

**LIGA MATEMATYCZNA**  
**im. Zdzisława Matuskiego**  
**GRUDZIEŃ 2022**  
**SZKOŁA PONADPODSTAWOWA**

**ZADANIE 1.**

Znajdź wszystkie pary  $(p, q)$  liczb pierwszych takich, że  $p + q = (p - q)^3$ .

**ZADANIE 2.**

W trójkąt  $ABC$  wpisano okrąg, przy czym  $|AC| = 5$ ,  $|AB| = 6$ ,  $|BC| = 3$ . Na boku  $AC$  wybrano punkt  $D$ , na boku  $AB$  wybrano punkt  $E$  w taki sposób, że odcinek  $ED$  jest styczny do okręgu. Oblicz obwód trójkąta  $AED$ .

**ZADANIE 3.**

Dodatnie liczby rzeczywiste  $a, b, c$  spełniają warunek

$$\frac{(a + b + c)^2}{ab + bc + ac} = 3.$$

Wykaż, że liczby  $a, b, c$  są równe.

**ZADANIE 4.**

Czy istnieją takie liczby całkowite  $x, y, z, t$ , że  $x^2 + y^2 = z^2 + t^2$  oraz  $x + y + z + t = 2023$ ?

**ZADANIE 5.**

Na tablicy napisano liczby naturalne od 1 do 10. Czy można umieścić między nimi znaki plus oraz minus w taki sposób, aby otrzymać 0?