



**MATEMATYKA - poziom rozszerzony**  
klasa II

**CZERWIEC**  
**2015**

**Instrukcja dla zdającego**

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 16 stron (zadania 1–17). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi wpisuj w miejscu na to przeznaczonym.
3. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadania otwartego może spowodować, że za to rozwiązanie nie otrzymasz pełnej liczby punktów.
4. Pisz czytelnie i używaj tylko długopisu lub pióra z czarnym tuszem lub atramentem.
5. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
6. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora prostego.
7. Na karcie odpowiedzi wpisz swój numer PESEL
8. Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla egzaminatora.

*Życzymy powodzenia*

Czas pracy:  
**180 minut**

Liczba punktów  
do uzyskania:  
**50**

W zadaniach o numerach od 1 do 5 wybierz i zaznacz na karcie odpowiedzi jedną poprawną odpowiedź

**Zadanie 1.** (1 pkt)

Ile rozwiązań ma równanie:  $||x+3|-4|=2$ ?

A. 0

B. 2

C. 4

D. 6

**Zadanie 2.** (1 pkt)

Reszta z dzielenia wielomianu  $W(x) = 2x^3 + 3x^2 - ax + 1$  przez dwumian  $x + 2$  jest równa -13.

A.  $a = -5$ B.  $a = 5$ C.  $a = -2$ D.  $a = 2$ **Zadanie 3.** (1 pkt)

Jeżeli  $\sin \alpha = -\frac{1}{3}$   $\alpha \in (270^\circ; 360^\circ)$  to:

A.  $\cos(90^\circ - \alpha) = \frac{-2\sqrt{2}}{3}$ B.  $\cos(90^\circ + \alpha) = \frac{2\sqrt{2}}{3}$ C.  $\operatorname{tg}(180^\circ - \alpha) = -\frac{\sqrt{2}}{4}$ D.  $\operatorname{tg}(180^\circ + \alpha) = -\frac{\sqrt{2}}{4}$ **Zadanie 4.** (1 pkt)

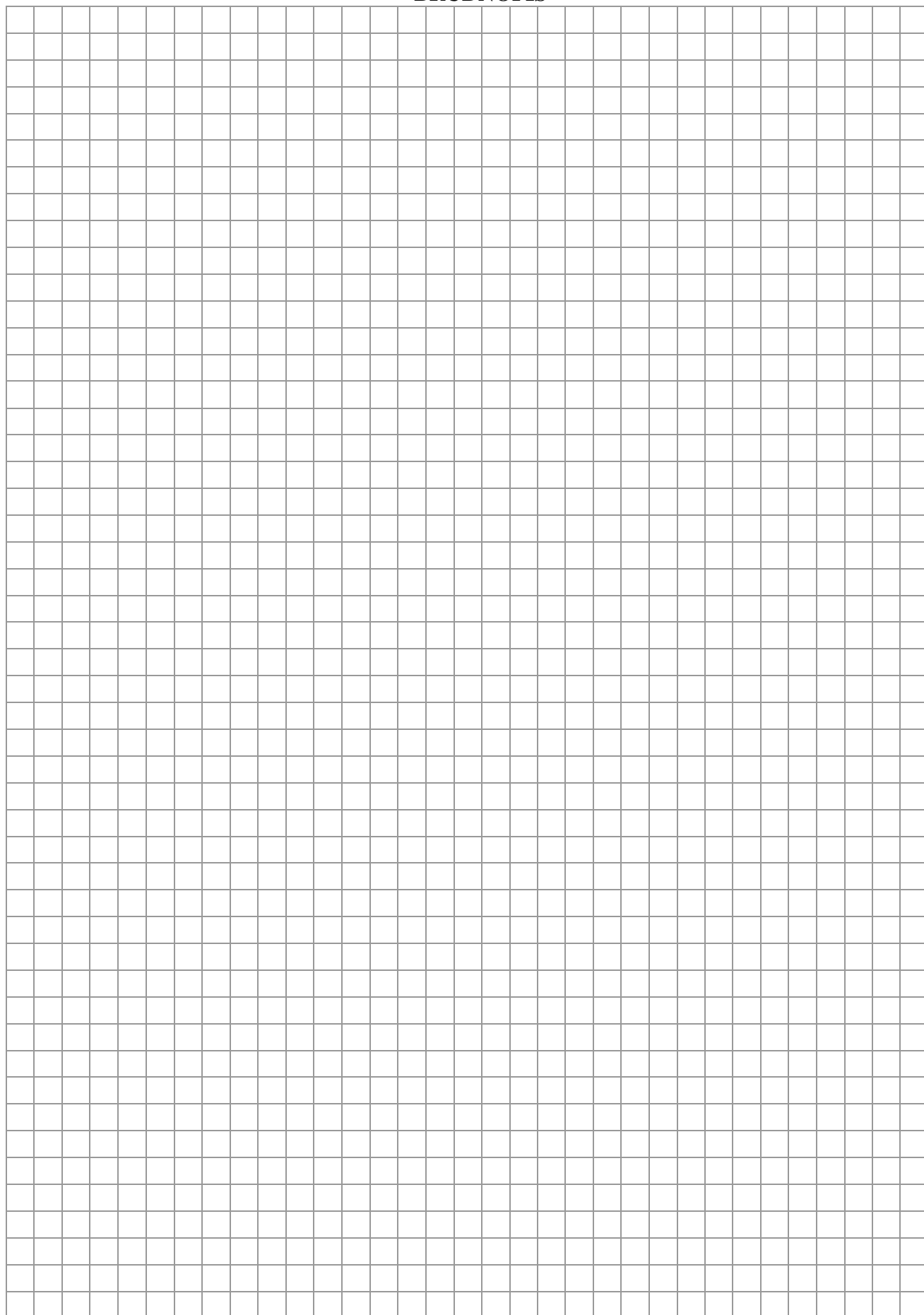
Okrąg  $(x+3)^2 + (y-2)^2 = 25$  jest styczny do prostej:

A.  $x = -2$ B.  $y = 3$ C.  $y = \frac{3}{4}x$ D.  $y = \frac{3}{4}x - 2$ **Zadanie 5.** (1 pkt)

Jeżeli  $\log_2 3 = a$  wtedy  $\log_2 9 + \log_3 16$  jest równe:

A.  $6a$ B.  $2a + \frac{4}{a}$ C.  $9a + \frac{16}{a}$ D.  $\frac{6}{a}$

---

**BRUDNOPIS**

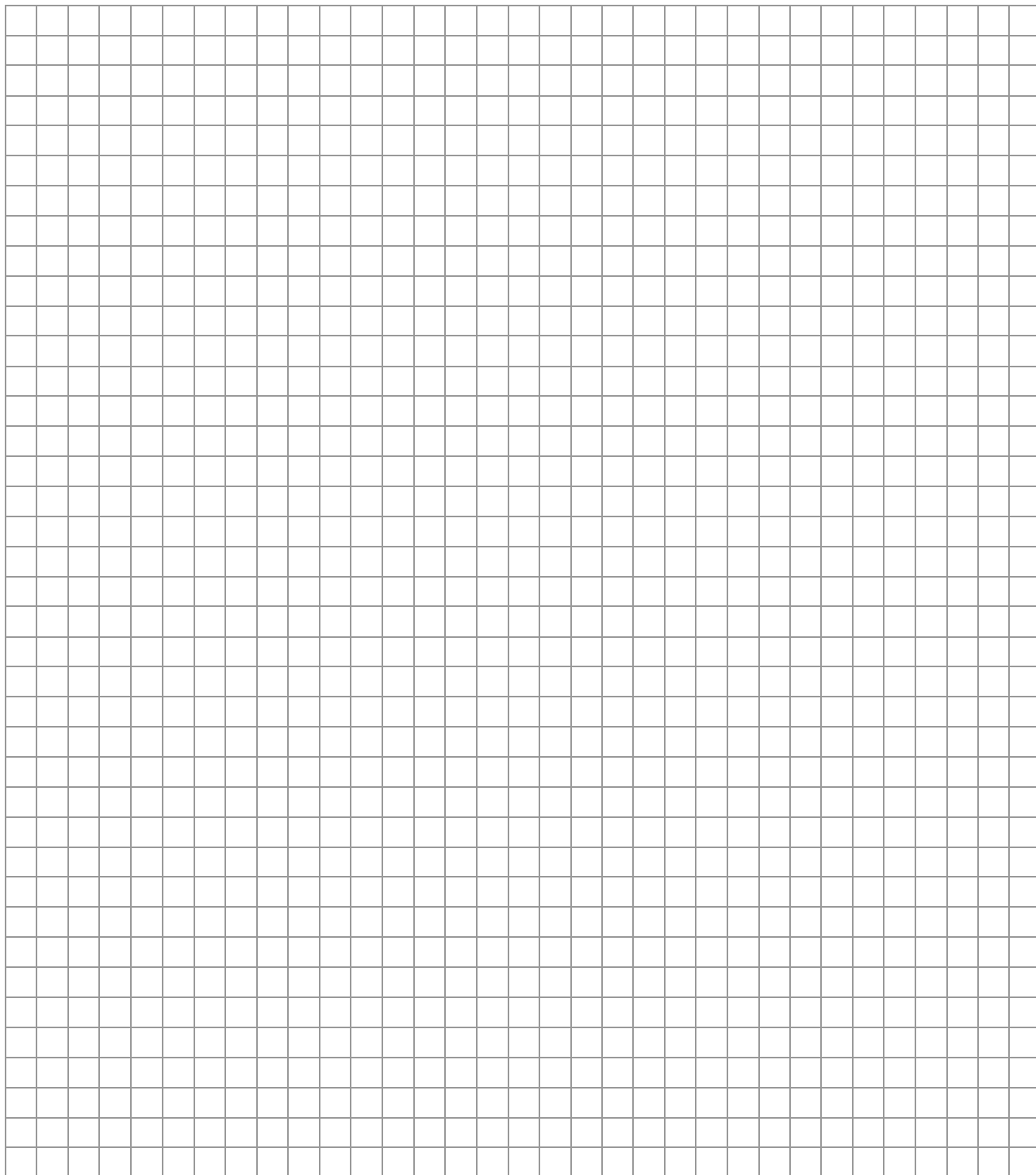
W zadaniach o numerach od 6 do 8 zakoduj we wskazanym miejscu wynik zgodnie z poleceniem.

**Zadanie 6.** (2pkt)

W trójkącie kąt między bokami o długościach 8 i 6 jest równy  $120^\circ$ . Jaka długość ma trzeci bok trójkąta?

Zakoduj trzy pierwsze cyfry wyniku.

|  |  |  |
|--|--|--|
|  |  |  |
|--|--|--|

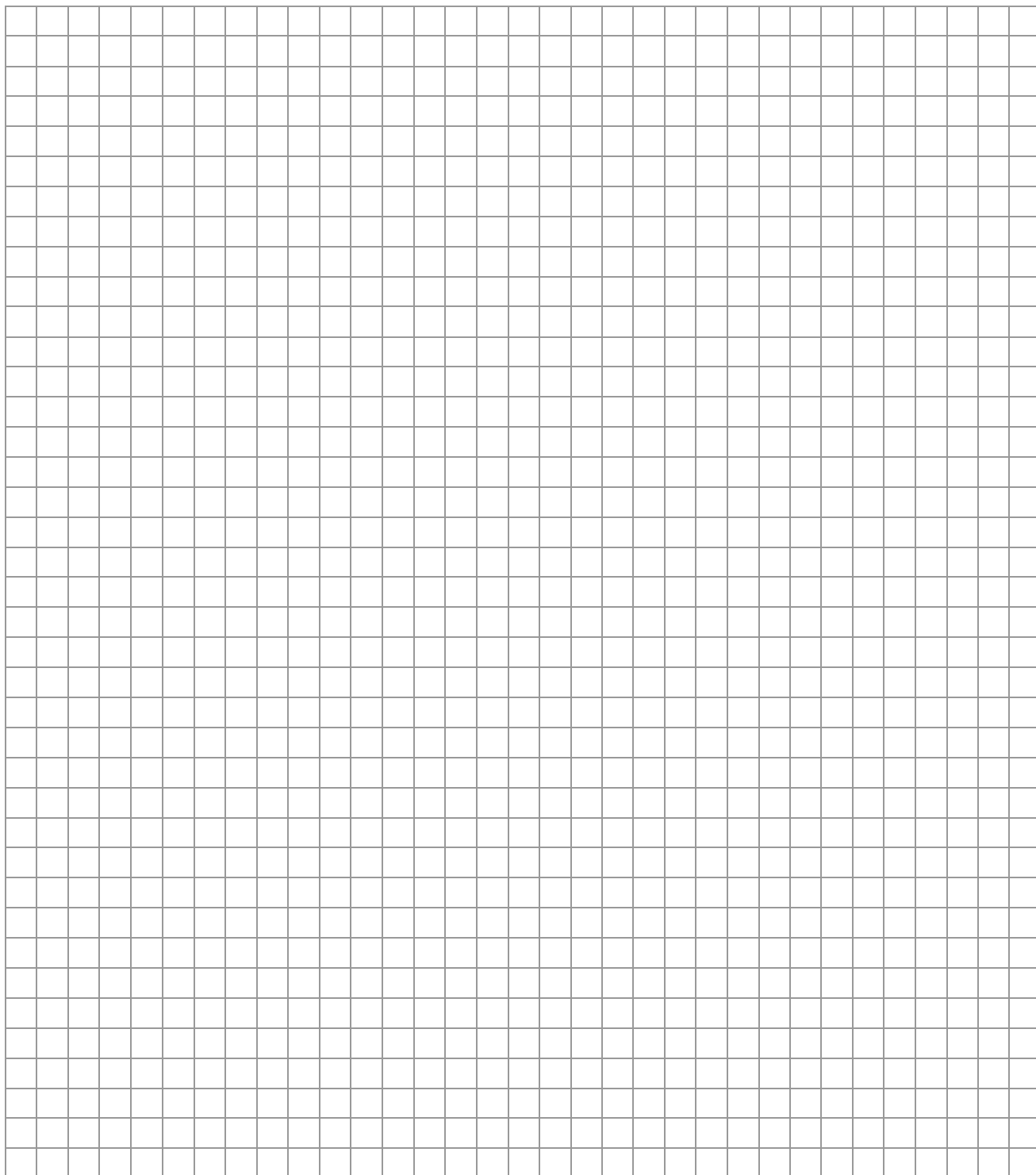


**Zadanie 7.** (2pkt)

Określono ciąg wzorem rekurencyjnym:  $\begin{cases} a_1 = 6 \\ a_{n+1} = 5a_n - 3 \end{cases}$  Jaka wartość ma 5 wyraz tego ciągu?

Wynik zakoduj.

|  |  |  |  |
|--|--|--|--|
|  |  |  |  |
|--|--|--|--|



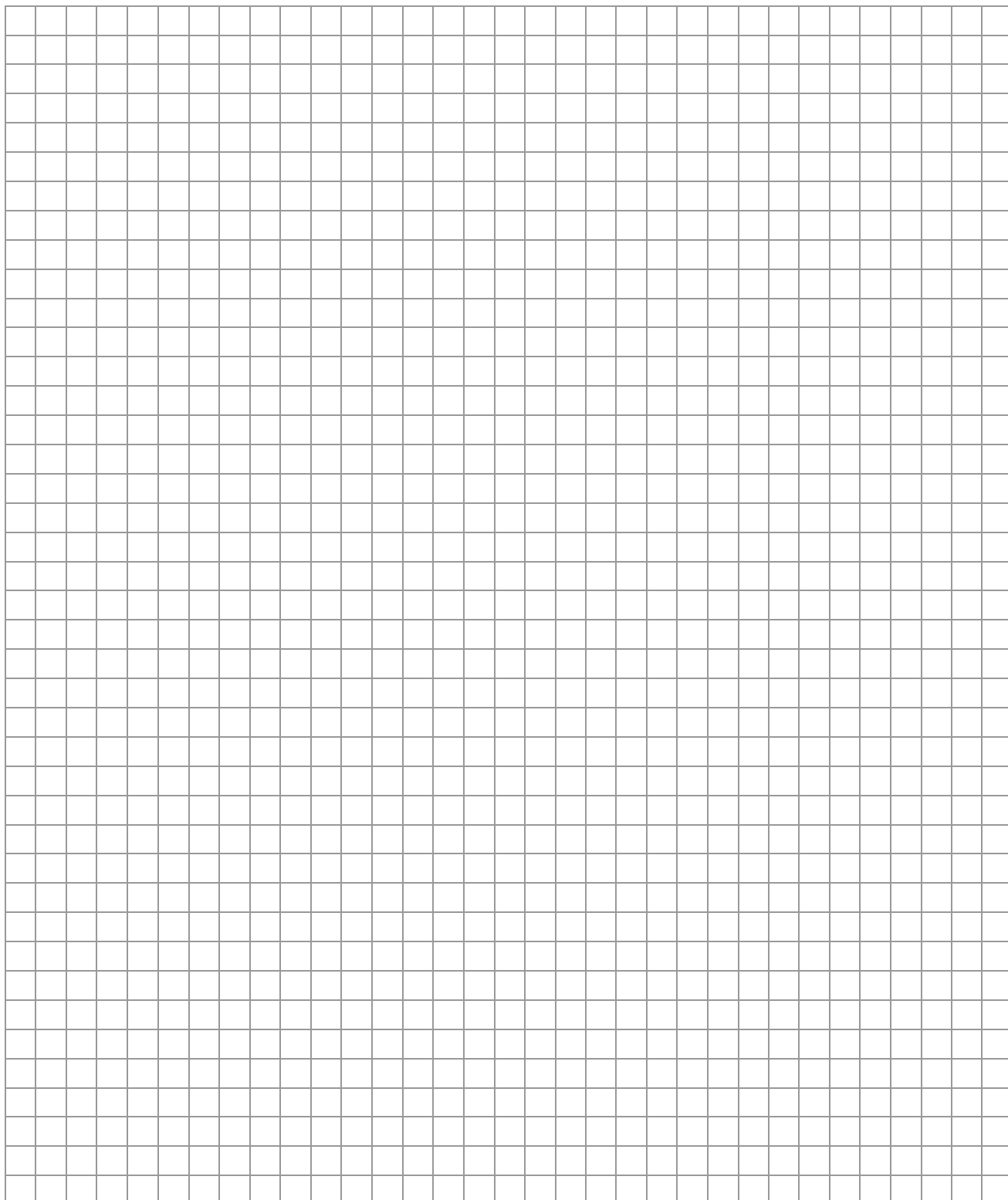
**Zadanie 8.** (2pkt)

Przybliżenie z nadmiarem liczby  $x$  jest równe 15; błąd względny tego przybliżenia wynosi 0,025.

Wyznacz liczbę  $x$ .

Zakoduj cyfrę dziesiątek, jedności oraz pierwszą cyfrę rozwinięcia dziesiętnego.

| cyfra | dziesiątek | jedności | dziesiętne |
|-------|------------|----------|------------|
|       |            |          |            |



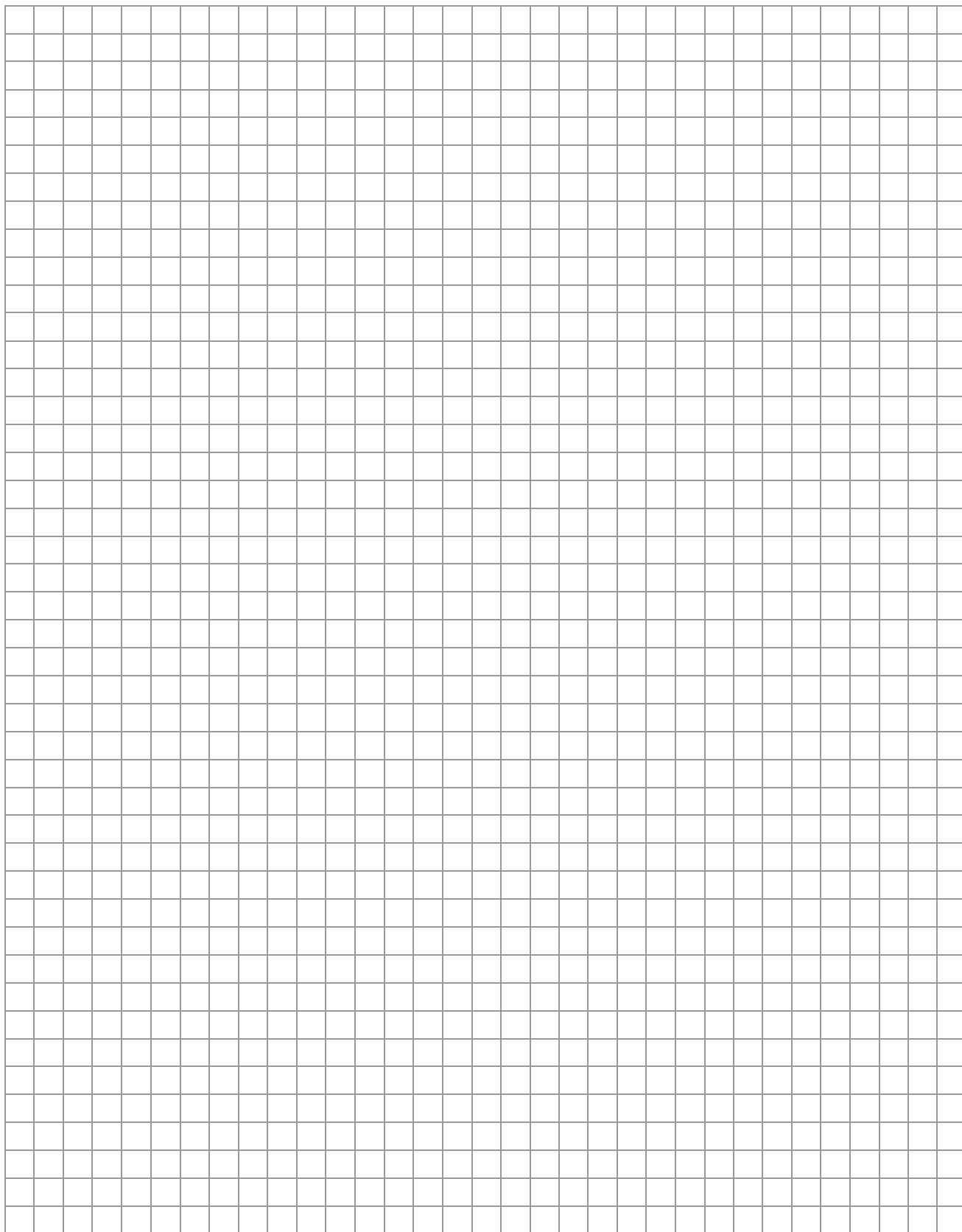
**Zadanie 9.** (2 pkt)

Wykaż, że suma sześciątów trzech kolejnych liczb parzystych jest podzielna przez 24.

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, equal-sized squares formed by thin gray lines. There are no margins, text, or other markings on the page.

**Zadanie 10.** (3 pkt)

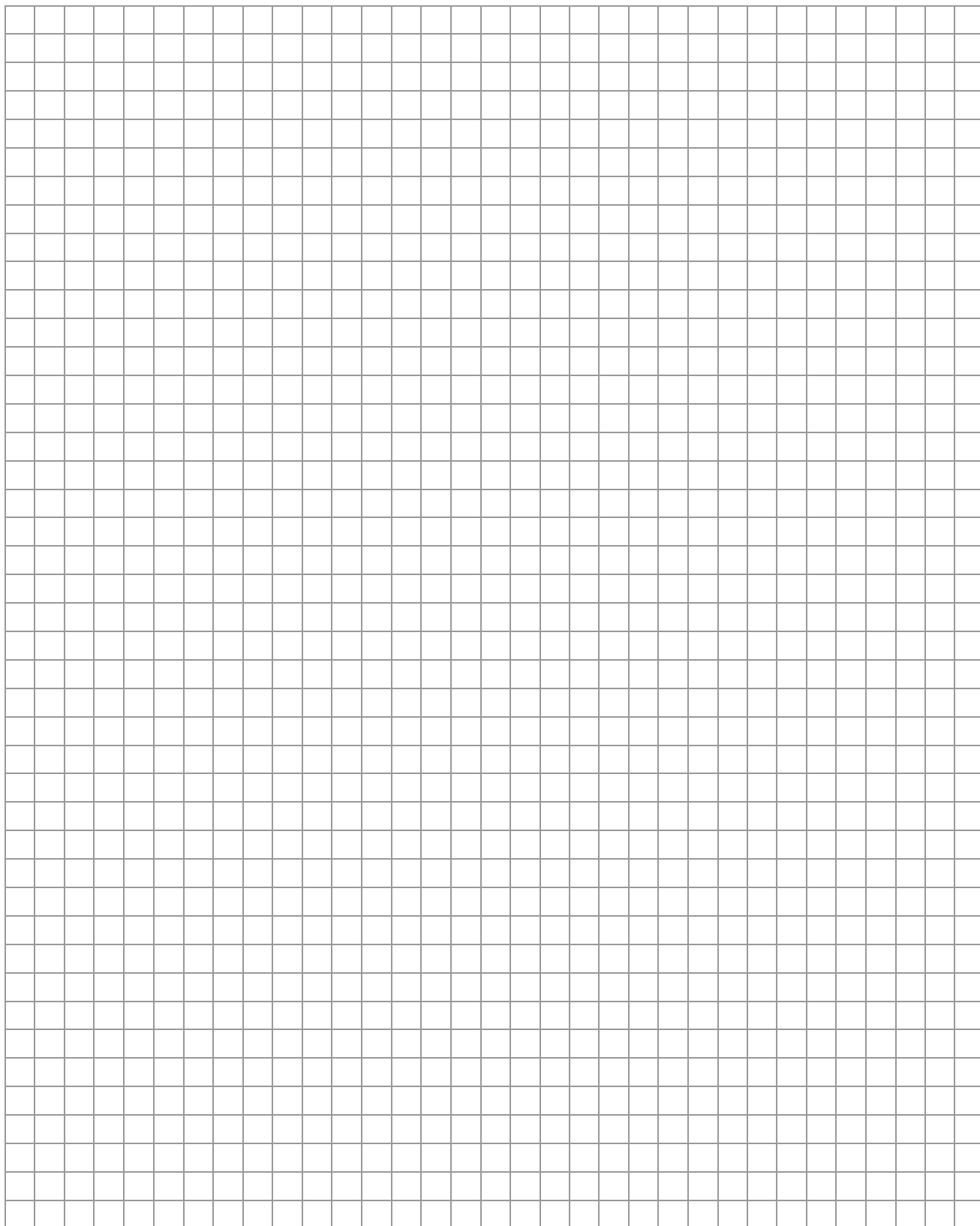
Wykaż, że w dowolnym trapezie do prostej łączącej środki podstaw należy punkt przecięcia przekątnych tego trapezu..





**Zadanie 11.** (5 pkt)

Dla jakiej wartości parametru  $m \in \mathbb{R}$   $f(x) = x^2 + (m+1)x + 3 - m$  suma odwrotności kwadratów dwóch różnych miejsc zerowych funkcji  $f(x)$  jest większa od 1

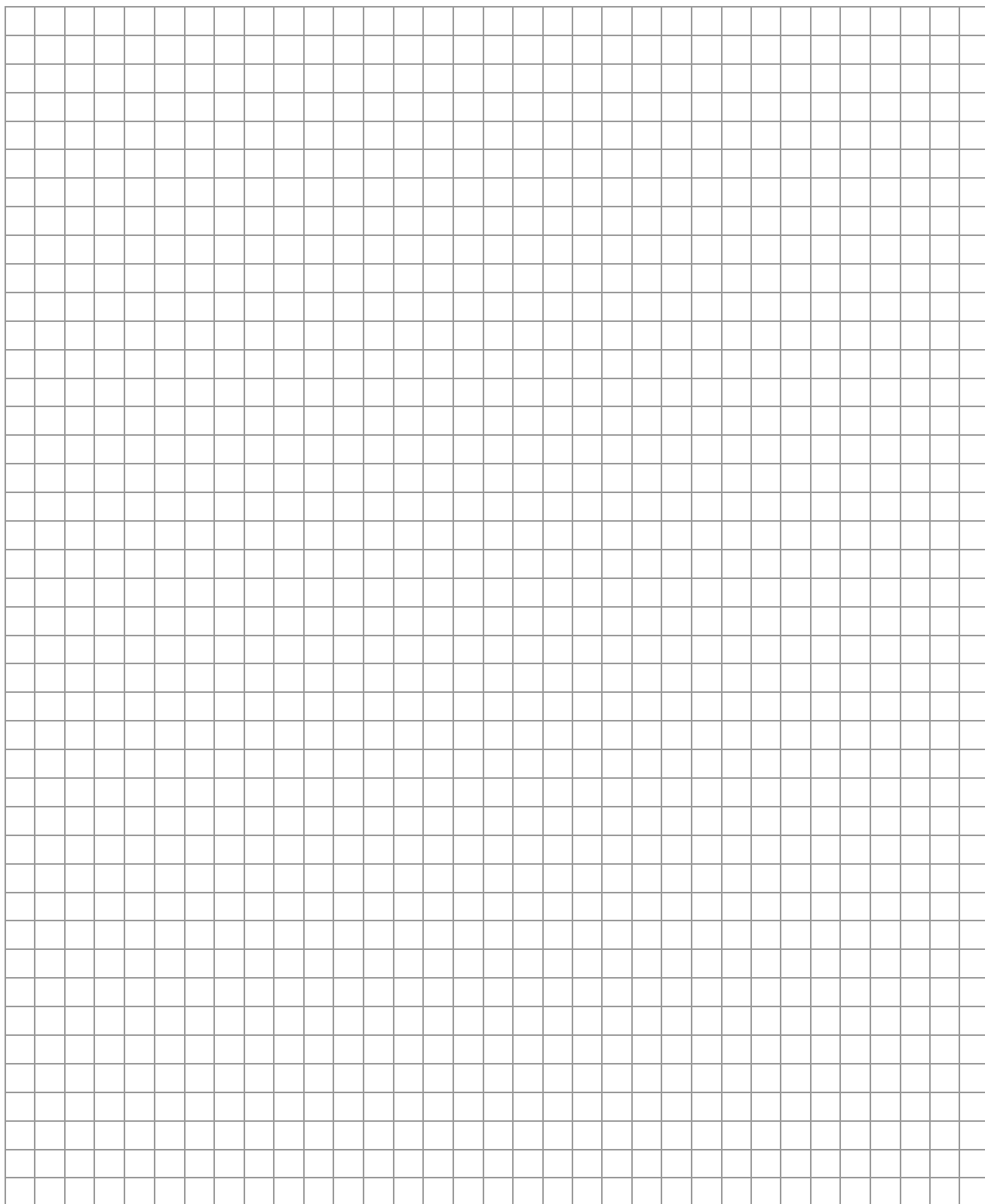


Odpowiedź:.....

**Zadanie 12.** (5 pkt)

Rozwiąż układ równań:

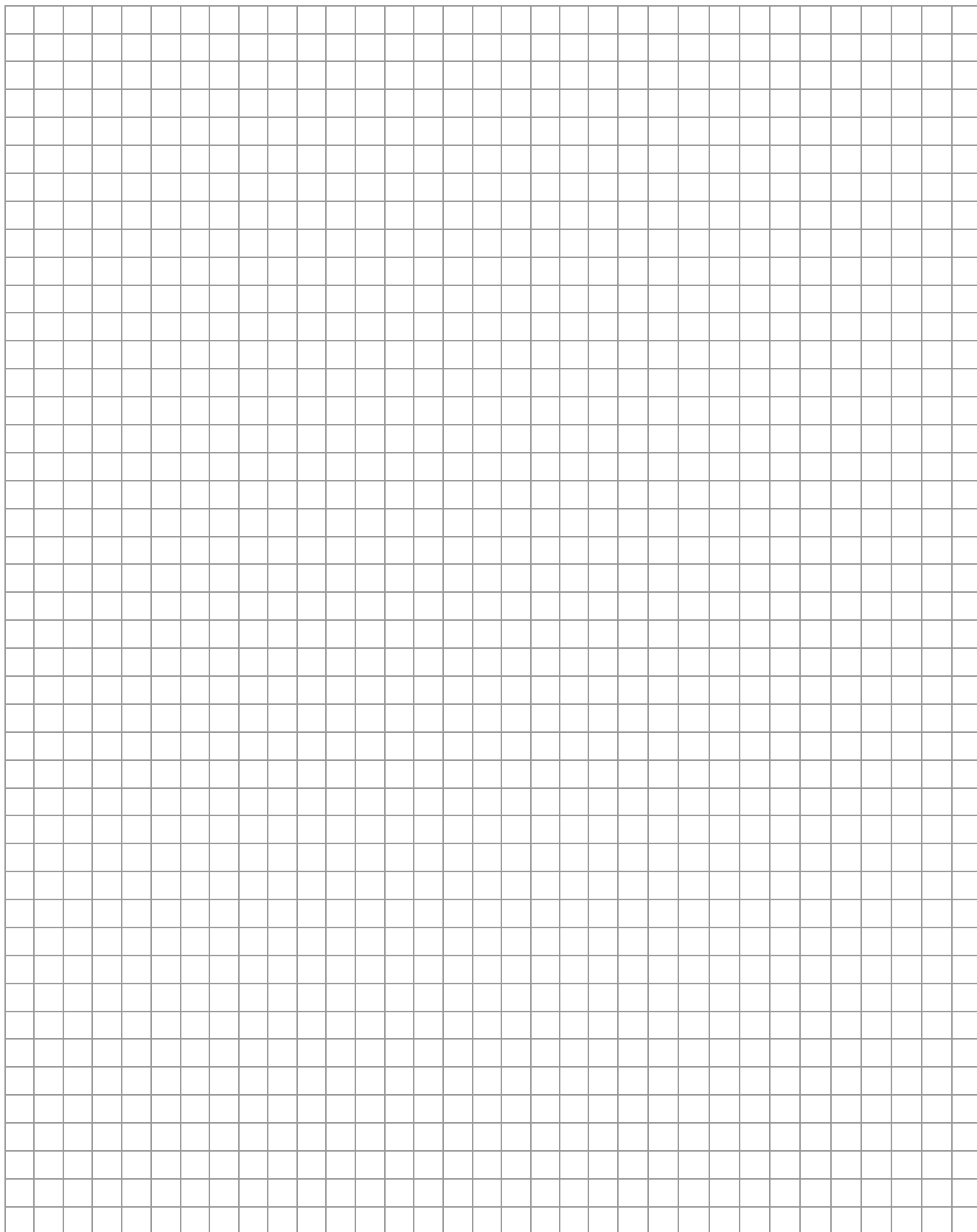
$$\begin{cases} 2x + 3y = 4 \\ 4x + my = 2m \end{cases}$$

Dla jakich wartości parametru  $m$  rozwiązanie układu równań spełnia warunek:  $x \geq 0 \wedge y \geq 0$ ?

Odpowiedź:.....

**Zadanie 13.** (4 pkt)

Z drutu o długości 200cm zbudowano ramkę w kształcie prostokąta. Jakiej powinna mieć wymiary aby pole prostokąta było największe?

A large grid of graph paper, consisting of 20 columns and 30 rows of small squares, intended for drawing or calculations.

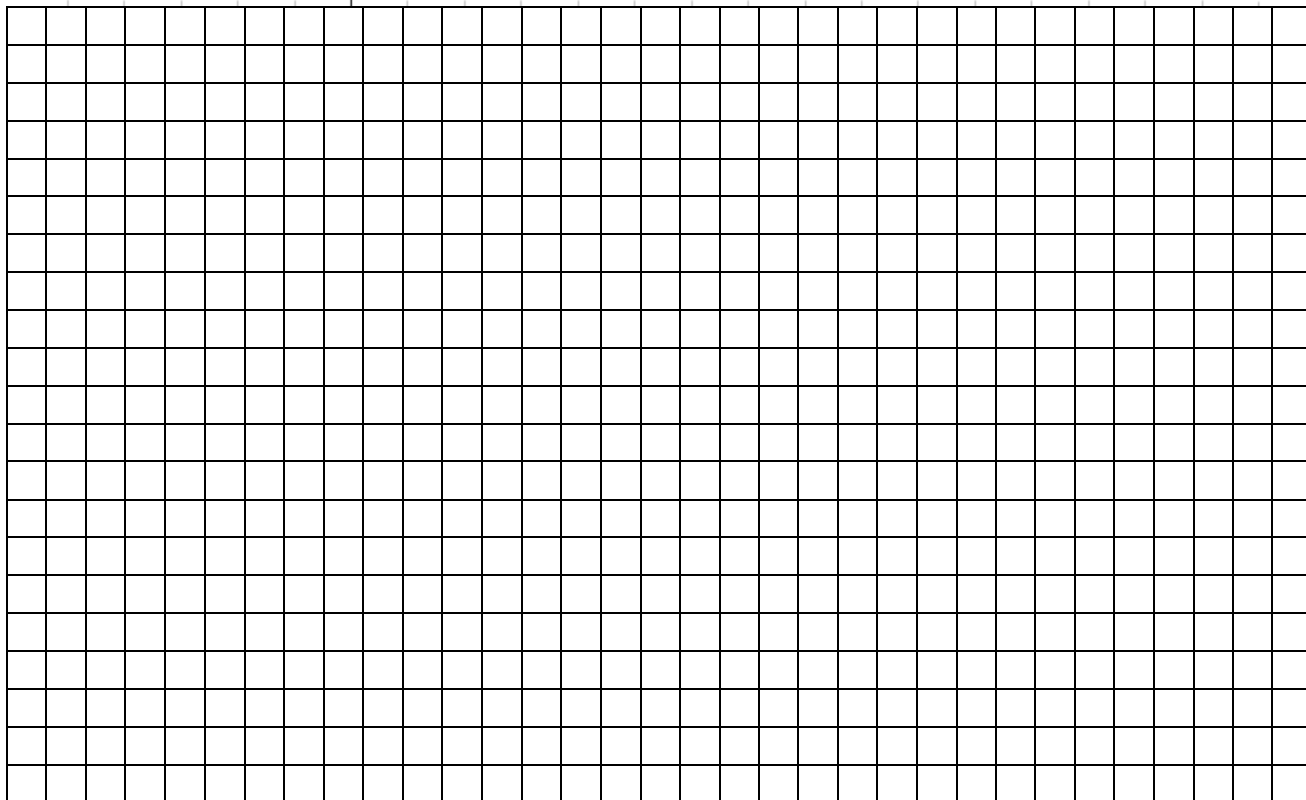
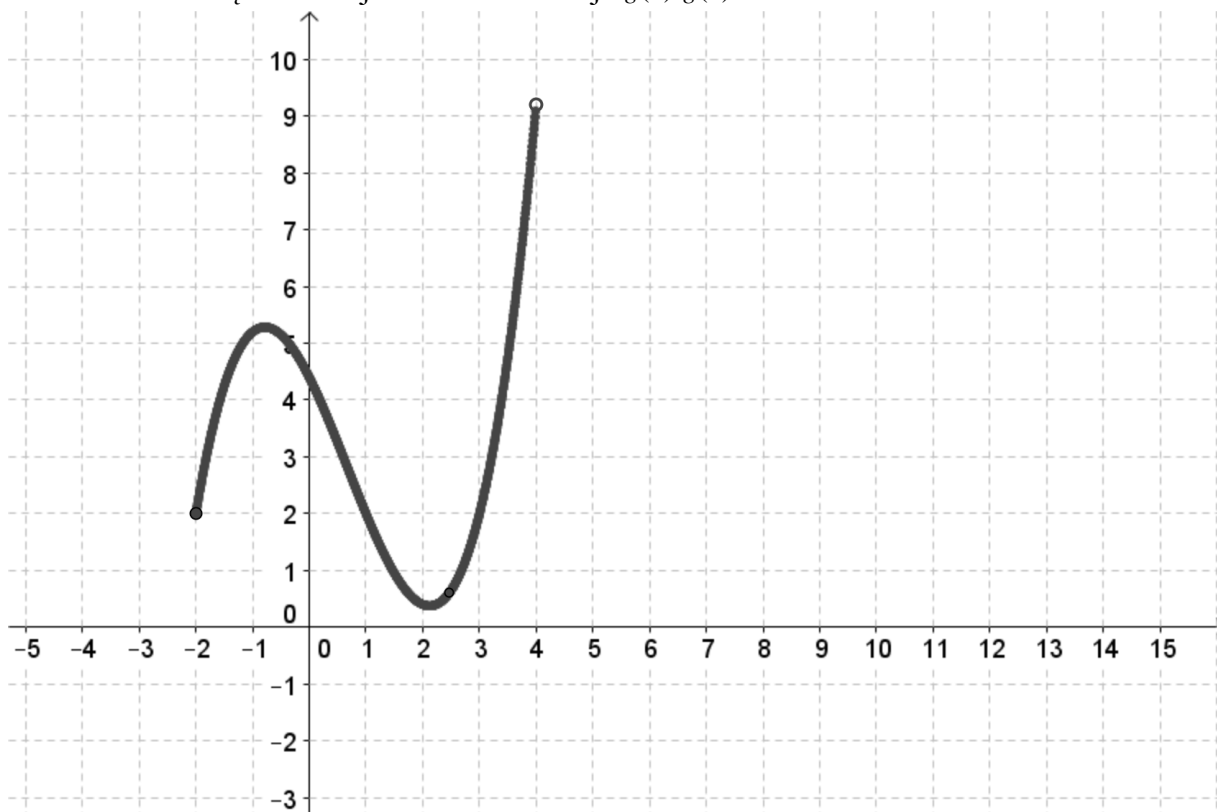
Odpowiedź:.....

**Zadanie 14.** (4 pkt)

Na rysunku przedstawiono wykres funkcji  $f(x)$ .

Naszczycuj wykres funkcji:  $g(x) = f(|x|) - 2$ .

Określ dziedzinę oraz miejsca zerowe funkcji  $g(x)$

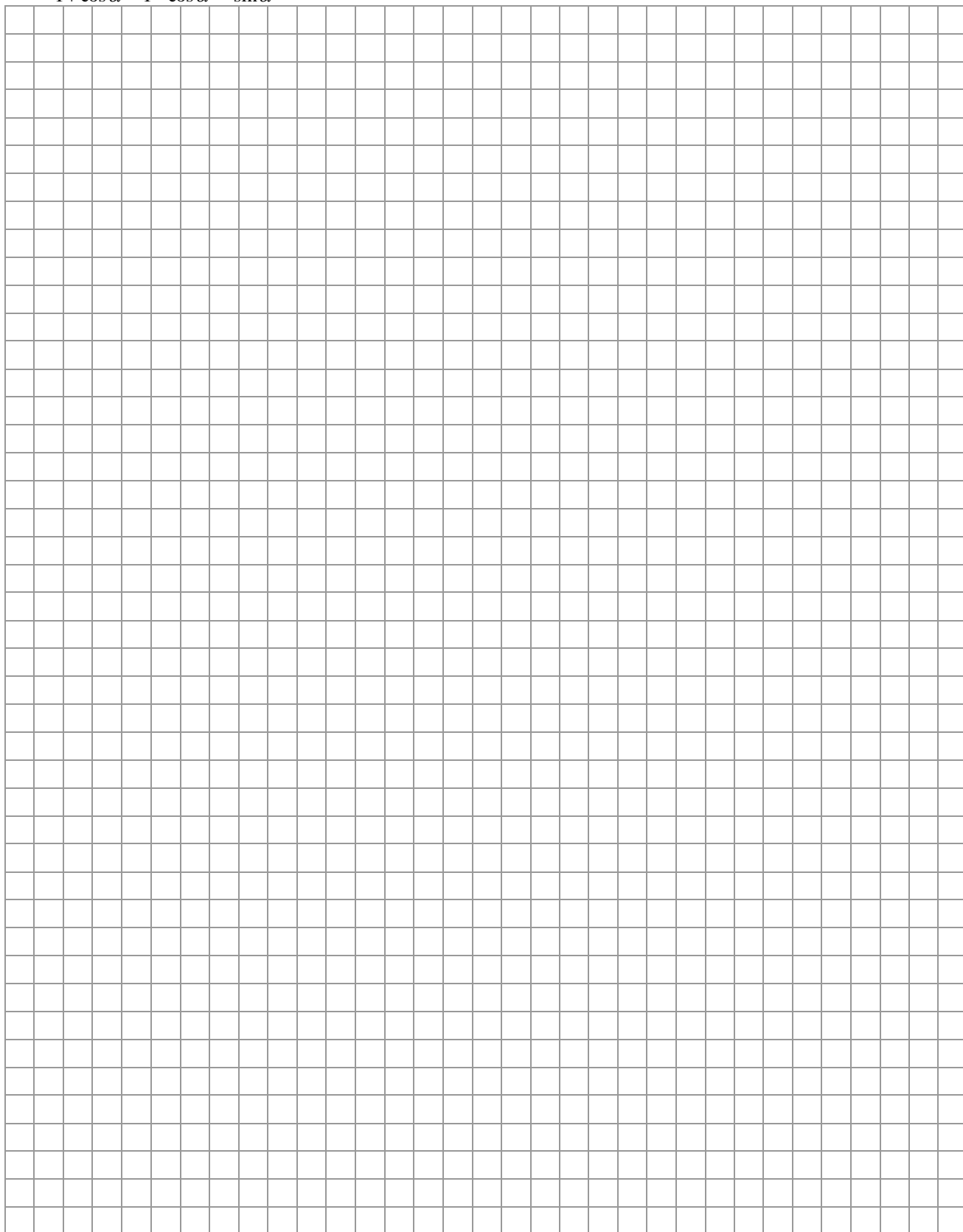


Odpowiedź:.....

**Zadanie 15.** (3 pkt)

Sprawdź czy równość jest tożsamością. Podaj odpowiednie założenia.

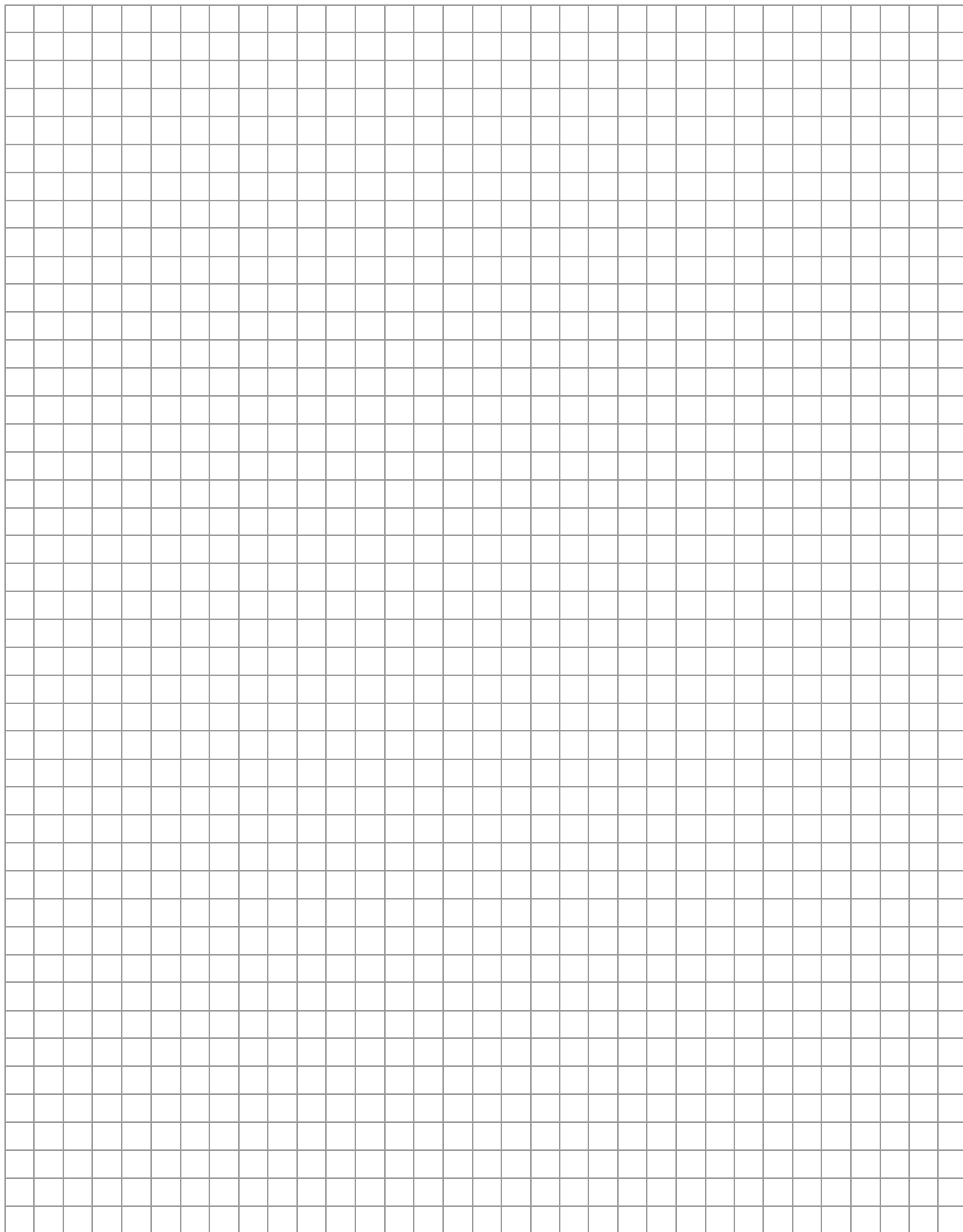
$$\frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha} + \frac{\sin \alpha}{1 - \cos \alpha} = \frac{2}{\sin \alpha}$$



Odpowiedź:.....

**Zadanie 16.** (4 pkt)

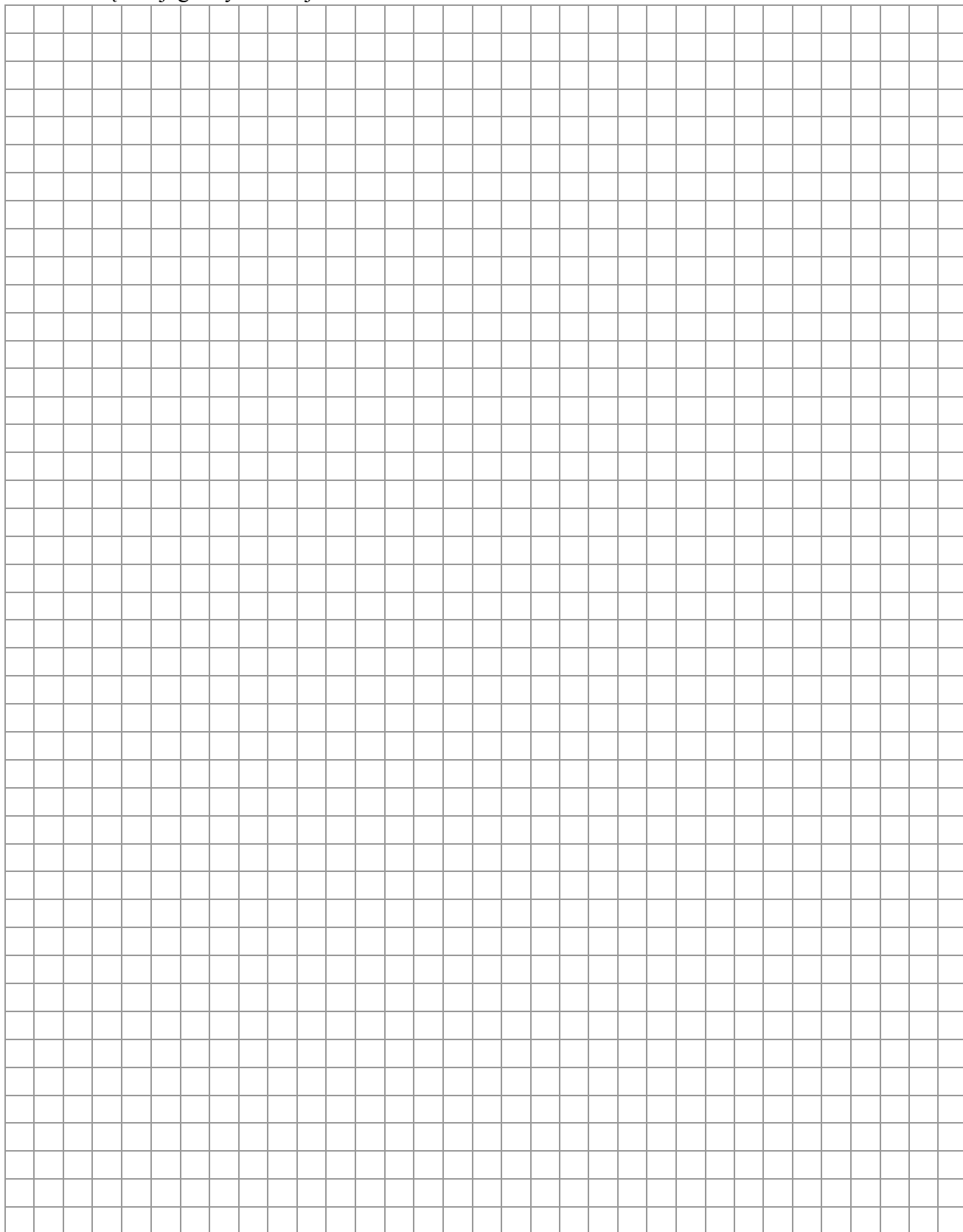
Wyznacz resztę z dzielenia wielomianu  $W(x)$  przez wielomian  $(x-1)(x+2)$  wiedząc, że  $W(1) = -1$  i  $W(-2) = 2$ .



Odpowiedź:.....

**Zadanie 17.** (5 pkt)

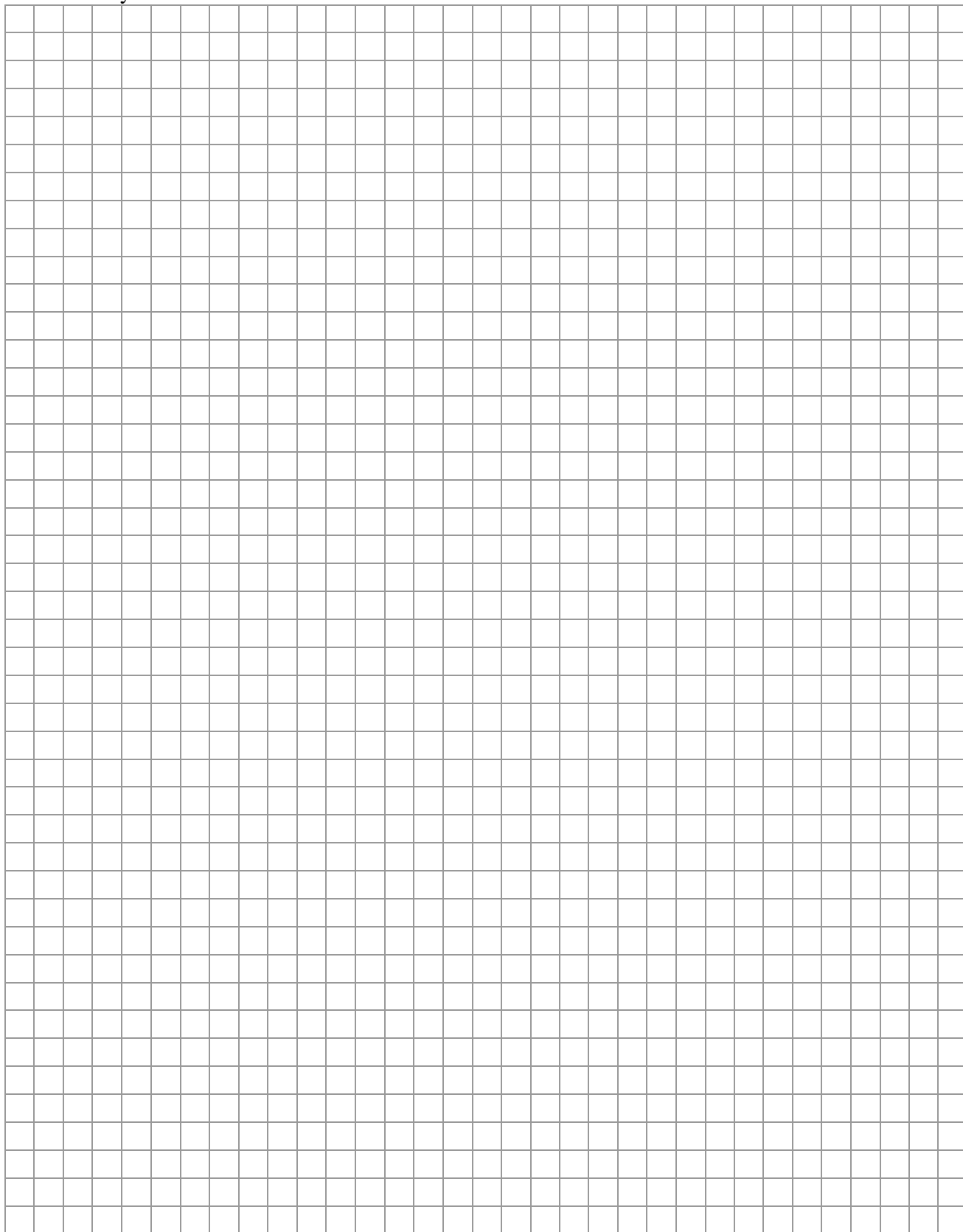
Trapez ABC jest wpisany w okrąg, przekątna AC jest zawarta w dwusiecznej kąta BAD, a długość podstawy AB jest dwa razy większa niż długość podstawy CD. Oblicz pole trapezu i obwód wiedząc że jego wysokość jest równa  $\sqrt{3}$ .



Odpowiedź:.....

**Zadanie 18.** (4 pkt)

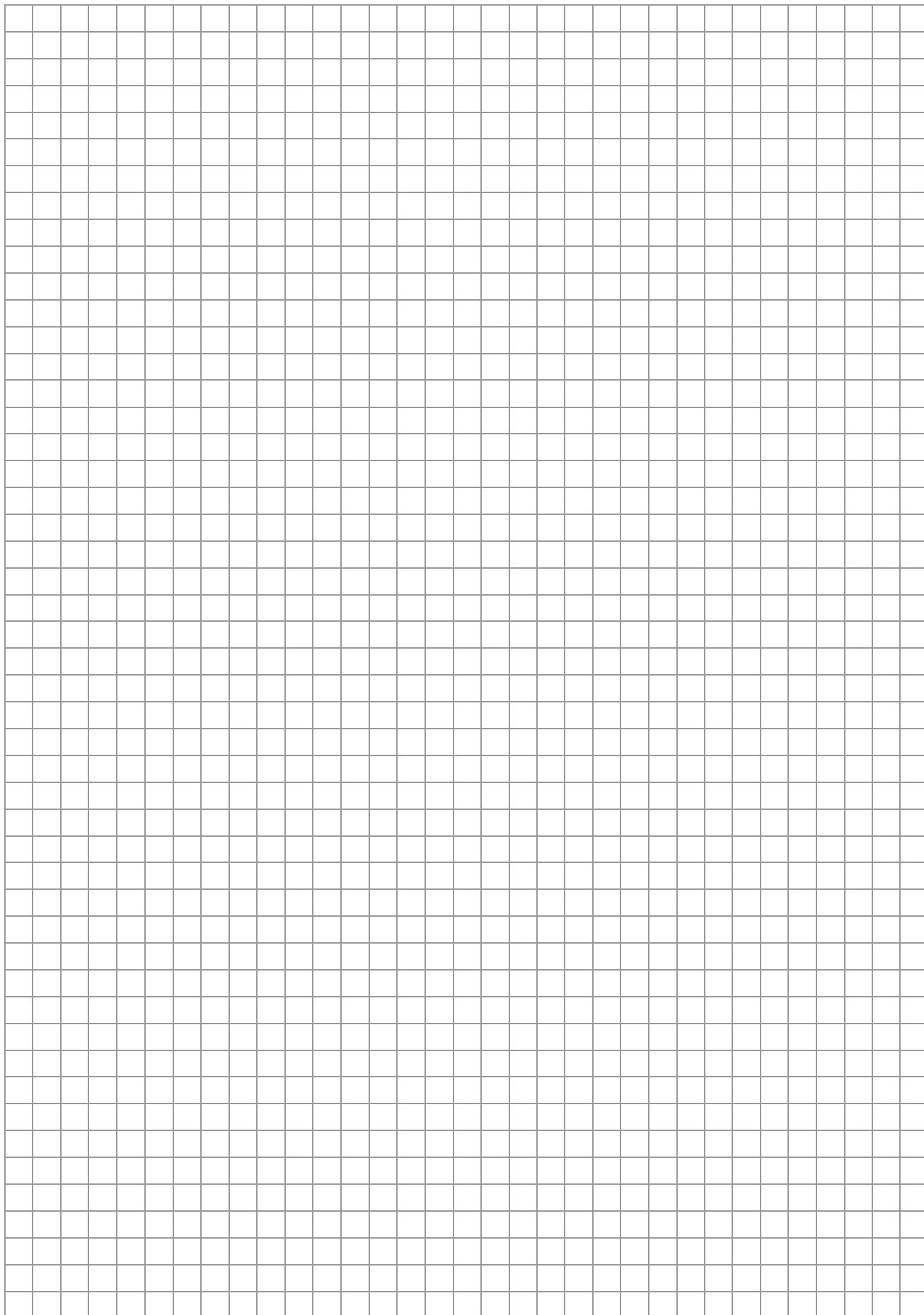
Trzy liczby tworzą ciąg arytmetyczny o  $r = 3$ . Jeżeli pierwszą powiększymy o 8 drugą o 6 a trzecią pozostawimy bez zmian to otrzymamy trzy kolejne wyrazy ciągu geometrycznego. Znajdź te liczby.



Odpowiedź:.....



---

**BRUDNOPIS**

**WYPEŁNIA PISZĄCY**

| Nr zadania | A                        | B                        | C                        | D                        |
|------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1.         | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 2.         | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 3.         | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 4.         | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 5.         | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

**Suma punktów  
zadania zamknięte**

|  |  |
|--|--|
|  |  |
|--|--|

**WYPEŁNIA SPRAWDZAJĄCY**

| Nr zadania | X                        | 0                        | 2                        |
|------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 6.         | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 7.         | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 8.         | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

| Nr zadania | X                        | 0                        | 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6 |
|------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|---|
| 9.         | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |                          |                          |                          |   |
| 10.        | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |                          |                          |   |
| 11.        | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |   |
| 12.        | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |   |
| 13.        | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |                          |   |
| 14.        | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |                          |   |
| 15.        | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |                          |                          |   |
| 16.        | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |   |
| 17.        | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |                          |   |
| 18.        | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |                          |   |

**Suma punktów  
zadania otwarte**

|  |  |
|--|--|
|  |  |
|--|--|

**Suma punktów  
razem**

|  |  |
|--|--|
|  |  |
|--|--|