

AEOMMED 谊安				共 页
项目名称 / Project Name: <div>MVEPP</div>				
文件名称 Doc. Name/编号 NO: <div>一种以音圈电机为执行机构的低压大通径比例阀的物理域模型设计</div>				
相 关 文 档 / Refer Document				
文件编号/Document NO		文件名称/Document Name		版本/Rev.
文 档 记 录 / Document History				
版本/Rev.	编制/日期 Author/Date	审核/日期 Checked/Date	审核/日期 Checked/Date	批准/日期 Approved/Date
1.00	徐鲁玉/20240718			
<div>谊安公司（非公开）版权所有</div> <div>本文件为谊安公司的专有资料。任何对本文件的使用、复制、或发布行为均是明确禁止的，除非本公司特殊批准，否则将被视为侵犯本公司的权利和利益。</div> <div>©AEONMED CORP. (UNPUBLISHED)ALL RIGHTS RESERVED</div> <div>This material is the proprietary information of Aeonmed Corp. and any use, reproduction, or distribution of the material contained herein, unless specifically authorized by Aeonmed Corp., is expressly forbidden and would violate the rights and interests of AeonmedCorp..</div>				

目录

第 1 章 概述.....	1
1.1 设计目标.....	1
第 2 章 设计方案.....	2
2.1 软件环境.....	2
2.2 设计方法.....	2
2.2.1 参数计算	错误!未定义书签。
2.2.2 物理域模型设计	错误!未定义书签。
第 3 章 总结.....	错误!未定义书签。

第 1 章 概述

1.1 设计目标

本文档的设计目标为：设计一种以音圈电机为执行机构的低压大通径比例阀的物理域模型，该模型是基于 Matlab Simscape 环境设计构建的。

本文档说明了将目标阀的实际测试数据转换为物理域模型所需参数的计算方法，以及对应模型的设计和构建方法。

第 2 章 设计方案

2.1 软件环境

Matlab 2023a(需包含 simscape 模型库)

2.2 设计方法

该模型的参数计算及设计的假设如下：

- (1) 气体均为稳流，且不可压缩；
- (2) 该系统为绝热系统，不存在热交换，气体恒为标准气体状态；
- (3) 音圈电机中的磁通量垂直于电流，磁通密度在导线方向上恒定；
- (4) 假设音圈电机中的线圈仅具有电阻特性，即线圈电流恒定，无反电动势。

2.2.1 数学模型

基于上述假设，比例阀的建模得到了简化，阀的数学模型分为四个部分，即音圈电机的电磁模型、电机的摩擦力模型、膜片的压力模型、阀座的流量模型。

（注：本文基于“Model based design of an expiratory valve and voice-coil actuator and evaluation of complete expiratory system performance with a PI controller”一文，为便于二者内容相互联系，本文中的数学公式序号与图号均与参考文献相同。）

2.2.1.1 音圈电机的电磁模型

基于上述假设，电机中的电磁模型由线圈、导磁体、永磁体构成，工作原理为：永磁体的磁场通过导磁体构成 VCA 工作磁场，带电线圈在磁场中受洛伦兹力作用而运动，故电磁模型的受力质量体即为线圈，分析其在 VCA 磁场中不同位置的电磁力。

一般而言，带电导线在磁场中的力符合安培定律，即

$$F = Bil \quad (2.1)$$

其中， F 为安培力[N]， B 为磁场密度或磁感应强度[T]， i 为电流[A]， l 为带电

导线垂直于磁感线的长度 $[m]$ 。

对于 VCA，其永磁铁及导磁体构成了封闭磁场，故导线垂直于磁感线，但由于磁场存在边缘磁通泄露的现象，在气隙外的通量密度，离气隙越远，通量越小，当线圈移动至气隙外时，系数 B_l 将变得非线性，因此，线圈受力公式为：

$$F = i \int B(x) dx \quad (2.2)$$

其中， x 为质量块移动的线性位移 $[m]$ ，对 VCA 而言， $B(x)$ 一般可分为三部分，即 VCA 内、气隙内、执行器外的磁通密度。

为计算 $B(x)$ ，需要对 VCA 的磁场进行划分，第一个是闭合磁路中的气隙，这个区域内的磁通量最大，是分析模型的主要区域。另外两个区域在间隙外，即音圈电机的内部和外部。为了对这三个领域进行分析建模，本文使用了两种不同的方法，其中，对于气隙内的区域，通量密度可以利用磁导和泄漏系数来估计，而音圈电机内外，可使用一个归一化的近似函数来估计边缘磁通密度，该近似将磁通密度视为关于气隙距离的函数。

(1) 气隙磁通密度

在计算磁通密度前，需要计算 VCA 磁场的磁导。一般而言，计算磁导的方法有三种，首先，可利用退磁图找到磁体的工作点，从而给出了特定磁铁的磁导和磁通密度，如公式(2.6)；然后，对开放磁场的磁体，可依赖于磁铁的几何形状来估计该系数，如公式(2.7)；最后，对 VCA 中的闭合磁路，需要根据介质的磁导率和泄漏系数对磁导进行计算，其公式为：

$$P_c = \mu \left(\frac{A_g L_m}{A_m L_g} \right) \sigma \quad (2.8)$$

其中， P_c 为磁场磁导 $[H/m]$ ， μ 为磁导率 $[N \cdot m^2]$ ， A_g 为气隙面积 $[m^2]$ ， A_m 为磁铁面积 $[m^2]$ ， L_g 为气隙长度 $[m]$ ， L_m 为磁铁长度 $[m]$ ， σ 为泄露系数。

求得磁场磁导后，即可求得工作点磁通密度，其公式为：

$$B_d = \frac{B_r}{1 + \frac{\mu_{rec}}{P_c}} \quad (2.9)$$

其中， B_d 为工作点磁通密度 $[T]$ ， B_r 为当磁导为零时的最大磁通密度 $[T]$ ， μ_{rec} 为相

对磁导率 $[N \cdot m^2]$ 。

还需确定 VCA 磁场的泄露系数，其公式为：

$$\sigma = \frac{P_t}{P_g}, P_t = P_g + P_{it} \quad (2.10)$$

其中， P_t 为磁路的总磁导 $[H]$ ， P_g 为气隙磁导 $[H]$ ， P_{it} 为总泄露磁导 $[H]$ 。

由此，根据上述对工作点的通量密度和泄漏系数的计算，可计算气隙磁通密度，其公式如下：

$$B_g = \frac{A_m B_d}{A_g \sigma} \quad (2.11)$$

该式给出了 VCA 气隙磁场的磁通密度，显然，该值为常数。

(2) 边缘磁通密度

在磁通量以圆形模式扩散的假设下，提出了一个将磁通密度视为关于气隙距离的估计函数，其公式为：

$$B_{norm} = \frac{L_g}{\pi x + L_g} \quad (2.12)$$

其中， B_{norm} 为边缘磁通密度系数[量纲为 1]， x 为距离间隙的距离 $[m]$ 。

(3) 安培力

对于传统的 VCA，线圈的安培力可分为三部分，其系数如下：

$$Bl_i = \int_{l_i} B_b(x) dx \quad (3.1)$$

$$Bl_g = B_g l_g \quad (3.2)$$

$$Bl_o = \int_{l_o} B_a(x) dx \quad (3.3)$$

其中， Bl_i 为电机内部的线圈安培力的系数 $[N/A]$ ， x 为相对于线圈底部的位置 $[m]$ ， B_b 为电机内部的边缘磁通密度 $[T]$ ， Bl_g 为气隙安培力的系数 $[N/A]$ ， B_a 为电机外部的边缘磁通密度 $[T]$ ， l_i l_g l_o 表示每个区域中的线圈的总长度。

因此，线圈的安培力为：

$$F = i(Bl_i + Bl_g + Bl_o) \quad (3.4)$$

对于气隙磁导，其公式为：

$$P_g = \frac{\mu_0 A_g}{L_g}, \mu_0 = 4\pi 10^{-7} \quad (3.5)$$

其中, P_g 为气隙磁导 $[H/m]$, μ_0 为气隙磁导率。

对于总泄露磁导, 其公式为:

$$P_{tl} = 2P_{f1} + P_{f2} + P_{f3} + P' \quad (3.6)$$

其中, 每个泄露磁导为:

$$P_{f1} = 0.264\pi\mu_0(D_p + L_g) \quad (3.7)$$

$$P_{f2} = \mu_0(D_p + L_g)\ln(1 + \frac{D_p}{L_g}) \quad (3.8)$$

$$P_{f3} = \mu_0(D_p + L_g)\ln(1 + \frac{D_p L_g D_m}{L_g}) \quad (3.9)$$

$$P' = \max(P_i, P_l), \begin{cases} P_i = \frac{\pi\mu_0 L_m (D_m + D_y)}{4(D_y - D_m)} \\ P_l = \pi\mu_0 \sqrt{D_m \frac{L_m}{2}} \end{cases} \quad (3.10)$$

其中, D_p 为极片直径 $[m]$, D_y 为扼片直径 $[m]$ 。

将公式 (3.6) (3.6) 代入 (2.10) 可得到泄露系数 σ , 将泄露系数代入 (2.8) 可得磁场磁导 P_c , 磁场磁导代入 (2.9) 可得工作点磁通密度 B_d , 磁通密度代入 (2.11) 可得 B_g , 可应用于 (3.2), 即得到气隙的安培分力。

对于边缘磁通密度, 可由 (2.12) 计算得到, 但需要对不同的 VCA 进行适应, 因此, 添加一个优化参数, 其公式为:

$$B_a(x) = B_b(x) = B_g \frac{L_g}{k_s \pi x + L_g} \quad (3.12)$$

其中, 气隙内外的 k_s 不同。

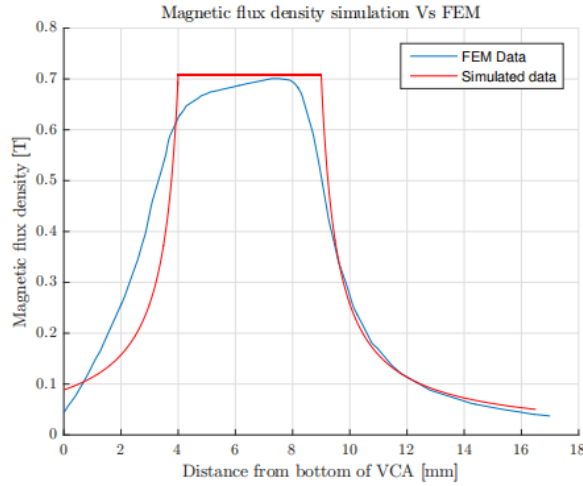


Figure 4.3: Flux comparison between simulation and Test VCA 5 FEM data

上图即为 VCA 的磁通密度与位移 x 的关系。

最终，将计算得到的气隙磁通密度和边缘磁通密度代入（3.4）即可得到线圈的安培力，即电机的电磁模型。

2.2.1.2 电机的摩擦力模型

VCA 中的电机轴作平移运动，存在摩擦力作用，本文中的摩擦力模型为 LuGre 摩擦力模型，该摩擦力分为三部分，即库伦（动）摩擦、粘性摩擦、临界（静）摩擦，并以 Stribeck 摩擦曲线对摩擦力在静止和移动之间过渡时的不连续进行描述。

库伦摩擦的计算公式为：

$$F_c = \mu F_n \quad (2.13)$$

其中， F_c 为库伦摩擦力[N]， μ 为动摩擦系数， F_n 为法向力[N]。

粘性摩擦的计算公式为：

$$F_v = \delta_v v \quad (2.14)$$

其中， F_v 为粘性摩擦力[N]， δ_v 为粘性摩擦系数[N*s/m]， v 为相对速度[m/s]。

临界摩擦的计算公式为：

$$F_{brk} = \mu_b F_n \quad (*)$$

其中， F_{brk} 为临界摩擦力[N]， μ_b 为静摩擦系数。

一般的 Stribeck 摩擦曲线的计算公式为：

$$F_s = (F_{brk} - F_c) \exp(-c_v |v|) \text{sign}(v) \quad (2.15)$$

其中, F_s 为 Stribeck 摩擦力[N], c_v 为过渡近似系数[s/m]。

因此, 理想摩擦力见下图右侧, 其计算公式为:

$$F_f = F_c + F_s + F_v \quad (2.16)$$

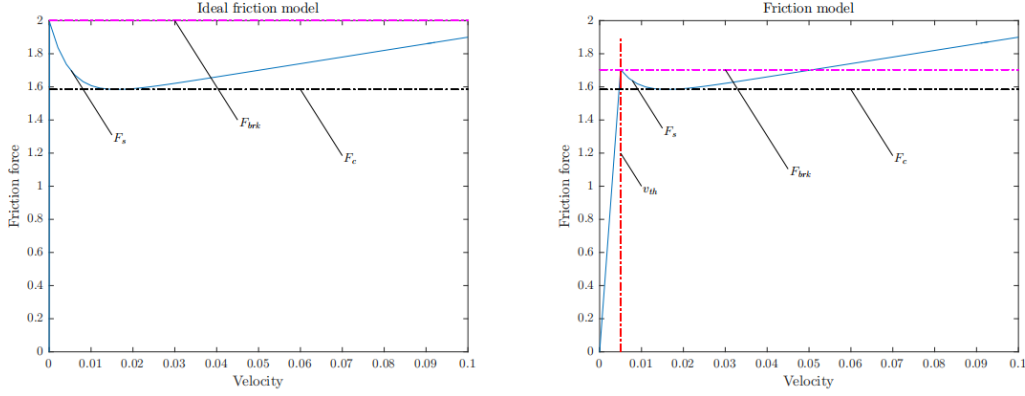
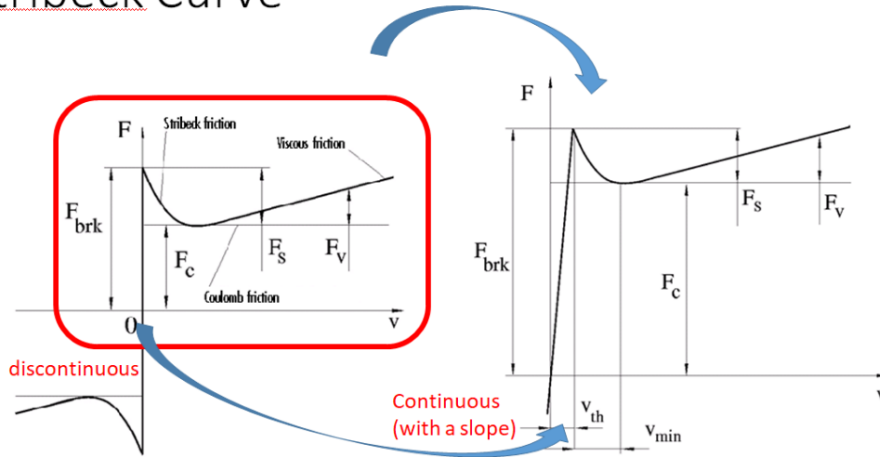


Figure 2.6: Ideal and approximated friction model

Stribeck Curve



<http://ch.mathworks.com/help/physmod/simscape/ref/translationalfriction.html>

但该公式在零速度时会出现不连续现象, 因此, 加入速度阈值环节, 当速度小于阈值时, 摩擦力近似与速度成正比, 如上图右图所示。

加入速度阈值的摩擦力公式为:

$$F_f = \begin{cases} v \frac{C_f (F_c + (F_{brk} - F_c) \exp(-c_v v_{th}))}{v_{th}}, & \text{if } |v| < v_{th} \\ F_c + (F_{brk} - F_c) \exp(-c_v |v|) \text{sign}(v) + \delta_v v, & \text{if } |v| \geq v_{th} \end{cases} \quad (2.17)$$

其中, C_f 为比例系数, v_{th} 为速度阈值[m/s]。

参考内容如下,

Implementation - MATLAB

$$g(v) = \frac{F_C + (F_S - F_C)e^{-(v/v_s)^2}}{\sigma_0}$$

$$\frac{dz}{dt} = v - \frac{|v|}{g(v)} z$$

$$F = \sigma_0 z + \sigma_1 \frac{dz}{dt} + \sigma_2 v$$

Where:

F_C is the Columb friction

F_S is the stiction friction (break-away friction)

v_s is the Stribeck velocity

σ_2 is the viscous friction

z is the average deflection of the bristle

σ_0, σ_1 are the stiffness and damping coefficient, respectively, for the z

其中， z 为平均刚毛挠度，且存在积分计算，依赖于 ts 。

2.2.1.3 膜片的压力模型

当气体流过阀座时，阀座中的膜片上存在两种由流体导致的力，分别为气压形成的压力和流体质量形成的惯性力。

(1) 惯性力

膜片的惯性力由气体质量流量导致，由于本文假设气体不可压缩，因此，气体密度不变，则其计算公式为：

$$F_i = 2\rho v_{in} Q = 2 \frac{\rho Q^2}{\pi r_{in}^2} \quad (6.6)$$

其中， F_i 为惯性力 $[N]$ ， ρ 为标准状态气体密度 $[kg/m^3]$ ， v_{in} 为进气流速 $[m/s]$ ， Q 为流量 $[m^3/s]$ ， r_{in} 为阀外进气口半径 $[m]$ 。

(2) 气压力

膜片的气压力由膜片上的压力分布方式决定，一般有四种数学模型，即恒压力模型、变压力模型、Smal 压力模型和拓展 Smal 压力模型。

恒压力模型的计算公式为：

$$F_p = C_v A_m p_{vi} \quad (5.20)$$

其中， C_v 为描述膜上压力分布的阀系数， A_m 为有效作用面积 $[m^2]$ ， p_{vi} 为阀内进气腔压力 $[Pa]$ 。

变压力模型的计算公式为：

$$F_p = C_v \left(\frac{y_r}{d_{in}} \right) A_m p_{vi} \quad (5.20)$$

其中， $C_v \left(\frac{y_r}{d_{in}} \right)$ 为与阀口大小和进气腔直径的比值相关的阀系数函数， y_r 为阀口大小 $[m]$ ， d_{in} 为进气腔直径 $[m]$ 。

而对于 Smal 模型，需要对阀内压力分布进行建模，分布形式见下图。

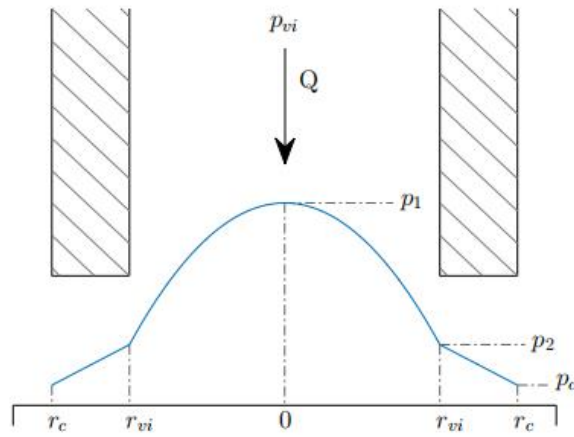


Figure 5.5: Pressure distribution on the membrane in Smal's model [31]

图中各点压力的计算公式如下：

$$\begin{aligned} p_1 &= p_{vi} + \frac{\rho v_{in}^2}{2} = p_{vi} + \frac{\rho}{2} \left(\frac{Q}{\pi r_{vi}^2} \right)^2 \\ p_2 &= p_1 - \frac{\rho v_2^2}{2} - \zeta(x) \frac{\rho v_{in}^2}{2} = p_1 - \frac{\rho}{2} \left(\frac{Q}{2\pi r_{vi} x} \right)^2 - \zeta(x) \frac{\rho}{2} \left(\frac{Q}{\pi r_{vi}^2} \right)^2 \end{aligned} \quad (5.18)$$

其中， p_1 为膜片中心压力 $[Pa]$ ， p_{vi} 为阀内进气腔压力 $[Pa]$ ， r_{vi} 为 阀内进气腔半径 $[m]$ ， p_2 为进气腔与膜片的交界处的压力 $[Pa]$ ， $\zeta(x)$ 为补偿流量因子。

得到膜片上各点压力后，可得关于膜片半径的压力函数，计算公式如下：

$$p = \begin{cases} p_1 + \frac{p_2 - p_1}{r_{vi}^2} r^2, & r < r_{vi} \\ p_c + \frac{p_2 - p_c}{r_c - r_{vi}} (r_c - r), & r_{vi} \leq r < r_c \end{cases} \quad (5.21)$$

其中， p_c 为阀内进气腔末端压力 $[Pa]$ ， r_c 为阀内进气腔末端半径 $[m]$ 。

得到压力函数后，对其积分可得膜片的气压压力，计算公式为：

$$F_p = \int_A p(r) dA = 2\pi \int_0^{r_c} p(r) r dr = a_1 p_1 + a_2 p_2 + a_3 p_c - a_4 p_0$$

where

$$a_1 = \frac{\pi r_{vi}^2}{2}$$

$$a_2 = \frac{\pi r_{vi}^2}{2} + \pi \frac{\pi r_c^3 + 2r_{vi}^3 - 3r_c r_{vi}^2}{3(r_c - r_{vi})}$$

$$a_3 = \pi r_m^2$$

$$a_4 = -\pi \frac{\pi r_c^3 + 2r_{vi}^3 - 3r_c r_{vi}^2}{3(r_c - r_{vi})} + \pi r_m^2 - \pi r_{vi}^2$$
(5.22)

本文采用的为拓展 Smal 压力模型，一般 VCA 阀座无法测量阀气腔内部的压力，而是在腔外测量，根据伯努利方程，进气腔内外部的直径不同会导致压差，该压力损失可表述为：

$$p_{vi} = p_{in} - \Delta p_{input} = p_{in} - \zeta_{in} \frac{\rho}{2} v_{vi}^2, v_{vi} = \frac{Q}{\pi r_{vi}^2} \quad (6.1)$$

其中， p_{in} 为阀外进气口压力 [Pa]， ζ_{in} 为进气口压力损失因子，其计算公式为：

$$\zeta_{in} = 1 - \left(\frac{r_{vi}}{r_{in}}\right)^4 \quad (6.2)$$

同理，出气腔的压力损失可表述为：

$$p_c = p_0 + \zeta_{ex} \frac{\rho}{2} v_{ex}^2, v_{ex} = \frac{Q}{\pi r_{ex}^2} \quad (6.4)$$

其中， p_0 为阀外出口压力 [Pa]， r_{ex} 为阀外出气口半径 [m]， ζ_{ex} 为出气口压力损失因子，其计算公式为：

$$\zeta_{ex} = 1 - \left(\frac{r_{ex}}{r_c}\right)^4 \quad (*)$$

将 (6.1) (6.4) 代入 (5.21) (5.22) 后，其 (5.21) 的压力分布函数变为：

$$p = \begin{cases} p_1 + \frac{p_2 - p_1}{r_{in}^2} r^n, r < r_{vi}, n = n(yr) \\ p_c + \frac{p_2 - p_c}{r_c - r_{in}} (r_c - r), r_{in} \leq r < r_c \end{cases} \quad (6.8)$$

其中， $n(yr)$ 为压力分布指数函数，由实验数据拟合得到，参考曲线如下：

$$\zeta(y_r) = -29.0e^{-77.2y_r} + 27.8e^{-17.5y_r} \quad (6.12)$$

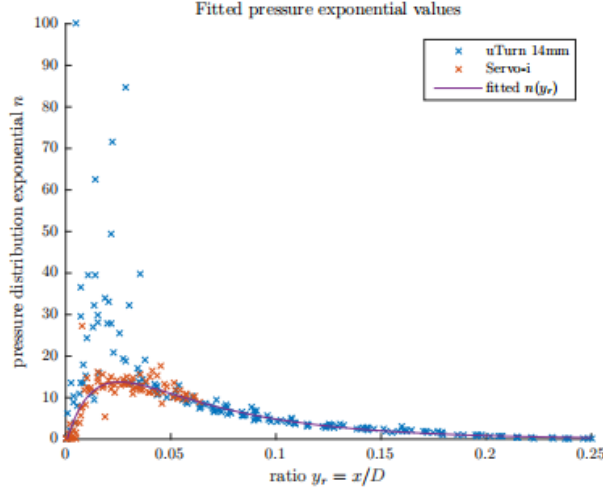


Figure 6.5: Distribution of optimal pressure coefficient values

而（5.22）的压力模型中的部分系数变为：

$$\begin{aligned} a_1 &= \frac{n}{n+2} \pi r_{in}^2 \\ a_2 &= \frac{2}{n+2} \pi r_{in}^2 + \pi \frac{\pi r_c^3 + 2r_m^3 - 3r_c r_m^2}{3(r_c - r_{in})} \end{aligned} \quad (6.8)$$

因此，结合（5.22）（6.1）（6.4）（6.8）即可得到膜片的拓展 Smal 压力模型。

2.2.1.4 阀座的流量模型

阀座的流量模型有两种数学模型，即 Smal 模型和拓展 Smal 模型。

Smal 模型的计算公式如下：

$$Q = \frac{\pi}{12\mu} \frac{r_c + r_{vi}}{r_c - r_{vi}} (p_2 - p_c) x^3 \quad (5.19)$$

其中， μ 为空气粘度系数 [$Pa \cdot s$]， x 为阀的气隙开度， p_2 由（5.18）计算得到。

将（6.1）（6.4）代入（5.19）后，即可得到拓展 Smal 模型，其计算公式为：

$$Q = \frac{-1 + \sqrt{1 + 4[(\zeta(y_r) + \zeta_{in} - 1)g_2x^3 + \zeta_{ex}g_3x^3 + g_4x]}g_1x^3(p_{in} - p_0)}{2[(\zeta(y_r) + \zeta_{in} - 1)g_2x^3 + \zeta_{ex}g_3x^3 + g_4x]}$$

where

$$y_r = x / (2r_{vi})$$

and

$$g_1 = \frac{\pi}{12\mu} \frac{r_c + r_{in}}{r_c + r_{in}}, \quad (6.5)$$

$$g_2 = \frac{\rho}{2} g_1 \left(\frac{1}{\pi r_{in}^2} \right)^2,$$

$$g_3 = \frac{\rho}{2} g_1 \left(\frac{1}{\pi r_{ex}^2} \right)^2,$$

$$g_4 = \frac{\rho}{2} g_1 \left(\frac{1}{2\pi r_{in}} \right)^2,$$

其中， $\zeta(y_r)$ 为流量调整系数，由实验数据拟合得到，参考曲线如下：

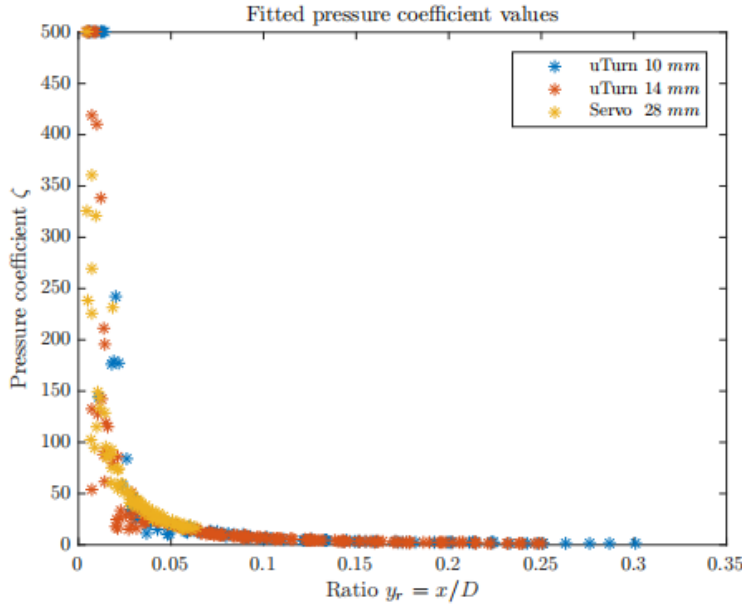


Figure 6.3: Distribution of optimal pressure coefficient values

2.2.2 阀的力模型

结合上文内容，膜片的力包括：音圈电机的电磁力、电机的摩擦力、弹簧力（若有弹簧存在）、流量导致的惯性力和气压压力，则其力平衡方程为：

$$F_{VAC}(x, I) + F_p(p_{in}, p_0, Q, x) + F_l(Q) - F_f(\dot{x}) - F_k(x) = m\ddot{x} \quad (*)$$

其中, F_{VAC} 为电磁力, 由 2.2.1.1 节的 (3.4) 式计算得到; F_p 为气压压力, 由 2.2.1.3 节的 (6.8) 式计算得到; F_i 为流量惯性力, 由 2.2.1.3 的 (6.6) 式计算得到; F_f 为摩擦力, 由 2.2.1.2 节的 (2.17) 式计算得到; 若存在弹簧, 则 F_K 为弹簧力, $F_K = kx$, k 为弹簧的弹性系数 $[N/m]$ 。

2.2.3 阀的流量模型

由 2.2.2 节的力模型可得阀中膜片的运动曲线, 将其与 2.2.1.4 的阀座流量模型 (6.5) 式结合即可得到阀的流量模型, 该模型以输入电流、阀的输入输出压力为输入值, 以流量为输出值。

第 3 章 总结

在比例阀的设计中, 需要注意:

- (1) 流经阀的气体需要“不可压缩”, 即马赫比小于 0.3, 这对应于阀的最大体积流量和通流面积的设计;
- (2) 模型的参数计算需要以国际单位制计算。