

PRACA KONTROLNA nr 3 -POZIOM ROZSZERZONY

1. Na diagramie składającym się z 9 kwadratowych pól w układzie 3×3 zaznaczono w losowo wybranych polach kółko i krzyżyk. Jakie jest prawdopodobieństwo tego, że oba znaki znalazły się na sąsiednich polach tzn. stykających się jednym bokiem.
2. Kąty czworokąta wpisanego w okrąg o promieniu R tworzą ciąg arytmetyczny, którego pierwszy wyraz wynosi $\frac{\pi}{4}$. Przekątna czworokąta leżąca naprzeciw kąta $\frac{\pi}{4}$ jest prostopadła do jednego z boków. Wyznaczyć kąty, obwód oraz pole tego czworokąta.
3. Trójkąt równoramienny o podstawie a i kącie przy wierzchołku 36° obraca się wokół dwusiecznej kąta przy podstawie. Obliczyć objętość powstałej bryły. Skorzystać z twierdzenia o dwusiecznej kąta w trójkącie. Wynik podać bez użycia funkcji trygonometrycznych.
4. Odcinek o końcach $A(1, 1)$ i $B(3, 2)$ jest bokiem prostokąta, którego jeden z wierzchołków leży na prostej $l: x - y + 1 = 0$. Znaleźć współrzędne wierzchołków C i D . Obliczyć cosinus kąta między przekątnymi tego prostokąta. Sporządzić rysunek.
5. Liczba 2 jest pierwiastkiem podwójnym wielomianu $w(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$, a funkcja $f(x) = w(x + 1) + p$ jest nieparzysta. Znaleźć ten wielomian i obliczyć p . Na jednym rysunku sporządzić wykresy funkcji $f(x)$ oraz $h(x) = |w(x)|$.
6. Wyznaczyć dziedzinę funkcji

$$y = \frac{\operatorname{ctg} 4x}{\cos 2x + \cos 6x}.$$