

**LIGA MATEMATYCZNA**  
**im. Zdzisława Matuskiego**  
**LISTOPAD 2020**  
**SZKOŁA PONADPODSTAWOWA**

**ZADANIE 1.**

Dany jest trójkąt równoboczny  $T$  o boku o długości  $a$  i środku ciężkości  $S$ . Zakreślono okrąg o środku  $S$  i promieniu  $\frac{a}{3}$  ograniczający koło  $K$ . Oblicz pole figury  $K - T$ .

**ZADANIE 2.**

Na tablicy napisano kilka różnych liczb całkowitych dodatnich (co najmniej cztery). Okazało się, że suma każdych trzech spośród nich jest liczbą pierwszą. Ile liczb napisano na tablicy?

**ZADANIE 3.**

Dany jest następujący ciąg liczb: pierwsza liczba to 2020, każdą następną oblicza się według wzoru  $\frac{1-a}{1+a}$ , gdzie  $a$  oznacza poprzednią liczbę. Znajdź dwa tysiące dwudziesty pierwszy wyraz tego ciągu.

**ZADANIE 4.**

W zbiorze liczb rzeczywistych rozwiąż układ równań

$$\begin{cases} x^2 + x(y - 4) = -2 \\ y^2 + y(x - 4) = -2. \end{cases}$$

**ZADANIE 5.**

Wyznacz wszystkie funkcje  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  spełniające warunek

$$f(x) \cdot f(y) = f(xy) + x^2 + y^2$$

dla dowolnych liczb rzeczywistych  $x, y$ .