Zestaw 14

GIMNAZJUM

1. Liczby x i y spełniają równanie $(x-y)^2+(x+y-4)^2=0$. Wyznacz wartość iloczynu $x\cdot y$.

2. Turysta przeszedł drogę z miasta A do miasta B i z powrotem w ciągu 3 godzin i 41 minut. Droga z A do B wiodła początkowo pod górę, potem po równym terenie, a następnie z góry. Prędkość turysty pod górę wynosi 4 km/h, po równym terenie 5 km/h, a z góry 6 km/h. Odległość z A do B wynosi 9 km. Na jakiej długości droga z miasta A do B wiedzie po równym terenie?

3. Dany jest 18-kąt foremny $A_1A_2 \ldots A_{18}$. Wykaż, że czworokąt ograniczony prostymi A_2A_7, A_3A_{15}, A_6A_{12}, $A_{10}A_{17}$ jest prostokątem. Czy ten prostokąt jest kwadratem?

LICEUM

1. Wykaż, że jeśli $a,b>0$ i $a+b=1$, to

$$\left(1+\frac{1}{a}\right)\left(1+\frac{1}{b}\right)\geq 9$$

2. W turnieju szachowym w grupie A było n zawodników, a w grupie B $2n$ zawodników. W każdej grupie każdy grał z każdym. W grupie B rozegrano k $(k\in N)$ razy więcej meczów niż w grupie A. Wyznacz wszystkie możliwe pary (n,k).

3. Funkcja f, określona w zbiorze liczb rzeczywistych i przyjmująca wartości rzeczywiste, spełnia dla każdego $x>0$ warunek $2f(x)+3f\left(\frac{2010}{x}\right)=5x$. Oblicz $f(6)$.

Rozwiązania należy oddać do piątku 8 maja do godziny 15.00 koordynatorowi konkursu panu Jarosławowi Szczepaniakowi lub swojemu nauczycielowi matematyki.

Na stronie internetowej szkoły w zakładce Konkursy i olimpiady można znaleźć wyniki dotychczasowych rund i rozwiązania zadań.

Projekt realizowany pod patronatem Dziekana Wydziału Matematyki i Informatyki Uniwersytetu Jagiellońskiego.