

Контрольная работа

Линейная алгебра, осень 2023, Вариант Демо

1 Задания

1. (2 балла) Пусть даны следующие матрицы:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 & 1 \\ -1 & 5 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 & 2 \\ 1 & -2 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Найдите значение следующего выражения:

$$\text{tr}(A^T B - B^T A) + \det(A^T B) + \det(AB^T)$$

2. (2 балла) Даны матрицы

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 3 & -1 \\ -3 & -2 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -3 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & -2 \\ -1 & 2 & -1 \end{bmatrix}, \quad D = \begin{bmatrix} 4 & 8 & -5 \\ 7 & 9 & -5 \\ -7 & -9 & 5 \end{bmatrix}$$

Выясните имеют ли системы $ABC^{-1}x = 0$ и $Dx = 0$ где $x \in \mathbb{R}^3$ одинаковое множество решений.

3. (2 балла) Пусть дана матрица линейного оператора ϕ

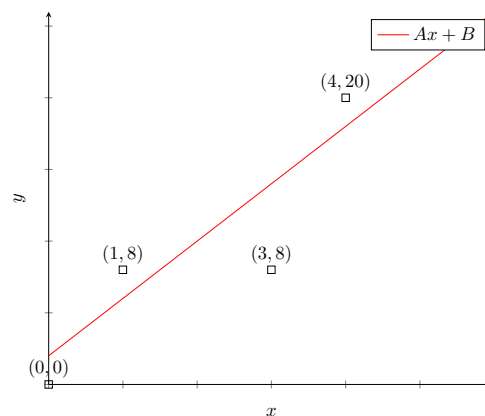
$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 2 & -1 & 5 \end{bmatrix}$$

Выясните существует ли базис, в котором линейный оператор ϕ определяется диагональной матрицей

4. (2 балла) Дана матрица

$$A = \begin{bmatrix} 1 & b \\ b & 9 \end{bmatrix}$$

Определить при каких значениях b матрица A является положительно определенной и представить матрицу A в виде $C^T D C$, где C - невырожденная матрица, D - диагональная матрица



5. (2 балла) Имея набор измерений $(x, y) = \{(0, 0); (1, 8); (3, 8); (4, 20)\}$, необходимо найти коэффициенты прямой $Ax + B$, аппроксимирующей точки наилучшим образом в смысле суммы квадратов ошибок.