

**LIGA MATEMATYCZNA**  
**im. Zdzisława Matuskiego**  
**GRUDZIEŃ 2013**  
**GIMNAZJUM**

**ZADANIE 1.**

Wyznacz najmniejszą możliwą wartość wyrażenia

$$x_1x_2 + x_2x_3 + x_3x_4 + \dots + x_{100}x_{101} + x_{101}x_1,$$

gdy każda z liczb  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{101}$  jest równa 1 lub  $-1$ .

**ZADANIE 2.**

Podstawa trójkąta równoramiennego  $ABC$  ma długość 2 cm, a ramię - 4 cm. Oblicz obwód trójkąta, którego wierzchołkami są spodki wysokości trójkąta  $ABC$ .

**ZADANIE 3.**

Wykaż, że jeżeli liczby  $a$  oraz  $b$  są dodatnie, to

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \geq \frac{4}{a+b}.$$

**ZADANIE 4.**

Wyznacz dwie kolejne liczby naturalne, z których większa dzieli się przez 2009, a mniejsza przez 45.

**ZADANIE 5.**

W kasynie stoją automaty do gry. Pracownik opróżnił je i przyniósł do biura 2013 żetonów. Oświadczył, że wyjął żetony ze wszystkich 31 automatów, w każdym było co najmniej 50 żetonów, ale w żadnych dwóch maszynach nie było tej samej liczby żetonów. Kierownik kasyna oskarżył go o oszustwo. Dlaczego?