

## PRACA KONTROLNA nr 6 - POZIOM ROZSZERZONY

1. Liczby  $a_1, a_2, \dots, a_n$ , gdzie  $n$  jest pewną liczbą parzystą, tworzą ciąg arytmetyczny o sumie 15. Suma wszystkich wyrazów o numerach parzystych w tym ciągu wynosi 0, a iloczyn  $a_1 a_2 = 150$ . Jakie to liczby?

2. Rozwiąż nierówność logarytmiczną

$$\log_3(x^3 - x^2 - 4x - 2) \leq \log_{\sqrt{3}} \sqrt{x+1}.$$

3. Rozwiąż nierówność trygonometryczną

$$1 - 2 \sin^2 2x + 4 \sin^4 2x - 8 \sin^6 2x + \dots > \frac{1}{3 - 2 \sin^2 x},$$

której lewa strona jest sumą nieskończonego ciągu geometrycznego. Zaznacz dziedzinę i zbiór rozwiązań nierówności na kole trygonometrycznym.

4. Kwadrat o boku długości 4 obrócono o kąt  $\frac{\pi}{6}$  względem środka kwadratu, w kierunku przeciwnym do ruchu wskazówek zegara. Oblicz pole wspólnej części kwadratu wyjściowego i jego obrazu w tym obrocie. Sporządź rysunek.
5. Wyznacz równania tych stycznych do okręgu  $x^2 + y^2 = 1$ , które w przecięciu z okręgiem  $x^2 - 16x + y^2 + 39 = 0$  tworzą cięciwy długości 8. Sporządź rysunek.
6. Wyznacz i narysuj funkcję  $g(m)$  określającą liczbę rozwiązań równania

$$(m-1)\frac{1}{4^x} + (m+1)2^{1-x} = 2 - m$$

w zależności od rzeczywistego parametru  $m$ .