

**LIGA MATEMATYCZNA**  
**im. Zdzisława Matuskiego**  
**PAŹDZIERNIK 2022**  
**SZKOŁA PONADPODSTAWOWA**

**ZADANIE 1.**

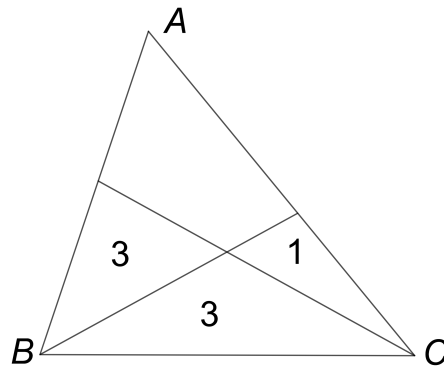
Czy istnieją liczby całkowite  $x, y, z$  takie, że  $(3x - 5y)(7y - 3z)(3z - x) = 20222023$ ?

**ZADANIE 2.**

Pola szachownicy  $9 \times 9$  pokolorowano w tradycyjny sposób, ale jej narożne pola są białe. Ruch polega na wybraniu dwóch sąsiednich pól i przemalowaniu ich na przeciwny kolor (to znaczy: jeżeli wybrane pole jest białe, to zmieniamy jego kolor na czarny, a gdy pole jest czarne, to zmieniamy jego kolor na białe). Czy można dobierać ruchy tak, aby w pewnym momencie wszystkie pola były czarne?

**ZADANIE 3.**

Wierzchołki  $B, C$  trójkąta  $ABC$  połączono odcinkami z przeciwległymi bokami otrzymując małe trójkąty o polach 3, 3 i 1 (jak na rysunku). Oblicz pole trójkąta  $ABC$ .



**ZADANIE 4.**

Przedstaw liczbę 2023 jako różnicę kwadratów dwóch liczb naturalnych.

**ZADANIE 5.**

W zbiorze liczb rzeczywistych rozwiąż układ równań

$$\begin{cases} x_1(x_1 + x_2 + x_3 + x_4) = 1 \\ (x_1 + x_2)(x_2 + x_3 + x_4) = 1 \\ (x_1 + x_2 + x_3)(x_3 + x_4) = 1 \\ (x_1 + x_2 + x_3 + x_4)x_4 = 1. \end{cases}$$