

PRACA KONTROLNA nr 7 - POZIOM PODSTAWOWY

1. Wyznaczyć rozwiązanie ogólne równania

$$\sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) = \cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right),$$

a następnie podać rozwiązania w przedziale $[-2\pi, 2\pi]$.

2. Wyrażenie

$$\left(\frac{a-2b}{\sqrt[3]{a^2}-\sqrt[3]{4b^2}} + \frac{\sqrt[3]{2a^2b} + \sqrt[3]{4ab^2}}{\sqrt[3]{a^2} + \sqrt[3]{4b^2} + \sqrt[3]{16ab}}\right) : \frac{a\sqrt[3]{a} + b\sqrt[3]{2b} + b\sqrt[3]{a} + a\sqrt[3]{2b}}{a+b}$$

sprowadzić do najprostszej postaci. Przy jakich założeniach ma ono sens?

3. Narysować wykres funkcji $f(x) = 2|x| - \sqrt{x^2 + 4x + 4}$ oraz wyznaczyć najmniejszą i największą wartość funkcji $|f(x)|$ w przedziale $[-1, 2]$. Dla jakiego m pole figury ograniczonej wykresem funkcji $|f(x)|$ i prostą $y = m$ równe jest 16?
4. Rozwiązać układ równań

$$\begin{cases} x^2 - 4y^2 + 8y = 4 \\ x^2 + y^2 - 2y = 4 \end{cases}$$

Podać interpretację geometryczną tego układu i obliczyć pole czworokąta, którego wierzchołkami są cztery punkty będące jego rozwiązaniem.

5. W trapezie równoramiennym $ABCD$, w którym $BC \parallel AD$ dane są $\overrightarrow{AB} = [1, -2]$ oraz $\overrightarrow{AD} = [1, 1]$. Obliczyć pole trapezu i wyznaczyć kąt między jego przekątnymi.
6. W ostrosłupie prawidłowym trójkątnym cosinus kąta nachylenia ściany bocznej do podstawy równy jest $\frac{1}{9}$. Obliczyć stosunek pola powierzchni całkowitej do pola podstawy. Wykorzystując wzór $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$, wyznaczyć sinus kąta między ścianami bocznymi tego ostrosłupa. Sporządzić rysunki.