

**LIGA MATEMATYCZNA**  
**im. Zdzisława Matuskiego**  
**STYCZEŃ 2021**  
**SZKOŁA PONADPODSTAWOWA**

**ZADANIE 1.**

Czy istnieją funkcje rzeczywiste  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  takie, że

$$f(x)g(y) = x + y + 1$$

dla dowolnych liczb rzeczywistych  $x, y$ ?

**ZADANIE 2.**

Rozwiąż układ równań

$$\begin{cases} x_1x_2x_3 = 1 \\ x_2x_3x_4 = -1 \\ x_3x_4x_5 = 1 \\ \dots \\ x_{10}x_1x_2 = -1 \end{cases}$$

w zbiorze liczb rzeczywistych.

**ZADANIE 3.**

Czy liczbę 100 można przedstawić w postaci sumy liczb jednocyfrowych lub dwucyfrowych tak, aby użyć każdą z cyfr dokładnie jeden raz?

**ZADANIE 4.**

W zbiorze liczb całkowitych dodatnich rozwiąż równanie

$$9^x - 2^y = 1.$$

**ZADANIE 5.**

W prostokącie  $ABCD$  po jego wewnętrznej stronie budujemy trójkąty równoboczne  $ABE$  oraz  $BCF$ . Wykaż, że trójkąt  $DFE$  jest równoboczny.