

PRACA KONTROLNA nr 6 - POZIOM ROZSZERZONY

1. Rozwiązać i zinterpretować graficznie układ równań
$$\begin{cases} \sqrt{3}|x| + |y| &= 1, \\ x^2 + (y - 1)^2 &= 1. \end{cases}$$
2. Niech $f(x) = \log_2 x$, $g(x) = x + 2$, $h(x) = |x|$.
 - a) Narysować wykresy funkcji $f \circ h \circ g$ oraz $g \circ f \circ h$.
 - b) Rozwiązać nierówność $(f \circ h \circ g)(x) < (g \circ f \circ h)(x)$.
3. Rzucamy kolejno trzy razy kostką do gry. Jakie jest prawdopodobieństwo, że w otrzymanym ciągu są przynajmniej dwie „szóstki” lub suma oczek przekroczy 14?
4. Dany jest wielomian $W(x) = x^3 + ax + b$, gdzie $b \neq 0$. Wykazać, że $W(x)$ posiada pierwiastek podwójny wtedy i tylko wtedy, gdy spełniony jest warunek $4a^3 + 27b^2 = 0$. Wyrazić pierwiastki za pomocą współczynnika b .
5. W ostrosłupie prawidłowym czworokątnym dany jest kąt α nachylenia ściany bocznej do podstawy oraz obwód ściany bocznej równy l . Obliczyć objętość tego ostrosłupa.
6. Narysować staranny wykres funkcji $f(x) = \cos x - \sqrt{3}|\sin x|$ w przedziale $[0, 2\pi]$ i wyznaczyć zbiór jej wartości.
 - a) Posługując się wykresem podać liczbę rozwiązań równania $f(x) = m$ w zależności od parametru rzeczywistego m .
 - b) Rozwiązując odpowiednie równanie i korzystając z wykresu podać rozwiązanie nierówności $f(x) \leq -\sqrt{2}$.