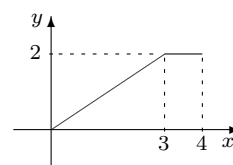


## EGZAMIN WSTĘPNY Z MATEMATYKI

Egzamin składa się z 30 zadań. Zadania 1–10 oceniane będą w skali 0–2 punkty, zadania 11–30 w skali 0–4 punkty. Czas trwania egzaminu — 240 minut.

*Powodzenia!*

1. Rozwiązać nierówność  $2^{|x+1|} \leq 0,9$ .
2. Obliczyć resztę z dzielenia wielomianu  $w(x) = x^{101} - x + 1$  przez dwumian  $x + 1$ .
3. Wyznaczyć dziedzinę funkcji  $f(x) = \log_2 \log_{\frac{1}{2}} x^2$ .
4. Rozwiązać nierówność  $\cos(\pi - x) \leq \sin(\frac{\pi}{2} + x)$ .
5. Obliczyć największą wartość funkcji  $f(x) = \frac{1}{x^2 + 6x + 16}$ .
6. Dany jest ciąg  $(a_n)$ , gdzie  $a_n = \frac{3-n}{n} \cos n\pi$  dla  $n \in N$ . Zbadać monotoniczność ciągu  $(b_n)$ , w którym  $b_n = a_{2n-1}$  dla każdego  $n \in N$ .
7. Trzecim wyrazem ciągu arytmetycznego jest liczba 1. Obliczyć sumę pierwszych pięciu wyrazów tego ciągu.
8. Wśród rozpoczynających studia wyższe jest tyle samo mężczyzn co kobiet. Co czwarta kobieta i co drugi mężczyzna z tych, którzy rozpoczęli studia, nie kończy ich. Obliczyć jaki procent liczby wszystkich absolwentów wyższych uczelni stanowi liczba absolwentek tychże uczelni.
9. Rys. 1 przedstawia szkic wykresu funkcji  $y = f(x)$  dla  $x \in \langle 0; 4 \rangle$ .  
Określić dziedzinę i naszkicować wykres funkcji  $y = f(-x + 3)$ .
10. Rozwiązać równanie  $x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{4} + \frac{x^4}{8} + \dots = \frac{x+1}{3}$ .
11. Dla jakich wartości parametru  $a$  układ równań  $\begin{cases} x - ay = 1 \\ ax - y = 1 \end{cases}$  ma co najmniej jedno rozwiązanie?
12. Przedsiębiorstwo proponuje dziesięcioletni kontrakt swojemu pracownikowi. W pierwszym roku pracy pracownik zarobi 15000 PLN, a w każdym następnym roku jego zarobki będą wzrastały o 8%. Ile zarobi pracownik w dziesiątym roku pracy? Ile wyniosą łączne zarobki pracownika za dziesięć lat pracy w przedsiębiorstwie? (W obliczeniach można przyjąć, że  $(1,08)^9 = 2$ .)
13. Dla jakich wartości parametru  $m$  pierwiastki równania  $mx^2 - 2mx + 1 = 0$  spełniają nierówność  $x_1^2 + x_2^2 < 3$ ?



Rys. 1