

PRACA KONTROLNA nr 5

luty 2003r

1. Jakiej długości powinien być pas napędowy, aby można go było użyć do połączenia dwóch kół o promieniach 20 cm i 5 cm, jeśli odległość środków tych kół wynosi 30 cm?
2. Umowa określa wynagrodzenie na kwotę 4000 zł. Składka na ubezpieczenie społeczne wynosi 18,7% tej kwoty, a składka na Kasę Chorych 7,75% kwoty pozostałej po odliczeniu składki na ubezpieczenie społeczne. W celu obliczenia podatku należy od 80% wyjściowej kwoty umowy odjąć składkę na ubezpieczenie społeczne i wyznaczyć 19% pozostałej sumy. Podatek jest różnicą tak otrzymanej liczby i kwoty składki na Kasę Chorych. Ile wynosi podatek?.
3. Przez punkt $P(1, 3)$ poprowadzić prostą l tak, aby odcinek tej prostej zawarty pomiędzy dwiema danymi prostymi $x - y + 3 = 0$ i $x + 2y - 12 = 0$ dzielił się w punkcie P na połowy. Wyznaczyć równanie ogólne prostej l i obliczyć pole trójkąta, jaki prosta l tworzy z danymi prostymi.
4. Podstawą czworościanu jest trójkąt prostokątny ABC o kącie ostrym α i promieniu okręgu wpisanego r . Spodek wysokości opuszczonej z wierzchołka D leży w punkcie przecięcia się dwusiecznych trójkąta ABC , a ściany boczne wychodzące z wierzchołka kąta prostego podstawy tworzą kąt β . Obliczyć objętość tego ostrosłupa.
5. Sporządzić wykres funkcji

$$f(x) = \log_4(2|x| - 4)^2.$$

Odczytać z wykresu wszystkie ekstrema lokalne tej funkcji.

6. Rozwiązać równanie $\cos 2x + \frac{\operatorname{tg} x}{\sqrt{3} + \operatorname{tg} x} = 0$.
7. Dla jakich wartości parametru $a \in \mathbb{R}$ można określić funkcję $g(x) = f(f(x))$, gdzie $f(x) = \frac{x^2}{ax-1}$. Napisać funkcję $g(x)$ w jawnej postaci. Wyznaczyć asymptoty funkcji $g(x)$ dla największej możliwej całkowitej wartości parametru a .
8. Odcinek o końcach $A(0, 3)$, $B(2, y)$, $y \in [0, 3]$, obraca się wokół osi Ox . Wyznaczyć pole powierzchni bocznej powstałej bryły jako funkcję y i znaleźć najmniejszą wartość tego pola. Sporządzić rysunek.