

Praca kontrolna nr 1

22.1. Narysować wykres funkcji $y = 4 + 2|x| - x^2$. Na podstawie tego wykresu określić liczbę rozwiązań równania $4 + 2|x| - x^2 = p$ w zależności od parametru rzeczywistego p .

22.2. Pompa napełniająca pusty basen w pierwszej minucie pracy miała wydajność $0,2 \text{ m}^3/\text{s}$, a w każdej kolejnej minucie jej wydajność zwiększano o $0,01 \text{ m}^3/\text{s}$. Połowa basenu została napełniona po $2n$ minutach, a cały basen po kolejnych n minutach, gdzie n jest liczbą naturalną. Wyznaczyć czas napełniania basenu oraz jego pojemność.

22.3. Stożek ścięty jest opisany na kuli o promieniu $r = 2 \text{ cm}$. Objętość kuli stanowi 25% objętości stożka. Wyznaczyć średnice podstaw i długość tworzącej tego stożka.

22.4. W trójkącie ABC dane są promień okręgu opisanego R , kąt $\angle A = \alpha$ oraz $|AB| = \frac{8}{5}R$. Obliczyć pole tego trójkąta.

22.5. Rozwiązać nierówność

$$(\sqrt{x})^{\log_8 x} \geq \sqrt[3]{16x}.$$

22.6. W czworokącie $ABCD$ odcinki AB i BD są prostopadłe, $|AD| = 2|AB| = a$ oraz $\vec{AC} = \frac{5}{3}\vec{AB} + \frac{1}{3}\vec{AD}$. Wyznaczyć cosinus kąta $\angle BCD = \alpha$ oraz obwód czworokąta $ABCD$. Sporządzić rysunek.

22.7. Rozwiązać równanie

$$\frac{1}{\sin x} + \frac{1}{\cos x} = \sqrt{8}.$$

22.8. Wyznaczyć równanie prostej stycznej do wykresu funkcji $y = \frac{1}{x^2}$ w punkcie $P(x_0, y_0)$, $x_0 > 0$, takim, żeby odcinek tej stycznej zawarty w pierwszej ćwiartce układu współrzędnych był najkrótszy. Rozwiązanie zilustrować odpowiednim wykresem.