

**PRACA KONTROLNA nr 4 - POZIOM PODSTAWOWY**

1. Rozwiązać nierówność  $\sqrt{2^x - 1} \leq 2^x - 3$ .
2. Trójkąt prostokątny o przyprostokątnych  $a, b$  obracamy wokół każdej z przyprostokątnych. Obliczyć stosunek sumy objętości tych stożków do objętości bryły otrzymanej przez obrót trójkąta wokół przeciwprostokątnej i wyrazić go jako funkcję zmiennej  $\frac{a}{b}$ .
3. Punkty  $(-1, 1)$ ,  $(0, 0)$ ,  $(\sqrt{2}, 0)$  są trzema kolejnymi wierzchołkami wielokąta foremnego. Wyznaczyć współrzędne pozostałych wierzchołków wielokąta oraz jego pole. Podać równania okręgów wpisanego i opisanego na tym wielokącie oraz wyznaczyć stosunek ich promieni.
4. Niech  $f(x) = \begin{cases} \frac{2-|x|}{|x|-1} & \text{gdy } |x| > \frac{3}{2}. \\ \frac{8}{9}x^2 - 1 & \text{gdy } |x| \leq \frac{3}{2}. \end{cases}$ 
  - a) Narysować wykres funkcji  $f$  i na jego podstawie wyznaczyć zbiór wartości funkcji.
  - b) Obliczyć  $f(\sqrt{2})$  oraz  $f(\sqrt{3})$ .
  - c) Rozwiązać nierówność  $f(x) \leq -\frac{1}{2}$  i zaznaczyć na osi  $Ox$  zbiór rozwiązań.
5. Punkty  $A(0, 1)$ ,  $B(4, 3)$  są dwoma kolejnymi wierzchołkami równoległoboku  $ABCD$ , a  $S(2, 3)$  punktem przecięcia przekątnych. Posługując się rachunkiem wektorowym, wyznaczyć pozostałe wierzchołki równoległoboku oraz wierzchołki równoległoboku otrzymanego przez obrót  $ABCD$  wokół punktu  $A$  o  $90^\circ$  w kierunku przeciwnym do ruchu wskazówek zegara.
6. Ostrosłup prawidłowy trójkątny, w którym bok podstawy i wysokość są równe  $a$  przecięto płaszczyzną przechodzącą przez jedną z krawędzi podstawy na dwie bryły o tej samej objętości. Wyznaczyć tangens kąta nachylenia tej płaszczyzny do płaszczyzny podstawy. Sporządzić rysunek.