

PRACA KONTROLNA nr 3 - POZIOM ROZSZERZONY

1. Napisać równanie okręgu przechodzącego przez punkt $(1, 2)$ stycznego do prostych $y = -2x$ i $y = -2x + 20$.
2. Na bokach AC i BC trójkąta ABC zaznaczono odpowiednio punkty E i D tak, że $\frac{|EC|}{|AE|} = \frac{|DC|}{|BD|} = 2$. Wyznaczyć stosunek pola trójkąta ABC do pola trójkąta ABF , gdzie F jest punktem przecięcia odcinków AD i BE .
3. Kąt przy wierzchołku C trójkąta ABC jest równy $\frac{\pi}{3}$, a długości boków AC i BC wynoszą odpowiednio 15 cm i 10 cm. Na bokach trójkąta zbudowano trójkąty równoboczne i otrzymano w ten sposób wielokąt o dodatkowych wierzchołkach D , E , F . Obliczyć odległość między wierzchołkami C i D , B i F oraz A i D ?
4. Wielomian $W(x) = x^4 - 3x^3 + ax^2 + bx + c$ ma pierwiastek równy 1. Reszta z dzielenia tego wielomianu przez $x^2 - x - 2$ równa jest $4x - 12$. Wyznaczyć a, b, c i pozostałe pierwiastki. Rozwiązać nierówność $W(x + 1) \geq W(x - 1)$.
5. Dane jest równanie
$$(2 \sin \alpha - 1)x^2 - 2x + \sin \alpha = 0,$$
z niewiadomą x i parametrem $\alpha \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$. Dla jakich wartości α suma odwrotności pierwiastków równania jest większa od $8 \sin \alpha$, a dla jakich - suma kwadratów odwrotności pierwiastków jest równa $2 \sin \alpha$?
6. W trójkąt równoramienny wpisano okrąg o promieniu r . Wyznaczyć pole trójkąta, jeżeli środek okręgu opisanego na tym trójkącie leży na okręgu wpisanym w ten trójkąt.