

PRACA KONTROLNA nr 5 - POZIOM ROZSZERZONY

1. Rozwiązać układ równań
$$\begin{cases} x^{\log_2 y - 1} = 16, \\ (2y)^{\log_2 x - 1} = 16 \end{cases}$$
2. Wyznaczyć równania wszystkich stycznych do wykresu funkcji $f(x) = \frac{2x-1}{x+1}$, które są prostopadłe do prostej $x + 3y + 1 = 0$.
3. Granicą ciągu o wyrazie ogólnym $a_n = n^2 - \sqrt{n^4 - an^2 + bn}$ jest większy z pierwiastków równania

$$x^{\log_2 x} - 3 = 4x^{\log_{\frac{1}{2}} x}.$$

Wyznaczyć parametry a i b .

4. Na boku BC trójkąta równobocznego obrano punkt D tak, że promień okręgu wpisanego w trójkąt ADC jest dwa razy mniejszy niż promień okręgu wpisanego w trójkąt ABD . W jakim stosunku punkt D dzieli bok BC ?
5. Rozwiązać nierówność

$$1 + \frac{\sin x}{\sqrt{3} + \sin x} + \left(\frac{\sin x}{\sqrt{3} + \sin x} \right)^2 + \left(\frac{\sin x}{\sqrt{3} + \sin x} \right)^3 + \dots \leq \cos x,$$

której lewa strona jest sumą wszystkich wyrazów nieskończonego ciągu geometrycznego.

6. Jakie wymiary ma walec o możliwie największej objętości wpisany w sześcian o boku a w taki sposób, że jego oś jest zawarta w przekątnej sześcianu, a każda z podstaw jest styczna do trzech ścian wychodzących z jednego wierzchołka.

Rozwiązania (rękopis) zadań z wybranego poziomu prosimy nadsyłać do **18 stycznia 2019r.** na adres:

Wydział Matematyki
Politechnika Wrocławska
Wybrzeże Wyspiańskiego 27
50-370 WROCŁAW.

Na kopercie prosimy **koniecznie** zaznaczyć **wybrany poziom!** (np. **poziom podstawowy lub rozszerzony**). Do rozwiązań należy dołączyć zaadresowaną do siebie kopertę zwrotną z naklejonym znaczkiem, odpowiednim do wagi listu. Prace niespełniające podanych warunków nie będą poprawiane ani odsyłane.

Uwaga. Wysyłając nam rozwiązania zadań uczestnik Kursu udostępnia nam swoje **dane osobowe**, które przetwarzamy **wyłącznie** w zakresie niezbędnym do jego prowadzenia (odesłanie zadań, prowadzenie statystyki). Szczegółowe informacje o przetwarzaniu przez nas danych osobowych są dostępne na stronie internetowej Kursu.

Adres internetowy Kursu: <http://www.im.pwr.edu.pl/kurs>