

**AKADEMIA GÓRNICZO-HUTNICZA**  
**im. Stanisława Staszica w Krakowie**  
**OLIMPIADA „O DIAMENTOWY INDEKS AGH” 2010/11**

**MATEMATYKA - ETAP II**

**ZADANIA PO 10 PUNKTÓW**

1. Dany jest ostrosłup prawidłowy trójkątny o krawędzi podstawy długości  $a = 1$  cm i wysokości opuszczonej na podstawę  $H = 2$  cm. Oblicz odległość wierzchołka podstawy od przeciwległej ściany.

2. Sprawdź, czy ciąg

$$\frac{1}{4}, \quad \frac{2 + \sqrt{3}}{2}, \quad \frac{2 + \sqrt{3}}{2 - \sqrt{3}}$$

jest ciągiem geometrycznym.

3. Dane są punkty  $A = (-1, -8)$  oraz  $B = (5, 4)$ . Znajdź taki punkt  $C$ , że  $\vec{AC} = 5 \vec{CB}$ .

4. Rozwiąż równanie

$$\log_{x-2} (x^3 - x^2 - 7x + 10) = 2.$$

**ZADANIA PO 20 PUNKTÓW**

5. Liczby  $1, 2, \dots, n$ , gdzie  $n > 2$ , przestawiamy w dowolny sposób. Oblicz prawdopodobieństwo następujących zdarzeń:

$A$  – pierwszy wyraz otrzymanego ciągu będzie większy od ostatniego,  
 $B$  – liczby 1 i 2 nie będą ustawione obok siebie,  
 $C$  – liczby 1, 2 i 3 będą ustawione obok siebie w kolejności wzrastania.

6. Oblicz sumę trzydziestu największych ujemnych rozwiązań równania

$$\cos 2x + \sin x = 0.$$

7. Zbadaj w zależności od parametru  $k$  wzajemne położenie prostych

$$l_1 : \quad kx + y = 2, \quad \text{oraz} \quad l_2 : \quad x + ky = k + 1.$$

Dla jakich  $k$  te proste przecinają się wewnątrz kwadratu, w którym punkty  $A = (2, -2)$  i  $C = (-2, 2)$  są końcami przekątnej?