# Convexité

Spécialité Maths

sullyvan.fr

## Fonction dérivée n-ième

• Si $f$ est dérivable sur $E$, on définit sa dérivée $f'$ comme la fonction qui à tout $a \in E$ associe $f'(a)$.

• Si $f'$ est elle-même dérivable sur $E$, on dit que $f$ est 2 fois dérivable sur $E$ et on note $f''$ sa dérivée seconde

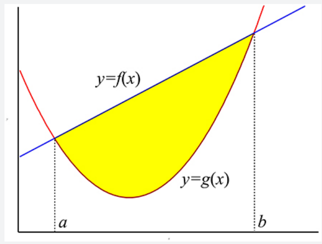
• Par récurrence, on définit la dérivée $n-ieme$ de $f$ sur $E$, $f^{(n)}$ comme la dérivée de $f^{(n-1)}$. ($f^{(0)} = f$ et $f^{(1)} = f'$)

## Position relative de 2 courbes

✧ $C_f$ est au-dessus de $C_g$ sur $I$ si $\forall x \in I$, $f(x) \geqslant g(x)$

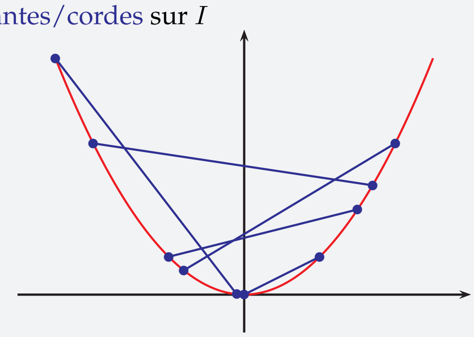
✧ $C_f$ est en-dessous de $C_g$ sur $I$ si $\forall x \in I$, $f(x) \leqslant g(x)$

✧ On peut étudier le signe de $d(x) = f(x) - g(x)$




## Fonction convexe

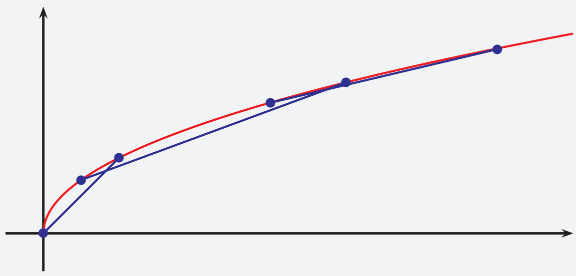
$f$ est convexe sur $I$ si $C_f$ est située **en dessous** de toutes ses sécantes/cordes sur $I$



$f(x) = x^2$

## Fonction concave

$f$ est concave sur $I$ si $C_f$ est située **au-dessus** de toutes ses sécantes/cordes sur $I$



$f(x) = \sqrt{x}$

## Théorème : convexe

$f$ est **convexe** sur $I$

$\iff$ $f'$ est **croissante** sur $I$

$\iff$ $f''(x) > 0 \quad \forall x \in I$

$\iff$ $C_f$ est **au-dessus** de toutes ses tangentes sur $I$

## Théorème : concave

$f$ est **concave** sur $I$

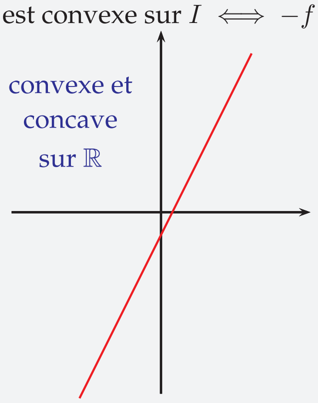
$\iff$ $f'$ est **décroissante** sur $I$

$\iff$ $f''(x) < 0 \quad \forall x \in I$

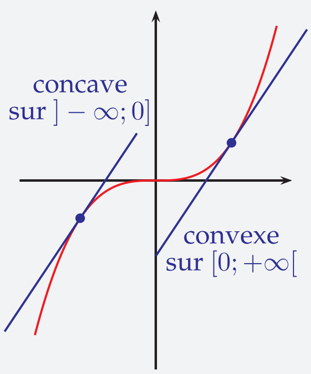
$\iff$ $C_f$ est **en-dessous** de toutes ses tangentes sur $I$

## Fonctions convexes et concaves

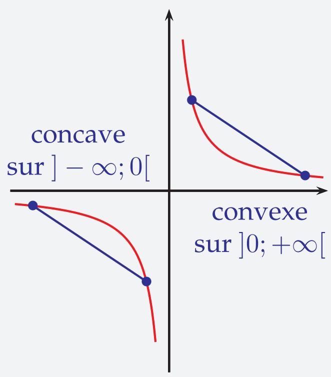
$f$ est convexe sur $I$ $\iff$ $-f$ est concave sur I



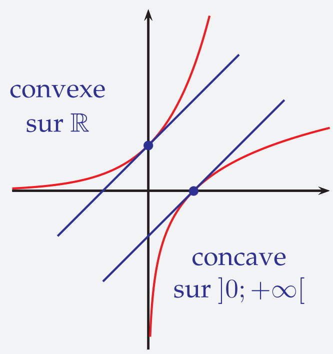

affine




cube




inverse




exp et ln

## Point d'inflexion

$C_f$ présente un point d'inflexion en $A(a; f(a))$

$\iff$ $f$ change de convexité en $a$

$\iff$ la tangente à $C_f$ en $A$ traverse la courbe $C_f$ en $A$

$\iff$ $f'$ change de variation en $a$

$\iff$ $f''$ s'annule en changeant de signe en $a$