

XXXIII
KORESPONDENCYJNY KURS Z MATEMATYKI

październik 2003r.

PRACA KONTROLNA nr 1

1. Podstawą trójkąta równoramiennego jest odcinek \overline{AB} o końcach $A(-1, 3)$, $B(1, -1)$, a wierzchołek C tego trójkąta leży na prostej l o równaniu $3x - y - 14 = 0$. Obliczyć pole trójkąta ABC .
2. Pewna liczba sześciocyfrowa zaczyna się (z lewej strony) cyfrą 3. Jeśli cyfrę tę przestawimy z pierwszej pozycji na ostatnią, to otrzymamy liczbę stanowiącą 25% liczby pierwotnej. Znaleźć tę liczbę.
3. W trapezie opisanym na okręgu kąty ostre przy podstawie mają miary α i 2α , a długość **krótszego** ramienia wynosi c . Obliczyć długość **krótszej** podstawy tego trapezu. Wynik doprowadzić do najprostszej postaci.

4. Rozwiązać nierówność:

$$\frac{1}{x^2 - x - 2} \leq \frac{1}{|x|}.$$

5. Zaznaczyć na płaszczyźnie zbiór wszystkich punktów (x, y) spełniających nierówność $\log_x (1 + (y - 1)^3) \leq 1$.
6. Rozwiązać równanie:

$$\sin^2 3x - \sin^2 2x = \sin^2 x.$$

7. Wysokość ostrosłupa prawidłowego czworokątnego jest trzy razy dłuższa od promienia kuli wpisanej w ten ostrosłup. Obliczyć cosinus kąta pomiędzy sąsiednimi ścianami bocznymi tego ostrosłupa.
8. Dany jest nieskończony ciąg geometryczny: $x + 1, -x^2(x + 1), x^4(x + 1), \dots$. Wyznaczyć najmniejszą i największą wartość funkcji $S(x)$ oznaczającej sumę wszystkich wyrazów tego ciągu.