

PRACA KONTROLNA nr 6 - POZIOM ROZSZERZONY

1. Rozwiąż nierówność

$$x + 1 + \frac{1}{x-1} \geq \left(1 + \frac{1}{x-1}\right) \sqrt{2-x}.$$

2. Narysuj wykres funkcji $f(x) = \left|1 + \log_2 \frac{1}{|1-|x||}\right|$, opisz słownie metodę jego konstrukcji oraz zbadaj, dla jakich argumentów spełniona jest nierówność $f(x) \leq 1$.

3. Rozwiąż równanie logarytmiczne

$$\log_{(x+2)^2} |x-1| = \log_{|x-1|} \sqrt{x+2}.$$

4. Trzech alpinistów atakuje szczyt, wchodząc jednocześnie, niezależnie od siebie, z różnych stron góry. Prawdopodobieństwo zdobycia szczytu szlakiem północnym wynosi $\frac{1}{3}$, szlakiem zachodnim $-\frac{1}{2}$, a południowym $-\frac{3}{7}$. Oblicz prawdopodobieństwo, że atak się powiedzie (tzn. przynajmniej jeden z alpinistów zdobędzie szczyt).
5. Oblicz tangens kąta rozwarcia stożka, dla którego kula wpisana w ten stożek zajmuje dokładnie połowę jego objętości.
6. Wyznacz równanie linii będącej zbiorem środków wszystkich okręgów stycznych do prostej $y = 0$ i jednocześnie stycznych do okręgu $x^2 + y^2 = 2$. Wykonaj odpowiedni rysunek.

Rozwiązania prosimy nadsyłać do dnia **18 lutego 2018** na adres:

Korespondencyjny Kurs z Matematyki
POZIOM... (wpisać właściwy)

Wydział Matematyki
Politechnika Wrocławska
Wybrzeże Wyspiańskiego 27
50-370 Wrocław

Na kopercie prosimy koniecznie zaznaczyć wybrany poziom (podstawowy, rozszerzony lub podstawowy i rozszerzony). Do rozwiązań należy dołączyć zaadresowaną do siebie kopertę zwrotną z naklejonym znaczkiem, odpowiednim do wagi listu i rozmiaru koperty. Prace nie spełniające podanych warunków nie będą poprawiane ani odsyłane.

Adres internetowy Kursu: <http://www.im.pwr.edu.pl/kurs>