

PRACA KONTROLNA nr 1 - POZIOM ROZSZERZONY

1. Pewna liczba pięciocyfrowa zaczyna się (z lewej strony) cyfrą 8. Jeśli cyfrę tę przestawimy z pierwszej pozycji na ostatnią, to otrzymamy liczbę stanowiącą 16% liczby pierwotnej. Znaleźć tę liczbę.
2. Określić dziedzinę i uprościć następujące wyrażenie:

$$\frac{(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 - 4b}{(a - b) \cdot \left(\sqrt{\frac{1}{b}} + 3\sqrt{\frac{1}{a}}\right)^{-1}} : \frac{a + 9b + 6\sqrt{ab}}{\frac{1}{\sqrt{b}} + \frac{1}{\sqrt{a}}}.$$

Następnie wyznaczyć jego wartość dla $a = \sqrt{4 - 2\sqrt{3}}$ i $b = \sqrt{3} + 1$.

3. Narysować wykres funkcji $f(x) = \min\left\{\frac{2x}{x-1}, x^2\right\}$. Podać wzór funkcji, której wykres jest symetryczny do wykresu funkcji $f(x)$ względem początku układu współrzędnych. Określić liczbę rozwiązań równania $f(x) = m$ w zależności od parametru m .
4. Długości boków trójkąta prostokątnego tworzą ciąg arytmetyczny o różnicy $p > 0$. Obliczyć stosunek promienia okręgu opisanego na tym trójkącie do promienia okręgu wpisanego w ten trójkąt.
5. Dla jakich wartości parametru m suma sześciątów pierwiastków równania

$$x^2 + (m - 1)x + m = \frac{7}{4}$$

należy do przedziału $[-\frac{1}{2}, 0)$?

6. Dane są zbiory

$$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 9 - 4\sqrt{2} \leq x^2 + y^2 < 9 + 4\sqrt{2}\}$$

oraz

$$B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 < 4|x| + 4|y| - 7\}.$$

Narysować starannie zbiór $A \setminus B$ i wyznaczyć jego pole. Zadbać o odpowiednią skalę i czytelność rysunku.

Rozwiązania (rękopis) zadań z wybranego poziomu prosimy nadsyłać do **28 września 2018r.** na adres:

Wydział Matematyki
Politechnika Wrocławska
Wybrzeże Wyspiańskiego 27
50-370 WROCŁAW.

Na kopercie prosimy **koniecznie** zaznaczyć **wybany poziom!** (np. **poziom podstawowy lub rozszerzony**). Do rozwiązań należy dołączyć zaadresowaną do siebie kopertę zwrotną z naklejonym znaczkiem, odpowiednim do wagi listu. Prace niespełniające podanych warunków nie będą poprawiane ani odsyłane.

Uwaga. Wysyłając nam rozwiązania zadań uczestnik Kursu udostępnia nam swoje **dane osobowe**, które przetwarzamy **wyłącznie** w zakresie niezbędnym do jego prowadzenia (odesłanie zadań, prowadzenie statystyki). Szczegółowe informacje o przetwarzaniu przez nas danych osobowych są dostępne na stronie internetowej Kursu.

Adres internetowy Kursu: <http://www.im.pwr.edu.pl/kurs>