

PRACA KONTROLNA nr 4 - POZIOM ROZSZERZONY

1. Znaleźć równania okręgów o promieniu 2 przecinających okrąg $(x+2)^2 + (y+1)^2 = 25$ w punkcie $P(1,3)$ pod kątem prostym. Korzystać z metod rachunku wektorowego.
2. Rozwiązać graficznie układ równań

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 3 + |4x + 2|, \\ y^2 = 5 - |x|, \end{cases}$$

wykonując staranne wykresy krzywych danych powyższymi równaniami oraz niezbędne obliczenia.

3. Rozwiązać równanie

$$\frac{\cos 6x}{\sin^4 x - \cos^4 x} = 2 \cos 4x + 1.$$

4. W trójkącie ABC dany jest wierzchołek $B(-1,3)$. Prosta $y = x + 1$ jest symetralną boku BC , a prosta $9x - 3y - 2 = 0$ symetralną boku AB . Obliczyć pole trójkąta ABC oraz tangens kąta α przy wierzchołku A . Uzasadnić, że $\frac{5\pi}{12} < \alpha < \frac{\pi}{2}$, nie wykonując obliczeń przybliżonych.
5. W walec o promieniu podstawy R i wysokości tR , gdzie t jest parametrem dodatnim, wpisano mniejszy walec tak, aby był styczny do powierzchni bocznej i obu podstaw większego walca, a jego oś była prostopadła do osi większego walca. Wyrazić stosunek objętości mniejszego walca do objętości większego jako funkcję parametru t . Wyznaczyć największą wartość tego stosunku i odpowiadające mu wymiary obu walców. Podać warunki rozwiązalności zadania. Sporządzić odpowiednie rysunki.
6. Promień kuli opisanej na ostrosłupie prawidłowym trójkątnym wynosi R . Wiadomo, że kąt płaski przy wierzchołku jest dwa razy większy niż kąt nachylenia krawędzi bocznej do podstawy. Obliczyć objętość ostrosłupa i określić miarę kąta nachylenia ściany bocznej do podstawy.