XXXIX
KORESPONDENCYJNY KURS
Z MATEMATYKI

listopad 2009 r.

PRACA KONTROLNA nr 2 - POZIOM PODSTAWOWY

1. Suma n początkowych wyrazów ciągu (a_n) określona jest wzorem $S_n = 2n^2 + 5n + c$. Wyznaczyć stałą c tak, by (a_n) był ciągiem arytmetycznym. Obliczyć sumę dwudziestu jeden pierwszych wyrazów tego ciągu o numerach parzystych.

2. Narysować zbiory: $A=\{(x,y) : (x-1)^2 \leqslant y \leqslant 2-|x-1|\}$, $B=\{(x,y) : |x|+|x-2| \leqslant 2y\}$ oraz $(A \setminus B) \cup (B \setminus A)$. Ile wynosi pole figury $A \cap B$?

3. Przekrój graniastosłupa prawidłowego czworokątnego płaszczyzną zawierającą przekątną podstawy i jedną z krawędzi bocznych jest kwadratem. Obliczyć stosunek pola przekroju tego graniastosłupa płaszczyzną zawierającą przekątną podstawy dolnej i przeciwległy wierzchołek podstawy górnej do pola przekroju płaszczyzną zawierającą przekątną graniastosłupa i środki przeciwległych krawędzi bocznych. Sporządzić rysunek.

4. Niech $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x & \text{dla} \quad x \leqslant 1, \\ 1 + \frac{2}{x} & \text{dla} \quad x > 1. \end{cases}$

   a) Sporządzić wykres funkcji f i na jego podstawie wyznaczyć zbiór wartości tej funkcji.

   b) Obliczyć $f(\sqrt{3}-1)$ i korzystając z wykresu zaznaczyć na osi $0x$ zbiór rozwiązań nierówności $f^2(x) \leqslant 4$.

5. Wiadomo, że liczby $-1, 3$ są pierwiastkami wielomianu $W(x) = x^4 - ax^3 - 4x^2 + bx + 3$. Rozwiązać nierówność $\sqrt{W(x)} \leqslant x^2 - x$.

6. Punkt $A = (1,0)$ jest wierzchołkiem rombu o kącie przy tym wierzchołku równym 60°. Wyznaczyć współrzędne pozostałych wierzchołków rombu wiedząc, że dwa z nich leżą na prostej $l: \ 2x - y + 3 = 0$. Ile rozwiązań ma to zadanie?