

**LIGA MATEMATYCZNA**  
**im. Zdzisława Matuskiego**  
**LISTOPAD 2017**  
**GIMNAZJUM**

**ZADANIE 1.**

O liczbach  $a, b, c, d$  wiadomo, że

$$\begin{cases} a = bcd \\ a + b = cd \\ a + b + c = d \\ a + b + c + d = 1. \end{cases}$$

Wyznacz te liczby.

**ZADANIE 2.**

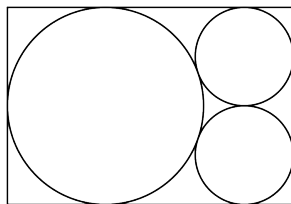
Niech  $p$  będzie liczbą pierwszą taką, że liczba dzielników liczby  $p^6$  jest dzielnikiem tej liczby. Ile dzielników ma liczba  $(p+1)^6$ ?

**ZADANIE 3.**

Dziadek Ani urodził się przed II wojną światową, ale ma mniej niż 90 lat. Gdy w 2007 roku obchodził urodziny, Ania zauważyła, że numer roku był równy numerowi roku urodzenia dziadka powiększonemu o pięciokrotną sumę cyfr roku urodzenia. W którym roku urodził się dziadek Ani?

**ZADANIE 4.**

Dwa jednakowe koła mniejsze i jedno koło większe wpisano w prostokąt w taki sposób, że koła są styczne do boków prostokąta i wzajemnie styczne zewnętrznie. Mniejszy z boków prostokąta ma długość 4. Oblicz obwód prostokąta oraz różnicę między polem prostokąta a sumą pól kół.



**ZADANIE 5.**

Wykaż, że liczba  $4^{202} + 2 \cdot 4^{101} \cdot 6^{101} + 6^{202}$  jest podzielna przez 100.