LIGA MATEMATYCZNA

im. Zdzisława Matuskiego GRUDZIEŃ 2013

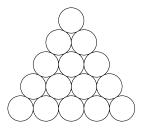
SZKOŁA PONADGIMNAZJALNA

ZADANIE 1.

Na płaszczyźnie danych jest siedem prostych. Wykaż, że kąt pomiędzy pewnymi dwiema prostymi, spośród danych, jest mniejszy niż 26°.

ZADANIE 2.

W koła wpisano liczby w taki sposób, że suma liczb w każdych trzech stycznych kołach jest równa 2013. Oblicz sumę liczb w kołach położonych w wierzchołkach trójkąta.



ZADANIE 3.

Znajdź liczbę sześciocyfrową \overline{abcdef} wiedząc, że liczby trzycyfrowe \overline{abc} , \overline{cde} są sześcianami, a liczby \overline{bcd} i \overline{def} są kwadratami pewnych liczb naturalnych.

ZADANIE 4.

Wyznacz wszystkie funkcje $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ spełniające równość

$$f(x - |x|) + f(x + |x|) = x$$

dla każdej liczby rzeczywistej x.

ZADANIE 5.

Rozwiąż równanie

$$\frac{1}{a} + \frac{2}{ab} + \frac{3}{abc} = 1$$

w zbiorze liczb całkowitych dodatnich.