

## PRACA KONTROLNA nr 6 - POZIOM ROZSZERZONY

1. Na nowym osiedlu wybudowano sześć budynków. Każdy zostanie pomalowany na jeden z trzech kolorów, a każdy kolor zostanie wykorzystany co najmniej raz. Ustal, na ile sposobów można pomalować te budynki.

2. Zbadaj, dla jakich argumentów  $x$  funkcja

$$f(x) = 7^{x^4} \cdot 49^x \cdot 5^{2x^3+x^2} - 5^{x^4-2} \cdot 25^{x+1} \cdot 49^{x^3+\frac{1}{2}x^2}$$

przyjmuje wartości dodatnie.

3. Rozwiąż równanie

$$\operatorname{tg}^2 x = (4 \operatorname{tg}^2 x + 3 \operatorname{tg} x - 1)(1 - \operatorname{tg} x + \operatorname{tg}^2 x - \operatorname{tg}^3 x + \dots).$$

4. Wskaż wszystkie wartości  $x$ , dla których suma nieskończonego ciągu geometrycznego

$$S(x) = 2^{-2 \sin 3x} + 2^{-4 \sin 3x} + 2^{-6 \sin 3x} + \dots + 2^{-2n \sin 3x} + \dots$$

nie przekracza jedności.

5. Rozwiąż nierówność logarytmiczną

$$\log_{x+1}(x^3 - x) \geq \log_{x+1}(x + 2) + 1.$$

6. Boki  $\triangle ABC$  zawarte są w prostych  $y = 4$ ,  $y = 1 - mx$  oraz  $y = 2(x - m)$ . Wyznacz wszystkie wymierne wartości parametru  $m$ , dla których pole rozważanego trójkąta wynosi  $|\triangle ABC| = 12$ . Dla każdej wyznaczonej wartości  $m$  wykonaj odpowiedni rysunek.

---

Rozwiązania prosimy nadsyłać do dnia **18 lutego 2016** na adres:

Wydział Matematyki  
Politechniki Wrocławskiej  
Wybrzeże Wyspiańskiego 27  
50-370 Wrocław.

**Na kopercie prosimy koniecznie zaznaczyć wybrany poziom.** Do rozwiązań należy dołączyć zaadresowaną do siebie kopertę zwrotną z naklejonym znaczkiem, odpowiednim do wagi listu. Prace niespełniające podanych warunków nie będą poprawiane ani odsyłane.

Adres internetowy Kursu: <http://www.im.pwr.edu.pl/kurs>