POLITECHNIKA GDAŃSKA Gdańsk, lipiec 1990 r.

Tematy II części egzaminu z matematyki
dla kandydatów ubiegających się o przyjęcie na I rok studiów dziennych.
Wszystkie zadania były oceniane w skali 0–2 punkty. Egzamin trwał 120 minut.

1. Naszkicować wykres funkcji $y = x|x+1|$.
2. Obliczyć $\cos^2 105^\circ - \sin^2 105^\circ$.
3. Rozwiązać nierówność $||x|-1| < 2$.
4. Obliczyć granicę $\lim\limits_{n\to\infty}\left(1 - \frac{1}{2^1} + \frac{1}{2^2} - \frac{1}{2^3} + \ldots + (-1)^n\frac{1}{2^n}\right)$.
5. Wektor $\vec{a} = [3,7]$ przedstawić jako kombinację liniową wektorów $\vec{e}_1 = [2,3]$ i $\vec{e}_2 = [-1,1]$.
6. Obliczyć granice $\lim\limits_{x\to 0} x\sin\frac{1}{x}$ i $\lim\limits_{x\to+\infty} x\sin\frac{1}{x}$.
7. Dana jest funkcja $f(x) = \log_{\frac{1}{3}}(x+1)$. Rozwiązać nierówność $f(f(x)) > 0$.
8. Rozwiązać równanie $2^{2x} + 4^x = 5^x$.
9. Podać równanie jednej z prostych, na której leży środek okręgu opisanego na trójkącie o wierzchołkach $A(1,3)$, $B(2,7)$ i $C(3,10)$.
10. Dla jakich wartości parametru k funkcja $f(x) = x^3 - x^2 + kx$ będzie rosnąca w całym zbiorze liczb rzeczywistych?
11. Dane są zbiory
$$A = \{(x,y)\colon (x-1)^2 + y^2 \leqslant 1\} \quad \text{oraz} \quad B = \{(x,y)\colon y \geqslant x\}.$$
Naszkicować zbiór $A \cap B$ i obliczyć jego pole.
12. W oparciu o definicję pochodnej obliczyć $f'(1)$ dla funkcji $f(x) = \sqrt{x^2+3}$.
13. Zdarzenia losowe A i B są rozłączne i $P(A) = \frac{1}{3}$, a $P(B) = \frac{1}{2}$. Obliczyć $P(A \cup B)$ oraz $P(A - B)$.
14. Napisać równanie siecznej do krzywej $y = x^3 + x^2 + x + 1$ równoległej do prostej $y = \frac{2}{3}x$.
15. Sformułować twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa.