

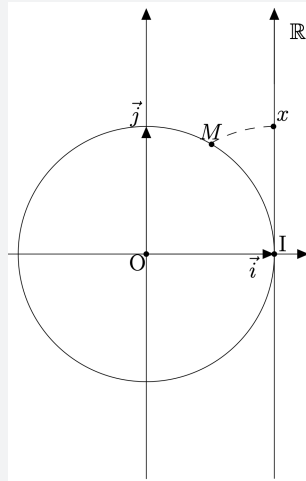


Trigonométrie

Spécialité Maths



Cercle trigonométrique



Propriétés et définitions

- *cercle trigonométrique* : cercle de centre O et de rayon 1 orienté dans le sens direct. Le sens direct, positif, ou trigonométrique est le sens contraire des aiguilles d'une montre.
- À tout réel x , on associe un unique point M sur le cercle trigonométrique par enroulement de l'axe réel autour de ce cercle. On dit alors que
 1. M est le point du cercle associé à x
 2. x est une mesure en radian de l'angle orienté $(\vec{i}; \overrightarrow{OM})$
 La mesure principale d'un angle est la mesure comprise dans l'intervalle $] -\pi, \pi]$
- Soit $(x; y) \in \mathbb{R}^2$. Alors, x et y sont associés à un même point du cercle trigonométrique $\iff \exists k \in \mathbb{Z} \text{ tq } y - x = 2k\pi$. Alors, x et y sont égaux modulo 2π et on note $x = y[2\pi]$.
- Soit $x \in \mathbb{R}$ et M le point du cercle trigonométrique associé à x . Le nombre $\cos x$ est l'abscisse de M et $\sin x$ est l'ordonnée de M : les coordonnées de M sont $(\cos x; \sin x)$.

Valeurs remarquables

x degrés	0	30°	45°	60°	90°	180°	360°
x radians	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	2π
$\cos x$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	
$\sin x$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	

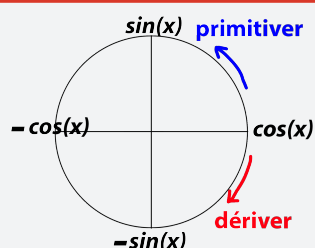
Équations et inéquations (Soit $k \in \mathbb{Z}$)

- ✧ Dans \mathbb{R} , l'ensemble des solutions de $\cos x = \cos a$ est l'ensemble des réels de la forme $a + 2k\pi$ ou $-a + 2k\pi$
- ✧ Dans \mathbb{R} , l'ensemble des solutions de $\sin x = \sin a$ est l'ensemble des réels de la forme $a + 2k\pi$ ou $\pi - a + 2k\pi$
- ✧ On utilise le cercle trigo pour résoudre les inéquations

Propriétés sinus et cosinus

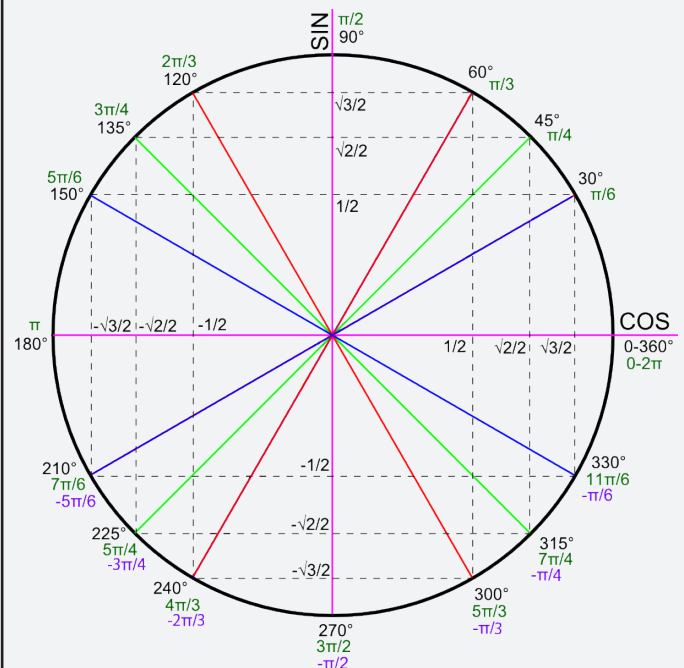
- $\forall x \in \mathbb{R}$, on a :
- ✧ $-1 \leq \sin x \leq 1$ et $-1 \leq \cos x \leq 1$
 - ✧ $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$
 - ✧ $\forall k \in \mathbb{Z}$, $\cos(x + 2k\pi) = \cos x$ et $\sin(x + 2k\pi) = \sin x$

Dérivation et Limites particulières



- $\sin'(u) = u' \cos u$
- $\cos'(u) = -u' \sin u$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - 1}{x} = 0$

Cercle trigonométrique



Fonctions trigonométriques

- ✧ $\forall x \in \mathbb{R}$, $\sin : x \mapsto \sin(x)$ et $\cos : x \mapsto \cos(x)$
- ✧ Les fonctions \sin et \cos sont 2π -périodiques.
 $\forall x \in \mathbb{R}$, $\sin(x + 2\pi) = \sin x$ et $\cos(x + 2\pi) = \cos x$
- ✧ f° cosinus paire : $\cos(-x) = \cos(x)$
- ✧ f° sinus impaire : $\sin(-x) = -\sin(x)$

Angles associés

- ✧ $\cos(x + \pi) = -\cos(x)$ $\sin(x + \pi) = -\sin(x)$
- ✧ $\cos(\pi - x) = -\cos(x)$ $\sin(\pi - x) = \sin(x)$
- ✧ $\cos(\frac{\pi}{2} + x) = -\sin(x)$ $\sin(\frac{\pi}{2} + x) = \cos(x)$
- ✧ $\cos(\frac{\pi}{2} - x) = \sin(x)$ $\sin(\frac{\pi}{2} - x) = \cos(x)$