

Praca kontrolna nr 7

7.1. Rozwiązać nierówność

$$|9^x - 2| < 3^{x+1} - 2.$$

7.2. Wyznaczyć równanie krzywej będącej obrazem okręgu $(x+1)^2 + (y-6)^2 = 4$ w powinowactwie prostokątnym o osi Ox i stosunku $k = \frac{1}{2}$. Obliczyć pole figury ograniczonej tą krzywą. Sporządzić staranny rysunek.

7.3. Pewien zbiór zawiera dokładnie 67 podzbiorów o co najwyżej dwóch elementach. Ile podzbiorów siedmioelementowych zawiera ten zbiór?

7.4. Trapez o kątach przy podstawie wynoszących 15° i 45° opisano na kole o promieniu R . Obliczyć stosunek pola koła do pola tego trapezu.

7.5. Rozwiązać układ równań

$$\begin{cases} mx - 6y = 3 \\ 2x + (m - 7)y = m - 1 \end{cases}$$

w zależności od parametru rzeczywistego m . Podać wszystkie rozwiązania (i odpowiadające im wartości parametru m), dla których x jest równe y .

7.6. Rozwiązać nierówność $\sin 2x < \sin x$ w przedziale $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$. Rozwiązanie zilustrować starannym wykresem.

7.7. Ostrosłup podzielono na trzy części dwiema płaszczyznami równoległymi do jego podstawy. Pierwsza płaszczyzna jest położona w odległości $d_1 = 2$ cm, a druga w odległości $d_2 = 3$ cm od podstawy. Pola przekrojów ostrosłupa tymi płaszczyznami równe są odpowiednio $S_1 = 25$ cm² oraz $S_2 = 16$ cm². Obliczyć objętość tego ostrosłupa oraz objętość najmniejszej części.

7.8. Trylogię składającą się z dwóch powieści dwutomowych oraz jednej jednotomowej ustawiono na półce w przypadkowej kolejności. Jakie jest prawdopodobieństwo tego, że tomy a) obydwu, b) co najmniej jednej z dwutomowych powieści znajdują się obok siebie i przy tym tom I z lewej, a tom II z prawej strony.