

**LIGA MATEMATYCZNA**  
**im. Zdzisława Matuskiego**  
**PAŹDZIERNIK 2020**  
**SZKOŁA PONADPODSTAWOWA**

**ZADANIE 1.**

Czy istnieją liczby naturalne  $a, b, c, d$  takie, że  $a + b + c + d = 478$  oraz  $abcd = 132706$ ?

**ZADANIE 2.**

W kwadracie o boku o długości 1 danych jest  $2n + 1$  punktów, z których żadne trzy nie są współliniowe. Udowodnij, że trzy spośród nich są wierzchołkami trójkąta o polu nie większym niż  $\frac{1}{2n}$ .

**ZADANIE 3.**

Dwa trójkąty równoboczne mają boki równoległe i wspólne ortocentrum. Pole jednego z nich jest dwa razy większe niż pole drugiego, a bok mniejszego trójkąta ma długość 1. Oblicz odległość między równoległymi bokami.

**ZADANIE 4.**

W zbiorze liczb rzeczywistych rozwiąż układ równań, gdy  $n > 3$ ,

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = x_3 \\ x_2 + x_3 = x_4 \\ x_3 + x_4 = x_5 \\ \dots \\ x_{n-2} + x_{n-1} = x_n \\ x_{n-1} + x_n = x_1 \\ x_n + x_1 = x_2. \end{cases}$$

**ZADANIE 5.**

Niech  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  będzie funkcją spełniającą warunki

- $f(0) = 2020$ ;
- $f(x + 2) = \frac{f(x)}{5f(x) - 1}$ .

Oblicz  $f(2020)$ .