

PRACA KONTROLNA nr 1 - POZIOM ROZSZERZONY

1. Niech $A = \{(x, y) : y \geq |x - 2| - 1\}$, $B = \{(x, y) : y + \sqrt{4x - x^2 - 3} \leq 2\}$. Narysować na płaszczyźnie zbiór $A \cap B$ i obliczyć jego pole.
2. Pole powierzchni bocznej ostrosłupa prawidłowego trójkątnego jest k razy większe niż pole jego podstawy. Obliczyć cosinus kąta nachylenia krawędzi bocznej ostrosłupa do płaszczyzny podstawy.
3. Dane są liczby: $m = \frac{\binom{6}{4} \cdot \binom{8}{2}}{\binom{7}{3}}$, $n = \frac{(\sqrt{2})^{-4} \left(\frac{1}{4}\right)^{-\frac{5}{2}} \sqrt[4]{3}}{\left(\sqrt[4]{16}\right)^3 \cdot 27^{-\frac{1}{4}}}$. Wyznaczyć k tak, by liczby m, k, n były odpowiednio: pierwszym, drugim i trzecim wyrazem ciągu geometrycznego, a następnie wyznaczyć sumę wszystkich wyrazów nieskończonego ciągu geometrycznego, którego pierwszymi trzema wyrazami są m, k, n . Ile wyrazów tego ciągu należy wziąć, by ich suma przekroczyła 95% sumy wszystkich wyrazów?
4. Narysować wykres funkcji $f(x) = \begin{cases} |3^x - 1| & \text{dla } x \leq 1 \\ \frac{3-x}{x} & \text{dla } x > 1 \end{cases}$. Posługując się nim podać wzór i narysować wykres funkcji $g(m)$ określającej liczbę rozwiązań równania $f(x) = m$, gdzie m jest parametrem rzeczywistym.
5. Obliczyć tangens kąta wypukłego α spełniającego warunek $\sin \alpha - \cos \alpha = 2\sqrt{6} \sin \alpha \cos \alpha$.
6. W trójkącie równoramiennym ABC o podstawie AB ramię ma długość b , a kąt przy wierzchołku C - miarę γ . D jest takim punktem ramienia BC , że odcinek AD dzieli pole trójkąta na połowę. Wyznaczyć promienie ρ_1, ρ_2 okręgów wpisanych w trójkąty ABD i ADC . Dla jakiego kąta γ promienie te są równe, a dla jakiego $\rho_1 = 2\rho_2$?