

PRACA KONTROLNA nr 7 - POZIOM PODSTAWOWY

1. Wyznaczyć z jako funkcję zmiennej y , wiedząc, że $x = 2^{\frac{1}{1-\log_2 z}}$ oraz $y = 2^{\frac{1}{1-\log_2 x}}$.
2. Pokazać, że dla każdej wartości parametru $\alpha \in [0, 2\pi]$, dla której istnieje rozwiązanie równania $x^2 - 2 \cos \alpha \cdot x + \sin^2 \alpha = 0$ suma kwadratów jego pierwiastków jest równa przynajmniej 1.
3. W zależności od parametru rzeczywistego k przedyskutować liczbę rozwiązań układu równań
$$\begin{cases} y = |1 - |x - 1||, \\ y = kx + k - 1 \end{cases}$$
Sporządzić ilustrację graficzną układu dla kilku charakterystycznych k .
4. Przekątna BD równoległoboku $ABCD$ jest prostopadła do boku AD , a kąt ostry tego równoległoboku jest równy kątowi między jego przekątnymi. Wyznaczyć stosunek długości przekątnych. Sporządzić rysunek.
5. Wyznaczyć zbiór punktów, z których odcinek o końcach $A(2, 0)$ i $B(1, \sqrt{2})$ jest widoczny pod kątem 30° . Sporządzić rysunek.
6. Podstawą graniastosłupa prostego o wszystkich krawędziach równych a , jest romb o kącie ostrym α . Graniastosłup przecięto płaszczyzną przechodzącą przez dłuższą przekątną AC podstawy dolnej i przeciwległy wierzchołek podstawy górnej. Wyznaczyć cosinus kąta nachylenia tej płaszczyzny do płaszczyzny podstawy i pole otrzymanego przekroju. Sporządzić rysunek.