Probabilités

Maths Seconde

sullyvan.fr

Expérience aléatoire

Une expérience (lancer une pièce) est aléatoire lorsqu'elle a plusieurs résultats ou issues (PILE ou FACE) et que l'on ne peut pas prévoir quel résultat se produira.
L'ensemble de toutes les issues d'une expérience s'appelle l'univers. On le note souvent Ω.

Loi de probabilité

On tire une boule au hasard et on note sa couleur. Ce tableau présente les probabilités de toutes les issues de l'expérience.

Issues	Boule verte	Boule jaune	Boule noire
Probabilités	$\frac{6}{20} = 0{,}3$	$\frac{3}{20} = 0{,}15$	$\frac{11}{20} = 0{,}55$

La somme des probabilités de toutes les issues est égale à 1 : $\boldsymbol{P(\Omega) = 1}$

Évènement

Un évènement est constitué d'une ou plusieurs issues d'une même expérience aléatoire.

On lance un dé à six faces.
" Obtenir un chiffre pair " = évènement constitué des issues : 2 ; 4 et 6.

L'événement impossible est la partie vide, noté $\varnothing$. $\boldsymbol{P(\varnothing) = 0}$

Évènement contraire

L'événement contraire de A, noté $\overline{A}$, est l'ensemble de toutes les issues n'appartenant pas à A.
La probabilité de l'événement contraire d'un événement A est :
$\boldsymbol{P(\overline{A}) = 1 - P(A)}$
A : " Obtenir un chiffre pair "
$\overline{A}$ " Obtenir un chiffre impair "

Probabilité

La probabilité d'un évènement A est un nombre entre 0 et 1 qui exprime la chance qu'il a de se produire.
$\boldsymbol{0 \leqslant P(A) \leqslant 1}$

- probabilité de 0 : impossible
- probabilité de 1 : certain

- Si chaque issue a autant de chance de se produire : équiprobabilité
La probabilité de A est alors :

$$P(A) = \frac{\text{Nb d'issues favorables à } A}{\text{Nombre d'issues total}}$$

$$P(A) = \frac{card\ A}{card\ \Omega}$$

Évènements indépendants

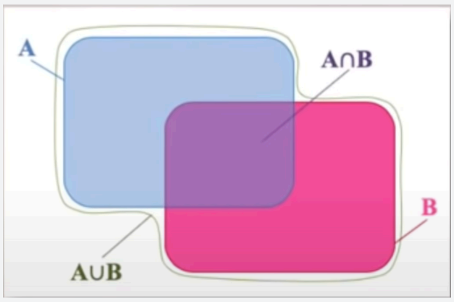
Évènements A et B indépendants
$\iff P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$
$\iff P_A(B) = P(B)$
$\iff P_B(A) = P(A)$

A et B indépendants
$\iff \overline{A}$ et B indépendants
$\iff A$ et $\overline{B}$ indépendants
$\iff \overline{A}$ et $\overline{B}$ indépendants

Intersection et réunion d'events

- L'évènement intersection de A et de B, noté $A \cap B$ est réalisé lorque les deux évènements A et B sont réalisés simultanément.

- L'évènement réunion de A et de B, noté $A \cup B$ est réalisé lorsqu'au moins l'un des 2 évènements est réalisé.



$\boldsymbol{P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)}$
Deux évènements sont incompatibles si $A \cap B = \varnothing$
Si deux évènements sont incompatibles alors $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

Échantillonnage

Échantillon de taille n : résultats de n répétitions indépendantes de la même expérience.
Échantillon d'une loi de probabilité : liste de n variables aléatoires indépendantes suivant loi

Loi des grands nombres

Lorsque n devient grand, la fréquence observée est le plus souvent proche de la probabilité.
Estimation d'une probabilité : Pour n assez grand, f donne une bonne estimation de p dans environ 95% des cas.

Partition de l'univers

Soit Ω l'univers d'une expérience aléatoire et soit $B_1, B_2, .., B_n$ des parties de Ω
On dit que $B_1, B_2, ..., B_n$ forment une partition de Ω si et seulement si :
les B_i sont 2 à 2 incompatibles (ou disjoints) : $B_i \cap B_j = \varnothing$
et $B_1 \cup B_2 \cup ... \cup B_n = \Omega$ pour tout évènement A, on a : $A = (A \cap B_1) \cup (A \cap B_2) \cup ... \cup (A \cap B_n)$