Name: Thuy Duong
Nachname: Nguyen
Matri.no: 22599620

# Einzelaufgabe 4.1: Induktionsbeweis

**a)**

**Induktionsanfang:**

*$IA_1$ (n = 1):*

$$magic(1) = 2 \times\ 1 + 1 = 3 \equiv 3 = 3^1 - 4.\sum_{i=0}^{1-2} 3^i = 3 - 0 = 3$$

*$IA_1$ (n = 2):*

$$magic(2) = 2 \times 2 + 1 = 5 \equiv 5 = 3^2 - 4.\sum_{i=0}^{2-2} 3^i = 9 - 4 = 5$$

**Induktionsvoraussetzungen:**

*$IV_{n-2}$ (n - 2):*

$$magic(n-2) \equiv 3^{n-2} - 4.\sum_{i=0}^{n-4} 3^i$$

**Induktionsschluss:** (n - 2 ↝ n)

$magic(n) = 9 \times magic(n-2) - 16$

$$\equiv 9 \times \left(3^{n-2}\ -\ 4.\sum_{i=0}^{n-4} 3^i\right) - 16$$

$$= 3^2 \times 3^{n-2} -\ 3^2 \times 4.\sum_{i=0}^{n-4} 3^i - 16$$

$$= 3^n - 4 \times \left(3^2 \sum_{i=0}^{n-4} 3^i + 4\right)$$

$$= 3^n - 4 \times \left(\sum_{i=0+2}^{n-4+2} 3^i + 3^0 + 3^1\right)$$

$$= 3^{\,n} - 4 \times \left(3^0 +\ 3^1 + \sum_{i=2}^{n-2} 3^i\right)$$

$$= 3^{\,n} - 4 \times \left(\sum_{i=0}^{n-2} 3^i\right) \ \blacksquare$$

**b) Terminierungsfunktion**:

$$\forall n \in N \geq 1;\ magic(n) \equiv 3^n - 4.\sum_{i=0}^{n-2} 3^i$$
$$(T(n) = n)$$

- Werte von T(n) sind ganzzahlig: $\forall n \in N \geq 1$ => Ergebnis von $3^n - 4*(3^0 + 3^1 + \ldots + 3^{n-2})$ wird ganzzahlig sein;

- Die Argumentfolge für die Funktion wäre n, n – 2, n – 4, n – 6,…

- Die folge T(n - 2), T(n – 4).... streng monoton fallend (rekursiver Aufruf mit n – 2);

- T(n) ist nach unten beschränkt:

  - falls n ist gerade => Basisfälle: n == 2
  - falls n ist ungerade => Basisfälle: n == 1