

# Algorithmen und Datenstrukturen

## Übungsblatt09: Einzelaufgabe 9.1

- b) Ergänzen Sie den ADT *Algebra* um die Axiome der Operationen *modulo*, *kleiner*, *groesser*, *ggt* und *kgv* so, dass diese dem Kommentar entsprechen. Da alle ops-Namen für diese Teilaufgabe disjunkt sind, dürfen Sie den zugehörigen ADT-Namen als Präfix weglassen. Beachten Sie unbedingt auch die Einschränkung zu Beginn der Aufgabe!

---

```

adt Algebra
sorts Algebra, Nat, Liste
ops
  modulo:  Nat × Nat  ↦ Nat  // Modulo-Operator im Nat-Raum
  kleiner:  Nat × Nat  ↦ Nat  // „<“ im Nat-Raum: zero ≐ false ∧ succ(zero) ≐ true!
  gleich:   Nat × Nat  ↦ Nat  // „=“ im Nat-Raum: zero ≐ false ∧ succ(zero) ≐ true!
  groesser: Nat × Nat  ↦ Nat  // „>“ im Nat-Raum: zero ≐ false ∧ succ(zero) ≐ true!
  ggt:      Nat × Nat  ↦ Nat  // größter gemeinsamer Teiler im Nat-Raum
  kgv:      Nat × Nat  ↦ Nat  // kleinstes gemeinsames Vielfaches im Nat-Raum
  pfz:      Nat        ↦ Liste // Primfaktorzerlegung im Nat-Raum (aufsteigend sortiert!)
axs ... // ToDo ☺!
end Algebra

```

---

$$\text{modulo}(x, y) = \text{sub}(x, \text{mul}(\text{div}(x, y), y))$$

$$\text{kleiner}(x, y) = \begin{cases} \text{succ}(\text{zero}()) & \text{if } \text{sub}(x, y) = \text{zero}() \wedge \text{sub}(\text{succ}(x), y) = \text{zero}() \\ \text{zero}() & \text{else} \end{cases}$$

$$\text{gleich}(x, y) = \begin{cases} \text{succ}(\text{zero}()) & \text{if } \text{sub}(x, y) = \text{zero}() \wedge \text{sub}(y, x) = \text{zero}() \\ \text{zero}() & \text{else} \end{cases}$$

$$\text{groesser}(x, y) = \begin{cases} \text{succ}(\text{zero}()) & \text{if } \text{sub}(y, x) = \text{zero}() \wedge \text{sub}(\text{succ}(y), x) = \text{zero}() \\ \text{zero}() & \text{else} \end{cases}$$

$$\text{ggt}(x, y) = \begin{cases} x & \text{if } y \neq \text{zero}() \\ \text{sub}(x, y) & \text{if } \text{groesser}(x, y) \neq \text{zero}() \\ \text{sub}(y, x) & \text{else} \end{cases}$$

$$\text{kgv}(x, y) = \text{div}(\text{mul}(x, y), \text{ggt}(x, y))$$