

Семинар 6

Задачи:

1. «Решите» систему методом наименьших квадратов

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 7 & -3 & 6 \\ 1 & -1 & 3 & 3 \\ 2 & 1 & -1 & 0 \\ 2 & -2 & 3 & -9 \end{array} \right)$$

2. Диагонализировать следующие симметричные матрицы в ортонормированном базисе (то есть получить разложение $A = CDC^t$, где C – ортогональная матрица, а D диагональная).

(a) $\begin{pmatrix} 5 & -1 & -1 \\ -1 & 5 & -1 \\ -1 & -1 & 5 \end{pmatrix}$

(b) $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

3. Пусть задана матрица

$$A = \begin{pmatrix} 13 & 14 & 4 \\ 14 & 24 & 18 \\ 4 & 18 & 29 \end{pmatrix}$$

Найдите какую-нибудь симметричную матрицу B такую, что $B^2 = A$.

4. Найти сингулярное разложение следующих матриц

$$(a) \quad \begin{pmatrix} 5 & 1 & 8 \\ 7 & 5 & 4 \end{pmatrix}, \quad (b) \quad \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

5. Пусть V – евклидово пространство и $P: V \rightarrow V$ – оператор проектирования на U вдоль W , где $U, W \subseteq V$. Покажите, что $\ker P^* = (\operatorname{Im} P)^\perp$ и $\ker P = (\operatorname{Im} P^*)^\perp$. Выведите отсюда, что сопряженный оператор $P^*: V \rightarrow V$ будет проектированием на W^\perp вдоль U^\perp .