

23.7. Punkt $M(y_0^2, y_0)$, $y_0 > 0$, leży najbliżej P , gdy odcinek PM jest prostopadły do stycznej do danej krzywej w punkcie M . Użyć rachunku wektorowego.

23.8. Ponieważ współczynnik przy x^2 jest dodatni, więc pierwiastki trójmianu kwadratowego będą leżeć w odcinku $(0,1)$, gdy odcięta wierzchołka paraboli będącej jego wykresem znajdzie się w tym przedziale, a wartości trójmianu dla $x = 0$ i $x = 1$ będą dodatnie. Otrzymane nierówności trygonometryczne rozwiązać analitycznie. Ewentualny rysunek służy do ilustracji rozwiązania.

24.1. Pamiętać o warunku istnienia sumy nieskończonego ciągu geometrycznego.

24.2. Zacząć od określenia modelu probabilistycznego, tj. zbioru zdarzeń elementarnych Ω oraz prawdopodobieństwa P . Oznaczyć przez A zdarzenie polegające na tym, że kości pasują do siebie, a przez A_i zdarzenie, że na jednym z pól obu kości jest i oczek, a na pozostałych polach cokolwiek, $i = 0, \dots, 6$. Wtedy $A = A_0 \cup \dots \cup A_6$ i składniki parami wykluczają się (dlaczego?). Obliczyć $P(A_i)$ i skorzystać z własności prawdopodobieństwa.

24.3. Wykazać, że dla $m = 10$ układ jest sprzeczny, a dla $m \neq 10$ ma jedno rozwiązanie. Zauważyć, że dla żadnego $m \in \mathbf{R}$ para $(1,1)$ nie jest rozwiązaniem układu.

24.4. Określić dziedzinę dla kąta α porównując ten kąt z jego rzutem prostokątnym na podstawę. Z twierdzenia o trzech prostopadłych uzasadnić, że $AB \perp BD'$. Wywnioskować stąd, że kąt DBD' jest kątem płaskim kąta dwuściennego między płaszczyzną $ABD'E'$ i podstawą graniastosłupa.

24.5. Rozważyć przypadki $x < 1$ oraz $x > 1$ i pomnożyć obie strony przez mianownik (dodatni lub ujemny, odpowiednio). Jedna z nierówności podwójnych jest automatycznie spełniona, a druga, przez podstawienie $2^x = t$, sprowadza się do nierówności kwadratowej. Nie potrzeba rozważać nierówności wyższego stopnia.