

Praca kontrolna nr 6

- 13.1.** Wykazać, że dla każdego kąta α prawdziwa jest nierówność

$$\sqrt{3} \sin \alpha + \sqrt{6} \cos \alpha \leq 3.$$

- 13.2.** Dane są punkty $A(2, 2)$ i $B(-1, 4)$. Wyznaczyć długość rzutu prostokątnego odcinka AB na prostą o równaniu $12x + 5y = 30$. Sporządzić rysunek.

- 13.3.** Niech $f(m)$ będzie sumą odwrotności pierwiatków rzeczywistych równania kwadratowego

$$(2^m - 7)x^2 - |2^{m+1} - 8|x + 2^m = 0,$$

gdzie m jest parametrem rzeczywistym. Napisać wzór określający $f(m)$ i narysować wykres tej funkcji.

- 13.4.** Dwóch strzelców strzela równocześnie do tego samego celu niezależnie od siebie. Pierwszy strzelec trafia za każdym razem z prawdopodobieństwem $\frac{2}{3}$ i oddaje 2 strzały, a drugi trafia z prawdopodobieństwem $\frac{1}{2}$ i oddaje 5 strzałów. Obliczyć prawdopodobieństwo, że cel zostanie trafiony dokładnie 3 razy.

- 13.5.** Liczby a_1, a_2, \dots, a_n , $n \geq 3$, tworzą ciąg arytmetyczny. Suma wyrazów tego ciągu wynosi 28, suma wyrazów o numerach nieparzystych wynosi 16, a iloczyn $a_2 \cdot a_3 = 48$. Wyznaczyć te liczby.

- 13.6.** W trójkącie ABC , w którym $|AB| = 7$ oraz $|AC| = 9$, a kąt przy wierzchołku A jest dwa razy większy niż kąt przy wierzchołku B . Obliczyć stosunek promienia koła wpisanego w trójkąt do promienia koła opisanego na tym trójkącie. Rozwiązanie zilustrować rysunkiem.

- 13.7.** Zaznaczyć na płaszczyźnie następujące zbiory punktów

$$A = \{(x, y) : x + y - 2 \geq |x - 2|\}, \quad B = \{(x, y) : y \leq \sqrt{4x - x^2}\}.$$

Następnie znaleźć na brzegu zbioru $A \cap B$ punkt Q , którego odległość od punktu $P\left(\frac{5}{2}, 1\right)$ jest najmniejsza.

- 13.8.** Zbadać przebieg zmienności i narysować wykres funkcji

$$f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 4 + \sqrt{8 - x^2}.$$