

PRACA KONTROLNA nr 4 - POZIOM ROZSZERZONY

1. Na ile sposobów można umieścić 6 osób w pokojach dwuosobowych przy założeniu, że pewne dwie ustalone osoby nie chcą mieszkać razem oraz że a) pokoje są jednakowe, a więc ważne jest kto mieszka z kim, ale nieważne w którym pokoju; b) pokoje są istotnie różne, a więc ważne jest kto mieszka w którym pokoju?
2. Rozwiązać następującą nierówność

$$\cos^2 x + \cos^3 x + \cos^4 x + \dots < \cos x + 1$$

dla $x \in [0, 2\pi]$.

3. Pokazać, że dla każdej wartości parametru m wielomian

$$w(x) = x^3 + (2m - 1)x^2 - (3 + 2m)x + 3$$

ma pierwiastek całkowity. Dla jakich wartości parametru m pierwiastki tego wielomianu tworzą ciąg arytmetyczny?

4. Punkt A należy do obszaru kąta o mierze stopniowej 60. Odległości tego punktu od ramion kąta są równe a i b . Wyznaczyć odległość punktu A od wierzchołka kąta. Następnie obliczyć tę odległość dla $a = 2$ i $b = \sqrt{3} - 1$.
5. Z punktu $A(1, 1)$ wychodzą dwie półproste prostopadłe przecinające oś OX układu współrzędnych. Niech F będzie obszarem kąta prostego wyznaczonego przez te półproste, G zaś zbiorem wszystkich punktów o obydwóch współrzędnych nieujemnych. Wyznaczyć położenie półprostych, dla których pole figury $F \cap G$ jest najmniejsze.
6. Znaleźć najmniejszą możliwą objętość stożka opisanego na walcu, którego przekrojem osiowym jest kwadrat o boku 2.

Rozwiązania (rękopis) zadań z wybranego poziomu prosimy nadsyłać do **18 grudnia 2017r.** na adres:

Wydział Matematyki
Politechniki Wrocławskiej
Wybrzeże Wyspiańskiego 27
50-370 WROCŁAW.

Na kopercie prosimy **koniecznie** zaznaczyć **wybrany poziom!** (np. **poziom podstawowy lub rozszerzony**). Do rozwiązań należy dołączyć zaadresowaną do siebie kopertę zwrotną z naklejonym znaczkiem, odpowiednim do wagi listu. Prace niespełniające podanych warunków nie będą poprawiane ani odsyłane.

Adres internetowy Kursu: <http://www.im.pwr.edu.pl/kurs>