大气阻下呼吸力学参数辨识不准确问题分 析

1 概述

本文对大气阻下基于最小二乘算法的呼吸力学参数辨识问题进行分析,总结大气阻下参 数辨识失败的主要原因,为后续辨识算法的改进提供参考依据。

2 问题描述

2.1 单腔室肺模型

无自主呼吸时,单腔室肺模型可等效为图 1 所示的 RC 电路,满足下面的关系:

$$\begin{cases} P_{aw} - P_L = R_L Q_L \\ \frac{1}{C_L} \int Q_L = P_L - PEEP \end{cases}$$
 (1)

其中 R_L 表示呼吸系统阻力, C_L 表示呼吸系统顺应性。

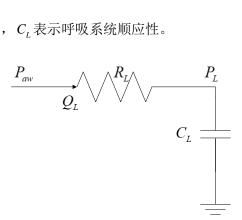


图 1 单腔室肺模型等效电路

联立(1)并消去 P_L 可得

$$P_{aw} = R_L Q_L + \frac{1}{C_L} \int Q_L + PEEP$$

$$= A \begin{bmatrix} R_L \\ \frac{1}{C_L} \\ PEEP \end{bmatrix}$$
(2)

其中

$$A = \begin{bmatrix} Q_L & \int Q_L & 1 \end{bmatrix} \tag{3}$$

(2)为呼吸力学参数辨识的基本模型,在机械通气中吸气流量与气道压均可通过传感器 量测获得,因此理论上通过(递推)最小二乘法便可得到 R_L 与 C_L 。

2.2 辨识实例

本节通过 NICP 样机中设计的相关控制算法与 TTL 5601 模拟肺进行机械通气实验,以验证最小二乘辨识算法的有效性。

2.2.1 小气阻辨识实例

相关参数由(4)给出,通气过程中的压力流量波形如图 2 所示。

$$R_{L} = 5cmH_{2}O/(L/s)$$

$$C_{L} = 50mL/cmH_{2}O$$

$$P_{insp} = 20cmH_{2}O$$

$$PEEP = 5cmH_{2}O$$

$$T_{slope} = 0.1s$$

$$T_{insp} = 1s$$
(4)

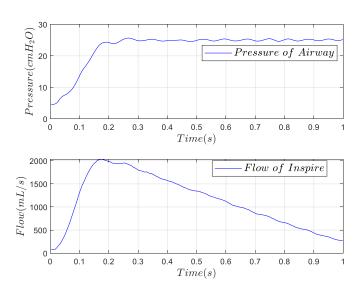


图 2 机械通气波形 (小气阻)

通过最小二乘法得到的辨识参数如下

$$\begin{cases} R_L = 7.625137179395807 \text{cmH}_2 O / (L/s) \\ C_L = 64.9366647283970 mL / cmH_2 O \\ PEEP = 4.08449047736593 cmH_2 O \end{cases}$$
 (5)

显然,小气阻下参数辨识结果(5)与真值相差较小。此外,为检验模型匹配程度,将图 2 所示的流量输入到辨识得到的模型中,模型的气道压力输出与真实气道压力输出对比如图 3 所示:

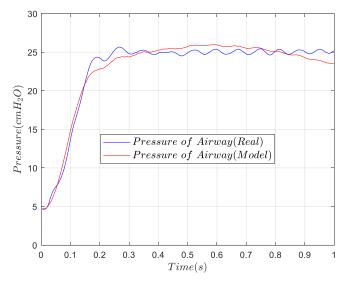


图 3 真实气道压与模型气道压对比(小气阻)

从图 3 中不难发现模型输出的气道压与真实气道压十分接近,因此小气阻下最小二乘法得到的辨识结果(5)比较准确。

2.2.2 大气阻辨识实例

相关参数由(6)给出,通气过程中的压力流量波形如所示。

$$R_{L} = 200cmH_{2}O/(L/s)$$

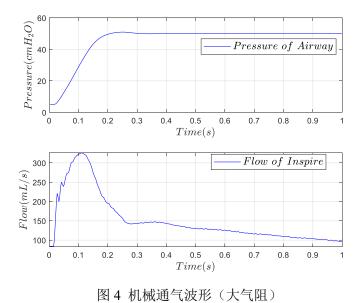
$$C_{L} = 3mL/cmH_{2}O$$

$$P_{insp} = 45cmH_{2}O$$

$$PEEP = 5cmH_{2}O$$

$$T_{slope} = 0.1s$$

$$T_{insp} = 1s$$
(6)



通过最小二乘法得到的辨识参数如下

$$\begin{cases} R_L = 11.517611181430766 \text{cmH}_2 O / (L/s) \\ C_L = 4.982032971381504 m L / cm H_2 O \end{cases}$$

$$PEEP = 26.2104777449918 cm H_2 O$$

$$(7)$$

显然,小气阻下参数辨识结果(7)与真值相差较大。同样的,将图 4 所示的流量输入到辨识得到的模型(7)中,模型的气道压力输出与真实气道压力输出对比如图 5 所示:

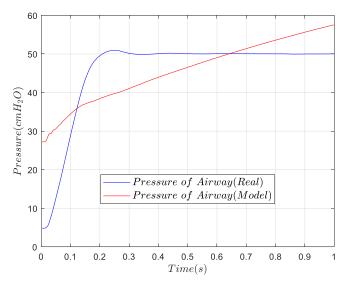


图 5 真实气道压与模型气道压对比(大气阻)

从图 5 中不难发现模型输出的气道压与真实气道压相差很大,因此大气阻下最小二乘法得到的辨识结果(7)并不准确。

3 影响因素分析

本章对 2.2.2 节中提到的大气阻辨识不准确问题进行详细分析,为后续辨识算法的改进 提供参考依据。

3.1 管路顺应性影响

3.1.1 管路--肺模型

大气阻下的辨识结果(7)比实际参数明显偏小,考虑到气阻等于压力与流量的比值,因此可以推断辨识结果偏小的原因应当是大气阻下肺流量比监测的吸气流量要小得多。此外,由(1)、(2)不难发现,单腔室肺模型中的流量为肺流量(即参数辨识时需使用肺流量),而呼吸机监测到的流量为吸气流量。在呼吸气路中,吸气流量通过管路到达患者端,因此需具体分析吸气流量与肺流量的关系,考虑管路时,管路——肺可等效为图 6 所示的电路模型,满足下面的关系:

$$\begin{cases}
C\dot{P}_{L} = Q_{L} \\
P_{aw} - P_{L} = RQ_{L} \\
Q_{L} = Q_{ln} - Q_{T} \\
C_{T}\dot{P}_{aw} = Q_{T} \\
P_{ln} - P_{aw} = R_{T}Q_{ln}
\end{cases}$$
(8)

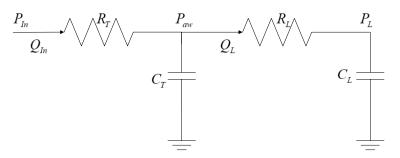


图 6 管路一肺模型等效电路

对(8)进行 Laplace 变换并消去中间变量可得,以吸气流量 Q_{ln} 为输入,肺流量 Q_{L} 为输出的传递函数为:

$$\frac{Q_L}{Q_{ln}} = \frac{1}{C_T R_L s + 1 + \frac{C_T}{C_L}}$$

$$= \frac{C_L}{C_L + C_T} \frac{1}{\frac{C_T R_L C_L}{C_L + C_T} s + 1}$$

$$= A \frac{1}{\tau s + 1}$$
(9)

其中

$$A = \frac{C_L}{C_L + C_T} \tag{10}$$

$$\tau = \frac{C_T R_L C_L}{C_L + C_T} \tag{11}$$

3.1.2 管路顺应性影响分析

本节以阶跃响应为例,分析式(9)给出的传递函数中参数 A、 τ 对吸气流量 Q_{ln} 与肺流量 Q_{l} 的关系影响。

首先分析参数 A , A 反映了单位阶跃响应下 Q_m 与 Q_L 间的稳态误差,由于管路顺应性 C_T 远小于肺顺应性 C_L ,于是有

$$A = \frac{C}{C + C_t} = \frac{1}{1 + \frac{C_t}{C}} \approx 1 \tag{12}$$

当 $C_t = 0$ 时A = 1,此时 Q_m 与 Q_L 间不存在稳态误差;当 $C_t \neq 0$ 时A < 1,此时 Q_m 与 Q_L 间存在稳态误差,误差大小由 C_t 与C的大小决定,表 1给出了不同 C_t 与C组合下单位阶跃响应稳态误差大小。

表 1 不同 C_T 与 C_L 组合下单位阶跃响应稳态误差

		$C_T(L/cmH_2O)$				
		0.0002	0.0004	0.0006	0.0008	0.001
	0.01	0.019608	0.038462	0.056604	0.074074	0.090909
	0.02	0.009901	0.019608	0.029126	0.038462	0.047619
	0.03	0.006623	0.013158	0.019608	0.025974	0.032258
	0.04	0.004975	0.009901	0.014778	0.019608	0.02439
C_L (L/cmH_2O)	0.05	0.003984	0.007937	0.011858	0.015748	0.019608
	0.06	0.003322	0.006623	0.009901	0.013158	0.016393
	0.07	0.002849	0.005682	0.008499	0.011299	0.014085
	0.08	0.002494	0.004975	0.007444	0.009901	0.012346
$(L/cmir_2O)$	0.09	0.002217	0.004425	0.006623	0.008811	0.010989
	0.1	0.001996	0.003984	0.005964	0.007937	0.009901
	0.11	0.001815	0.003623	0.005425	0.00722	0.009009
	0.12	0.001664	0.003322	0.004975	0.006623	0.008264
	0.13	0.001536	0.003067	0.004594	0.006116	0.007634
	0.14	0.001427	0.002849	0.004267	0.005682	0.007092
	0.15	0.001332	0.00266	0.003984	0.005305	0.006623

显然, C_T 越小 C_L 越大,单位阶跃响应稳态误差越小。

下面分析参数 τ , τ 反应了 Q_L 跟踪 Q_m 的速度快慢, τ 越小跟踪速度越快(即系统带宽越高), τ 越大小跟踪速度越慢快(即系统带宽越低)。

对于给定的 $C_T = 0.0004L/cmH_2O$, $C_L = 0.01L/cmH_2O$

当 $R_L = 5cmH_2O/(L/s)$ 时(小气阻), $\tau = 0.001923076923077$,当 $R_L = 500cmH_2O/(L/s)$ 时(大气阻), $\tau = 0.1923076923077$,二者的单位阶跃响应如所示。

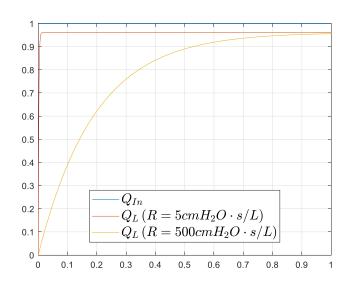


图 7 单位阶跃响应对比

从图中可以看出, 小气阻下肺流量可以很快跟上吸气流量, 因此可以使用吸气流量代替

肺流量;而大气阻下肺气流量需很长时间($500cmH_2O \cdot s / L$ 时约 0.6s)才能跟上吸气流量,此时使用吸气流量代替肺流量则会产生较大误差。

3.1.3 仿真实例

本节通过 Matlab 仿真数据验证管路顺应性对 RC 辨识的影响。在仿真中管路顺应性设置为 $C_T=0.0004L/cmH_2O$,在(13)所示的正弦吸气流量下,取吸气时间 $T_{Insp}=1s$,以吸气流量代替肺流量进行 RC 辨识

$$Q_{ln} = \sin(\pi t) \tag{13}$$

不同 RC 组合下辨识结果如表 2 所示

农 2 个间 KC 组 自 下				
真实参数		辨识结果		
$R(cmH_2O\cdot s/L)$	$C(L/cmH_2O)$	$R(cmH_2O \cdot s / L)$	$C(L/cmH_2O)$	
5	0.01	4.596825627250539	0.010393122572004	
5	0.15	4.944468803026958	0.148810877782924	
50	0.01	43.503822874814870	0.009758373052510	
50	0.15	46.689653183905990	0.072989436590496	
500	0.01	207.1960161629948	0.001972559264040	

表 2 不同 RC 组合下辨识结果

从上表中不难发现,小气阻下辨识结果相对准确,但随着 R 的增大,辨识误差也逐渐增大, $R=500cmH_2O\cdot s/L$ 时辨识误差接近 60% 。

0.15

3.1.4 修正方案与辨识实例

为解决管路顺应性对大气阻辨识结果的影响,需对肺流量进行估计,根据(8)可知,肺流量 Q_1 满足

$$Q_L = Q_{ln} - C_T \dot{P}_{aw} \tag{14}$$

其中管路顺应性 C_T 可通过开机自检测得,气道压导数 \dot{P}_{av} 可通过气道压 P_{av} 的差分近似代替。

本次实验中样机给出的管路顺应性为 $0.0007L/cmH_2O$,在使用(14)估计肺流量的基础上,对2.2.2中的吸气相数据做RC辨识,得到的辨识结果如下

$$\begin{cases} R_{L} = 321.978541251483 \text{cmH}_{2}O / (L/s) \\ C_{L} = 5.21182424132226 mL / cmH_{2}O \\ PEEP = -4.23320818373122 cmH_{2}O \end{cases}$$
(15)

显然,考虑了管路顺应性后的辨识结果(15)比未考虑管路顺应性的辨识结果(7)的准确度有了明显提升。将图 4 所示的流量输入到辨识得到的模型(15)中,模型的气道压力输出与真实气道压力输出对比如图 8 图 5 所示:

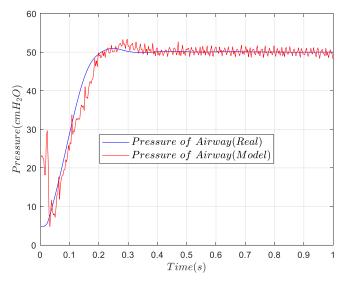


图 8 真实气道压与模型气道压对比(大气阻)

从图 8 中不难发现模型输出的气道压与真实气道压比较接近,因此大气阻下修正后的最小二乘法得到的辨识结果(15)可用于传统通气控制。

3.2 数值稳定性影响

使用 3.1 节中给出的修正方法得到的辨识结果虽然可以用于传统通气控制,但该结果与参数真实值仍有一定差距。本节从数值稳定性的角度对大气阻辨识不准确问题进行进一步分析。

3.2.1 向量与矩阵范数

在开展数值稳定性分析前需先引入向量与矩阵范数的概念,本文直接给出相关结论。 向量 2 范数:

$$\|\boldsymbol{a}\|_{2} = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} a_{i}^{2}} \tag{16}$$

其中 $\mathbf{a} = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & \cdots & a_n \end{bmatrix}^T$ 。

矩阵 2 范数:

$$\|\mathbf{A}\|_{2} = \sqrt{\lambda_{max}} \tag{17}$$

其中 λ_{max} 为 A^TA 的最大特征值。

范数不等式:

$$\|x + y\|_{2} \le \|x\|_{2} + \|y\|_{2}$$
 (18)

$$||Ax||_{2} \le ||A||_{2} ||x||_{2} \tag{19}$$

$$\left\| \boldsymbol{A}\boldsymbol{B} \right\|_{2} \leq \left\| \boldsymbol{A} \right\|_{2} \left\| \boldsymbol{B} \right\|_{2} \tag{20}$$

其中A、B为 $n \times n$ 矩阵, x、y为 $n \times 1$ 向量。

3.2.2 条件数与病态线性方程组

首先考虑下面的两个线性方程组

$$\begin{cases} x_1 + 5x_2 = 6\\ x_1 + 5.001x_2 = 6.001 \end{cases}$$
 (21)

$$\begin{cases} x_1 + 5x_2 = 6 \\ x_1 + 4.999x_2 = 6.002 \end{cases}$$
 (22)

显然,方程组(21)的解为

$$\begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = 1 \end{cases} \tag{23}$$

方程组(22)的解为

$$\begin{cases}
 x_1 = 16 \\
 x_2 = -2
\end{cases}$$
(24)

方程组(21)与方程组(22)的系数仅有微小变化,但方程组的解却发生了大幅度变化,下面分析出现这种情况的原因。

设原方程组为

$$Ax = b \tag{25}$$

其中 A 为非奇异矩阵,当 A 、b 出现扰动,变为 $A+\Delta A$ 、 $b+\Delta b$ 时,方程组的解变为 $x+\Delta x$,于是有

$$(A + \Delta A)(x + \Delta x) = (b + \Delta b)$$
 (26)

(26)可转化为

$$A\Delta x + \Delta A x + \Delta A \Delta x = \Delta b \tag{27}$$

(27)两边乘以 A-1 可得

$$\Delta x = A^{-1} \Delta b - A^{-1} \Delta A x - A^{-1} \Delta A \Delta x \tag{28}$$

(28)两边取 2 范数 (为便于书写省略范数下标 2) 可得

$$\|\Delta x\| = \|A^{-1}\Delta b - A^{-1}\Delta Ax - A^{-1}\Delta A\Delta x\|$$

$$\leq \|A^{-1}\Delta b\| + \|A^{-1}\Delta Ax\| + \|A^{-1}\Delta A\Delta x\|$$

$$\leq \|A^{-1}\| \|\Delta b\| + \|A^{-1}\| \|\Delta A\| \|x\| + \|A^{-1}\| \|\Delta A\| \|\Delta x\|$$
(29)

(29)可改写为

$$(1 - ||A^{-1}|| ||\Delta A||) ||\Delta x|| \le ||A^{-1}|| ||\Delta b|| + ||A^{-1}|| ||\Delta A|| ||x||$$
 (30)

(30)等价于

$$\frac{\|\Delta x\|}{\|x\|} \le \frac{1}{1 - \|A^{-1}\| \|\Delta A\|} \left(\frac{\|A^{-1}\| \|\Delta b\|}{\|x\|} + \|A^{-1}\| \|\Delta A\| \right)$$
(31)

注意到原方程为b=Ax,于是有

$$||b|| = ||Ax|| \le ||A|| ||x|| \tag{32}$$

$$\frac{1}{\|x\|} \le \frac{\|A\|}{\|b\|} \tag{33}$$

(33)代入(31)可得

$$\frac{\|\Delta x\|}{\|x\|} \leq \frac{1}{1 - \|A^{-1}\| \|\Delta A\|} \left(\frac{\|A\| \|A^{-1}\| \|\Delta b\|}{\|b\|} + \|A^{-1}\| \|\Delta A\| \right)
= \frac{1}{1 - \|A^{-1}\| \|\Delta A\|} \left(\frac{\|A\| \|A^{-1}\| \|\Delta b\|}{\|b\|} + \frac{\|A\| \|A^{-1}\| \|\Delta A\|}{\|A\|} \right)
= \frac{\|A\| \|A^{-1}\|}{1 - \|A^{-1}\| \|\Delta A\|} \left(\frac{\|\Delta b\|}{\|b\|} + \frac{\|\Delta A\|}{\|A\|} \right)$$
(34)

由(34)可知,当 $\|\Delta A\|$ 与 $\|\Delta b\|$ 很小时,方程组解的相对变化约为A、b相对变化之和的 $\|A\|\|A^{-1}\|$ 倍。于是,定义 $\|A\|\|A^{-1}\|$ 为矩阵A的条件数,用来描述方程组解的数值稳定性,记为

$$cond(A) = ||A|| ||A^{-1}||$$
(35)

下面分析方程组(21)的解出现大幅变化的原因,系数矩阵为

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 1 & 5.001 \end{bmatrix} \tag{36}$$

其条件数为

$$cond(A) = 52010.0009807463 \gg 1$$
 (37)

一般认为cond(A)<100时,方程组为良态; $100 \le cond(A)$ <1000时方程组为轻度病态;

 $cond(A) \ge 1000$ 时,方程组为严重病态。

3.2.3 仿真实例

以机械通气过程中的流量与压力为输入,通过(递推)最小二乘算法辨识呼吸力学参数 *RC*时,本质上为求解方程组,而方程组系数矩阵条件数的大小将直接影响辨识结果的数值稳定性。本节结合 3.2.2 节中给出的条件数概念与 *Matlab* 数值仿真分析大气阻辨识不准确的原因。此外,为排除管路顺应性对辨识结果的影响,本节仿真中直接使用肺流量。

小气阻仿真参数由(38)给出,仿真过程中的压力流量波形如图 9 所示。

$$R_{L} = 5cmH_{2}O/(L/s)$$

$$C_{L} = 100mL/cmH_{2}O$$

$$P_{insp} = 10cmH_{2}O$$

$$T_{slope} = 0.1s$$

$$T_{insp} = 1s$$
(38)

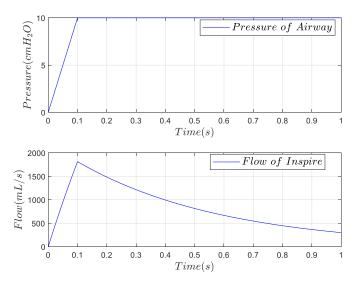


图 9 通气仿真波形 (小气阻)

大气阻仿真参数由(39)给出,仿真过程中的压力流量波形如图 10 所示。

$$R_{L} = 200cmH_{2}O/(L/s)$$

$$C_{L} = 3mL/cmH_{2}O$$

$$P_{insp} = 50cmH_{2}O$$

$$T_{slope} = 0.1s$$

$$T_{insp} = 1s$$
(39)

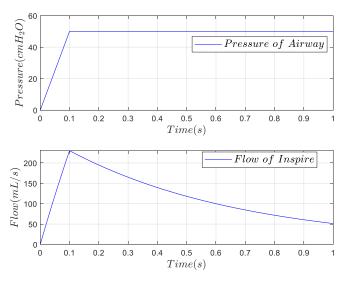


图 10 通气仿真波形 (大气阻)

做最小二乘参数辨识时,在流量量测中加入幅值大小等于峰值流量 20% 的随机噪声,以保证二者信噪比相当。从图 9 和图 10 中可以看出,小气阻通气仿真过程中峰值流量约 1.8L/s,大气阻通气仿真过程中峰值流量约 0.23L/s,因此小气阻加入的噪声幅值为 0.36L/s,大气阻加入的噪声幅值为 0.046L/s,辨识结果如表 3 所示。

表3 RC辨识结果

古 A A W	始 四 / 中 四
	- 新光コロダエ FP.
	かれ

$R(cmH_2O/(L/s))$	$C(L/cmH_2O)$	$R(cmH_2O/(L/s))$	$C(L/cmH_2O)$
5	0.1	4.44116000158359	0.107523223927001
200	0.003	177.339114811181	0.00322417612584307

在信噪比相当的情况下,小气阻的噪声幅值约为大气阻噪声幅值的 8 倍,然而从辨识结果中不难发现,小气阻的辨识误差(约 $0.5cmH_2O/(L/s)$)远小于大气阻的辨识误差(约 $23cmH_2O/(L/s)$)。

(递推)最小二乘法进行参数辨识的基本原理为求解(40)所示的方程组

$$A^{T} A \begin{bmatrix} R_{L} \\ C_{L} \\ PEEP \end{bmatrix} = A^{T} Paw \tag{40}$$

其中

$$A = \begin{bmatrix} Q_L & V_L & \mathbf{1}_{n \times I} \end{bmatrix} \tag{41}$$

$$Q_{L} = \begin{bmatrix} Q_{L}(1) \\ \vdots \\ Q_{L}(n) \end{bmatrix}$$

$$(42)$$

$$V_{L} = \begin{bmatrix} V_{L}(1) \\ \vdots \\ V_{L}(n) \end{bmatrix}$$

$$(43)$$

$$P_{aw} = \begin{bmatrix} P_{aw}(1) \\ \vdots \\ P_{aw}(n) \end{bmatrix}$$
(44)

(38)给出的小气阻参数通气时,方程组系数矩阵 A^TA 的条件数为

$$cond(A_1^T A_1) = 132.742990863668$$
 (45)

(39)给出的大气阻参数通气时,方程组系数矩阵 $A_{2}^{T}A_{3}$ 的条件数为

$$cond\left(A_{2}^{T}A_{2}\right) = 1863.68900574260\tag{46}$$

显然,大气阻辨识时,方程组系数矩阵的条件数变大了,数值稳定性也就变差了,导致小噪声引起解的大幅变化。

3.2.4 辨识实例

本节在使用(14)估计肺流量的基础上,对 2.2.1 节与 2.2.2 节中的吸气相数据做 RC 辨识,气道压导数 \dot{P}_{av} 通过气道压 P_{av} 的差分近似代替,管路顺应性在样机给出的 $0.0007L/cmH_2O$ 基础上进行微小调整,小气阻(的参数由(4)给出)吸气相数据得到的辨识结果如表 4 所示,

大气阻(参数由(6)给出)吸气相数据到的辨识结果如表5所示。

表 4 小气阻辨识结果

管路顺应性	辨识结果		
$C_T(L/cmH_2O)$	$R(cmH_2O/(L/s))$	$C(L/cmH_2O)$	
0	7.62513717939581	64.9366647283970	
0.00068	7.59406057820166	66.4738245424538	
0.00069	7.59328039602841	66.4980147050633	
0.0007	7.592491125020445	66.5222499850550	
0.00071	7.59169277820777	66.5465303442832	
0.00072	7.59088536867847	66.5708557444382	

表 5 大气阻辨识结果

管路顺应性	辨识结果		
$C_T(L/cmH_2O)$	$R(cmH_2O/(L/s))$	$C(L/cmH_2O)$	
0	11.5176111814308	4.98203297138150	
0.00068	340.073493165532	4.90142738939176	
0.00069	330.924088364951	5.05564080819661	
0.0007	321.978541251483	5.21182424132226	
0.00071	313.258977962328	5.36968193072927	
0.00072	304.781605105039	5.52894120029440	

从表 4 和表 5 中不难发现,对于小气阻的辨识,当管路顺应性发生微小变化时,辨识结果几乎未受到影响;然而对于大气阻的辨识,当管路顺应性发生微小变化时,辨识结果发生了较大改变。此外,在相同的管路顺应性下,不同的气道压导数估计方法也会对大气阻辨识结果带来很大的变化,这里不再列出详细数据。

通过计算可知,在管路顺应性取 $0.0007L/cmH_2O$ 时,小气阻下方程组系数矩阵条件数为

$$cond(A_1^T A_1) = 64.4073917976720$$
 (47)

大气阻下方程组系数矩阵条件数为

$$cond(A_2^T A_2) = 1698.13714236040$$
 (48)

显然,大气阻时方程组系数矩阵的条件数变大了,因此解的数值稳定性变差了,小误差也会引起辨识结果的较大波动。

4总结

本文对以最小二乘法为基础的大气阻下呼吸力学参数辨识不准确问题进行了分析,总结了2个主要影响因素,分别为:

1.管路顺应性影响

大气阻下吸气流量与肺流量相差较大。

2.数值稳定性影响

大气阻下方程组的条件数变大,解的数值稳定性变差了,小的量测误差也会带来辨识结果大的波动。

总之,在排除管路顺应性影响后,大气阻下参数辨识不准确的根本原因并非量测噪声(信噪比),而是问题本身的性质较差(内部原因),量测噪声(外部因素)只是造成辨识不准确的一个诱发因素。