



LIGA MATEMATYCZNA
im. Zdzisława Matuskiego
FINAŁ 12 kwietnia 2022
SZKOŁA PONADPODSTAWOWA

ZADANIE 1.

Dane są dodatnie liczby całkowite a, b, c, d, e, f takie, że każda z sum $a + b + c$, $b + c + d + e$, $d + e + f$ jest liczbą nieparzystą. Uzasadnij, że iloczyn $abcdef$ jest liczbą podzielną przez 4.

ZADANIE 2.

Kwadrat K i prostokąt P , który nie jest kwadratem, mają równe pola. Która z tych figur ma większy obwód? Odpowiedź uzasadnij.

ZADANIE 3.

Na okręgu umieszczono sześć liczb, których suma jest równa 1. Każda z nich jest równa wartości bezwzględnej różnicy dwóch liczb następujących po niej, gdy poruszamy się po okręgu zgodnie z ruchem wskazówek zegara. Wyznacz te liczby.

ZADANIE 4.

W trójkąt ABC wpisano okrąg i poprowadzono styczną do tego okręgu równoległą do boku AB , nie zawierającą tego boku. Oblicz długość odcinka stycznej zawartego w trójkącie w zależności od długości boków trójkąta.

ZADANIE 5.

Wykaż, że liczba

$$\underbrace{111 \dots 1}_{n \text{ cyfr}} \underbrace{777 \dots 7}_{n \text{ cyfr}} \underbrace{111 \dots 1}_{n \text{ cyfr}} + 2022$$

jest złożona dla każdej liczby naturalnej n .

ZADANIE 6.

Liczby 14, 20, n spełniają warunek: iloczyn każdych dwóch z nich jest podzielny przez trzecią liczbę. Wyznacz wszystkie liczby całkowite n spełniające tę własność.

ZADANIE 7.

W zbiorze liczb rzeczywistych rozwiąż układ równań

$$\begin{cases} x^2 + 2y^2 = 2yz + 100 \\ z^2 = 2xy - 100. \end{cases}$$