

WOJEWÓDZKI KONKURS MATEMATYCZNY w GIMNAZJUM, 2018

Zadania na zawody gminne/miejskie, 2 lutego 2018.

Czas - 150 minut.

Za poprawne rozwiązanie wszystkich zadań można otrzymać 40 punktów

(po 2 punkty za zadania 1-5 oraz po 6 punktów za zadania 6-10).

Do zawodów wojewódzkich awansują uczestnicy, którzy zdobędą co najmniej 85% możliwej do zdobycia liczby punktów.

Podczas rozwiązywania zadań nie wolno korzystać z kalkulatorów ani z innych urządzeń do obliczeń.

Powodzenia!

W zadaniach 1-5 zaznacz poprawne odpowiedzi (3 poprawne odpowiedzi w zadaniu - 2 punkty, 2 poprawne odpowiedzi - 1 punkt, 1 lub 0 poprawnych odpowiedzi - 0 punktów).

1. Przybliżeniem liczby 98,998

- | | | |
|------------------------------|-----|-----|
| - do setek jest 100. | TAK | NIE |
| - do dziesiątek jest 90. | TAK | NIE |
| - do części setnych jest 99. | TAK | NIE |

2. - 43% liczby 97 to tyle samo, co 97% liczby 43.

TAK NIE

- Cena towaru wzrosła o 20%, a następnie została obniżona o 25%. Po tych dwóch operacjach cena jest niższa od wyjściowej o 10%.

TAK NIE

- Podstawowa stawka podatku VAT w Polsce jest równa 23%, a w Szwecji - 25%. Oznacza to, że stawka ta w Szwecji jest większa niż w Polsce o 2%.

TAK NIE

3. Mając do dyspozycji jedynie znaczki o nominałach 5 zł i 7 zł można uiścić nimi opłatę pocztową wynoszącą:

- | | | |
|-----------------|-----|-----|
| - 23 złote. | TAK | NIE |
| - 33 złote. | TAK | NIE |
| - 2018 złotych. | TAK | NIE |

4. - Istnieje trójkąt posiadający środek symetrii.

TAK NIE

- Istnieje pięciokąt, którego wszystkie kąty są równe, ale boki nie wszystkie są równe.

TAK NIE

- Sześciokąt, który posiada środek symetrii musi mieć wszystkie boki tej samej długości.

TAK NIE

5. Pomalowany na niebiesko drewniany sześciian pocięto na 125 małych sześcianików.

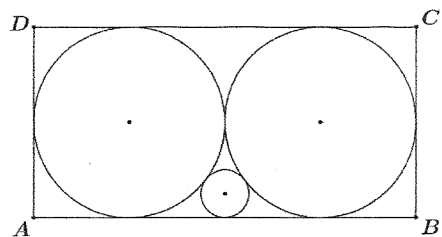
- | | | |
|--|-----|-----|
| - Dokładnie 8 sześcianików ma pomalowane 3 ściany. | TAK | NIE |
|--|-----|-----|

- | | | |
|---|-----|-----|
| - Dokładnie 60 sześcianików ma pomalowane 2 ściany. | TAK | NIE |
|---|-----|-----|

- | | | |
|---|-----|-----|
| - Liczba sześcianików niepomalowanych jest równa połowie liczby sześcianików z jedną pomalowaną ścianą. | TAK | NIE |
|---|-----|-----|

Aby otrzymać maksymalną liczbę punktów za każde z zadań 6-10 należy podać ich pełne rozwiązania.

6. Jeden bok prostokąta wydłużono o $p\%$, a drugi skrócono o $p\%$. W wyniku tych operacji pole powierzchni tego prostokąta zmniejszyło się o mniej niż 1% . Wyznacz wszystkie możliwe całkowite dodatnie wartości p spełniające warunki zadania.
7. Wykaż, że spośród dwóch liczb całkowitych n i $5n^2 + 1$ dokładnie jedna jest podzielna przez 3.
8. Dana jest liczba $a = 3^{2018} + 3^{2017} + 3^{2016} + 3^{2015}$. Wyznacz wszystkie liczby całkowite dodatnie mniejsze od 20, przez które nie jest podzielna liczba a .
9. W prostokąt $ABCD$, w którym $|AB| = 16$, $|BC| = 8$ wpisano dwa okręgi styczne do trzech boków prostokąta i do siebie nawzajem (rys. obok). Wyznacz promień okręgu stycznego do boku AB prostokąta i jednocześnie stycznego zewnętrznie do każdego z dwóch większych okręgów.
10. Pola powierzchni trzech, spotykających się w jednym wierzchołku ścian prostopadłościanu równe są odpowiednio 8, 30 i 135. Wyznacz objętość tego prostopadłościanu.



Opracowanie zadań: Wojewódzka Komisja Konkursowa

Rafał Pankowski