

PRACA KONTROLNA nr 3

grudzień 2005r

1. Drogę z miasta A do miasta B rowerzysta pokonuje w ciągu 3 godzin. Po długotrwałych deszczach stan $\frac{3}{5}$ drogi pogorszył się na tyle, że na tym odcinku rowerzysta może jechać z prędkością o 4 km/h mniejszą. By czas podróży z A do B nie uległ zmianie, zmuszony jest na pozostałym odcinku zwiększyć prędkość o 12 km/h. Jaka jest odległość z A do B i z jaką prędkością jeździł rowerzysta przed ulewami?
2. Niech $f(x) = |4 - |x - 2|| + 1$. Sporządzić staranny wykres funkcji f i posługując się nim:
a) wyznaczyć najmniejszą i największą wartość funkcji f w przedziale $[0, 7]$, b) podać równanie osi symetrii wykresu funkcji f , c) wyznaczyć $a > 0$ tak, aby pole figury ograniczonej osiami układu, wykresem funkcji f oraz prostą $x = a$ było równe 32.
3. Promień światła przechodzi przez punkt $A(1, 1)$, odbija się od prostej o równaniu $y = x - 2$ (zgodnie z zasadą mówiącą, że kąt padania jest równy kątowi odbicia) i przechodzi przez punkt $B(4, 6)$. Wyznaczyć współrzędne punktu odbicia P oraz równania prostych, po których biegnie promień przed i po odbiciu.
4. Na egzaminie uczeń wybiera losowo 4 pytania z zestawu egzaminacyjnego liczącego 40 pytań. Aby zdać egzamin należy poprawnie odpowiedzieć na co najmniej dwa pytania. Jakie jest prawdopodobieństwo zdania egzaminu przez ucznia znającego odpowiedzi na 40% pytań z zestawu egzaminacyjnego?
5. W ciągu arytmetycznym (a_n) mamy $a_1 + a_3 = 3$ oraz $a_1 a_4 = 1$. Dla jakich n prawdziwa jest nierówność $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n \leq 93$?
6. Trójkąt prostokątny o przyprostokątnych a, b obracamy wokół środkowej najdłuższego boku. Obliczyć objętość otrzymanej bryły.
7. Korzystając z zasady indukcji matematycznej wykazać, że dla każdej liczby naturalnej n liczba $7^n - (-3)^n$ dzieli się przez 10.
8. Dla jakich wartości parametru rzeczywistego m równanie

$$2^{2x} - 2(m - 1)2^x + m^2 - m - 2 = 0$$

ma dokładnie jeden pierwiastek rzeczywisty?

9. Wśród graniastosłupów prawidłowych sześciokątnych o danym polu powierzchni całkowitej $S = 27\sqrt{3} \text{ dm}^2$ wskazać graniastosłup o największej objętości. Podać objętość tego graniastosłupa z dokładnością do 1 ml.