

## Praca kontrolna nr 3

- 3.1.** Bez stosowania metod rachunku różniczkowego wyznaczyć dziedzinę i zbiór wartości funkcji

$$f(x) = \sqrt{2 + \sqrt{x} - x}.$$

- 3.2.** Jednym z wierzchołków rombu o polu  $20 \text{ cm}^2$  jest punkt  $A(6, 3)$ , a jedna z przekątnych zawiera się w prostej o równaniu  $2x + y = 5$ . Wyznaczyć równania prostych, w których zawierają się boki  $AB$  i  $AD$ .

- 3.3.** Stosując zasadę indukcji matematycznej, wykazać prawdziwość wzoru

$$3(1^5 + 2^5 + \dots + n^5) + (1^3 + 2^3 + \dots + n^3) = \frac{n^3(n+1)^3}{2}, \quad n \geq 1.$$

- 3.4.** Ostrosłup prawidłowy trójkątny ma pole powierzchni całkowitej  $P = 12\sqrt{3} \text{ cm}^2$ , a kąt nachylenia ściany bocznej do płaszczyzny podstawy  $\alpha = 60^\circ$ . Obliczyć objętość tego ostrosłupa.

- 3.5.** Wśród trójkątów równoramiennych wpisanych w koło o promieniu  $R$  znaleźć ten, który ma największe pole.

- 3.6.** Zbadać przebieg zmienności i narysować wykres funkcji

$$f(x) = \frac{1}{2}x^2\sqrt{5-2x}.$$

- 3.7.** W trapezie równoramiennym dane są ramię  $r$ , kąt ostry przy podstawie  $\alpha$  oraz suma  $d$  długości przekątnej i dłuższej podstawy. Wyznaczyć pole trapezu oraz promień okręgu opisanego na tym trapezie. Podać warunki istnienia rozwiązania. Następnie przeprowadzić obliczenia dla  $\alpha = 30^\circ$ ,  $r = \sqrt{3} \text{ cm}$  i  $d = 6 \text{ cm}$ .

- 3.8.** Rozwiązać nierówność

$$|\cos x + \sqrt{3} \sin x| \leq \sqrt{2}, \quad x \in [0, 3\pi].$$