

PRACA KONTROLNA nr 5 - POZIOM ROZSZERZONY

1. Zaznaczyć na osi liczbowej zbiór rozwiązań nierówności

$$\frac{2x - \sqrt{2-x}}{x} \geq x.$$

2. Wyznaczyć wszystkie liczby rzeczywiste x , dla których funkcja

$$f(x) = 2^{x^2+2} - 2^{x^2-1} - 2 \cdot 7^{x^2-1}$$

przyjmuje wartości dodatnie.

3. Określić dziedzinę i sporządzić staranny wykres funkcji $f(x) = 1 - \log_3(1-x)$. Za jednostkę przyjąć 2 cm. Znaleźć obraz tego wykresu w symetrii osiowej względem prostej $x = y$ i podać wzór funkcji, której wykresem jest nowo powstała krzywa.

4. Rozwiązać nierówność

$$\sqrt{\log_2(x^2 - 1)} > \log_2 \sqrt{x^2 - 1}.$$

5. Niech $c > 0$ i $c \neq 1$. Znaleźć liczbę naturalną m , dla której suma m początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego $a_n = \log_2(c^n)$, jest 10100 razy większa od sumy wszystkich wyrazów ciągu geometrycznego $b_n = \log_{2^{3^n}}(c)$.

6. Korzystając ze wzoru

$$\sin 5\alpha = 5 \sin \alpha - 20 \sin^3 \alpha + 16 \sin^5 \alpha,$$

obliczyć wartość $\sin \frac{\pi}{5}$. Podać wartości wyrażeń $\cos \frac{\pi}{5}$, $\sin \frac{\pi}{10}$ oraz $\cos \frac{\pi}{10}$. Wyprowadzić wzór na pole dwudziestokąta foremnego wpisanego w okrąg o promieniu r .