

## PRACA KONTROLNA nr 2 - POZIOM ROZSZERZONY

1. Obliczyć  $a$  wiedząc, że liczba  $\left[ \frac{2+9\sqrt{2}}{2\sqrt{2}-2} - \frac{1}{2}(2+\sqrt{2})^2 \right] - \left( \frac{\sqrt[6]{32}}{2\sqrt{2}-2} \right)^3$  jest miejscem zerowym funkcji  $f(x) = 2^x - a^3x$ .
2. Dziesiąty wyraz rozwinięcia  $\left( \frac{1}{\sqrt{x}} - \sqrt[3]{x} \right)^n$  nie zawiera  $x$ . Wyznaczyć współczynniki przy najniższej i najwyższej potęgze  $x$ .
3. Wyznaczyć zbiór wartości funkcji  $f(x) = (\log_2 x)^3 + \log_2 \frac{x^2}{4} - 1$  na przedziale  $(1, 2)$ .
4. Tangens kąta ostrego  $\alpha$  równy jest  $\frac{a}{7b}$ , gdzie

$$a = (\sqrt{2}+1)^3 - (\sqrt{2}-1)^3, \quad b = \left( \sqrt{\sqrt{2}+1} - \sqrt{\sqrt{2}-1} \right)^2.$$

Wyznaczyć wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych tego kąta oraz kąta  $2\alpha$ . Jaka jest miara kąta  $\alpha$ ?

5. Trzy liczby  $x < y < z$ , których suma jest równa 93 tworzą ciąg geometryczny. Te same liczby można uważać za pierwszy, drugi i siódmy wyraz ciągu arytmetycznego. Jakie to liczby?
6. Określić liczbę pierwiastków równania  $(2m-3)x^2 - 4m|x| + m-1 = 0$  w zależności od parametru  $m$ .