31.7. Korzystać z następującej własności wektorów na płaszczyźnie (uzasadnić ją):

Jeśli $\vec{u} \perp \vec{v}$, $||\vec{u}|| = ||\vec{v}||$ *oraz* $\vec{u} = (a, b)$, *to* $\vec{v} = (b, -a)$ *lub* $\vec{v} = (-b, a)$.

Sugeruje ona, że zadanie ma dwa rozwiązania.

31.8. Zapisać funkcję w postaci $f(x) = x^{1/2} + x^{-1/2}$ i obliczyć pochodną ze wzoru na pochodną funkcji potęgowej. Zauważyć, że $\lim_{x \to +\infty} (f(x) - \sqrt{x}) = 0$. Jaką własność geometryczną wykresu funkcji $f(x)$ opisuje ta równość?

32.1. Oznaczyć przez x prędkość statku, przez y prędkość wody, a przez d odległość z Wrocławia do Szczecina. Zapisać odpowiednie równania i nie wyznaczając niewiadomych, odpowiedzieć tylko na postawione pytanie.

32.2. Sprowadzić wszystkie logarytmy do tej samej podstawy 2 lub 8 i skorzystać z definicji ciągu geometrycznego.

32.3. Narysować przekrój pionowy wanny z leżącą na dnie belką. Ponieważ średnica belki jest połową promienia wanny, w jej przekroju pionowym pojawiają się trójkąty równoboczne.

32.4. Zarówno $v(x)$, jak i $w(x)$ muszą mieć dwa różne pierwiastki rzeczywiste. To daje dziedzinę dla parametru m. Obliczyć pierwiastki x_1, x_2 wielomianu $w(x)$. Jeśli wierzchołek paraboli o równaniu $y = v(x)$ leży pomiędzy x_1 i x_2 oraz $v(x_1)$ i $v(x_2)$ są dodatnie, to wymagany warunek jest spełniony.

32.5. Rozważyć następujące zdarzenia: C – wylosowano co najmniej dwie kule białe, D – z urny B wylosowano kulę białą, E_i – z urny A wylosowano i kul białych, $i = 0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4$. Wówczas $C' = E_0 \cup D' \cap E_1$. Skorzystać z niezależności zdarzeń D, E_i, rozłączności zdarzeń E_0, $D' \cap E_1$ oraz ze schematu Bernoulliego.

32.6. Wyznaczyć dziedzinę równania. Pomnożyć obie strony przez $\cos x$ i po zastosowaniu wzorów $\sin 2x = 2 \sin x \cos x$ oraz $\cos 2x = 1 - 2\sin^2 x$ rozłożyć wyrażenie na czynniki, wyłączając przed nawias czynnik $(\sin x - \cos x)$.