

## PRACA KONTROLNA nr 1 - POZIOM ROZSZERZONY

1. Statek wyrusza (z biegiem rzeki) z przystani A do odległej o 140 km przystani B. Po upływie 1 godziny wyrusza za nim łódź motorowa, dopędza statek w połowie drogi, po czym wraca do przystani A w tym samym momencie, w którym statek przybija do przystani B. Wyznaczyć prędkość statku i prędkość łodzi w wodzie stojącej, wiedząc, że prędkość nurtu rzeki wynosi 4 km/godz.
2. Narysować wykres funkcji  $f(x) = \min \left\{ x^3, \frac{1}{x} \right\}$  i wyznaczyć jej dziedzinę oraz zbiór wartości. Podać wzór funkcji  $h(x)$ , której wykres jest symetryczny do wykresu  $f(x)$  względem punktu  $(0, 0)$ . Określić liczbę rozwiązań równania  $f(x) = m$  w zależności o parametru  $m$ .
3. Dla jakich wartości rzeczywistego parametru  $p$  równanie  $(p - 1)x^2 - (p + 1)x - 1 = 0$  ma dwa pierwiastki tego samego znaku odległe co najwyżej o 1?
4. Wykresy funkcji  $f(x) = (m - 1)x + 1$  i  $g(x) = \frac{m}{m - 1}x + b$  są prostymi prostopadłymi, a pole trójkąta ograniczonego wykresami tych funkcji i osią  $Ox$  jest równe polu trójkąta ograniczonego tymi wykresami i osią  $Oy$ . Wyznaczyć wzory funkcji  $f$  i  $g$  i obliczyć pole rozważanych trójkątów. Sporządzić rysunek.
5. Obliczyć wartości

$$p = \sqrt{19 - 8\sqrt{3}} - \sqrt[3]{26 - 15\sqrt{3}} \quad \text{ i } \quad q = \frac{14 \log_9 \frac{1}{2} - \log_{\sqrt[3]{3}} \frac{1}{4}}{\log_9 8 + \log_{\sqrt{3}} \frac{1}{2}}.$$

Następnie wyznaczyć wzór i narysować wykres funkcji  $f(x) = \frac{ax + b}{cx + d}$ , wiedząc, że jest on symetryczny względem punktu  $(p, q)$  i przechodzi przez punkt  $(0, 0)$ .

6. Punkt  $D$  dzieli bok  $AB$  trójkąta równobocznego  $ABC$  w stosunku 2:1. Wyznaczyć stosunek długości promienia okręgu wpisanego w trójkąt  $ADC$  do długości promienia okręgu wpisanego w trójkąt  $DBC$ .

---

Rozwiązania (rękopis) zadań z wybranego poziomu prosimy nadsyłać do **28 września 2016r.** na adres:

Wydział Matematyki  
Politechnika Wrocławska  
Wybrzeże Wyspiańskiego 27  
50-370 WROCŁAW.

Na kopercie prosimy **koniecznie** zaznaczyć **wybrany poziom!** (np. **poziom podstawowy lub rozszerzony**). Do rozwiązań należy dołączyć zaadresowaną do siebie kopertę zwrotną z naklejonym znaczkiem, odpowiednim do wagi listu. Prace niespełniające podanych warunków nie będą poprawiane ani odsyłane.

Adres internetowy Kursu: <http://www.im.pwr.edu.pl/kurs>