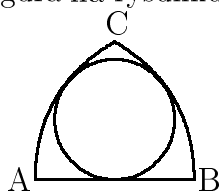


Praca kontrolna nr 2

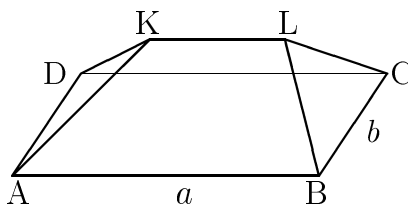
23.1. Czy liczby różnych „słów”, jakie można utworzyć zmieniając kolejność liter w „słowach” TANATAN i AKABARA, są takie same? Uzasadnić odpowiedź. Przez „słowo” rozumiemy tutaj dowolny ciąg liter.

23.2. Reszta z dzielenia wielomianu $x^3 + px^2 - x + q$ przez trójmian $(x+2)^2$ wynosi $(-x+1)$. Wyznaczyć pierwiastki tego wielomianu.

23.3. Figura na rysunku składa się z łuków BC , CA okręgów o promieniu a i środkach odpowiednio w punktach A , B , oraz z odcinka AB o długości a . Obliczyć promień okręgu stycznego do obu łuków oraz do odcinka AB .



23.4. Podstawą pryzmy przedstawionej na rysunku jest prostokąt $ABCD$, którego bok AB ma długość a , a bok BC długość b , gdzie $a > b$. Wszystkie ściany boczne pryzmy są nachylone pod kątem α do płaszczyzny podstawy. Obliczyć objętość tej pryzmy.



23.5. Rozwiązać nierówność

$$\frac{2}{x} < \sqrt{5-x^2}.$$

Rozwiązanie zilustrować wykresami funkcji występujących po obu stronach nierówności. Zaznaczyć na rysunku otrzymany zbiór rozwiązań.

23.6. Ciąg (a_n) jest określony rekurencyjnie warunkami $a_1 = 4$, $a_{n+1} = 1 + 2\sqrt{a_n}$, $n \geq 1$. Stosując zasadę indukcji matematycznej, wykazać, że ciąg (a_n) jest rosnący oraz $4 \leq a_n < 6$ dla $n \geq 1$.

23.7. Na krzywej o równaniu $y = \sqrt{x}$ znaleźć punkt leżący najbliżej punktu $P(0, 3)$. Sporządzić rysunek.

23.8. Wykazać, że dla każdej wartości parametru $\alpha \in \mathbf{R}$ równanie kwadratowe $3x^2 + 4x \sin \alpha - \cos 2\alpha = 0$ ma dwa różne pierwiastki rzeczywiste. Wyznaczyć te wartości parametru α , dla których oba pierwiastki leżą w przedziale $(0, 1)$.