

## PRACA KONTROLNA nr 6 - POZIOM ROZSZERZONY

1. Trzeci składnik rozwinięcia dwumianu  $\left(\sqrt[3]{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^n$  ma współczynnik równy 45. Wyznaczyć wszystkie składniki tego rozwinięcia, w których  $x$  występuje w potęgze o wykładniku całkowitym.
2. W turnieju szachowym rozgrywanym systemem „każdy z każdym” dwóch uczestników nie ukończyło turnieju, przy czym jeden z nich rozegrał 10 partii, a drugi tylko jedną. Ilu było zawodników i czy wspomniani zawodnicy grali ze sobą, jeżeli rozegrano 55 partii?
3. W pudełku jest 400 kul w tym  $n$  czerwonych. Wybieramy losowo dwie kule. Prawdopodobieństwo wylosowania dwóch kul czerwonych jest równe  $\frac{1}{760}$ .
  - a) Ile kul czerwonych jest w tym pudełku?
  - b) Obliczyć prawdopodobieństwo, że żadna z wylosowanych kul nie jest czerwona.
4. Suma wyrazów nieskończonego ciągu geometrycznego zmniejszy się o 25%, jeżeli wykreślimy z niej składniki o numerach parzystych niepodzielnych przez 4. Obliczyć sumę wszystkich wyrazów tego ciągu wiedząc, że jego drugi wyraz wynosi 1.
5. Stosując zasadę indukcji matematycznej udowodnić prawdziwość wzoru
$$\binom{2}{2} - \binom{3}{2} + \binom{4}{2} - \binom{5}{2} + \dots + \binom{2n}{2} = n^2, \quad n \geq 1.$$
6. Wśród wszystkich bliźniąt 64% stanowią bliźnięta tej samej płci. Prawdopodobieństwo urodzenia chłopca wynosi 0,51. Obliczyć prawdopodobieństwo, że drugie z bliźniąt jest dziewczynką, pod warunkiem, że:
  - a) pierwsze jest dziewczynką,
  - b) pierwsze jest chłopcem.