

WYPEŁNIA ZDAJĄCY Miejsce na naklejkę. Sprawdź, czy kod na naklejce to M-100. Jeżeli tak – przyklej naklejkę. Jeżeli nie – zgłoś to nauczycielowi.

Egzamin maturalny

Formula 2023

MATEMATYKA Poziom podstawowy

Symbol arkusza **M**MAP-P0-**100**-2405

Dата: **8 maja 2024 г.**

GODZINA ROZPOCZĘCIA: 9:00

Czas trwania: 180 minut

LICZBA PUNKTÓW DO UZYSKANIA: 46

WYPEŁNIA ZESPÓŁ NADZORUJĄCY Uprawnienia zdającego do: dostosowania zasad oceniania dostosowania w zw. z dyskalkulią nieprzenoszenia odpowiedzi na kartę.

Przed rozpoczęciem pracy z arkuszem egzaminacyjnym

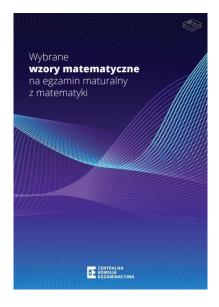
- Sprawdź, czy nauczyciel przekazał Ci właściwy arkusz egzaminacyjny, tj. arkusz we właściwej formule, z właściwego przedmiotu na właściwym poziomie.
- Jeżeli przekazano Ci niewłaściwy arkusz natychmiast zgłoś to nauczycielowi. Nie rozrywaj banderol.
- 3. Jeżeli przekazano Ci **właściwy** arkusz rozerwij banderole po otrzymaniu takiego polecenia od nauczyciela. Zapoznaj się z instrukcją na stronie 2.





Instrukcja dla zdającego

- 1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 30 stron (zadania 1–31). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
- 2. Na pierwszej stronie arkusza oraz na karcie odpowiedzi wpisz swój numer PESEL i przyklej naklejkę z kodem.
- 3. Symbol zamieszczony w nagłówku zadania oznacza, że rozwiązanie zadania zamkniętego musisz przenieść na kartę odpowiedzi. Ocenie podlegają wyłącznie odpowiedzi zaznaczone na karcie odpowiedzi.
- 4. Odpowiedzi do zadań zamkniętych zaznacz na karcie odpowiedzi w części karty przeznaczonej dla zdającego. Zamaluj pola do tego przeznaczone. Błędne zaznaczenie otocz kółkiem i zaznacz właściwe.
- 5. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadania otwartego może spowodować, że za to rozwiązanie nie otrzymasz pełnej liczby punktów.
- 6. Rozwiązania zadań i odpowiedzi wpisuj w miejscu na to przeznaczonym.
- 7. Pisz czytelnie i używaj tylko długopisu lub pióra z czarnym tuszem lub atramentem.
- 8. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
- 9. Nie wpisuj żadnych znaków w tabelkach przeznaczonych dla egzaminatora. Tabelki umieszczone są na marginesie przy odpowiednich zadaniach.
- 10. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
- 11. Możesz korzystać z *Wybranych wzorów matematycznych*, cyrkla i linijki oraz kalkulatora prostego. Upewnij się, czy przekazano Ci broszurę z okładką taką jak widoczna poniżej.





Zadania egzaminacyjne są wydrukowane na następnych stronach.

Zadanie 1. (0-1)

Dana jest nierówność

$$|x-1| \ge 3$$

Na którym rysunku poprawnie zaznaczono na osi liczbowej zbiór wszystkich liczb rzeczywistych spełniających powyższą nierówność? Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

A.



В.



C.



D.



Brudnopis



Zadanie 2. (0-1)

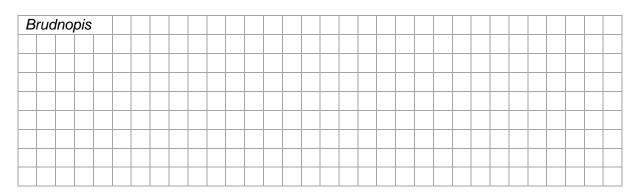


Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba $\left(\frac{1}{16}\right)^8 \cdot 8^{16}$ jest równa

A.
$$2^{24}$$

C.
$$2^{12}$$

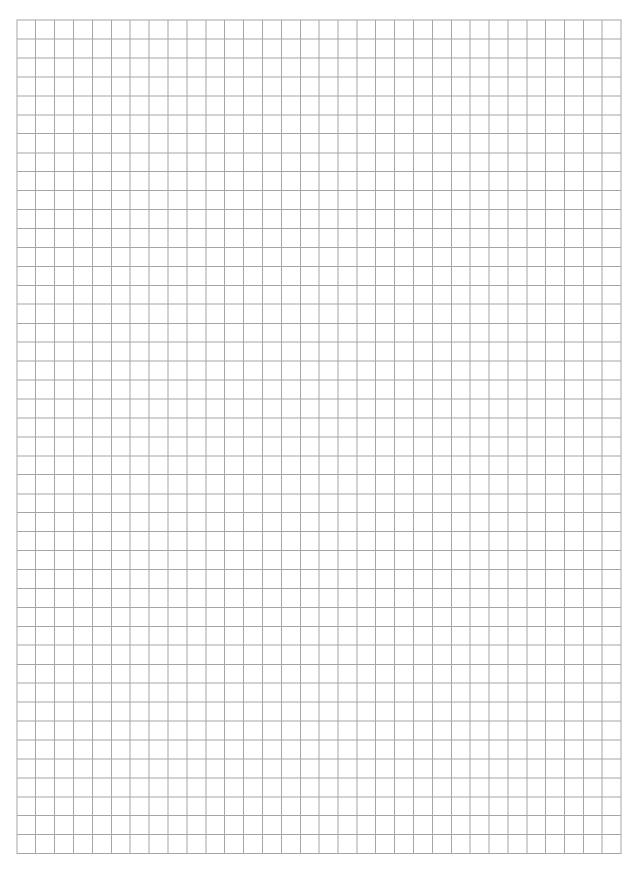




Zadanie 3. (0-2)

Wykaż, że dla każdej liczby naturalnej $n \ge 1$ liczba $n^2 + (n+1)^2 + (n+2)^2$ przy dzieleniu przez 3 daje resztę 2.



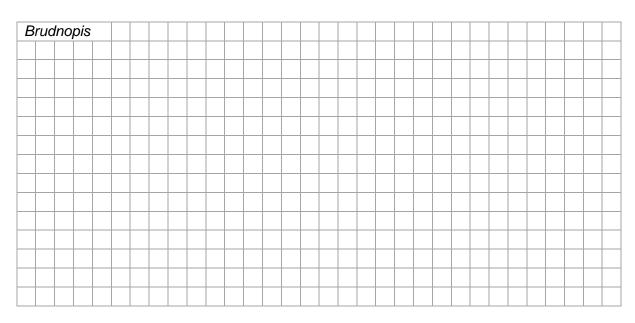


Zadanie 4. (0-1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba $\log_{\sqrt{3}} 9$ jest równa

- **A.** 2
- **B.** 3
- **C.** 4
- **D.** 9

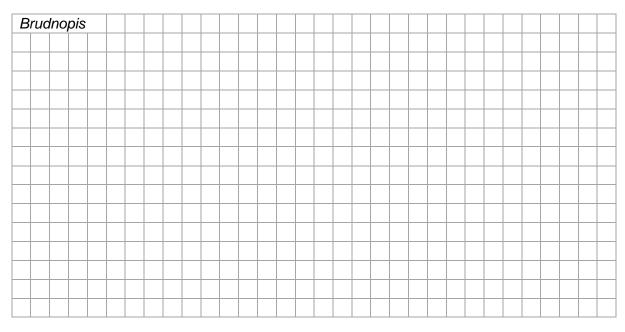


Zadanie 5. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Dla każdej liczby rzeczywistej a i dla każdej liczby rzeczywistej b wartość wyrażenia $(2a+b)^2-(2a-b)^2$ jest równa wartości wyrażenia

- **A.** $8a^2$
- **B.** 8*ab*
- **C.** −8*ab*
- **D.** $2b^2$



Zadanie 6. (0-1)

0000

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Zbiorem wszystkich rozwiązań nierówności

$$1 - \frac{3}{2}x < \frac{2}{3} - x$$

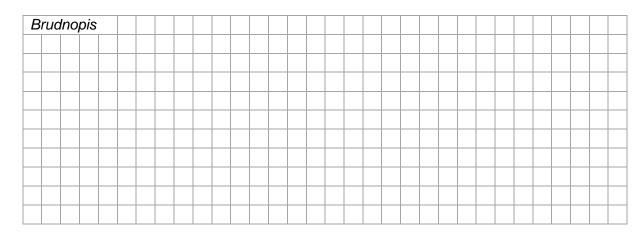
jest przedział

$$A. \left(-\infty, -\frac{2}{3}\right)$$

B.
$$\left(-\infty, \frac{2}{3}\right)$$

A.
$$\left(-\infty, -\frac{2}{3}\right)$$
 B. $\left(-\infty, \frac{2}{3}\right)$ C. $\left(-\frac{2}{3}, +\infty\right)$ D. $\left(\frac{2}{3}, +\infty\right)$

D.
$$\left(\frac{2}{3}, +\infty\right)$$

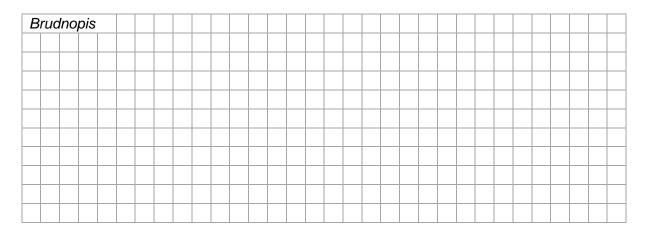


Zadanie 7. (0-1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Równanie $\frac{x+1}{(x+2)(x-3)} = 0$ w zbiorze liczb rzeczywistych

- A. nie ma rozwiązania.
- **B.** ma dokładnie jedno rozwiązanie: (-1).
- **C.** ma dokładnie dwa rozwiązania: (-2) oraz 3.
- **D.** ma dokładnie trzy rozwiązania: (-1), (-2) oraz 3.



Zadanie 8. (0–1)

Dany jest wielomian $W(x) = 3x^3 + 6x^2 + 9x$.

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Wybierz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Wielomian W jest iloczynem wielomianów $F(x) = 3x$ i $G(x) = x^2 + 2x + 3$.	Р	F
Liczba (-1) jest rozwiązaniem równania $W(x)=0$.	Р	F

В	rua	lno	pis														

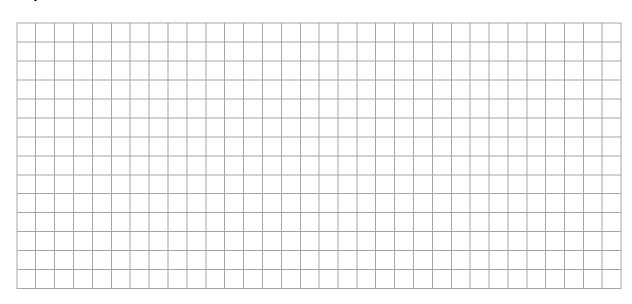
9. 0-1-2-3

Zadanie 9. (0-3)

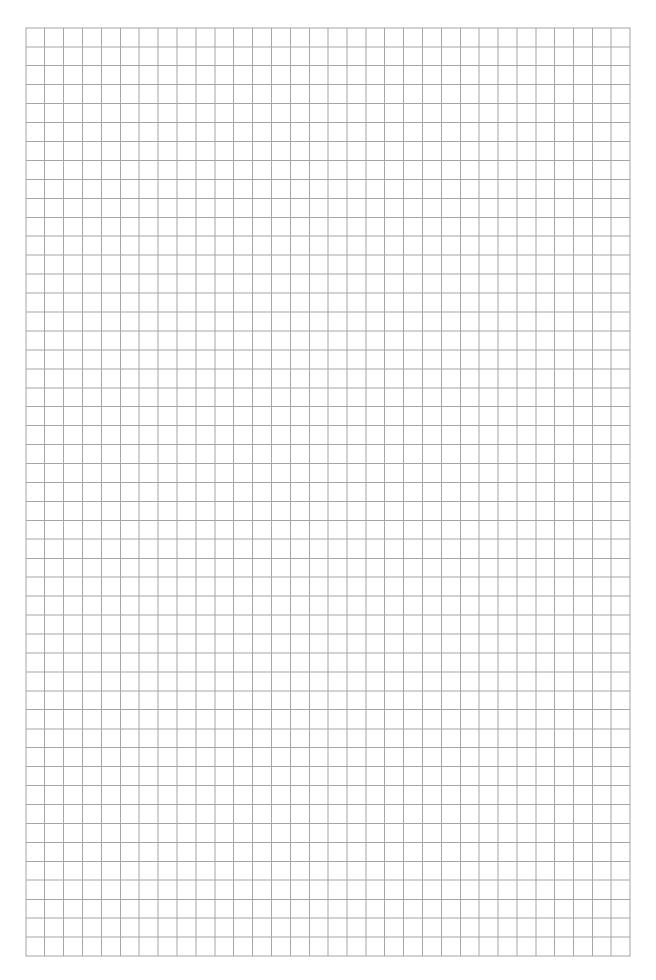
Rozwiąż równanie

$$x^3 - 2x^2 - 3x + 6 = 0$$

Zapisz obliczenia.







Zadanie 10. (0-1)

W październiku 2022 roku założono dwa sady, w których posadzono łącznie $1960\,$ drzew. Po roku stwierdzono, że uschło $5\%\,$ drzew w pierwszym sadzie i $10\%\,$ drzew w drugim sadzie. Uschnięte drzewa usunięto, a nowych nie dosadzano.

Liczba drzew, które pozostały w drugim sadzie, stanowiła 60% liczby drzew, które pozostały w pierwszym sadzie.

Niech x oraz y oznaczają liczby drzew posadzonych – odpowiednio – w pierwszym i drugim sadzie.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

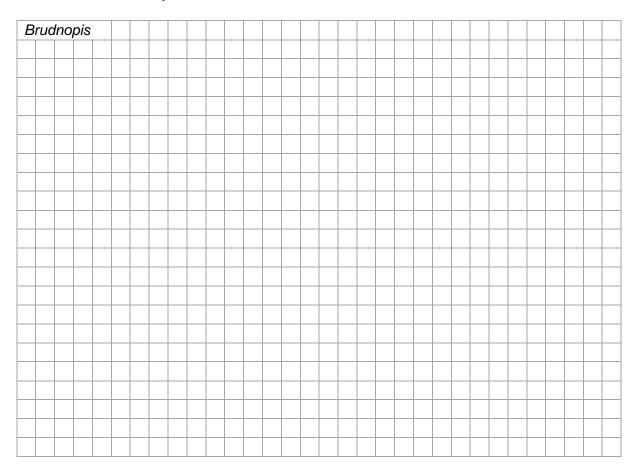
Układem równań, którego poprawne rozwiązanie prowadzi do obliczenia liczby x drzew posadzonych w pierwszym sadzie oraz liczby y drzew posadzonych w drugim sadzie, jest

A.
$$\begin{cases} x + y = 1960 \\ 0.6 \cdot 0.95x = 0.9y \end{cases}$$

B.
$$\begin{cases} x + y = 1960 \\ 0.95x = 0.6 \cdot 0.9y \end{cases}$$

C.
$$\begin{cases} x + y = 1960 \\ 0.05x = 0.6 \cdot 0.1y \end{cases}$$

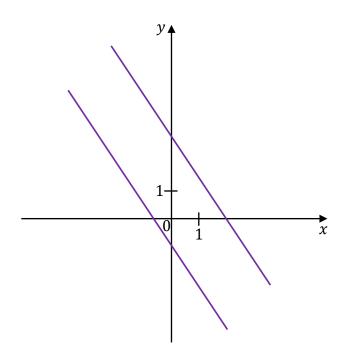
D.
$$\begin{cases} x + y = 1960 \\ 0.4 \cdot 0.95x = 0.9y \end{cases}$$





Zadanie 11. (0-1)

Na rysunku, w kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y), przedstawiono dwie proste równoległe, które są interpretacją geometryczną jednego z poniższych układów równań A–D.



Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

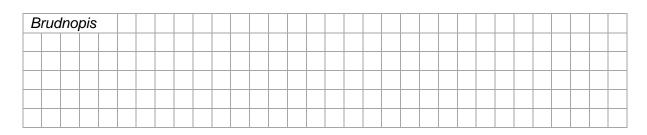
Układem równań, którego interpretację geometryczną przedstawiono na rysunku, jest

A.
$$\begin{cases} y = -\frac{3}{2}x + 3 \\ y = -\frac{3}{2}x - 1 \end{cases}$$

B.
$$\begin{cases} y = \frac{3}{2}x + 3 \\ y = -\frac{2}{3}x - 1 \end{cases}$$
C.
$$\begin{cases} y = \frac{3}{2}x + 3 \\ y = \frac{3}{2}x - 1 \end{cases}$$

C.
$$\begin{cases} y = \frac{3}{2}x + 3 \\ y = \frac{3}{2}x - 1 \end{cases}$$

D.
$$\begin{cases} y = -\frac{3}{2}x - 3 \\ y = \frac{3}{2}x + 1 \end{cases}$$



Zadanie 12. (0-1)

Funkcja liniowa f jest określona wzorem f(x) = (-2k+3)x + k - 1, gdzie $k \in \mathbb{R}$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

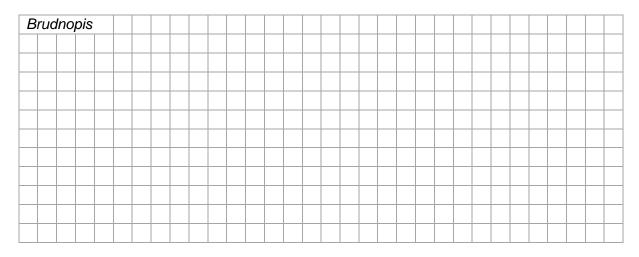
Funkcja f jest malejąca dla każdej liczby k należącej do przedziału

A.
$$(-\infty, 1)$$

B.
$$\left(-\infty, -\frac{3}{2}\right)$$
 C. $(1, +\infty)$

C.
$$(1, +\infty)$$

D.
$$\left(\frac{3}{2}, +\infty\right)$$



Zadanie 13. (0-1)

Funkcje liniowe f oraz g, określone wzorami f(x) = 3x + 6 oraz g(x) = ax + 7, mają to samo miejsce zerowe.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

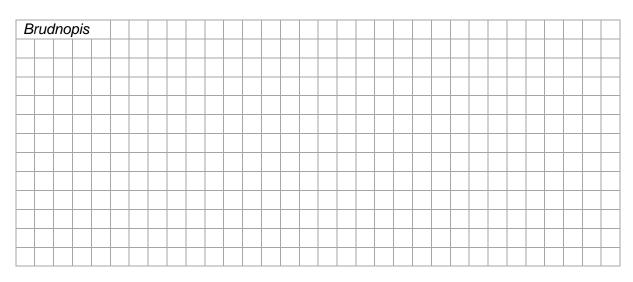
Współczynnik a we wzorze funkcji g jest równy

A.
$$\left(-\frac{7}{2}\right)$$

B.
$$\left(-\frac{2}{7}\right)$$
 C. $\frac{2}{7}$

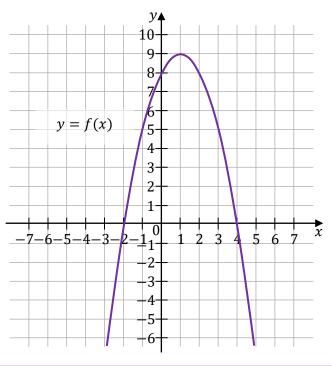
c.
$$\frac{2}{7}$$

D.
$$\frac{7}{2}$$



Zadanie 14.

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x,y) przedstawiono fragment paraboli, która jest wykresem funkcji kwadratowej f (zobacz rysunek). Wierzchołek tej paraboli oraz punkty przecięcia paraboli z osiami układu współrzędnych mają obie współrzędne całkowite.



Zadanie 14.1. (0-1)

Uzupełnij poniższe zdanie. Wpisz odpowiedni przedział w wykropkowanym miejscu tak, aby zdanie było prawdziwe.

Zbiorem wszystkich rozwiązań nierówności $f(x) \ge 0$ jest przedział



Zadanie 14.2. (0-1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Funkcja kwadratowa f jest określona wzorem

A.
$$f(x) = -(x+1)^2 - 9$$

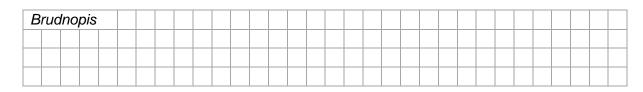
B.
$$f(x) = -(x-1)^2 + 9$$

14.1.

0–1

C.
$$f(x) = -(x-1)^2 - 9$$

D.
$$f(x) = -(x+1)^2 + 9$$



Zadanie 14.3. (0-1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Dla funkcji f prawdziwa jest równość

A.
$$f(-4) = f(6)$$

B.
$$f(-4) = f(5)$$

C.
$$f(-4) = f(4)$$

D.
$$f(-4) = f(7)$$

В	rua	lno	pis														

Zadanie 14.4. (0-2)

Funkcje kwadratowe g oraz h są określone za pomocą funkcji f (zobacz rysunek na stronie 13) następująco: g(x) = f(x+3), h(x) = f(-x).

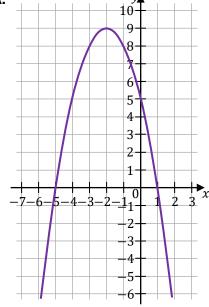
Na rysunkach A–F przedstawiono, w kartezjańskim układzie współrzędnych (x,y), fragmenty wykresów różnych funkcji – w tym fragment wykresu funkcji g oraz fragment wykresu funkcji h.

14.4. 0–1–2 Uzupełnij tabelę. Każdej z funkcji g oraz h przyporządkuj fragment jej wykresu. Wpisz w każdą pustą komórkę tabeli właściwą odpowiedź, wybraną spośród oznaczonych literami A–F.

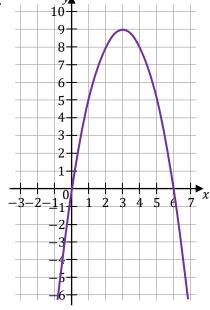
Fragment wykresu funkcji y = g(x) przedstawiono na rysunku

Fragment wykresu funkcji y = h(x) przedstawiono na rysunku

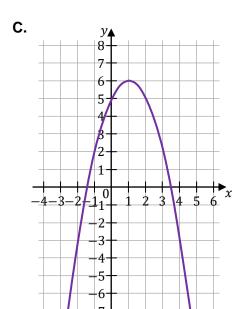
Α

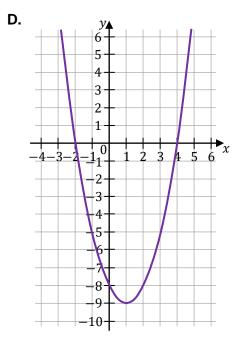


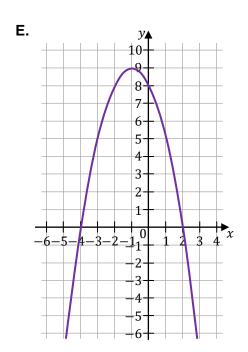
В.

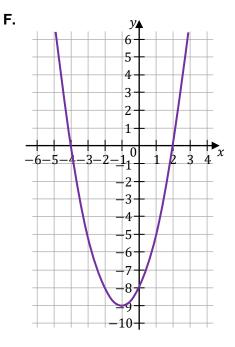


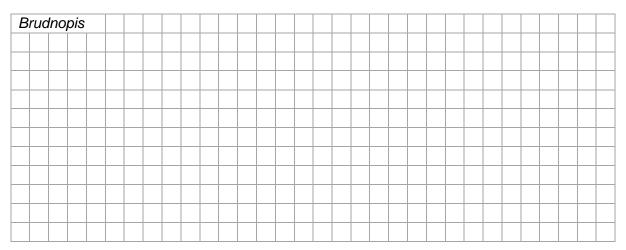










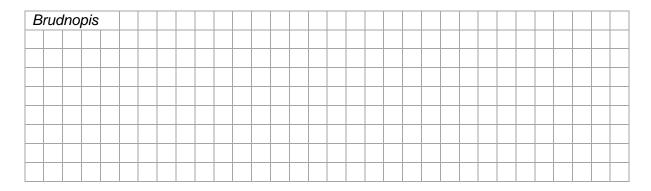


Zadanie 15. (0-1)

Ciąg (a_n) jest określony wzorem $a_n=(-1)^n\cdot (n-5)$ dla każdej liczby naturalnej $n\geq 1$.

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Wybierz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Pierwszy wyraz ciągu (a_n) jest dwa razy większy od trzeciego wyrazu tego ciągu.	Р	F
Wszystkie wyrazy ciągu (a_n) są dodatnie.	Р	F



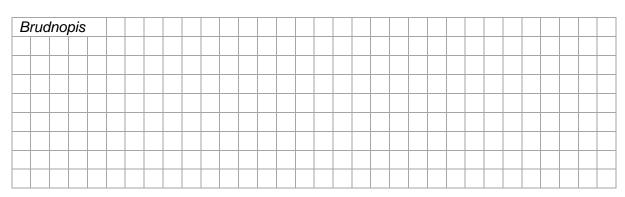
Zadanie 16. (0-1)

Trzywyrazowy ciąg (12, 6, 2m-1) jest geometryczny.

Dokończ zdanie. Wybierz odpowiedź A albo B oraz odpowiedź 1., 2. albo 3.

Ten ciąg jest

A.	rosnący		1.	$m=\frac{1}{2}$
		oraz	2.	m=2
B.	malejący		3.	m = 3

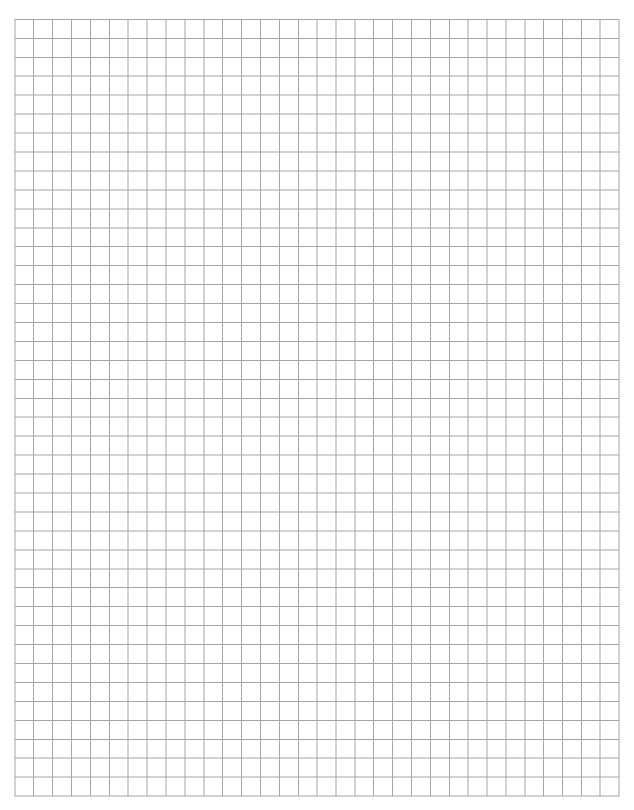




Zadanie 17. (0-2)

Ciąg arytmetyczny (a_n) jest określony dla każdej liczby naturalnej $n \ge 1$. Trzeci wyraz tego ciągu jest równy (-1), a suma piętnastu początkowych kolejnych wyrazów tego ciągu jest równa (-165).

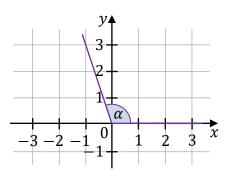
Oblicz różnicę tego ciągu. Zapisz obliczenia.





Zadanie 18. (0-2)

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x,y) zaznaczono kąt o mierze α taki, że tg $\alpha=-3$ oraz $90^{\circ}<\alpha<180^{\circ}$ (zobacz rysunek).



18. 0–1–2 Uzupełnij zdanie. Wybierz <u>dwie</u> właściwe odpowiedzi spośród oznaczonych literami A–F i wpisz te litery w wykropkowanych miejscach.

Prawdziwe są zależności: oraz

A.
$$\sin \alpha < 0$$

B.
$$\sin \alpha \cdot \cos \alpha < 0$$

C.
$$\sin \alpha \cdot \cos \alpha > 0$$

D.
$$\cos \alpha > 0$$

E.
$$\sin \alpha = -\frac{1}{3}\cos \alpha$$

F.
$$\sin \alpha = -3 \cos \alpha$$



Zadanie 19. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

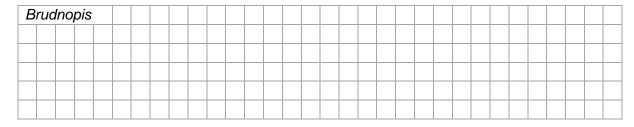
Liczba $\sin^3 20^\circ + \cos^2 20^\circ \cdot \sin 20^\circ$ jest równa

A. $\cos 20^{\circ}$

B. sin 20°

C. $tg 20^{\circ}$

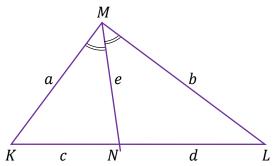
D. $\sin 20^{\circ} \cdot \cos 20^{\circ}$





Zadanie 20. (0-1)

Dany jest trójkąt KLM, w którym |KM|=a, |LM|=b oraz $a \neq b$. Dwusieczna kąta KML przecina bok KL w punkcie N takim, że |KN|=c, |NL|=d oraz |MN|=e (zobacz rysunek).



Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

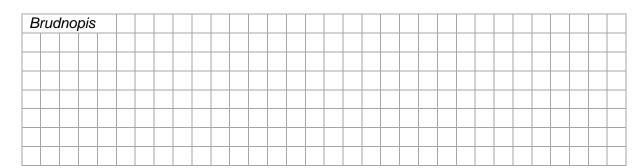
W trójkącie KLM prawdziwa jest równość

A.
$$a \cdot b = c \cdot d$$

B.
$$a \cdot d = b \cdot c$$

C.
$$a \cdot c = b \cdot d$$

D.
$$a \cdot b = e \cdot e$$



Zadanie 21. (0–1)

Dany jest równoległobok o bokach długości 3 i 4 oraz o kącie między nimi o mierze 120°.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

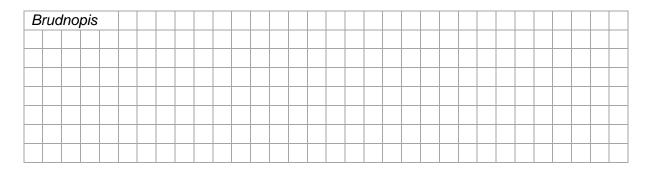
Pole tego równoległoboku jest równe

A. 12

B. $12\sqrt{3}$

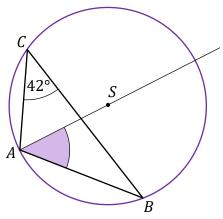
C. 6

D. $6\sqrt{3}$



Zadanie 22. (0-1)

W trójkącie ABC, wpisanym w okrąg o środku w punkcie S, kąt ACB ma miarę 42° (zobacz rysunek).



Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

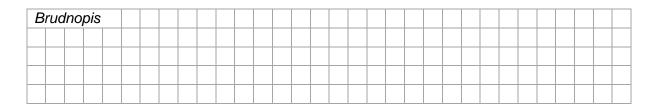
Miara kąta ostrego BAS jest równa

A. 42°

B. 45°

C. 48°

D. 69°



Zadanie 23. (0-1)

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x,y) proste k oraz l są określone równaniami

$$k: y = (m+1)x + 7$$

$$l: y = -2x + 7$$

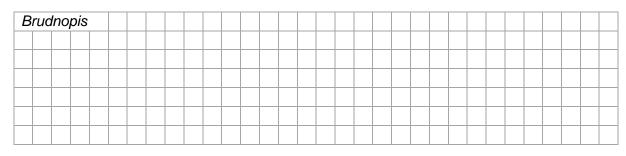
Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Proste $\,k\,$ oraz $\,l\,$ są prostopadłe, gdy liczba $\,m\,$ jest równa

A.
$$\left(-\frac{1}{2}\right)$$

B. $\frac{1}{2}$

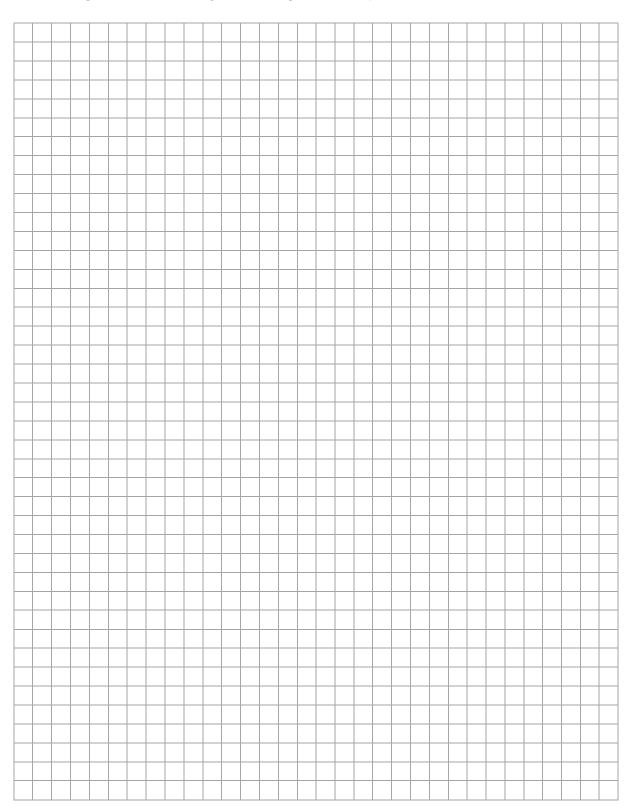
D. 1



Zadanie 24. (0-2)

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x,y) dany jest równoległobok ABCD, w którym A=(-2,6) oraz B=(10,2). Przekątne AC oraz BD tego równoległoboku przecinają się w punkcie P=(6,7).

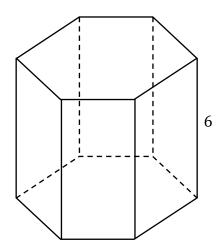
Oblicz długość boku BC tego równoległoboku. Zapisz obliczenia.





Zadanie 25.

Wysokość graniastosłupa prawidłowego sześciokątnego jest równa 6 (zobacz rysunek). Pole podstawy tego graniastosłupa jest równe $15\sqrt{3}$.

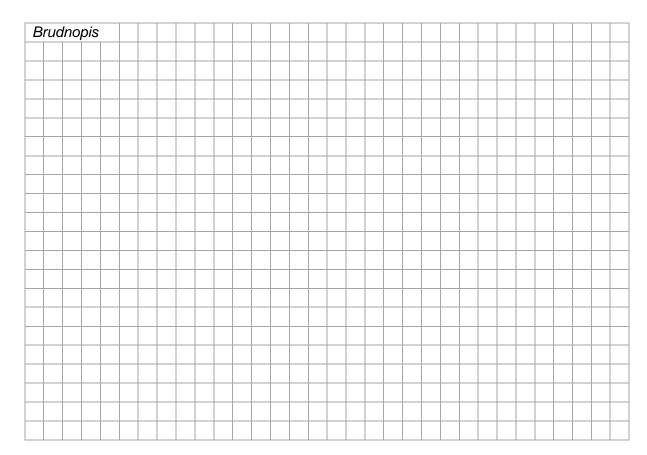


Zadanie 25.1. (0-1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Pole <u>jednej</u> ściany bocznej tego graniastosłupa jest równe

- **A.** $36\sqrt{10}$
- **B.** 60
- **C.** $6\sqrt{10}$
- **D.** 360

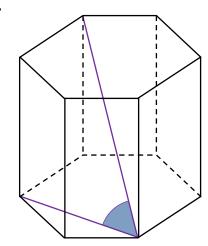




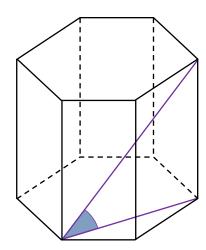
Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Kąt nachylenia najdłuższej przekątnej graniastosłupa prawidłowego sześciokątnego do płaszczyzny podstawy jest zaznaczony na rysunku

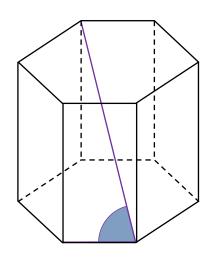
A.



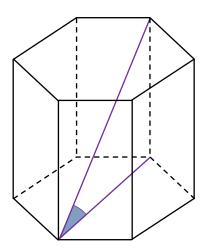
В.

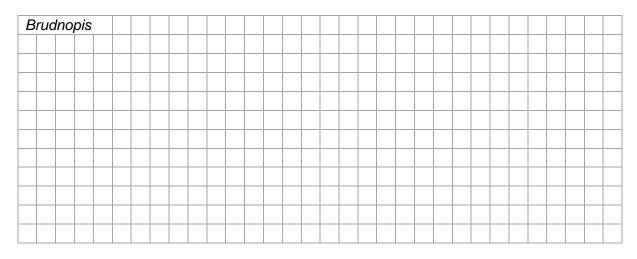


C.



D.





Zadanie 26. (0-1)

Ostrosłup F_1 jest podobny do ostrosłupa F_2 .

Objętość ostrosłupa F_1 jest równa 64.

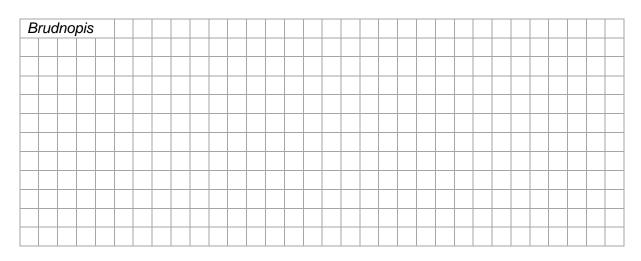
Objętość ostrosłupa F_2 jest równa 512.



Uzupełnij poniższe zdanie. Wpisz odpowiednią liczbę w wykropkowanym miejscu tak, aby zdanie było prawdziwe.

Stosunek pola powierzchni całkowitej ostrosłupa F_2 do pola powierzchni całkowitej

ostrosłupa F_1 jest równy



Zadanie 27. (0-1)

Rozważamy wszystkie kody czterocyfrowe utworzone tylko z cyfr 1, 3, 6, 8, przy czym w każdym kodzie każda z tych cyfr występuje dokładnie jeden raz.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

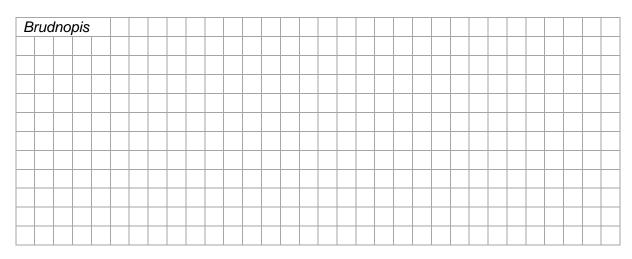
Liczba wszystkich takich kodów jest równa

A. 4

B. 10

C. 24

D. 16





Zadanie 28. (0-1)

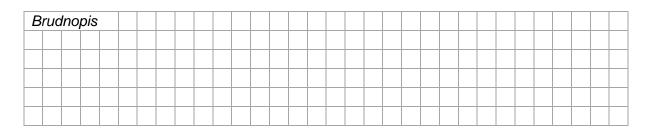
Średnia arytmetyczna trzech liczb: a, b, c, jest równa 9.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Średnia arytmetyczna sześciu liczb: $a,\ a,\ b,\ b,\ c,\ c,$ jest równa

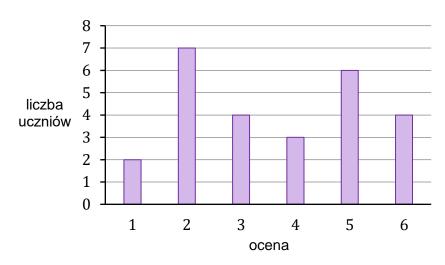
A. 9

- **B.** 6
- **C.** 4,5
- **D.** 18



Zadanie 29. (0-1)

Na diagramie przedstawiono wyniki sprawdzianu z matematyki w pewnej klasie maturalnej. Na osi poziomej podano oceny, które uzyskali uczniowie tej klasy, a na osi pionowej podano liczbę uczniów, którzy otrzymali daną ocenę.

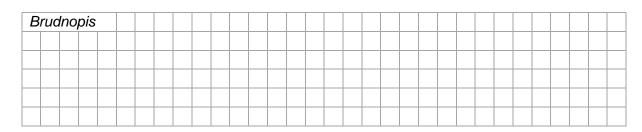


Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Mediana ocen uzyskanych z tego sprawdzianu przez uczniów tej klasy jest równa

- **A.** 4,5
- **B.** 4

- **C.** 3,5
- **D**. 3

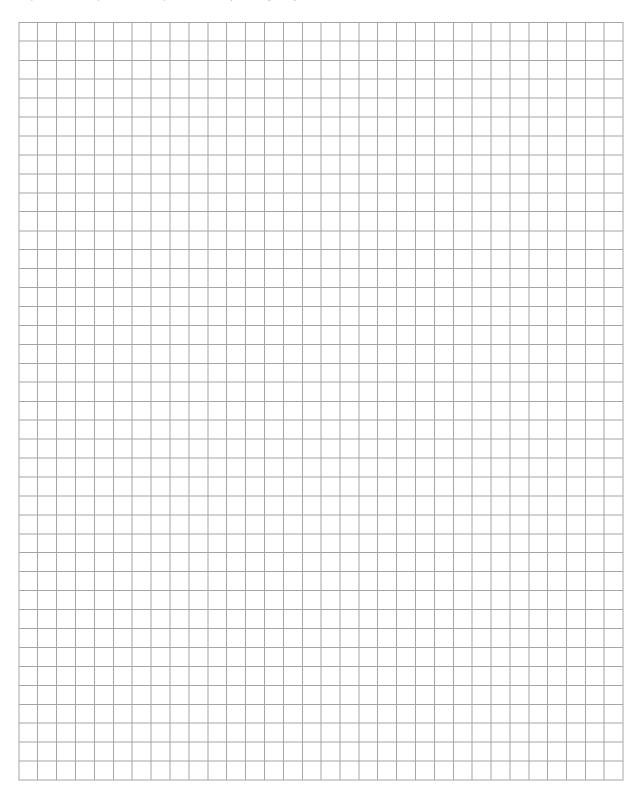


Zadanie 30. (0-2)

Dany jest pięcioelementowy zbiór $K = \{5, 6, 7, 8, 9\}$. Wylosowanie każdej liczby z tego zbioru jest jednakowo prawdopodobne. Ze zbioru K losujemy <u>ze zwracaniem</u> kolejno dwa razy po jednej liczbie i zapisujemy je w kolejności losowania.



Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia $\,A\,$ polegającego na tym, że suma wylosowanych liczb jest liczbą parzystą. Zapisz obliczenia.

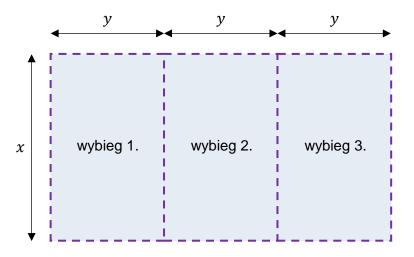




Zadanie 31. (0-4)

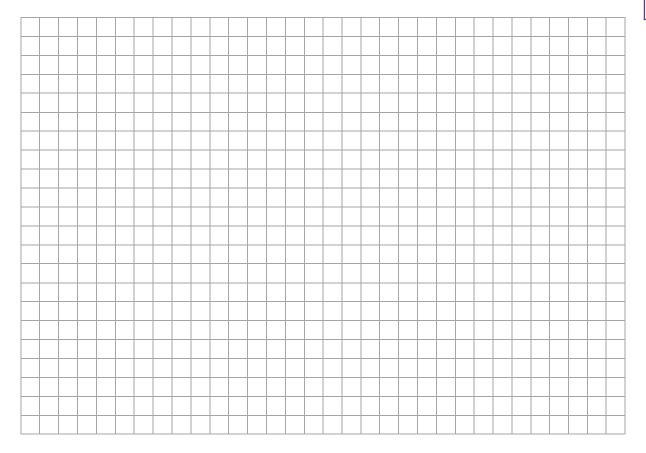
W schronisku dla zwierząt, na płaskiej powierzchni, należy zbudować ogrodzenie z siatki wydzielające trzy identyczne wybiegi o <u>wspólnych</u> ścianach wewnętrznych. Podstawą każdego z tych trzech wybiegów jest prostokąt (jak pokazano na rysunku). Do wykonania tego ogrodzenia należy zużyć 36 metrów bieżących siatki.

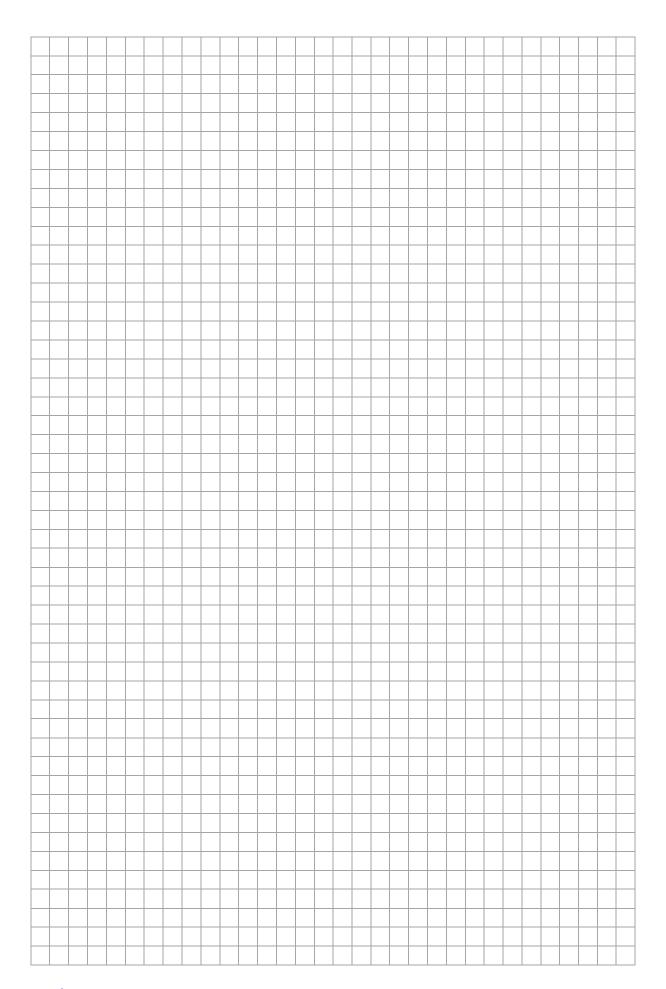
Schematyczny rysunek trzech wybiegów (widok z góry). Linią przerywaną zaznaczono siatkę.



Oblicz wymiary $\,x\,$ oraz $\,y\,$ jednego wybiegu, przy których suma pól podstaw tych trzech wybiegów będzie największa. W obliczeniach pomiń szerokość wejścia na każdy z wybiegów. Zapisz obliczenia.

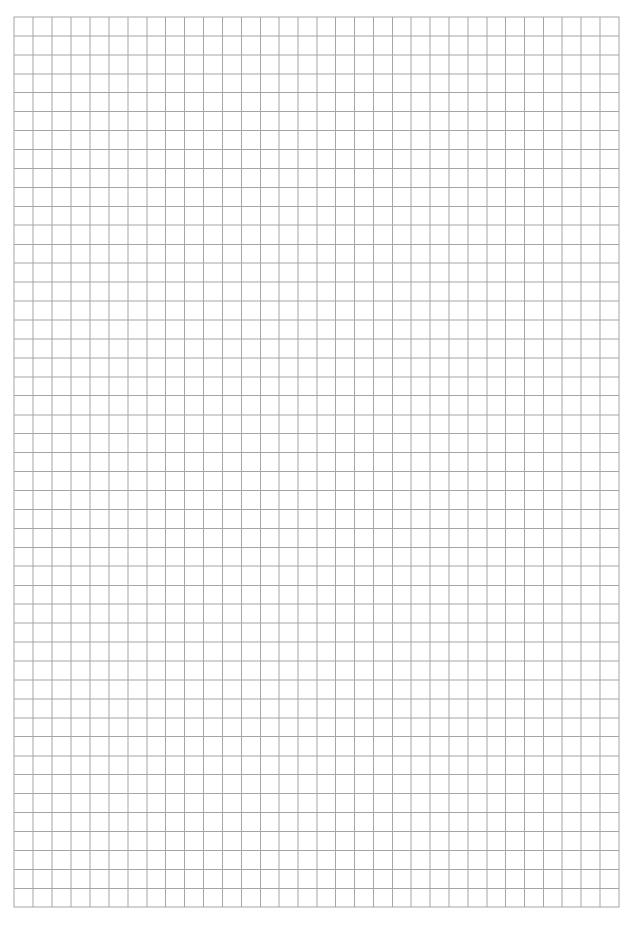


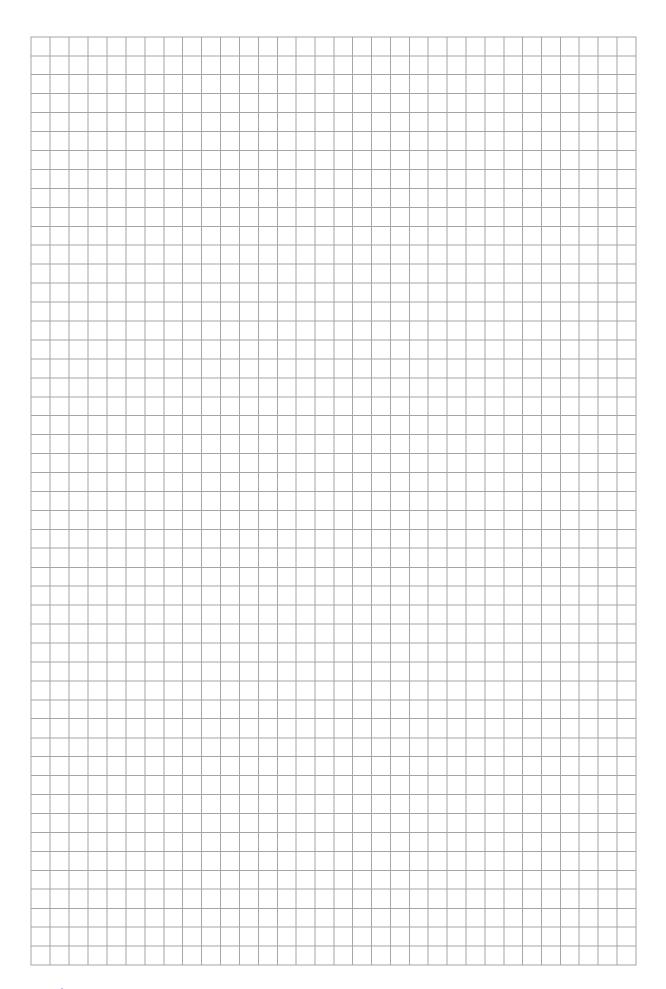






BRUDNOPIS (nie podlega ocenie)







MATEMATYKA Poziom podstawowy Formuła 2023

MATEMATYKA Poziom podstawowy Formuła 2023

MATEMATYKA Poziom podstawowy Formuła 2023