

## PRACA KONTROLNA nr 1 - POZIOM ROZSZERZONY

1. W pierwszym naczyniu było  $a$  litrów  $p$ -procentowego kwasu siarkowego, w drugim natomiast  $b$  litrów  $q$ -procentowego kwasu siarkowego. Z obu naczyń odlano równe objętości roztworów, a następnie roztwór odlany z drugiego naczynia wlało do pierwszego, a odlany z pierwszego wlało do drugiego naczynia. Okazało się, że po wymieszaniu stężenia roztworów w obu naczyniach były równe. Jakie ilości roztworów odlano z każdego z naczyń?
2. Uprość wyrażenie (dla tych  $x, y$ , dla których ma ono sens)

$$\left( \frac{1}{\sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{y}} - \frac{3\sqrt[3]{xy}}{x - y} - \frac{\sqrt[3]{y} - \sqrt[3]{x}}{\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{xy} + \sqrt[3]{y^2}} \right) \cdot \frac{x - y}{4\sqrt[3]{xy}}.$$

Następnie oblicz jego wartość dla  $x = 5\sqrt{2} - 7$  i  $y = 5\sqrt{2} + 7$ .

3. Narysuj wykres funkcji  $f(x) = \sin^2 x + \sin x \cos x$ . Wyznacz zbiór jej wartości i rozwiąż nierówność  $f(x) \geq 1$ .
4. Niech  $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : |x - 1| + |y - 1| \leq 3\}$  oraz  $B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : |x - y| \leq |x + y|\}$ . Zaznacz na płaszczyźnie zbiór  $A \cap B$  i oblicz jego pole.
5. W romb  $ABCD$  o boku  $a$  i kącie ostrym  $\alpha$  wpisano trójkąt  $APQ$  tak, że punkt  $P$  leży na boku  $BC$  a punkt  $Q$  na boku  $DC$ , przy czym  $|PC| = |DQ| = x$ . Dla jakiego  $x$  pole trójkąta jest najmniejsze?
6. W ostrosłupie prawidłowym trójkątnym ściana boczna jest nachylona do podstawy pod kątem  $\alpha$ . Wyznacz kąt między ścianami bocznymi.

---

Rozwiązania (rękopis) zadań z wybranego poziomu prosimy nadsyłać do **28 września 2020r.** na adres:

Wydział Matematyki  
Politechnika Wrocławska  
Wybrzeże Wyspiańskiego 27  
50-370 WROCŁAW.

Na kopercie prosimy **koniecznie** zaznaczyć **wybrany poziom!** (np. **poziom podstawowy lub rozszerzony**). Do rozwiązań należy dołączyć zaadresowaną do siebie kopertę zwrotną z naklejonym znaczkiem, odpowiednim do formatu listu. Polecamy stosowanie kopert formatu C5 (160x230mm) ze znaczkiem o wartości 3,30 zł. Na każdą większą kopertę należy nakleić droższy znaczek. Prace niespełniające podanych warunków nie będą poprawiane ani odsyłane.

**Uwaga.** Wysyłając nam rozwiązania zadań uczestnik Kursu udostępnia Politechnice Wrocławskiej swoje **dane osobowe**, które przetwarzamy **wyłącznie** w zakresie niezbędnym do jego prowadzenia (odesłanie zadań, prowadzenie statystyki). Szczegółowe informacje o przetwarzaniu przez nas danych osobowych są dostępne na stronie internetowej Kursu.

Adres internetowy Kursu: <http://www.im.pwr.edu.pl/kurs>