

### WYPEŁNIA ZDAJĄCY

KOD

--	--	--

PESEL

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

**Miejsce na naklejkę.**

Sprawdź, czy kod na naklejce to

**M-100.**

Jeżeli tak – przyklej naklejkę.  
Jeżeli nie – zgłoś to nauczycielowi.

Próbny egzamin maturalny

Formuła 2023

# MATEMATYKA

POZIOM PODSTAWOWY

DATA: **15 marca 2023 r.**

GODZINA ROZPOCZĘCIA: **8:00**

CZAS PRACY: **180 minut**

LICZBA PUNKTÓW DO UZYSKANIA: **46**

### WYPEŁNIA ZESPÓŁ NADZORUJĄCY




Uprawnienia zdającego do:

- ☐ dostosowania zasad oceniania
- ☐ dostosowania w zw. z dyskalkulią
- ☐ nieprzenoszenia zaznaczeń na kartę.

### Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 21 stron (zadania 1–29). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Na pierwszej stronie arkusza oraz na karcie odpowiedzi wpisz swój numer PESEL i przyklej naklejkę z kodem.
3. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadania otwartego może spowodować, że za to rozwiązanie nie otrzymasz pełnej liczby punktów.
4. Rozwiązania zadań i odpowiedzi wpisuj w miejscu na to przeznaczonym.
5. Symbol 

A	B	C	D
---	---	---	---

 zamieszczony w nagłówku zadania oznacza, że rozwiązanie zadania zamkniętego musisz przenieść na kartę odpowiedzi.
6. Odpowiedzi do zadań zamkniętych zaznacz na karcie odpowiedzi w części karty przeznaczonej dla zdającego. Zamaluj  pola do tego przeznaczone. Błędne zaznaczenie otocz kółkiem  i zaznacz właściwe.
7. Nie wpisuj żadnych znaków w tabelkach przeznaczonych dla egzaminatora. Tabelki umieszczone są na marginesie przy odpowiednich zadaniach.
8. Pisz czytelnie i używaj tylko długopisu lub pióra z czarnym tuszem lub atramentem.
9. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
10. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
11. Możesz korzystać z Wybranych wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora prostego.

**Życzymy powodzenia!**

**Zadanie 1. (0-1)**☐ A ☐ B ☐ C ☐ D

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wartość wyrażenia  $(2 - 2^{-2})^{-1}$  jest równa

A.  $\frac{4}{7}$

B.  $1\frac{3}{4}$

C.  $2\frac{1}{4}$

D.  $\frac{4}{9}$

*Brudnopolis***Zadanie 2. (0-1)**☐ A ☐ B ☐ C ☐ D

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wartość wyrażenia  $\frac{2^{21}+4^{10}+8^7}{16^5+32^4}$  jest równa

A. 4

B. 1

C.  $1\frac{1}{2}$

D.  $2\frac{1}{2}$

*Brudnopolis***Zadanie 3. (0-1)**☐ A ☐ B ☐ C ☐ D

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wartość wyrażenia  $\log 2x - 3\log x + \log 5x^2$ , gdzie  $x > 0$  jest równa


A. 4

B. 1

C. -1

D. 2

*Brudnopolis*

**Zadanie 4. (0-1)**A B C D 

Pan Kowalski wpłacił do banku kwotę 30 000 zł. Oprocentowanie wkładu wynosi 3% w skali roku. Bank zagwarantował, że oprocentowanie nie zmieni się przez trzy kolejne lata. Odsetki są naliczane i kapitalizowane co rok (nie uwzględniamy podatku od odsetek).

**Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

Kwota odsetek doliczonych do wkładu ulokowanego przez pana Kowalskiego po trzech latach będzie równa

- A. 2 700 zł      B.  $30\,000 \cdot (1,03)^3$  zł      C.  $30\,000 \cdot (0,03)^3$  zł      D. 2781,81 zł

*Brudnopis*

5

**Zadanie 5. (0-2)**

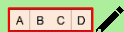
0-1-2

**Dokończ zdanie. Wybierz dwie właściwe odpowiedzi spośród podanych.**

Dla każdej liczby rzeczywistej  $x$  i dla każdej liczby rzeczywistej  $y$  wyrażenie  $(x - y)^2 - (2x + y)^2$  jest równe

- A.  $-3x(x + 2y)$   
B.  $-2x^2 + 2y^2 - 4xy$   
C.  $(x - y)(x + y) - (2x + y)(2x - y)$   
D.  $(x - y)^2 + (-2x - y)^2$   
E.  $-3x^2 - 2y^2$   
F.  $(x - 3y)^2 - 4x^2 - 9y^2$   
G.  $-(y - x)^2 + (-2x + y)^2$

*Brudnopis*



Liczby  $x$  oraz  $y$  spełniają warunek  $x \neq 2y$ .

**Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

Wyrażenie  $\frac{3}{x-2y} - 2$  można przekształcić do postaci

A.  $\frac{1}{x-2y}$

B.  $\frac{3-2x-4y}{x-2y}$

C.  $\frac{3-2x-2y}{x-2y}$

D.  $\frac{3-2x+4y}{x-2y}$

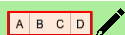
### Brudnopis

7

### Zadanie 7. (0-2)

0-1-2

Wykaż, że dla każdej liczby naturalnej nieparzystej  $n$  wyrażenie  $3n^2 + 6n + 5$  przy dzieleniu przez 12 daje resztę 2.

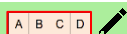
**Zadanie 8. (0-1)**

Dokończ zdanie tak, aby było prawdziwe. Wybierz odpowiedź A, B albo C oraz jej uzasadnienie 1., 2. albo 3.

Układ równań  $\begin{cases} y = -3x + 2 \\ y = (m - 1)x - m \end{cases}$  z niewiadomymi  $x$  oraz  $y$  ma nieskończenie wiele rozwiązań dla

A.	$m = -2$	ponieważ w interpretacji geometrycznej przedstawia	1.	parę różnych prostych równoległych
B.	$m = 1$		2.	parę prostych przecinających się
C.	$m = \frac{4}{3}$		3.	parę prostych pokrywających się

*Brudnopis*

**Zadanie 9. (0-1)**

Dana jest nierówność

$$3 - \frac{x-3}{2} \geq \frac{x+3}{5} - 1$$

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Najmniejszą liczbą całkowitą, która nie spełnia tej nierówności, jest

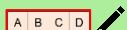
A. 5

B. 7

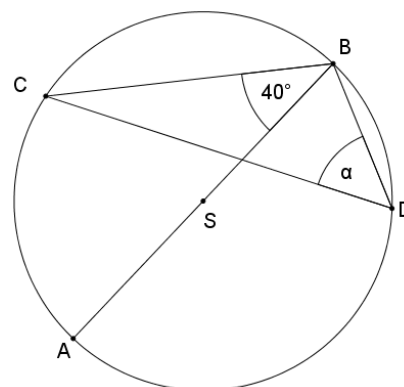
C. 8

D. 4

*Brudnopis*

**Zadanie 10. (0-1)**

Punkty  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$  leżą na okręgu o środku w punkcie  $S$ . Odcinek  $AB$  jest średnicą tego okręgu. Miara kąta  $ABC$  jest równa  $40^\circ$  (zobacz rysunek).



**Dokończ zdanie.**

**Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

Miara kąta  $BDC$  jest równa

A.  $50^\circ$

B.  $40^\circ$

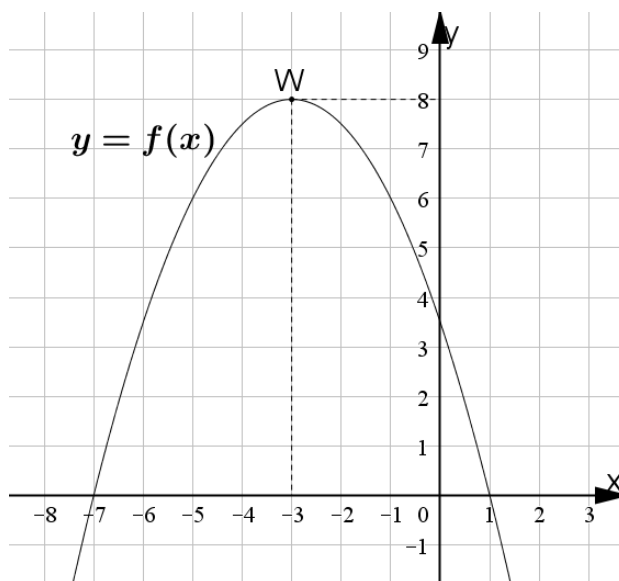
C.  $45^\circ$

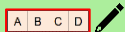
D.  $55^\circ$

*Brudnopis*

**Zadanie 11.**

W kartezjańskim układzie współrzędnych  $(x, y)$  przedstawiono fragment wykresu funkcji kwadratowej  $f(x) = ax^2 + bx + c$ . Wierzchołek paraboli, która jest wykresem funkcji  $f$ , ma współrzędne  $(-3, 8)$ . Parabola ta przecina oś  $OX$  w punktach  $(-7, 0)$  oraz  $(1, 0)$ .



**Zadanie 11.1. (0 – 1)**

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Przedział $(-\infty; 8]$ jest maksymalnym zbiorem, w którym funkcja $f$ jest rosnąca.	P	F
2.	Współczynnik $c$ we wzorze funkcji $f$ jest liczbą dodatnią.	P	F

*Brudnopolis***11.2 Zadanie 11.2. (0-1)**

0-1

Zapisz poniżej zbiór wszystkich wartości  $m$ , dla których nierówność  $f(x) > m$  nie ma rozwiązań.

*Brudnopolis***11.3 Zadanie 11.3. (0-2)**

0-1-2

Wyznacz wzór funkcji kwadratowej  $f$  w postaci iloczynowej.

**Zapisz obliczenia**

**Zadanie 12. (0-1)**

A B C D



Dany jest wielomian  $W$  określony wzorem  $W(x) = x^3 + 5x^2 - 3x - 15$  dla każdej liczby rzeczywistej  $x$ .

**Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

Miejscami zerowymi wielomianu  $W$  są liczby

A.  $-5, 3$

B.  $5, -\sqrt{3}$

C.  $-5, \sqrt{3}, -\sqrt{3}$

D.  $5, \sqrt{3}, -\sqrt{3}$

*Brudnopis***Zadanie 13. (0-1)**

A B C D



**Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

Iloczyn wszystkich rzeczywistych rozwiązań równania  $\frac{(x+3)(2x-1)\left(x+\frac{2}{3}\right)}{(6x+4)\left(x+\frac{1}{2}\right)} = 0$  jest równy

A.  $1$

B.  $-3$

C.  $\frac{3}{2}$

D.  $-1\frac{1}{2}$

*Brudnopis*



14

**Zadanie 14. (0-2)**

0-1-2

Dany jest ciąg arytmetyczny  $(a_n)$ , określony dla każdej liczby naturalnej  $n \geq 1$ .

W tym ciągu  $a_3 = 5$ ,  $a_3 + a_4 = 13$ .

**Dokończ zdanie. Zaznacz dwie odpowiedzi tak, aby dla każdej z nich dokończenie poniższego zdania było prawdziwe.**

Wzór ogólny ciągu  $(a_n)$  może mieć postać

A.  $a_n = 2n + 1$

B.  $a_n = \frac{3n^2 + 2n - 8}{n + 2}$

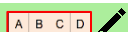
C.  $a_n = (n + 4)(2n - 1)$

D.  $a_n = 3n - 4$

E.  $a_n = 8n - 19$

F.  $a_n = n^2 - 4$

G.  $a_n = 2^n - 3$

*Brudnopis***Zadanie 15. (0-1)**

Czterowyrazowy ciąg  $(-2, 3, x, y)$  jest geometryczny.

**Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

Liczby  $x$  oraz  $y$  są równe

A.  $x = 8$  oraz  $y = 13$

B.  $x = -2$  oraz  $y = \frac{4}{3}$

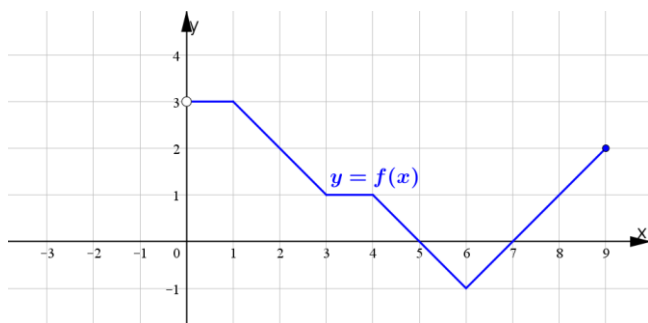
C.  $x = -15$  oraz  $y = 45$

D.  $x = -4,5$  oraz  $y = 6,75$

*Brudnopis*

**Zadanie 16.**

W kartezjańskim układzie współrzędnych  $(x, y)$  przedstawiono wykres funkcji  $y = f(x)$  określonej dla każdej liczby rzeczywistej  $x$  należącej do przedziału  $(0; 9]$ .

**Zadanie 16.1. (0-1)**
☐ A ☐ B ☐ C ☐ D

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Przedział $[-1; 3)$ jest zbiorem wszystkich wartości funkcji $f$ .	P	F
2.	Liczby 1 oraz 3 są miejscami zerowymi funkcji $g(x) = f(x + 4)$	P	F

*Brudnopis***Zadanie 16.2 (0-1)**
☐ A ☐ B ☐ C ☐ D

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Największa wartość funkcji  $f$  w przedziale  $[2; 8]$  jest równa

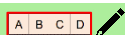
A. 3

B. -1

C. 2

D. 1

*Brudnopis*

**Zadanie 16.3 (0-1)**

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

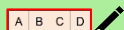
Wartość wyrażenia  $f\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) - f(6)$  jest równa

A.  $\sqrt{2} - 6$

B. 2

C. 3

D. 4

*Brudnopis***Zadanie 17. (0-1)**

Kąt  $\alpha$  jest ostry oraz  $\sin \alpha \cdot \cos \alpha = \frac{1}{3}$ .

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

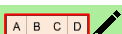
Wartość wyrażenia  $\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} + \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$  jest równa

A. 3

B. 1

C. 2

D.  $\frac{1}{2}$

*Brudnopis***Zadanie 18. (0-1)**

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wszystkich liczb naturalnych czterocyfrowych, w których zapisie dziesiętnym nie występują cyfry 8 i 9, jest

A.  $8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 7$

B.  $6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 7$

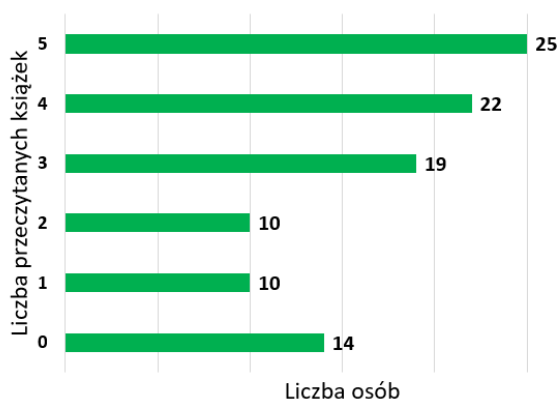
C.  $8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8$

D.  $4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7$

*Brudnopis*

### Zadanie 19.

W grupie 100 osób przeprowadzono sondaż zadając pytanie: Ile książek przeczytałeś/przeczytałaś w 2022 roku? Wyniki sondażu przedstawiono na poniższym wykresie.



### Zadanie 19.1. (0-1)

A B C D

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Mediana liczb przeczytanych książek jest równa

A. 3,5

B. 2,5

C. 5

D. 3

Brudnopis

### Zadanie 19.2. (0-1)

A B C D

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Średnia arytmetyczna przeczytanych książek przez ankietowanych jest równa

A. 3

B. 3,5

C. 4

D. 2,5

Brudnopis

**Zadanie 20. (0-1)**

A B C D

Na płaszczyźnie, w kartezjańskim układzie współrzędnych  $(x, y)$ , dana jest prosta  $k$  o równaniu  $y = \frac{3}{4}x + 2$  oraz punkt  $A = (-2, 3)$ .

**Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

Odległość punktu  $A$  od prostej  $k$  jest równa

A. 2

B. 3

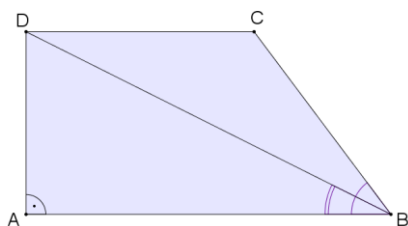
C. 5

D. 6

*Brudnopis***Zadanie 21. (0-1)**

A B C D

W trapezie prostokątnym  $ABCD$ , przedstawionym na poniższym rysunku,  $|DC| = |BC|$  oraz sinus kąta  $ABC$  jest równy  $\frac{4}{5}$ .



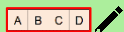
**Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

Tangens kąta  $ABD$  jest równy

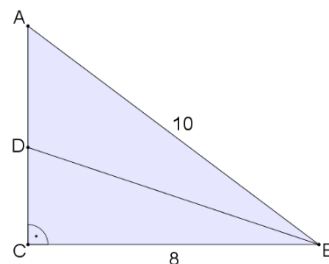
A.  $\frac{4}{3}$ 

B. 0,45

C.  $\frac{1}{3}$ D.  $\frac{1}{2}$ *Brudnopis*

**Zadanie 22. (0-1)**

W trójkącie prostokątnym  $ABC$  przyprostokątna  $BC$  ma długość 8, a przeciwprostokątna  $AB$  ma długość 10. Dwusieczna kąta  $CBA$  przecina przyprostokątną  $AC$  w punkcie  $D$ .



**Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

Długość odcinka  $CD$  jest równa

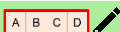
A. 3

B.  $3\frac{1}{2}$

C.  $2\frac{2}{3}$

D. 2

*Brudnopis*

**Zadanie 23. (0-1)**

Punkty  $A, B, C, D, E$  są kolejnymi wierzchołkami pięciokąta foremnego. Spośród tych punktów wybieramy losowo dwa.

**Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

Prawdopodobieństwo wylosowania punktów, które są końcami odcinków będących przekątnymi tego pięciokąta jest równe

A.  $\frac{1}{4}$

B.  $\frac{1}{2}$

C.  $\frac{1}{3}$

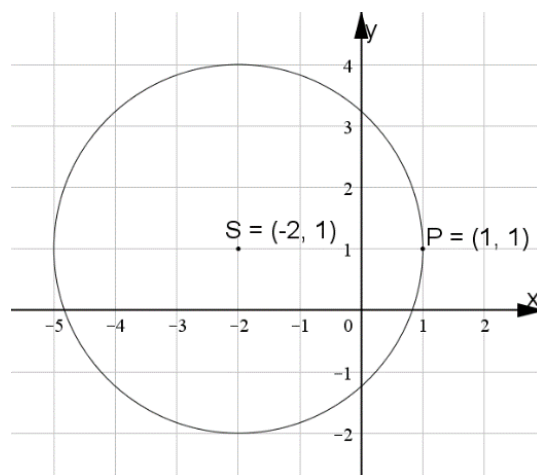
D.  $\frac{3}{5}$

*Brudnopis*

**Zadanie 24. (0-1)**

A B C D

W kartezjańskim układzie współrzędnych  $(x, y)$  przedstawiono okrąg o środku  $S = (-2, 1)$ . Punkt  $P = (1, 1)$  leży na tym okręgu.



Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Równanie okręgu przedstawionego na rysunku ma postać

A.  $(x - 2)^2 + (y + 1)^2 = 3$

C.  $(x - 2)^2 + (y + 1)^2 = 9$

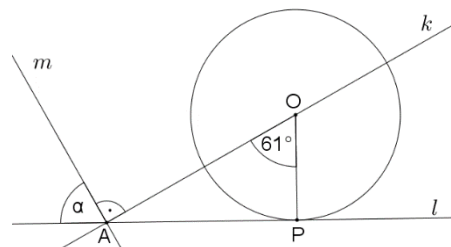
B.  $(x + 2)^2 + (y - 1)^2 = 3$

D.  $(x + 2)^2 + (y - 1)^2 = 9$

*Brudnopis***Zadanie 25. (0-1)**

A B C D

Prosta  $l$  jest styczna w punkcie  $P$  do okręgu o środku  $O$  (zobacz rysunek). Prosta  $k$  przechodząca przez punkt  $O$  przecina prostą  $l$  w punkcie  $A$ . Prosta  $m$  przechodzi przez punkt  $A$  oraz jest prostopadła do prostej  $k$ . Miara kąta  $POA$  jest równa  $61^\circ$ .



Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Miara kąta  $\alpha$  jest równa

A.  $59^\circ$

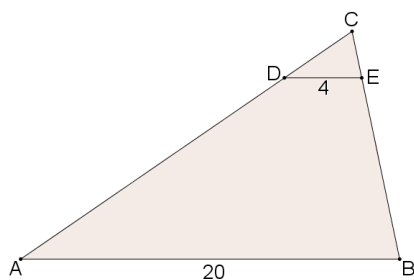
B.  $29^\circ$

C.  $61^\circ$

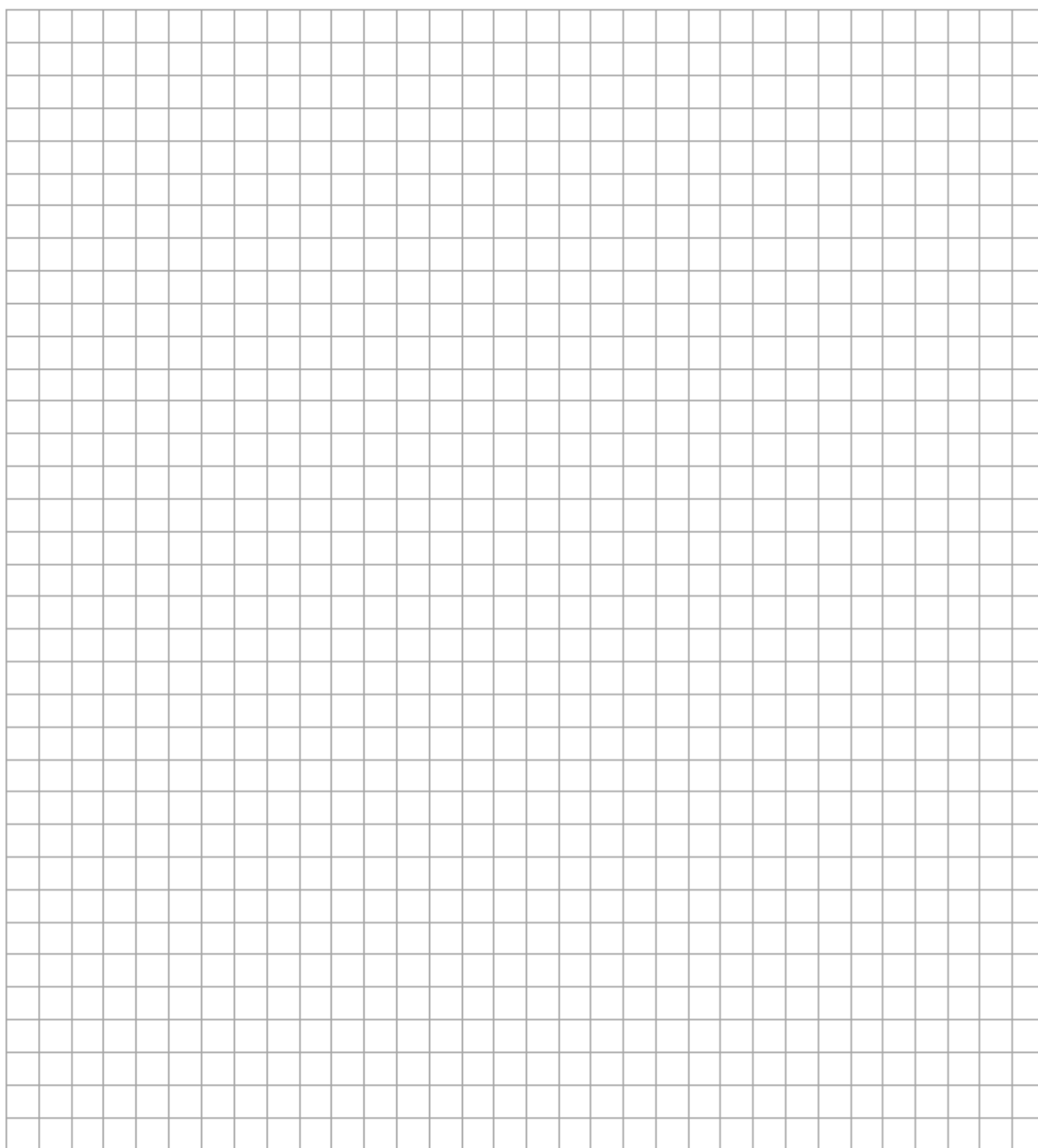
D.  $79^\circ$

*Brudnopis*

Odcinki  $AB$  i  $DE$  są równoległe. Długości odcinków  $AB$  i  $DE$  są odpowiednio równe 20 i 4. Pole trójkąta  $DEC$  jest równe 5. Oblicz pole trapezu  $ABDE$ .



**Zapisz obliczenia**





27

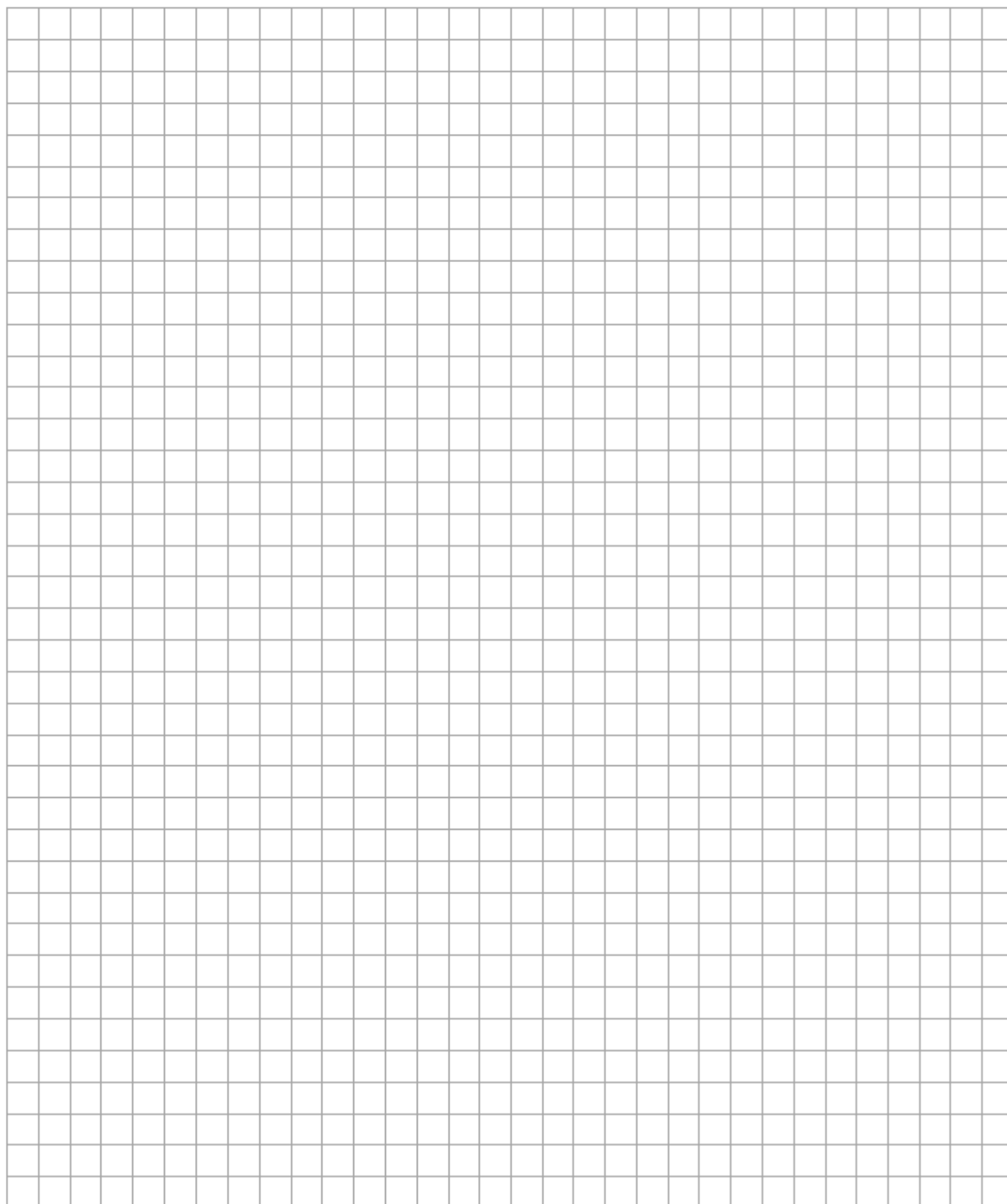
**Zadanie 27. (0-2)**

0-1-2

Dany jest trójkąt  $ABC$ , w którym  $|AB| = 29$ ,  $|AC| = 26$  oraz sinus kąta ostrego  $BAC$  jest równy  $\frac{5}{13}$ .

Oblicz długość boku  $BC$ .

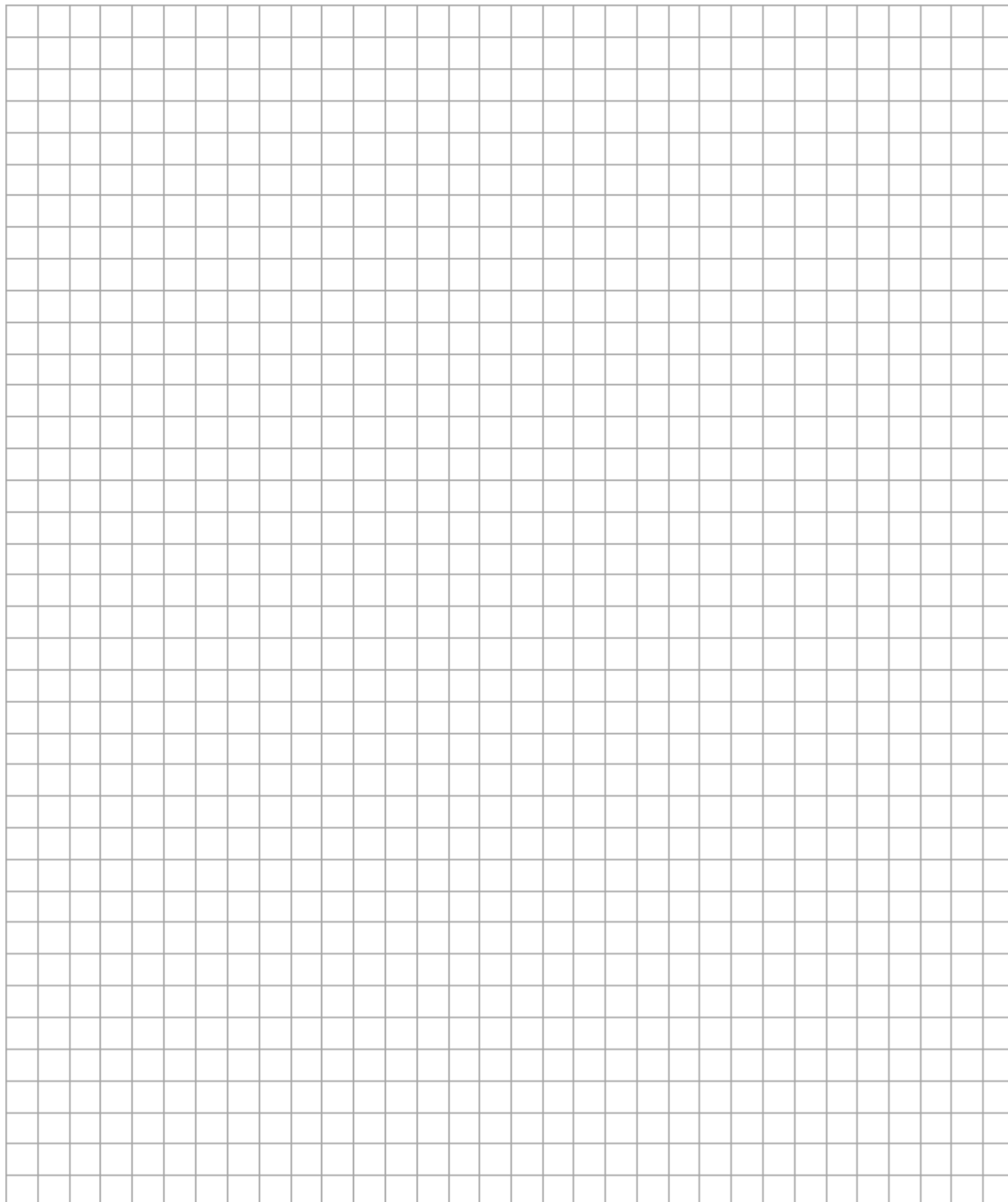
**Zapisz obliczenia.**



Wysokość ostrosłupa prawidłowego trójkątnego jest równa 8 a pole jego podstawy wynosi  $27\sqrt{3}$ .

Oblicz długość krawędzi bocznej tego ostrosłupa.

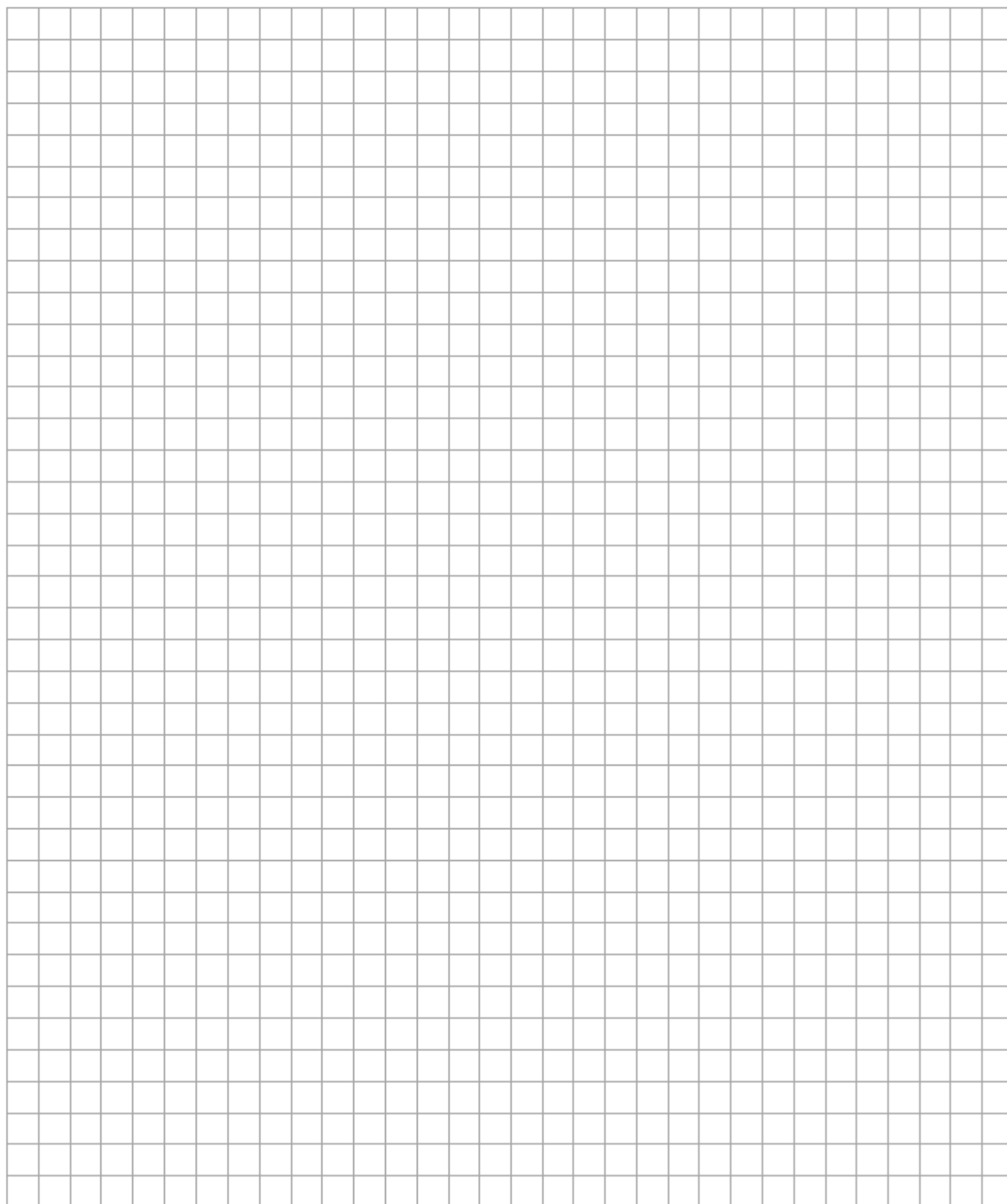
**Zapisz obliczenia.**



### Zadanie 29. (0-4)

**Zapisz obliczenia.**

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, uniform squares formed by thin, light gray lines. There are no margins, text, or other markings on the page.



## WYPEŁNIA ZESPÓŁ NADZORUJĄCY

Uprawnienia zdającego do:

☐

dostosowania zasad oceniania

☐

dostosowania w zw. z dyskalkulią

☐

nieprzenoszenie odpowiedzi na kartę odpowiedzi

## PESEL

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

## WYPEŁNIA ZDAJĄCY

Nr zad.	Odpowiedzi			
1	A	B	C	D
2	A	B	C	D
3	A	B	C	D
4	A	B	C	D
5	Ocena egzaminator			
6	A	B	C	D
7	Ocena egzaminator			
8	A1	A2	A3	B1
	B2	B3	C1	C2
9	A	B	C	D
10	A	B	C	D
11.1	PP	PF	FP	FF

Nr zad.	Odpowiedzi			
11.2	Ocena egzaminator			
11.3	Ocena egzaminator			
12	A	B	C	D
13	A	B	C	D
14	Ocena egzaminator			
15	A	B	C	D
16.1	PP	PF	FP	FF
16.2	A	B	C	D
16.3	A	B	C	D
17	A	B	C	D
18	A	B	C	D
19.1	A	B	C	D

Nr zad.	Odpowiedzi			
19.2	A	B	C	D
20	A	B	C	D
21	A	B	C	D
22	A	B	C	D
23	A	B	C	D
24	A	B	C	D
25	A	B	C	D
26	Ocena egzaminator			
27	Ocena egzaminator			
28	Ocena egzaminator			
29	Ocena egzaminator			

## WYPEŁNIA EGZAMINATOR

Nr zad.	Odpowiedzi		
5	0	1	2
7	0	1	2
11.2	0	1	

Nr zad.	Odpowiedzi		
11.3	0	1	2
14	0	1	2
26	0	1	2

Nr zad.	Odpowiedzi			
27	0	1	2	
28	0	1	2	3
29	0	1	2	3