

## PRACA KONTROLNA nr 1 - POZIOM ROZSZERZONY

1. Pan Kowalski zaciągnął 31 grudnia pożyczkę 4000 złotych oprocentowaną w wysokości 18% w skali roku. Zobowiązał się spłacić ją w ciągu roku w trzech równych ratach płatnych 30 kwietnia, 30 sierpnia i 30 grudnia. Oprocentowanie pożyczki liczy się od 1 stycznia, a odsetki od kredytu naliczane są w terminach płatności rat. Obliczyć wysokość tych rat w zaokrągleniu do pełnych groszy.
2. Z dwu stacji wyjeżdżają jednocześnie naprzeciw siebie dwa pociągi. Pierwszy jedzie z prędkością 15 km/h większą niż drugi i spotykają się po 40 minutach. Gdyby drugi pociąg wyjechał o 9 minut wcześniej, to, jadąc z tymi samymi prędkościami, spotkałyby się w połowie drogi. Znaleźć odległość między miejscowościami oraz prędkości każdego z pociągów.
3. Ile jest liczb pięciocyfrowych podzielnych przez 9, które w rozwinięciu dziesiętnym mają:  
a) obie cyfry 1, 2 i tylko te? b) obie cyfry 2, 3 i tylko te? c) wszystkie cyfry 1, 2, 3 i tylko te? Odpowiedź uzasadnić.
4. Narysować na płaszczyźnie zbiór  $A = \{(x, y) : \sqrt{-2x - x^2} \leq y \leq \sqrt{3}|x + 1|\}$  i obliczyć jego pole.
5. Uprościć wyrażenie ( dla  $a, b$ , dla których ma ono sens)

$$\left( \frac{\sqrt[6]{b}}{\sqrt{b} - \sqrt[6]{a^3 b^2}} - \frac{a}{\sqrt{ab} - a\sqrt[3]{b}} \right) \left[ \frac{\sqrt[6]{a}}{\sqrt{b}(\sqrt[6]{a^5} - \sqrt[3]{a}\sqrt{b})} \left( \sqrt[6]{a^5} - \frac{b}{\sqrt[6]{a}} \right) - \frac{\sqrt[6]{a}(a - b)}{a\sqrt{b} + b\sqrt{a}} \right],$$

a następnie obliczyć jego wartość dla  $a = 6\sqrt{3} - 10$  i  $b = 10 + 6\sqrt{3}$ .

6. Dwaj turyści wyruszyli jednocześnie: jeden z punktu  $A$  do punktu  $B$ , drugi - z  $B$  do  $A$ . Każdy z nich szedł ze stałą prędkością i dotarłszy do mety, natychmiast ruszał w drogę powrotną. Pierwszy raz minęli się w odległości 12 km od punktu  $B$ , drugi - po upływie 6 godzin od momentu pierwszego spotkania - w odległości 6 km od punktu  $A$ . Obliczyć odległość punktów  $A$  i  $B$  i prędkości, z jakimi poruszali się turyści.