

KLASY PIERWSZE I DRUGIE

- 1. Dziadek ma dwa razy tyle lat, ile miała babcia wtedy, gdy dziadek miał tyle, ile babcia ma teraz. Razem mają 140 lat. Po ile lat liczy każde z nich?
- 2. Udowodnij, że każdą liczbę naturalną można przedstawić w postaci ilorazu kwadratu pewnej liczby naturalnej i sześcianu pewnej liczby naturalnej.
- 3. Rozszyfruj poniższy przykład na dodawanie, w którym jednakowym literom odpowiadają jednakowe cyfry, a różnym literom różne cyfry (wystarczy podać rozwiązanie bez uzasadnienia, że jest ono jedynym).

KLASY TRZECIE

- 1. Na ile sposobów można n kul rozmieścić w n pudełkach tak, żeby dokładnie dwa pudełka zostały puste? Załóż, że $n \geq 3$ oraz zarówno kule jak i pudełka są między sobą rozróżnialne.
- 2. Dany jest prawidłowy ostrosłup czworokątny. Pole przekroju płaszczyzną przechodzącą przez przekątną podstawy i równoległą do krawędzi bocznej skośnej względem tej przekątnej jest równe P. Pole przekroju płaszczyzną przechodzącą przez środki dwóch sąsiednich boków podstawy i środek wysokości ostrosłupa wynosi S. Oblicz iloraz $\frac{P}{S}$.
- 3. Dla jakich $x \in \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ liczby

$$tg(x), 1, \frac{\cos(x)}{1+\sin(x)}$$

w podanej kolejności są trzema początkowymi wyrazami rosnącego ciągu arytmetycznego (a_n) ? Dla dowolnego $n \in N$ oblicz sumę $a_n + a_{n+1} + \cdots + a_{2n}$.