

PRACA KONTROLNA nr 2 - POZIOM PODSTAWOWY

1. Rozwiąż nierówność

$$1 \leq \log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{2x-1} < 2.$$

2. Średnia arytmetyczna czwartego, szóstego i dziesiątego wyrazu ciągu arytmetycznego (a_n) , gdzie $n \geq 1$, wynosi 14, a ciąg (a_3, a_5, a_{11}) jest geometryczny. Uzasadnij, że ciąg (a_4, a_6, a_{10}) również jest geometryczny.

3. W ciągu arytmetycznym (a_n) , określonym dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$, mamy

$$a_3 = 0 \quad \text{oraz} \quad a_6 = 7 \sin^2 \alpha,$$

gdzie $\operatorname{tg} \alpha = 3$. Oblicz sumę 50 początkowych wyrazów tego ciągu, których indeksy są liczbami parzystymi.

4. Bank oferuje kredyt, który należy spłacić jednorazowo wraz z odsetkami po roku. Jaki jest całkowity koszt tego kredytu, jeśli co miesiąc bank nalicza odsetki w wysokości 2% aktualnego zadłużenia, a dodatkowo w chwili przyznania kredytu dolicza prowizję w wysokości 3% pożyczanej kwoty? Jaką kwotę trzeba będzie spłacić, jeśli pożyczymy 20 000 zł? Prowizja naliczana jest jednorazowo i powiększa kwotę, którą należy spłacić.

5. Zaznacz na osi liczbowej zbiór wszystkich wartości parametru t , dla których funkcja

$$f(x) = \left(\frac{2-t^2}{t-3} \right)^{t-x} + 1 - t$$

jest malejąca. Naszkicuj wykres funkcji f dla największej całkowitej wartości t z wyznaczonego zbioru.

6. Niech $c > 0$ i $c \neq 1$. Wyznacz najmniejszą liczbę naturalną m , dla której suma m początkowych wyrazów ciągu (a_n) , $a_n = \log_2 c^n$, przekracza liczbę

$$\log_{2^m} c^{m^2} + 16 \log_4 c^2.$$