PRACA KONTROLNA nr 6

marzec 2002r

1. Wyznaczyć wszystkie wartości parametru rzeczywistego m, dla których osią symetrii wykresu funkcji $p(x) = (m^2 - 2m)x^2 - (2m - 4)x + 3$ jest prosta $x = m$. Wykonać rysunek.

2. Z kuli o środku w zerze i promieniu R wycięto ósmą jej część trzema płaszczyznami układu współrzędnych. W tak otrzymaną bryłę wpisano kulę. Obliczyć stosunek pola powierzchni tej kuli do pola powierzchni bryły.

3. W trzech pustych urnach K, L, M rozmieszczamy losowo 4 różne kule. Obliczyć prawdopodobieństwo tego, że żadna z urn K i L **nie** pozostanie pusta.

4. Dane są punkty $A(2,6)$, $B(-2,6)$ i $C(0,0)$, Wyznaczyć równanie linii zawierającej **wszystkie punkty trójkąta** ABC, dla których suma kwadratów ich odległości od trzech boków jest stała i wynosi 9. Sporządzić rysunek.

5. Sporządzić dokładny wykres i napisać równania asymptot funkcji
$$f(x) = \frac{(x+1)^2 - 1}{x|x-1|}$$
nie przeprowadzając badania jej przebiegu.

6. Rozwiązać nierówność:
$$|x|^{2x-1} \leqslant \frac{1}{x^2}.$$

7. Styczna do wykresu funkcji $f(x) = \sqrt{3+x} + \sqrt{3-x}$ w punkcie $A(x_0, f(x_0))$ przecina oś x w punkcie P, a oś y w punkcie Q tak, że $OP = OQ$. Wyznaczyć x_0.

8. Trójkąt równoboczny o boku a przecięto prostą l na dwie figury, których stosunek pól jest równy 1:5. Prosta ta przecina bok $\overline{AC}$ w punkcie D pod kątem 15^0, a bok $\overline{AB}$ w punkcie E. Wykazać, że $AD + AE = a$.