

**LIGA MATEMATYCZNA**  
**im. Zdzisława Matuskiego**  
**LISTOPAD 2012**  
**SZKOŁA PONADGIMNAZJALNA**

**ZADANIE 1.**

Wykaż, że trójkąt prostokątny o bokach będących liczbami całkowitymi ma obwód, który jest liczbą parzystą.

**ZADANIE 2.**

Wyznacz wszystkie funkcje  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  spełniające warunek

$$f(x+y) - f(x-y) = f(x)f(y)$$

dla każdych liczb rzeczywistych  $x, y$ .

**ZADANIE 3.**

W prostokącie o bokach 10 i 20 wybrano 401 punktów. Wykaż, że istnieje kwadrat o boku 1, do którego należą co najmniej trzy spośród danych punktów.

**ZADANIE 4.**

Kwadrat o polu  $144 \text{ cm}^2$  ma wspólną przekątną z prostokątem. Część wspólna kwadratu i prostokąta ma pole  $96 \text{ cm}^2$ . Oblicz pole prostokąta.

**ZADANIE 5.**

Suma dzielników pewnej liczby naturalnej  $n$ , bez liczby 1 i bez dzielnika będącego liczbą  $n$ , jest równa 41. Znajdź liczbę  $n$  wiedząc, że rozkłada się na trzy czynniki pierwsze, a jednym z nich jest liczba 5.