedsiębiorstwa będzie największy?

28. Punkt  $E$  jest środkiem boku kwadratu  $ABCD$  przedstawionego na rys. 2, a trójkąt  $EFG$  jest równoboczny. Oblicz pole trójkąta  $EFG$ , jeżeli długość każdego boku kwadratu  $ABCD$  jest równa 2.



Rys. 2

29. Dany jest romb  $ABCD$  o bokach długości 1 i kącie o mierze  $60^\circ$  przy wierzchołku  $A$ . Obliczyć iloczyn skalarny wektorów  $\vec{AM}$  i  $\vec{AN}$ , jeśli  $M$  i  $N$  są odpowiednio środkami boków  $BC$  i  $CD$ .
30. Obliczyć pole powierzchni i objętość wielościanu, którego wierzchołkami są wszystkie środki krawędzi czworościanu foremnego o boku długości  $a$ .