PRACA KONTROLNA nr 2 - POZIOM PODSTAWOWY

listopad 2007r.

1. Trzy liczby dodatnie tworzą ciąg geometryczny. Suma tych liczb równa jest 26, a suma ich odwrotności wynosi 0.7(2). Wyznaczyć te liczby.

2. Pole powierzchni bocznej ostrosłupa prawidłowego czworokątnego jest 2 razy większe niż pole podstawy. W trójkąt otrzymany w przekroju ostrosłupa płaszczyzną przechodzącą przez jego wysokość i przekątną podstawy wpisano kwadrat, którego jeden bok jest zawarty w przekątnej podstawy. Obliczyć stosunek pola tego kwadratu do pola podstawy ostrosłupa. Sporządzić staranny rysunek.

3. Wykonać działania i zapisać w najprostszej postaci wyrażenie

$$s(a,b) = \left(\frac{a^2+b^2}{a^2-b^2} - \frac{a^3+b^3}{a^3-b^3}\right) : \left(\frac{a^2}{a^3-b^3} - \frac{a}{a^2+ab+b^2}\right).$$

   Wyznaczyć wysokość trójkąta prostokątnego wpisanego w okrąg o promieniu 6 opuszczoną z wierzchołka kąta prostego wiedząc, że tangens jednego z kątów ostrych tego trójkąta równy jest $s(\sqrt{5}+\sqrt{3}, \sqrt{5}-\sqrt{3})$.

4. Wielomian $W(x) = x^3 - x^2 + bx + c$ jest podzielny przez $(x+3)$, a reszta z dzielenia tego wielomianu przez $(x-3)$ równa jest 6. Wyznaczyć b i c, a następnie rozwiązać nierówność $(x+1)W(x-1) - (x+2)W(x-2) \leqslant 0$.

5. W ramach przygotowań do EURO 2012 zaplanowano budowę kompleksu sportowego złożonego z czterech jednakowych hal sportowych w kształcie półkul o środkach w rogach kwadratu o boku 100 m i piątej hali w kształcie półkuli stycznej do czterech pozostałych. Jakie powinny być wymiary tych hal, by koszt ich budowy był najmniejszy, jeżeli wiadomo, że jest on proporcjonalny do pola powierzchni dachu hali?

6. W trójkącie prostokątnym o kącie prostym przy wierzchoku C na przedłużeniu przeciwprostokątnej AB odmierzono odcinek BD tak, że $|BD| = |BC|$. Wyznaczyć $|CD|$ oraz obliczyć pole trójkta $\triangle ACD$, jeżeli $|BC| = 5, |AC| = 12$. Sporządzić staranny rysunek.