

PRACA KONTROLNA nr 3 - POZIOM PODSTAWOWY

1. Dwaj kolarze jeżdżą po torze w kształcie okręgu ze stałymi prędkościami. Jeżeli startują z tego samego punktu i jadą w tę samą stronę, to szybszy z nich pierwszy raz ponownie zrówna się z wolniejszym, wyprzedzając go o jedno okrążenie, po przejechaniu dokładnie 7 okrążeń. Ilu okrążeń potrzebuje szybszy kolarz żeby dogonić kolegę, jeżeli startują z przeciwległych stron toru (tzn. odcinek łączący punkty ich startu jest średnicą koła)?
2. Liczby o 16% mniejsza i o 43% większa od ułamka okresowego $0,(75)$ są pierwiastkami trójmianu kwadratowego o współczynnikach całkowitych względnie pierwszych. Obliczyć resztę z dzielenia tego trójmianu przez dwumian $(x - 1)$.

3. Rozwiązać równanie

$$\sin x + \cos x = \frac{1}{\sin x}.$$

4. Rozwiązać nierówność

$$\frac{\log_2(10 - x^2)}{\log_2(4 - x)} > 2.$$

5. Dwa okręgi o promieniach r i R styczne zewnętrznie w punkcie C , są styczne do prostej k w punktach A i B . Wyznaczyć kąt $\angle ACB$ i promień okręgu opisanego na trójkącie ABC .
6. Dane są punkty $A(2, -2)$ i $B(8, 1)$. Na paraboli $y = x^2 - x$ znaleźć taki punkt C , żeby pole trójkąta ABC było najmniejsze. Wykonać rysunek.