Pierwiastki całkowite równania (4) są podzielnikami wyrazu wolnego, tj. liczby 6. Przez podstawienie sprawdzamy bezpośrednio, że liczby -1, 2 i 3 spełniają (4), czyli są wszystkimi pierwiastkami tego równania (mając dwa pierwiastki, np. -1 i 2, trzeci można znaleźć z relacji $x_1x_2x_3 = -6$). Liczby 2 i 3 znajdują się poza przedziałem $(-4, 1)$, czyli leżą poza D. Natomiast $-1 \in (-4, 1)$ oraz $(-1)^3 - (-1)^2 - 3(-1) + 5 = 6 > 0$, czyli liczba -1 jest jedynym pierwiastkiem danego równania.

Odp. Równanie ma tylko jeden pierwiastek i jest nim liczba -1.

Rozwiązanie zadania 22.7

Dziedzinę równania określają warunki

$$D : \begin{cases} \sin x \neq 0 \\ \cos x \neq 0, \end{cases}$$

czyli warunki $x \neq k\pi$ oraz $x \neq \dfrac{\pi}{2} + k\pi$. To daje ostatecznie

$$D : x \neq k\frac{\pi}{2}, \quad k \in \mathbf{Z}.$$

Dla $x \in D$ mnożymy obie strony równania przez $(\sin x \ \cos x)$ i otrzymujemy równanie równoważne

$$\sin x + \cos x = \sqrt{8} \sin x \cos x. \tag{5}$$

Korzystając ze wzoru redukcyjnego oraz wzoru na różnicę cosinusów, mamy $\sin x + \cos x = \cos x - \cos\left(x + \dfrac{\pi}{2}\right) = -2\sin\left(-\dfrac{\pi}{4}\right)\sin\left(x + \dfrac{\pi}{4}\right)$. Ponadto $\sqrt{8}\sin x \cos x = \sqrt{2}\sin 2x$, zatem równanie (5), po podzieleniu obu stron przez $\sqrt{2}$, można zapisać w postaci

$$\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \sin 2x.$$