

LIGA MATEMATYCZNA
im. Zdzisława Matuskiego
LISTOPAD 2018
SZKOŁA PONADPODSTAWOWA

ZADANIE 1.

Wykaż, że istnieje nieskończenie wiele liczb naturalnych, dla których iloczyn cyfr oraz suma cyfr są liczbami pierwszymi.

ZADANIE 2.

Trójkąt ABC podzielono dwiema prostymi, przechodzącymi przez punkty A i B odpowiednio, na cztery części. Pola trzech z nich są równe 3, 4, 6. Oblicz pole czwartej części.

ZADANIE 3.

Danych jest 30 liczb rzeczywistych, których suma jest równa 300. Wykaż, że wśród tych liczb istnieje takich 5 liczb, których suma jest równa co najmniej 50.

ZADANIE 4.

Funkcja $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ spełnia warunek

$$2f(x) + 3f\left(\frac{2010}{x}\right) = 5x$$

dla każdej liczby rzeczywistej dodatniej x . Wyznacz $f(6)$.

ZADANIE 5.

Znajdź wszystkie pary liczb całkowitych dodatnich (x, y) , które spełniają równanie

$$4^x + 260 = y^2.$$