

LIGA MATEMATYCZNA
im. Zdzisława Matuskiego
LISTOPAD 2021
SZKOŁA PONADPODSTAWOWA

ZADANIE 1.

W każdym wierzchołku dziesięciokąta napisano jedną z liczb: 1, 2, 3, 4, 5. Każdy bok dziesięciokąta ma długość równą sumie liczb napisanych na końcach tego boku. Uzasadnij, że przynajmniej dwa boki mają równe długości.

ZADANIE 2.

Wyznacz długości boków trójkąta prostokątnego, jeżeli są one liczbami naturalnymi, a liczby oznaczające pole i obwód spełniają warunek: pole jest równe podwojonemu obwodowi.

ZADANIE 3.

Punkty M i N są środkami boków BC i CD równoległoboku $ABCD$. Niech K i L będą punktami przecięcia przekątnej BD odpowiednio przez proste AM i AN . Wykaż, że punkty K i L dzielą przekątną BD na trzy równe części. Jaką częścią pola równoległoboku $ABCD$ jest pole pięciokąta $LKMCN$?

ZADANIE 4.

Czy istnieją takie liczby całkowite a, b, c, d, e, f , że $a - b, b - c, c - d, d - e, e - f, f - a$ wypisane w pewnym porządku są kolejnymi liczbami całkowitymi? Odpowiedź uzasadnij.

ZADANIE 5.

W zbiorze liczb rzeczywistych rozwiąż układ równań

$$\begin{cases} x^2 + x + y = y^3 \\ y^2 + y + x = x^3. \end{cases}$$