

PRACA KONTROLNA nr 7 - POZIOM ROZSZERZONY

1. Uzasadnić, że punkty przecięcia dwusiecznych kątów wewnętrznych dowolnego równoległoboku są wierzchołkami prostokąta, którego przekątna ma długość równą różnicy długości sąsiednich boków równoległoboku.
2. Wśród walców wpisanych w kulę o promieniu R wskazać ten, którego pole powierzchni bocznej jest największe. Nie stosować metod rachunku różniczkowego.
3. Dane są punkty $A(-1, 2)$, $B(1, -4)$ oraz $P(2m, 4m^3 - 1)$. Wyznaczyć wszystkie wartości parametru m , dla których $\triangle ABP$ jest prostokątny. Rozwiązanie zilustrować starannym rysunkiem.

4. Rozwiązać układ równań

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 8 = 0 \\ xy + x - y = 0 \end{cases}$$

i podać jego interpretację graficzną.

5. W przedziale $[-\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}]$ rozwiązać nierówność

$$1 - \operatorname{tg} x + \operatorname{tg}^2 x - \operatorname{tg}^3 x + \dots > \frac{\sqrt{3}}{2}(1 - \operatorname{ctg} x),$$

której lewa strona jest sumą nieskończonego ciągu geometrycznego.

6. Wyznaczyć wszystkie wartości rzeczywistego parametru m , dla których równanie

$$(m^2 - 2)4^x + 2^{x+1} + m = 0$$

ma dwa różne rozwiązania.