

PRACA KONTROLNA nr 1 - POZIOM ROZSZERZONY

- Ile jest liczb pięciocyfrowych podzielnych przez 9, które w rozwinięciu dziesiętnym mają:
a) obie cyfry 1, 2 i tylko te? b) obie cyfry 1, 3 i tylko te? c) wszystkie cyfry 1, 2, 3 i tylko te? Odpowiedź uzasadnić. W przypadku b) wypisać otrzymane liczby.
- Pan Kowalski zaciągnął 31 grudnia pożyczkę 4000 złotych oprocentowaną w wysokości 18% w skali roku. Zobowiązał się spłacić ją w ciągu roku w trzech równych ratach płatnych 30 kwietnia, 30 sierpnia i 30 grudnia. Oprocentowanie pożyczki liczy się od 1 stycznia, a odsetki od kredytu naliczane są w terminach płatności rat. Obliczyć wysokość tych rat w zaokrągleniu do pełnych groszy.
- Określić dziedzinę wyrażenia
$$w(x, y) = \frac{x}{x^3 + x^2y + xy^2 + y^3} + \frac{y}{x^3 - x^2y + xy^2 - y^3} + \frac{1}{x^2 - y^2} - \frac{1}{x^2 + y^2} - \frac{x^2 + 2y^2}{x^4 - y^4}.$$
Sprowadzić je do najprostszej postaci i obliczyć $w(\cos 15^\circ, \sin 15^\circ)$.
- Liczba $p = \frac{(\sqrt[3]{54} - 2)(9\sqrt[3]{4} + 6\sqrt[3]{2} + 4) - (2 - \sqrt{3})^3}{\sqrt{3} + (1 + \sqrt{3})^2}$ jest miejscem zerowym funkcji kwadratowej $f(x) = ax^2 + bx + c$. Wyznaczyć współczynniki a, b, c oraz drugie miejsce zerowe tej funkcji wiedząc, że największą wartością funkcji jest 4, a jej wykres jest symetryczny względem prostej $x = 1$.
- Do zbiornika poprowadzono trzy rury. Pierwsza rura potrzebuje do napełnienia zbiornika o 4 godziny więcej niż druga, a trzecia napełnia cały zbiornik w czasie dwa razy krótszym niż pierwsza. W jakim czasie napełnia zbiornik każda z rur, jeżeli wiadomo, że wszystkie trzy rury otwarte jednocześnie napełniają zbiornik w ciągu 2 godzin i 40 minut?
- Z przystani A wyrusza z biegiem rzeki statek do przystani B, odległej od A o 140 km. Po upływie 1 godziny wyrusza za nim łódź motorowa, dopędza statek, po czym wraca do przystani A w tym samym momencie, w którym statek przybija do przystani B. Znaleźć prędkość biegu rzeki, jeżeli wiadomo, że w stojącej wodzie prędkość statku wynosi 16 km/godz, a prędkość łodzi 24 km/godz.