POLITECHNIKA GDAŃSKA Gdańsk, 30.06.1992 r.

Tematy II części egzaminu z matematyki
dla kandydatów ubiegających się o przyjęcie na I rok studiów dziennych.
Wszystkie zadania były oceniane w skali 0–2 punkty. Egzamin trwał 120 minut.

1. Wyznaczyć dziedzinę funkcji $f(x) = \sqrt{\dfrac{5}{x+2} - 1}$.

2. Rozwiązać równanie $\dfrac{\cos x}{1 - \sin x} = 1 + \sin x$.

3. Narysować wykres funkcji $f(x) = x\sqrt{x^2} + \dfrac{x}{|x|}$.

4. Na paraboli $y = 48 - x^2$ znaleźć wszystkie punkty (x, y) takie, że liczby 3, x, y tworzą ciąg geometryczny.

5. Wyznaczyć dziedzinę funkcji $f(x) = \log(3^x - 5^x)$.

6. Różniczkując tożsamość $\sin 2x = 2\sin x \cos x$ wykazać tożsamość $\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$.

7. Obliczyć $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{x^2}{1 - \cos 2x}$.

8. W trójkącie ostrokątnym ABC z wierzchołków A i C opuszczono wysokości AD i CE na boki BC i AB. Wykazać, że trójkąty ABC i BDE są podobne.

9. Suma pierwiastków trójmianu $y = ax^2 + bx + c$ jest równa $\log_{a^2} c \cdot \log_{c^2} a$. Znaleźć odciętą wierzchołka paraboli.

10. Dane są wektory $\overrightarrow{AB} = [1, 2, 3]$ i $\overrightarrow{AC} = [3, 2, 1]$. Obliczyć pole trójkąta ABC.

11. Proste ℓ_1, ℓ_2 i ℓ_3 są równoległe i leżą w jednej płaszczyźnie. Na prostej ℓ_1 wybrano 3 punkty, na ℓ_2 wybrano 4 punkty, a na ℓ_3 wybrano 5 punktów. Ile co najwyżej istnieje trójkątów o wierzchołkach w tych punktach?

12. Obliczyć $\lim\limits_{n \to \infty} \dfrac{1 + 4 + 7 + \ldots + (3n - 2)}{2n^2 + 3n + 4}$.

13. Wykazać, że finkcja $f(x) = \sqrt{1 + x + x^2} - \sqrt{1 - x + x^2}$ jest nieparzysta w swojej dziedzinie.

14. Dany jest trójkąt o wierzchołkach $A(1, -1)$, $B(3, 3)$ i $C(-5, 1)$. Napisać równanie symetralnej boku $\overline{BC}$.

15. Zbadać monotoniczność funkcji $f(x) = x^4 - \frac{1}{x} + 5$ w przedziale $(0; +\infty)$.