# Vecteurs

Maths Seconde

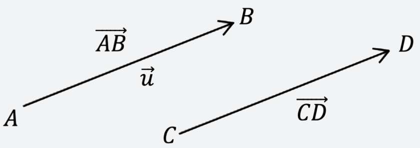
sullyvan.fr

## Définition

La flèche qui définit la translation est un vecteur. Une translation de vecteur ($\overrightarrow{AB}$) transforme le point $A$ son origine en $B$ son extrémité.

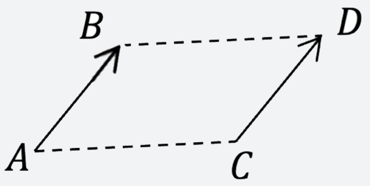
Un vecteur ($\overrightarrow{AB}$) est défini selon :
- une direction  la droite $(AB)$,
- un sens  de $A$ vers $B$,
- une norme  $||\overrightarrow{AB}|| = AB$.

2 vecteurs sont égaux si ils ont mm direction, mm sens et mm norme.
$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$, donc $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont des représentants d'un même vecteur $\overrightarrow{u}$

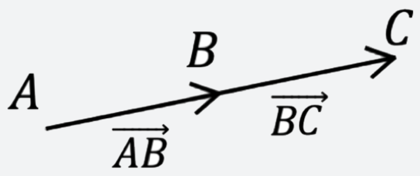



## Propriétés

Dire que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont égaux revient à dire que le quadrilatère $ABDC$ est un parallélogramme, éventuellement aplati.




Dire que $B$ est le milieu du segment $[AC]$ revient à dire que $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC}$.

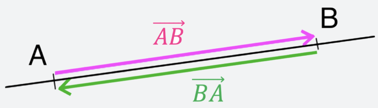



$\overrightarrow{AB} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$  $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{0}$

## Vecteur nul et opposé

**Vecteur nul** : Un vecteur $\overrightarrow{AB}$ est nul lorsque les points $A$ et $B$ sont confondus. On note : $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{0}$.
Pour tout point $M$, on a $\overrightarrow{MM} = \overrightarrow{0}$.

**Vecteur opposé** : Deux vecteurs sont opposés lorsqu'ils ont la même direction, la même longueur et qu'ils sont de sens contraire.
$\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BA}$ sont des vecteurs opposés.
On note $\overrightarrow{BA} = -\overrightarrow{AB}$




## Produit d'un vecteur par un réel

On a $0 \times \overrightarrow{u} = \overrightarrow{0}$

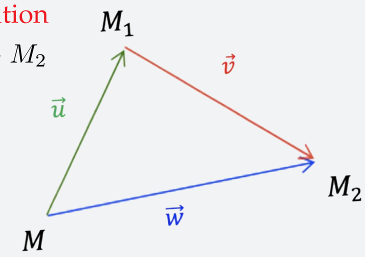
Soit $k \in \mathbb{R}$ avec $k > 0$.

Le vecteur $k\overrightarrow{u}$ aura la même direction et le même sens que $\overrightarrow{u}$ mais sa norme sera multipliée par $k$

Le vecteur $-k\overrightarrow{u}$ aura la même direction que $\overrightarrow{u}$. Les vecteurs $-k\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{u}$ seront de sens contraire et la norme de $-k\overrightarrow{u}$ sera égale à $k \times ||\overrightarrow{u}||$

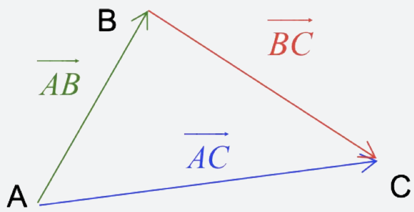
## Somme de vecteurs et relation de Chasles

Soit $t_1$ la translation de vecteur $\overrightarrow{u}$ et $t_2$ la translation de vecteur $\overrightarrow{v}$. Appliquer $t_1$ puis $t_2$ : $M \mapsto M_1 \mapsto M_2$ revient à appliquer la translation $t$ de vecteur $\overrightarrow{w}$ : $M \mapsto M_2$. L'enchaînement de 2 translations de vecteurs $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ est la translation de vecteur $\overrightarrow{w}$ avec $\overrightarrow{w} = \overrightarrow{u} + \overrightarrow{v}$.

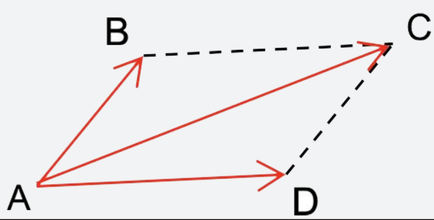



Différence $\overrightarrow{u} - \overrightarrow{v} = \overrightarrow{u} + (-\overrightarrow{v})$

Relation de Chasles : $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$




Dire que $ABCD$ est un parallélogramme signifie que $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$

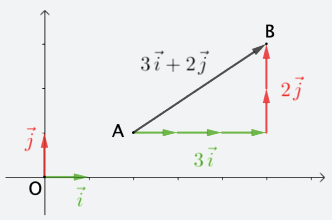



## Milieu et Distance

$A\begin{pmatrix} x_A \\ y_A \end{pmatrix}$ et $B\begin{pmatrix} x_B \\ y_B \end{pmatrix}$. Coordonnées de M le milieu de $[AB]$ : $\begin{pmatrix} \frac{x_A + x_B}{2} \\ \frac{y_A + y_B}{2} \end{pmatrix}$

$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$

## Coordonnées d'un vecteur et norme




$\overrightarrow{AB} = 3\vec{i} + 2\vec{j}$ : $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$

Soit $A\begin{pmatrix} x_A \\ y_A \end{pmatrix}$ et $B\begin{pmatrix} x_B \\ y_B \end{pmatrix}$

On a $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$

Soit $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$, $\overrightarrow{v}\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$ et $k \in \mathbb{R}$

On a : • $\overrightarrow{u} + \overrightarrow{v}\begin{pmatrix} x + x' \\ y + y' \end{pmatrix}$ • $k\overrightarrow{u}\begin{pmatrix} kx \\ ky \end{pmatrix}$ • $-\overrightarrow{u}\begin{pmatrix} -x \\ -y \end{pmatrix}$

• $\overrightarrow{u} = \overrightarrow{v}$ si $x = x'$ et $y = y'$ • $||\overrightarrow{u}|| = \sqrt{x^2 + y^2}$

## Colinéarité

2 vecteurs non nuls $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ sont colinéaires s'ils ont la mm direction càd s'il $\exists k \in \mathbb{R}$ tq $\overrightarrow{u} = k\overrightarrow{v}$.

$\overrightarrow{u}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{v}\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$  $\det(\overrightarrow{u};\overrightarrow{v}) = \begin{vmatrix} x & x' \\ y & y' \end{vmatrix} = xy' - yx'$

$\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ colinéaires $\iff \det(\overrightarrow{u};\overrightarrow{v}) = 0$

1) $(AB)$ et $(CD)$ sont parallèles
$\iff$ $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires

2) $A$, $B$ et $C$ sont alignés
$\iff$ $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires