

LKM : 1  
NIM>Nama Anggota : 215150201111011 / Sulthan Abiyyu Hakim  
KELAS : TIF - E

## Lember Kerja Mandiri (Metode Numerik)

---

**Petunjuk :**

1. Silakan download LKM1 ini dan kerjakan soal yang diberikan pada link : <https://bit.ly/3SIrDg6> soal nomer 4,6,7 dan soal tambahan berikut :
2. Kerjakan soal pada lembaran LKM1 ini dan simpan dalam format pdf dengan nama LKM1\_MN[Kelas]\_NIM.pdf contoh LKM1\_MNX\_1234.pdf (untuk mhs dengan nim 1234 dari kelas X). Kumpulkan dalam eling yang tersedia sebelum waktu tenggat habis.

---

Soal tambahan

Selesaikan step by step untuk dekomposisi SVD pada matrik A menjadi  $U\Sigma V^T$

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 2 \\ 2 & 3 & -2 \end{pmatrix}$$

- a) Tentukan matrik U
- b) Tentukan matrik V
- c) Tentukan matrik  $\Sigma$

Sulthan Abriygu Hakim 215150201111011 TIF E

④  $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 2 \\ 2 & 4 & 1 \end{bmatrix} \quad d_0 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$

1)  $\begin{bmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 2 \\ 2 & 4 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 6 \\ 7 \end{bmatrix} ; d = 7 ; u_1 = \begin{bmatrix} 5/7 \\ 6/7 \\ 1 \end{bmatrix}$

2)  $\begin{bmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 2 \\ 2 & 4 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5/7 \\ 6/7 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4.3 \\ 5.3 \\ 5.9 \end{bmatrix} ; d = 5.9 ; u_2 = \begin{bmatrix} 4.3/5.9 \\ 5.3/5.9 \\ 1 \end{bmatrix}$

3)  $\begin{bmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 2 \\ 2 & 4 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4.3/5.9 \\ 5.3/5.9 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4.35 \\ 5.42 \\ 6.0 \end{bmatrix} ; d = 6.0 ; u_3 = \begin{bmatrix} 4.35/6.0 \\ 5.42/6.0 \\ 1 \end{bmatrix}$

4)  $\begin{bmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 2 \\ 2 & 4 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4.35/6 \\ 5.42/6 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4.35 \\ 5.43 \\ 6 \end{bmatrix} ; d = 6 ; u_4 = \begin{bmatrix} 4.35/6 \\ 5.43/6 \\ 1 \end{bmatrix}$

5)  $\begin{bmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 2 \\ 2 & 4 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4.35/6 \\ 5.43/6 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4.33 \\ 5.41 \\ 6.03 \end{bmatrix} ; d = 6.03 ; u_5 = \begin{bmatrix} 4.33/6.03 \\ 5.41/6.03 \\ 1 \end{bmatrix}$

6)  $\begin{bmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 2 \\ 2 & 4 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4.33/6.03 \\ 5.41/6.03 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4.33 \\ 5.41 \\ 6.03 \end{bmatrix} ; d = 6.03 ; u_6 = \begin{bmatrix} 4.33/6.03 \\ 5.41/6.03 \\ 1 \end{bmatrix}$

7)  $\begin{bmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 2 \\ 2 & 4 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4.33/6.03 \\ 5.41/6.03 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4.33 \\ 5.41 \\ 6.02 \end{bmatrix} ; d = 6.02 ; u_7 = \begin{bmatrix} 4.33/6.02 \\ 5.41/6.02 \\ 1 \end{bmatrix}$

8)  $\begin{bmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 2 \\ 2 & 4 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4.33/6.02 \\ 5.41/6.02 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4.34 \\ 5.40 \\ 6.029 \end{bmatrix} ; d = 6.029 \approx 6 ; u_8 = \begin{bmatrix} 0.719 \\ 0.897 \\ 1 \end{bmatrix}$

$$8. A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 2 \\ 2 & 4 & 1 \end{bmatrix}$$

1) Mencari Q.

$$U_1 = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}; U_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix}; U_3 = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\cdot U_1 = v_1 = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$\cdot v_2 = U_2 - \frac{\langle U_2, v_1 \rangle}{\|v_1\|^2} \cdot v_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix} - \frac{13}{9} \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -17/9 \\ 14/9 \\ 10/9 \end{bmatrix}$$

$$\cdot v_3 = U_3 - \frac{\langle U_3, v_1 \rangle}{\|v_1\|^2} v_1 - \frac{\langle U_3, v_2 \rangle}{\|v_2\|^2} v_2 = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} - \frac{8}{9} \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix} - \frac{4}{65} \begin{bmatrix} -17/9 \\ 14/9 \\ 10/9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 22/65 \\ 66/65 \\ -11/13 \end{bmatrix}$$

$$Q = \begin{bmatrix} 2 & -17/9 & 22/65 \\ 1 & 14/9 & 66/65 \\ 2 & 10/9 & -11/13 \end{bmatrix}$$

2) Mencari R

$$\Rightarrow A = QR$$

$$\Rightarrow A \cdot Q^T = Q^T \cdot Q \cdot R$$

$$\Rightarrow A \cdot Q^T = I R = R$$

$$R = Q^T \cdot A$$

$$= \begin{bmatrix} 2 & 1 & 2 \\ -17/9 & 14/9 & 10/9 \\ 22/65 & 66/65 & -11/13 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 2 \\ 2 & 4 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 9 & 13 & 8 \\ 0 & 7,2 & 0,4 \\ 0 & 0 & 1,86 \end{bmatrix}$$

3) Cek orthogonalitas dan  $A=QR$

$$\cdot v_2 \cdot v_1 = \begin{bmatrix} -17/9 \\ 14/9 \\ 10/9 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix} = 0$$

$$\cdot v_3 \cdot v_1 = \begin{bmatrix} 22/65 \\ 66/65 \\ -11/13 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix} = 0$$

} Ortogonal

$$\cdot A = QR \rightarrow \begin{bmatrix} 2 & -17/9 & 22/65 \\ 1 & 14/9 & 66/65 \\ 2 & 10/9 & -11/13 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 9 & 13 & 8 \\ 0 & 7,2 & 0,4 \\ 0 & 0 & 1,86 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 2 \\ 2 & 4 & 1 \end{bmatrix}$$

$$⑦ A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 2 \\ 2 & 4 & 1 \end{bmatrix}$$

$$1) Q_0 = \begin{bmatrix} 0,66 & -0,44 & 0,59 \\ 0,33 & 0,89 & 0,29 \\ 0,66 & 0 & -0,74 \end{bmatrix}; R_0 = \begin{bmatrix} 3 & 3 & 3,3 \\ 0 & 2,23 & 2,68 \\ 0 & 0 & 1,63 \end{bmatrix}$$

$$A_1 = \begin{bmatrix} 5,2 & 1,3 & 1,9 \\ 2,5 & 2 & -1,3 \\ 1 & 0 & -1,2 \end{bmatrix}$$

$$2.) Q_1 = \begin{bmatrix} 0,8 & -0,3 & 0,29 \\ 0,4 & 0,8 & -0,19 \\ 0,1 & -0,129 & -0,93 \end{bmatrix}; R_1 = \begin{bmatrix} 6 & 2 & -0,6 \\ 0 & 1,3 & -0,8 \\ 0 & 0 & 1,4 \end{bmatrix}$$

$$A_2 = R_1 Q_1 = \begin{bmatrix} 5,9 & -0,04 & 1,9 \\ 6,3 & 1,38 & 0,58 \\ 0,2 & -0,43 & -1,37 \end{bmatrix}$$

$$3.) Q_2 = \begin{bmatrix} 1 & -0,04 & 0,06 \\ 0,06 & 1 & -0,3 \\ 0,04 & -0,3 & -0,95 \end{bmatrix}; R_2 = \begin{bmatrix} 6 & -0,1 & 1,87 \\ 0 & 1,45 & 0,86 \\ 0 & 0 & 1,25 \end{bmatrix}$$

$$A_3 = R_2 Q_2 = \begin{bmatrix} 6,06 & -0,93 & -1,38 \\ 0,1 & 1,13 & -1,25 \\ 0,05 & -0,37 & -1,19 \end{bmatrix}$$

$$\therefore \lambda_1 = 6,06, \lambda_2 = 1,13, \lambda_3 = -1,19$$



Soal tambahan

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 2 \\ 2 & 3 & -2 \end{bmatrix}$$

$$1) A \cdot A^T = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 2 \\ 2 & 3 & -2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 17 & 8 \\ 8 & 17 \end{bmatrix}$$

2.) mencari  $\lambda$  dan  $\bar{u}$

$$\det \begin{bmatrix} 17-\lambda & 8 \\ 8 & 17-\lambda \end{bmatrix} = 0$$

$$\Leftrightarrow (17-\lambda)(17-\lambda) - 64 = 0$$

$$\Leftrightarrow \lambda^2 - 34\lambda + 225 = 0$$

$$\Leftrightarrow (\lambda - 9)(\lambda - 25) = 0$$

$$\therefore \lambda = 9 \quad ; \quad \lambda = 25$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Untuk } \lambda = 25 \\ ((A \cdot A^T) - \lambda I) \bar{u} = 0 \end{array} \right.$$

$$\begin{bmatrix} -8 & 8 \\ 8 & -8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = 0$$

$$-8u_1 + 8u_2 = 0$$

$$u_2 = \frac{8u_1}{8}$$

$$u_2 = u_1 \Rightarrow \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1/\sqrt{2} \\ 1/\sqrt{2} \end{bmatrix}$$

$$\text{Untuk } \lambda = 9$$

$$\begin{bmatrix} 8 & 8 \\ 0 & 8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = 0$$

$$8u_1 + 8u_2 = 0$$

$$u_2 = -u_1 \Rightarrow \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} -1/\sqrt{2} \\ 1/\sqrt{2} \end{bmatrix}$$

3.) Matriks  $\Sigma$

$$\lambda_1 = 25 \quad ; \quad \lambda_2 = 9$$

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \sqrt{25} & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{9} & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \end{bmatrix}$$

4.) Matriks  $U$

$$U = \begin{bmatrix} 1/\sqrt{2} & -1/\sqrt{2} \\ 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & -\frac{\sqrt{2}}{2} \\ \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \end{bmatrix}$$

5.) Matriks  $V$

$$A^T \cdot A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 3 \\ 2 & -2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 3 & 2 & 2 \\ 2 & 3 & -2 \end{bmatrix}$$
$$= \begin{bmatrix} 13 & 12 & 2 \\ 12 & 13 & -2 \\ 2 & -2 & 8 \end{bmatrix}$$

$$\lambda_1 = 9 ; \lambda_2 = 25 ;$$

Untuk  $\lambda_1 = 9$

$$\begin{bmatrix} 4 & 12 & 2 \\ 12 & 4 & -2 \\ 2 & -2 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix} = 0$$

$$4u_1 + 12u_2 + 2u_3 = 0$$

$$\vec{u} = \begin{bmatrix} -0,17 \\ -0,16 \\ 0,23 \end{bmatrix}$$

Untuk  $\lambda_2 = 25$

$$\begin{bmatrix} -12 & 12 & 2 \\ 12 & -12 & -2 \\ 2 & -2 & -17 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix} = 0$$

$$\vec{u} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0,5 \\ 0,9 \end{bmatrix}$$

$$V = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{3\sqrt{2}} & -\frac{2}{3} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{3\sqrt{2}} & \frac{2}{3} \\ 0 & \frac{2\sqrt{2}}{3} & \frac{1}{3} \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{6} & -\frac{2}{3} \\ \frac{\sqrt{2}}{2} & -\frac{\sqrt{2}}{6} & \frac{2}{3} \\ 0 & \frac{2\sqrt{2}}{3} & \frac{1}{3} \end{bmatrix}$$

$$\therefore Z = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \end{bmatrix} ; V = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{6} & -\frac{2}{3} \\ \frac{\sqrt{2}}{2} & -\frac{\sqrt{2}}{6} & \frac{2}{3} \\ 0 & \frac{2\sqrt{2}}{3} & \frac{1}{3} \end{bmatrix} ; U = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \frac{\sqrt{2}}{2} & -\frac{\sqrt{2}}{2} \end{bmatrix}$$