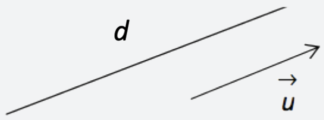
Systèmes et Droites

Maths Seconde

sullyvan.fr

Vecteur directeur

d est une droite du plan. On appelle vecteur directeur de d tout vecteur non nul $\vec{u}$ qui possède la même direction que la droite d.



Deux droites sont parallèles $\iff$ leurs vecteurs directeurs sont colinéaires.

Pente d'une droite

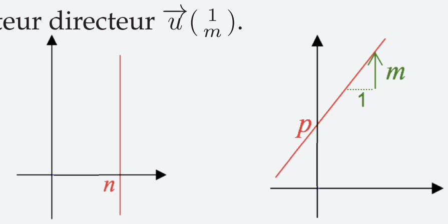
Si $A\begin{pmatrix}x_A\\y_A\end{pmatrix}$ et $B\begin{pmatrix}x_B\\y_B\end{pmatrix}$ sont 2 points distincts d'une droite tel que $x_A \neq x_B$ alors la droite a pour pente (ou coefficient directeur) : $m = \dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \dfrac{\Delta y}{\Delta x}$

Équation réduite

Soit une droite d.

- Si d est parallèle à l'axe des ordonnées : alors l'équation de d est de la forme $x = a$.

- Si d n'est pas parallèle à l'axe des ordonnées : alors l'équation de d est de la forme $\boldsymbol{y = mx + p}$. La droite d a ainsi pour vecteur directeur $\vec{u}\left(\begin{smallmatrix}1\\m\end{smallmatrix}\right)$.



Cette équation est appelée équation réduite de la droite d. m est le coefficient directeur et p est l'ordonnée à l'origine

Système d'équation

Système de 2 équations à 2 inconnues :

(S) : $\begin{cases} ax + by &= c \\ a'x - b'y &= c' \end{cases}$ avec a,b,c,a',b',c' des réels

Un couple solution du sytème $(x; y)$ est un couple qui vérifie les deux équations à la fois

Méthode des combinaisons linéaires

Par combinaison linéaire, on multiplie les équations par des réels pour obtenir des coefficients qui s'annulent.

(S) : $\begin{cases} 3x - 2y &= 11\ (L_1) \\ 6x + 3y &= 15\ (L_2) \end{cases}$

$2(L_1) - (L_2)$: $6x - 4y - 6x - 3y = 22 - 15$

$-7y = 7$ donc $y = -1$ et on remplace y par -1 dans (L_1) : $3x - 2(-1) = 11$

$x = 3$ $\qquad S = \{(3; -1)\}$

Équation cartésienne

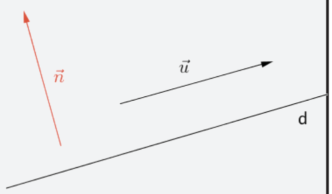
Toute droite admet une équation "cartésienne" de la forme $\boldsymbol{ax + by + c = 0}$, avec $(a; b) \neq (0; 0)$.

Le vecteur $\vec{u}\begin{pmatrix}-b\\a\end{pmatrix}$ est un vecteur directeur de la droite d'équation cartésienne $ax + by + c = 0$.

Vecteur normal à une droite

Vecteur normal à d : vecteur non nul orthogonal à un vecteur directeur de d

$ax + by + c = 0$ admet pour vecteur normal $\vec{n}\left(\begin{smallmatrix}a\\b\end{smallmatrix}\right)$

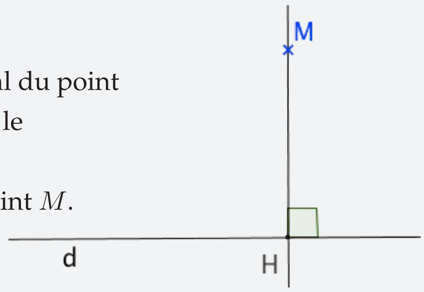


d passant par A est l'ensemble des points M tq $\overrightarrow{AM}.\vec{n} = 0$

Projeté orthogonal d'un point sur une droite

Soit une droite d et un point M. Le projeté orthogonal du point M sur la droite d est le point avec la perpendiculaire à d passant par M.

Le projeté orthogonal du point M sur la droite d est le point de la droite d le plus proche du point M.



Méthode par substitution

- On isole une variable (x) pour la donner en fonction de l'autre variable (y)
- On remplace x par l'expression contenant y afin d'identifier la solution pour y
- On trouve x en remplaçant y par la solution trouvée

$\begin{cases} 3x + 2y = 0 \\ x - 4y = 14 \end{cases}$ $\begin{cases} 3x + 2y = 0 \\ \boldsymbol{x = 14 + 4y} \end{cases}$ $\begin{cases} \boldsymbol{3(14 + 4y)} + 2y = 0 \\ x = 14 + 4y \end{cases}$

$\begin{cases} \boldsymbol{y = -3} \\ x = 14 + 4\boldsymbol{(-3)} \end{cases}$ $\begin{cases} y = -3 \\ \boldsymbol{x = 2} \end{cases}$ S = {(2;-3)}

Résolution graphique

- La solution du système est le couple $(x; y)$ coordonnées du point d'intersection des 2 droites.
- Mm coefficient directeur : droites parallèles, pas de point d'intersection, $S = \varnothing$
- Mm équation : droites confondues donc infinité de points d'intersection.