

PRACA KONTROLNA nr 1 - POZIOM ROZSZERZONY

1. Z przystani A wyrusza z biegiem rzeki statek do przystani B, odległej od A o 140 km. Po upływie 1 godziny wyrusza za nim łódź motorowa, dopędza statek w połowie drogi, po czym wraca do przystani A w tym samym momencie, w którym statek przybija do przystani B. Wyznaczyć prędkość statku i prędkość łodzi w wodzie stojącej wiedząc, że prędkość biegu rzeki wynosi 4 km/godz.
2. Niech $a(x) = \frac{\sqrt{x-1} + 1}{x-2}$. Dla jakich liczb rzeczywistych x zarówno wartość $a(x)$ jak i jej odwrotność są mniejsze niż 2?
3. Wyznaczyć cosinus kąta między ścianami ośmiościanu foremnego. Obliczyć stosunek długości promienia kuli wpisanej do długości promienia kuli opisanej na tej bryle. Sporządzić odpowiednie rysunki.
4. Liczby: $a = 4 \cos^2 \frac{\pi}{12} - \operatorname{tg} \frac{\pi}{3}$, $b = \frac{(\sqrt[3]{2})^{54} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^{-6} - (2\sqrt{2})^{12} \cdot (\sqrt[3]{3})^6}{2^3 \cdot \left(\sqrt[3]{\frac{1}{32}}\right)^{-12} + (4\sqrt{2})^8}$ są odpowiednio pierwszym i piątym wyrazem nieskończonego, malejącego ciągu geometrycznego. Obliczyć wyraz piętnasty oraz sumę wszystkich wyrazów tego ciągu. Ile początkowych wyrazów tego ciągu należy wziąć, by ich suma przekroczyła 85% sumy wszystkich wyrazów?
5. Każda z przekątnych trapezu ma długość 5, jedna z podstaw ma długość 2, a pole równe jest 12. Obliczyć promień okręgu opisanego na tym trapezie. Sporządzić rysunek.
6. Jednym z boków trójkąta ABC jest odcinek AB , gdzie $A(1, 2)$, $B(3, 1)$. Wyznaczyć równanie zbioru wszystkich punktów C takich, że kąt BCA ma miarę 45° oraz opisać konstrukcję wszystkich trójkątów równoramiennych spełniających warunek ten warunek. Sporządzić rysunek.