

**PRACA KONTROLNA nr 2 - POZIOM PODSTAWOWY**

1. Niech  $A = \left\{x \in \mathbb{R} : \frac{1}{x^2 + 23} \geq \frac{1}{10x}\right\}$  oraz  $B = \left\{x \in \mathbb{R} : |x - 2| < \frac{7}{2}\right\}$ .

Zbiory  $A$ ,  $B$ ,  $A \cup B$ ,  $A \cap B$ ,  $A \setminus B$  i  $B \setminus A$  zapisać w postaci przedziałów liczbowych i zaznaczyć je na osi liczbowej.

2. Zaznaczyć na płaszczyźnie zbiory

$$A = \{(x, y) : |x| + |y| \leq 2\} \quad \text{oraz} \quad B = \left\{(x, y) : \frac{1}{|x-1|} \leq \frac{1}{|x+3|}, \frac{2}{|y-1|} \geq 1\right\}$$

i obliczyć pole zbioru  $A \cap B$ .

3. Trójmian kwadratowy  $f(x) = ax^2 + bx + c$  przyjmuje najmniejszą wartość równą  $-1$  w punkcie  $x=1$  a reszta z dzielenia tego trójmianu przez dwumian  $(x-2)$  równa jest 1. Wyznaczyć współczynniki  $a, b, c$ . Narysować staranny wykres funkcji  $g(x) = f(|x|)$  i wyznaczyć najmniejszą i największą wartość tej funkcji na przedziale  $[-1, 3]$ .

4. Tangens kąta ostrego  $\alpha$  równy jest  $\frac{a}{b}$ , gdzie

$$a = \left(\sqrt{2 + \sqrt{3}} - \sqrt{2 - \sqrt{3}}\right)^2, \quad b = \left(\sqrt{\sqrt{2} + 1} - \sqrt{\sqrt{2} - 1}\right)^2.$$

Wyznaczyć wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych tego kąta. Wykorzystując wzór  $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$ , obliczyć miarę kąta  $\alpha$ .

5. Narysować wykres funkcji  $f(x) = \sqrt{4x^2 - 4x + 1} - x$  i rozwiązać nierówność  $f(x) < 0$ . W zależności od parametru  $m$  określić liczbę rozwiązań równania  $|f(x)| = m$ . Dla jakiego  $a$  pole trójkąta ograniczonego osią  $Ox$  i wykresem funkcji  $g(x) = f(x) - a$  równe jest 6?

6. Niech  $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x & \text{dla } x \leq 1, \\ 2 + \frac{1}{x} & \text{dla } x > 1. \end{cases}$

- a) Narysować wykres funkcji  $f$  i na jego podstawie wyznaczyć zbiór wartości funkcji.  
b) Obliczyć  $f(\sqrt{3} - 1)$  oraz  $f(3 - \sqrt{3})$ .  
c) Rozwiązać nierówność  $2\sqrt{f(x)} \leq 3$  i zbiór jej rozwiązań zaznaczyć na osi  $Ox$ .