

**LIGA MATEMATYCZNA**  
**im. Zdzisława Matuskiego**  
**PAŹDZIERNIK 2015**  
**SZKOŁA PONADGIMNAZJALNA**

**ZADANIE 1.**

Na bokach  $BC$  i  $CD$  kwadratu  $ABCD$  wybrano takie punkty  $E$  i  $F$ , że miara kąta  $EAF$  jest równa  $45^\circ$ . Odcinki  $AE$  oraz  $AF$  przecinają przekątną  $BD$  kwadratu odpowiednio w punktach  $G$  i  $H$ . Wykaż, że pole trójkąta  $AGH$  jest równe polu czworokąta  $GEFH$ .

**ZADANIE 2.**

Rozwiąż układ równań

$$\begin{cases} 2y + 3z = 2yz \\ 5z + 2x = 4xz \\ 3x + 5y = 8xy. \end{cases}$$

**ZADANIE 3.**

Znajdź wszystkie funkcje  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  spełniające warunek

$$f(x)f(y) - xy = f(x) + f(y) - 1$$

dla dowolnych liczb rzeczywistych  $x, y$ .

**ZADANIE 4.**

Liczba  $A$  ma 2015 cyfr i jest podzielna przez 9. Liczba  $B$  jest sumą cyfr liczby  $A$ . Liczba  $C$  jest sumą cyfr liczby  $B$ . Wyznacz sumę cyfr liczby  $C$ .

**ZADANIE 5.**

Piła ma długość 60 cm i zęby będące trójkątami równoramiennymi (niekoniecznie jednakowymi). Wysokość każdego z zębów jest równa  $\frac{2}{3}$  jego podstawy. Po zębach piły wędruje pająk. Jaką drogę przebędzie, pokonując wszystkie zęby tej piły?