

PRACA KONTROLNA nr 4 - POZIOM ROZSZERZONY

1. Janek oszczędza na komputer i w tym celu włożył 4000zł na lokatę roczną. Oprocentowanie tej lokaty wynosi 12% w skali roku, a odsetki kapitalizowane są co miesiąc. Jaki dochód przyniesie Jankowi ta lokata? Czy więcej uzyskałby na lokacie 18%, w której odsetki kapitalizowane są co kwartał?
2. Zbadać monotoniczność ciągu o wyrazach $a_n = \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \dots + \frac{1}{n+n}$. Czy ten ciąg jest ograniczony? Wyznaczyć a_1, a_2 i a_3 .
3. Udowodnić, stosując zasadę indukcji matematycznej, że dla każdej liczby naturalnej n liczba $8^{n+1} + 9^{2n-1}$ jest podzielna przez 73.
4. Obliczyć sumę wszystkich tych pierwiastków równania

$$\sin^2\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + \cos^2\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{7}{4},$$

które należą do przedziału $(-10, 10)$.

5. W trójkąt równoboczny ABC wpisano trzy kwadraty w taki sposób, że jeden z boków każdego kwadratu zawiera się w jednym z boków trójkąta. Środki tych kwadratów tworzą trójkąt równoboczny PQR . Obliczyć stosunek pola trójkąta ABC do pola trójkąta PQR .
6. Krawędź kwadratowej podstawy prostopadłościanu ma długość a . Prostopadłościan przecięto płaszczyzną przechodzącą przez jeden z wierzchołków prostopadłościanu oraz środki dwóch sąsiednich krawędzi przeciwległej podstawy tak, że otrzymany przekrój jest pięciokątem. Obliczyć obwód oraz pole tego pięciokąta, jeżeli płaszczyzna przekroju jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem α .