

Praca kontrolna nr 1

1.1. Stop składa się z 40% srebra próby 0,6, 30% srebra próby 0,7 oraz 1 kg srebra próby 0,8. Jaka jest masa i jaka jest próba tego stopu?

1.2. Rozwiązać równanie

$$3^x + 1 + 3^{-x} + \dots = 4,$$

którego lewa strona jest sumą nieskończonego ciągu geometrycznego.

1.3. W trójkącie ABC znane są wierzchołki $A(0, 0)$ oraz $B(4, -1)$. Wiadomo, że w punkcie $H(3, 2)$ przecinają się proste zawierające wysokości tego trójkąta. Wyznaczyć współrzędne wierzchołka C . Sporządzić rysunek.

1.4. Rozwiązać równanie

$$\cos 4x = \sin 3x.$$

1.5. Narysować staranny wykres funkcji

$$f(x) = \left| \log_2(x - 2)^2 \right|.$$

1.6. Rozwiązać nierówność

$$\frac{1}{x^2} \geq \frac{1}{x + 6}.$$

1.7. W ostrosłupie prawidłowym sześciokątnym krawędź podstawy ma długość p , a krawędź boczna długość $2p$. Obliczyć cosinus kąta dwuściennego między sąsiednimi ścianami bocznymi tego ostrosłupa.

1.8. Wyznaczyć równania wszystkich prostych stycznych do wykresu funkcji

$$f(x) = \frac{2x + 10}{x + 4},$$

które są równoległe do prostej stycznej do wykresu funkcji $g(x) = \sqrt{1 - x}$ w punkcie $x = 0$. Rozwiązanie zilustrować rysunkiem.