LIGA MATEMATYCZNA
im. Zdzisława Matuskiego
LISTOPAD 2016
SZKOŁA PONADGIMNAZJALNA

ZADANIE 1.
Wewnątrz trójkąta równobocznego ABC znajduje się punkt O. Prosta przechodząca przez punkt O i środek ciężkości G tego trójkąta (punkt przecięcia się środkowych) przecina jego boki lub ich przedłużenia odpowiednio w punktach D, E i F. Wykaż, że

$$\frac{|DO|}{|DG|} + \frac{|EO|}{|EG|} + \frac{|FO|}{|FG|} = 3.$$

ZADANIE 2.
Rozwiąż równanie

$$x(x+1) + (x+1)(x+2) + (x+2)(x+3) + \ldots + (x+14)(x+15) = 2016x + 2017$$

w zbiorze liczb całkowitych.

ZADANIE 3.
Czy wierzchołki ośmiokąta foremnego można tak ponumerować liczbami 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, aby dla dowolnych trzech kolejnych wierzchołków suma ich numerów była większa od 13?

ZADANIE 4.
W liczbie naturalnej, która była co najmniej dwucyfrowa, wykreślono ostatnią cyfrę. Otrzymana liczba jest n razy mniejsza od poprzedniej. Wyznacz najmniejszą i największą możliwą wartość liczby n.

ZADANIE 5.
Rozwiąż układ równań

$$\begin{cases} x^2 + 2 = 2x + y \\ y^2 + 2 = 2y + z \\ z^2 + 2 = 2z + t \\ t^2 + 2 = 2t + u \\ u^2 + 2 = 2u + x. \end{cases}$$