

PRACA KONTROLNA nr 2 - POZIOM ROZSZERZONY

1. Dla jakich wartości rzeczywistego parametru p równanie $(p-1)x^2 - (p+1)x - 1 = 0$ ma dwa różne pierwiastki ujemne?
2. Narysować na płaszczyźnie zbiór $\{(x, y) : \sqrt{x-1} + x \leq 2, 0 \leq y^3 \leq \sqrt{5} - 2\}$ i obliczyć jego pole. Wsk. Obliczyć $a = \left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)^3$.
3. Obliczyć $a = \operatorname{tg} \alpha$, jeżeli $\sin \alpha - \cos \alpha = \frac{1}{5}$ i kąt α spełnia nierówność $\frac{\pi}{4} < \alpha < \frac{\pi}{2}$. Znaleźć promień koła wpisanego w trójkąt prostokątny o polu 25π , wiedząc, że tangens jednego z kątów ostrych tego trójkąta jest równy a .
4. Narysować wykres funkcji $f(x) = 2|x-1| - \sqrt{x^2 + 2x + 1}$. Dla jakiego m pole figury ograniczonej wykresem funkcji f oraz prostą $y = m$ równe jest 32?
5. Wiadomo, że liczby $-1, 3$ są pierwiastkami wielomianu $W(x) = x^4 - ax^3 - 4x^2 + bx + 3$. Wyznaczyć a, b i rozwiązać nierówność $\sqrt{W(x)} \leq x^2 - x$.
6. Narysować wykres funkcji $f(x) = \begin{cases} \frac{x-2}{x}, & \text{gdy } |x-2| \leq 1, \\ \frac{x}{x-2}, & \text{gdy } |x-2| > 1 \end{cases}$
i na jego podstawie wyznaczyć:
 - a) przedziały, na których funkcja f jest malejąca,
 - b) zbiór wartości funkcji $f(x)$,
 - c) zbiór rozwiązań nierówności $|f(x)| \leq \frac{1}{2}$.