

LIGA MATEMATYCZNA
im. Zdzisława Matuskiego
LISTOPAD 2012
SZKOŁA PONADGIMNAZJALNA

ZADANIE 1.

Wykaż, że trójkąt prostokątny o bokach będących liczbami całkowitymi ma obwód, który jest liczbą parzystą.

ZADANIE 2.

Wyznacz wszystkie funkcje $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ spełniające warunek

$$f(x+y) - f(x-y) = f(x)f(y)$$

dla każdych liczb rzeczywistych x, y .

ZADANIE 3.

W prostokącie o bokach 10 i 20 wybrano 401 punktów. Wykaż, że istnieje kwadrat o boku 1, do którego należą co najmniej trzy spośród danych punktów.

ZADANIE 4.

Kwadrat o polu 144 cm^2 ma wspólną przekątną z prostokątem. Część wspólna kwadratu i prostokąta ma pole 96 cm^2 . Oblicz pole prostokąta.

ZADANIE 5.

Suma dzielników pewnej liczby naturalnej n , bez liczby 1 i bez dzielnika będącego liczbą n , jest równa 41. Znajdź liczbę n wiedząc, że rozkłada się na trzy czynniki pierwsze, a jednym z nich jest liczba 5.