

**PRACA KONTROLNA nr 1 - POZIOM PODSTAWOWY**

- Ile jest liczb pięciocyfrowych podzielnych przez 9, które w rozwinięciu dziesiętnym mają:  
a) obie cyfry 1, 2 i tylko te? b) obie cyfry 1, 3 i tylko te? c) wszystkie cyfry 1, 2, 3 i tylko te? Odpowiedź uzasadnić. W przypadku b) wypisać otrzymane liczby.
- Uprościć wyrażenie  $w(x) = 9x^2 - \sqrt{(-9x^2)^2} + 3x - \sqrt{9x^2}$ , a następnie:  
a) obliczyć  $w\left(\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1}\right)$  oraz  $w\left(\frac{1}{1-\sqrt{3}}\right)$  i wynik podać bez niewymierności w mianowniku.  
b) wyznaczyć liczbę  $b$  tak, by pole obszaru ograniczonego osiami układu współrzędnych i wykresem funkcji  $f(x) = w(x) + b$  było równe 3. Sporządzić wykres funkcji  $f(x)$ .
- Sprawdzić, że liczby:  $k = \frac{(\sqrt{2})^{-4}\left(\frac{1}{4}\right)^{-\frac{5}{2}}\sqrt[4]{3}}{\left(\sqrt[4]{16}\right)^3 \cdot 27^{-\frac{1}{4}}}$ ,  $n = (\sqrt{3} - \sqrt{2})^2 + (\sqrt{6} + 1)^2$  są całkowite i dodatnie. Wyznaczyć  $m$  tak, by liczby  $k, m, n$  były odpowiednio: pierwszym, drugim i trzecim wyrazem rosnącego ciągu geometrycznego. Ile trzeba wziąć początkowych wyrazów tego ciągu, by ich suma przekroczyła 100?
- Miejscowości  $A(1, 1)$  i  $B(3, 3)$  chcą wspólnie wybudować oczyszczalnię ścieków. Zaznaczyć na płaszczyźnie zbiór możliwych punktów umiejscowienia oczyszczalni wiedząc, że powinna ona być jednakowo oddalona od każdej z miejscowości i odległość ta nie może przekraczać 2. Ponadto odległość oczyszczalni od prostoliniowego odcinka rzeki łączącej punkty  $D(-2, -\frac{3}{2})$  i  $E(4, 3)$  nie powinna być mniejsza niż 1. Rozwiązanie zilustrować rysunkiem.
- Jaką bryłę otrzymujemy łącząc środki ścian sześcianu? Obliczyć stosunek objętości tej bryły do objętości wyjściowego sześcianu.
- Wysokość opuszczona na ramię trójkąta równoramiennego dzieli jego pole w stosunku 1 : 3. Wyznaczyć tangens kąta przy podstawie oraz stosunek długości promienia okręgu wpisanego do długości promienia okręgu opisanego na tym trójkącie. Sporządzić odpowiednie rysunki.