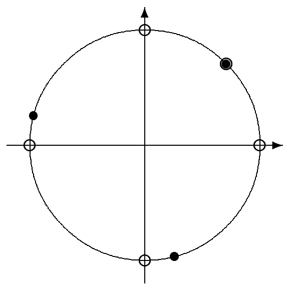


Rys. 27

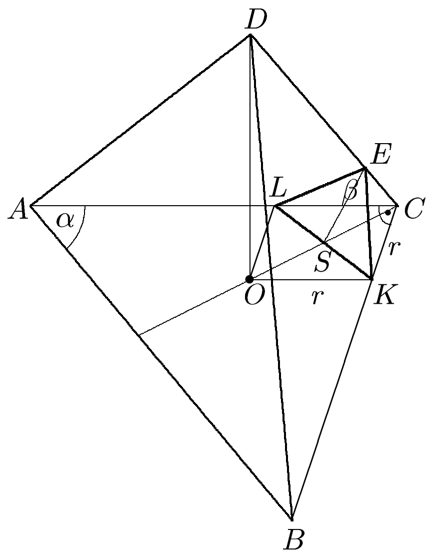
Stąd otrzymujemy alternatywę równań liniowych $x + \frac{\pi}{4} = 2x + 2k\pi$ lub $x + \frac{\pi}{4} = \pi - 2x + 2k\pi$, gdzie $k \in \mathbf{Z}$. Po standardowych przekształceniach mamy $x = \frac{\pi}{4} + 2k\pi$ lub $x = \frac{\pi}{4} + k\frac{2\pi}{3}$. Zauważmy, że pierwsza seria zawiera się w drugiej (rys. 27), a ta z kolei jest zawarta w dziedzinie równania.

Odp. $x = \frac{\pi}{4} + k\frac{2\pi}{3}, \ \ k \in \mathbf{Z}$.

Rozwiązanie zadania 26.4

Oznaczmy przez O spodek wysokości czworościanu, a przez K, L jego rzuty prostokątne odpowiednio na przyprostokątne BC i AC podstawy (rys. 28). Ponieważ O jest środkiem okręgu wpisanego w $\triangle ABC$, więc $|OK| = |OL| = r$, czyli punkty O, K, L i wierzchołek kąta prostego C tworzą kwadrat o boku r. Stąd

$$|KC| = |LC|. \tag{6}$$



Rys. 28

Mamy $\triangle DOK \equiv \triangle DOL$, gdyż oba są prostokątne i mają takie same przyprostokątne. Stąd $|DK| = |DL|$. Ponieważ wysokość DO jest prostopadła do podstawy, więc $DO \perp BC$. Ponadto $OK \perp BC$. Z twierdzenia o trzech prostopadłych wnioskujemy, że $DK \perp BC$. Analogicznie stwierdzamy, że $DL \perp AC$. Wynika stąd, że $\triangle DKC$ i $\triangle DLC$ są przystającymi trójkątami prostokątnymi i w konsekwencji

$$\angle DCK = \angle DCL. \tag{7}$$

Niech E oznacza rzut prostokątny punktu K na krawędź DC. Ze wzorów (6) i (7) oraz z II cechy przystawania trójkątów (bkb) wynika, że $\triangle KCE \equiv \triangle LCE$, a stąd $LE \perp DC$. To oznacza, że krawędź DC jest