

III етап Всеукраїнської учнівської олімпіади з фізики
Теоретичний тур
Київ, 02.02.2019

8 клас

1. На рис. 8.1 наведено план траси перегонів «Формула-1». Довжини ділянок траси: $L_1 = 18$ км, $L_2 = 1,0$ км, $L_3 = 14$ км, $L_4 = 1,2$ км. Автомобілі стартують з інтервалом t_0 і кожен гоночний автомобіль (болід) рухається на відповідних ділянках траси зі швидкостями: $v_1 = 60$ м/с, $v_2 = 50$ м/с, $v_3 = 20$ м/с, $v_4 = 40$ м/с. Під час переходу машини з однієї ділянки на іншу її швидкість змінюється практично миттєво. За правилами заїзду відстань уздовж траси між болідами не повинна бути менше $L_0 = 200$ м. Яка максимальна кількість n автомобілів може одночасно брати участь в гонці?

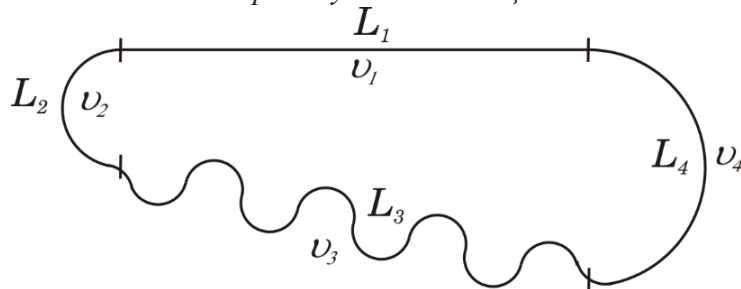


Рис. 8.1

Нехай боліди стартують з одного й того ж місця на трасі через рівні інтервали часу t_0 . Очевидно, що й повз спостерігача, який знаходиться поблизу будь-якої ділянки траси, вони будуть проїжджати через такі ж інтервали часу t_0 . Найменша відстань L_0 між болідами буде там, де їх швидкість мінімальна, тобто на третій ділянці, звідки $t_0 = L_0/v_3 = 10$ с. Час проходження болідом одного кола:

$$T = \frac{L_1}{v_1} + \frac{L_2}{v_2} + \frac{L_3}{v_3} + \frac{L_4}{v_4} = 1050 \text{ с.}$$

Отже, максимальне число автомобілів, які можуть одночасно брати участь в гонці, $n = T/t_0 = 105$.

2. У калориметрі плаває у воді шматок льоду. В калориметр опускають нагрівач постійної потужності $N = 50$ Вт й починають щохвилини вимірювати температуру води. Протягом першої та другої хвилини температура води не змінюється, до кінця третьої хвилини збільшується на $\Delta T_1 = 2^\circ\text{C}$, а до кінця четвертої хвилини ще на $\Delta T_2 = 5^\circ\text{C}$. Скільки грамів води і скільки грамів льоду було спочатку в калориметрі?

Побудуємо графік залежності температури води в калориметрі T від часу τ . Відомо, що він повинен складатися з горизонтальної (плавлення льоду) й похилої (нагрів води, яка утворилася) ділянок. Наявні дані дозволяють однозначно відновити залежність температури від часу, відлік якого будемо рахувати від моменту ввімкнення нагрівача (див. рис.).

З графіка можна знайти час танення льоду. Залежність температури води від часу після того, як весь лід розтанув, дається формулою $T = a\tau + b$. Відомо, що при $\tau = 3$ хв $T = 2^\circ\text{C}$, а при $\tau = 4$ хв $T = 7^\circ\text{C}$. Звідси $2 = 3a + b$, $7 = 4a + b$. Розв'язавши систему, знаходимо:

$$a = 5, b = -13 \text{ і } T = 5\tau - 13.$$

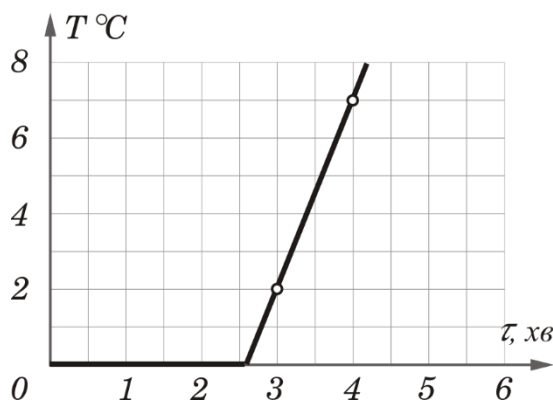


Рис. 8.2

Час танення льоду τ_l визначається точкою перетину цієї похилої прямої з прямою $T = 0^\circ\text{C}$. Звідси $\tau_l = 13/5 = 2,6 \text{ хв} = 156 \text{ с}$.

З рівняння теплового балансу знайдемо початкову масу льоду:

$$m = \frac{N \tau_1}{\lambda} \approx 22,9 \text{ г}.$$

Після того, як лід розтане, вся отримана вода масою $(m + M)$, де M – маса води, яка спочатку була у калориметрі, нагрівається на $\Delta T_2 = 5^\circ\text{C}$ за $\tau_2 = 1 \text{ хв} = 60 \text{ с}$. Отже,

$$C (m + M) \Delta T = N \tau_2.$$

і початкова маса води: $M = \frac{N \tau_2}{C \Delta T} - m \approx 120 \text{ г}$.

3. Юний дослідник проводив дослід із занурення кубика невідомої речовини в рідину невідомої густини (рис. 8.3). У таблицю він записав лише деякі покази динамометра, які відповідають різним глибинам занурення кубика. За результатами вимірювань визначте густину кубика і густину рідини.

$h, \text{ см}$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$F, \text{ Н}$	8,74	8,09					4,84	4,19	3,93	3,93

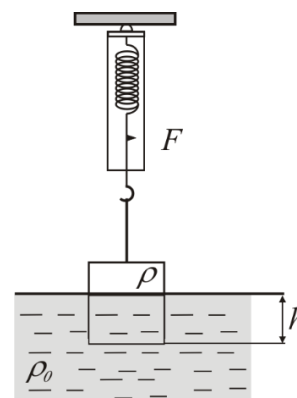


Рис. 8.3

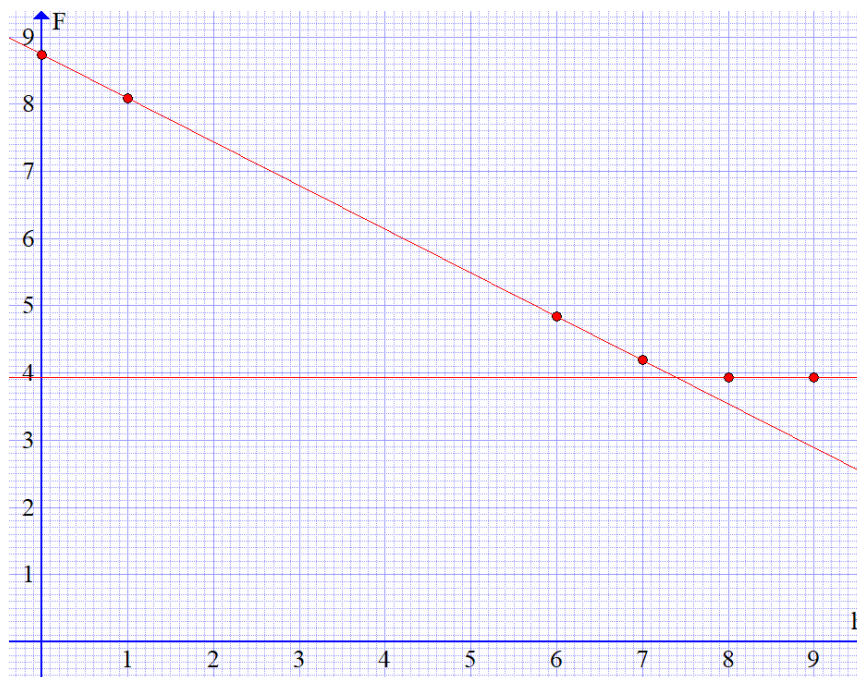


Рис. 8.4

Побудуємо графік залежності $F=f(h)$ (рис. 8.4). Оскільки покази динамометра перестають змінюватись при зануренні кубика на $7,4 \text{ см}$, то довжина його ребра дорівнює $a = 7,4 \text{ см}$. Це дозволяє знайти густину матеріалу з якого виготовлений кубик:

$$\rho = \frac{F(0)}{ga^3} \approx 2,2 \text{ г/см}^3.$$

Під час занурення кубика в рідину сила Архімеда буде зростати, а покази динамометра зменшуватись. Це буде тривати доки кубик повністю не зануриться в рідину. Максимальна сила Архімеда $F_A = F(7,4) - F(0) \approx 4,06 \text{ Н}$ діє на весь об'єм кубика. Отже, густина рідини $\rho_0 = 1,21 \text{ г/см}^3$.

4. На рисунку 8.5 представлена іграшка, яка складається з горизонтальних стержней та прикріплених до них на нитках кульок. Знайти маси кульок 2, 3 й 4, якщо маса кульки 1 дорівнює 96 г. Короткі плечі всіх стержней складають $\frac{1}{4}$ від довжини відповідних стержней. Стержні й нитки вважати невагомими.

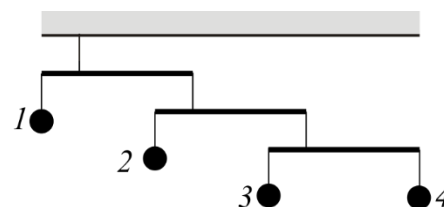


Рис. 8.5

Позначимо масу кульки з номером 4 через $m_4 = m$. Тоді з «правила важеля» для нижнього стержня випливає, що маса кульки 3 у три рази більша за масу кульки 4 й дорівнює $m_3 = 3m$. Аналогічно, маса кульки 2 у три рази більша загальної маси кульок 3 та 4, тобто дорівнює $m_2 = 12m$. Маса кульки 1 в три рази більша загальної маси кульок 2, 3 та 4, тобто дорівнює $m = 48m = 96$ г. Отже, $m_4 = m = 2$ г, $m_3 = 3m = 6$ г, $m_2 = 2m = 24$ г.

9 клас

1. На рис. 9.1 наведено план траси перегонів «Формула-1». Довжини ділянок траси: $L_1 = 18$ км, $L_2 = 1,0$ км, $L_3 = 14$ км, $L_4 = 1,2$ км. Автомобілі стартують з інтервалом t_0 і кожен гоночний автомобіль (болід) рухається на відповідних ділянках траси зі швидкостями: $v_1 = 60$ м/с, $v_2 = 50$ м/с, $v_3 = 20$ м/с, $v_4 = 40$ м/с. Під час переходу машини з однієї ділянки на іншу її швидкість змінюється практично миттєво. За правилами заїзду відстань уздовж траси між болідами не повинна бути менше $L_0 = 200$ м. Яка максимальна кількість n автомобілів може одночасно брати участь в гонці?

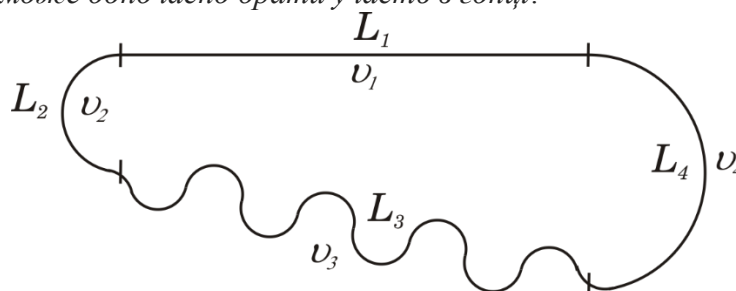


Рис. 9.1

Нехай боліди стартують з одного й того ж місця на трасі через рівні інтервали часу t_0 . Очевидно, що й повз спостерігача, який знаходиться поблизу будь-якої ділянки траси, вони будуть проїжджати через такі ж інтервали часу t_0 . Найменша відстань L_0 між болідами буде там, де їх швидкість мінімальна, тобто на третій ділянці, звідки $t_0 = L_0/v_3 = 10$ с. Час проходження болідом одного кола:

$$T = \frac{L_1}{v_1} + \frac{L_2}{v_2} + \frac{L_3}{v_3} + \frac{L_4}{v_4} = 150 \text{ с.}$$

Отже, максимальне число автомобілів, які можуть одночасно брати участь в гонці, $n = T/t_0 = 15$.

2. Абсолютно порожній холодильник в усталеному режимі перебуває вимкненим 18 хвилин і, попрацювавши 6 хвилин, знову вимикається. Цей самий, але заповнений продуктами холодильник в усталеному режимі перебуває вимкненим 120 хвилин і, попрацювавши певний час, знову вимикається. Чому дорівнює цей певний час? Коли холодильник (в усталеному режимі) за місяць споживає більше електричної енергії, коли він порожній або коли він наповнений продуктами? Чому при завантаженні холодильника час між двома сусідніми увімкненнями зростає?

Вказівка. Холодильник вмикається і вимикається через пристрої, які прагнуть підтримувати всередині холодильника сталу температуру.

звідки випливає $P_2 \propto \frac{F_{\tau,2}}{N_2}$. Сила реакції N_2 врівноважує силу тяжіння, що діє на тіла «2М» і «3М», та силу натягу вертикальної ділянки нитки: $N_2 = 5Mg + T$. Після очевидних підстановок та перетворень отримаємо **другу достатню** умову нерухомості тіла «3М»:

$$\mu_2 \geq \frac{2 \cdot (1 - 2\mu_1)}{17 + 2\mu_1}.$$

2. Точкове джерело світла рухається рівномірно вздовж оптичної осі лінзи з оптичною силою 1,5 дптр. Якою буде відстань між джерелом та його дійсним зображенням у той момент, коли швидкість зображення учетверо перевищує швидкість джерела?

У початковий момент часу $\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = D$, через малий час Δt $\frac{1}{d - v_d \Delta t} + \frac{1}{f + v_f \Delta t} = D$. Тут враховано, що під час наближення предмету до лінзи, дійсне зображення віддаляється від лінзи. Тоді $\frac{v_f}{v_d} = \frac{f^2}{d^2}$. Якщо швидкість зображення в чотири рази перевищує швидкість предмета, отримаємо $f = 2d$. З урахуванням формули лінзи легко отримати $d = \frac{3}{2D} = 1$ м, $f = 2$ м. Відстань між предметом і зображенням складає 3 м.

Другий розв'язок. З формули лінзи $D = 1/x + 1/y$ знайдемо похідну за часом та прирівняємо до нуля:

$$0 = -\frac{1}{x^2} \frac{dx}{dt} - \frac{1}{y^2} \frac{dy}{dt}$$

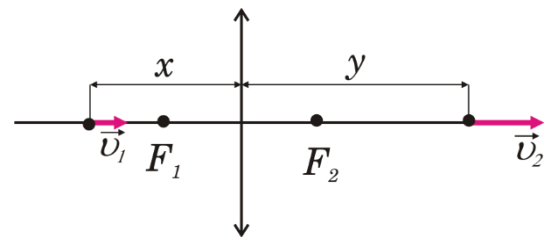


Рис. 10.3

$\frac{dx}{dt} = v_1, \frac{dy}{dt} = v_2 = -4v_1$. Маємо $\frac{v_1}{x^2} = -\frac{v_2}{y^2}$, де знак “-” означає, що одна точка наближається до лінзи, а друга – віддаляється. Таким чином $\frac{y^2}{x^2} = \frac{|v_2|}{|v_1|} = 4 \Rightarrow y = 2x$. Підставляючи у формулу лінзи маємо: $D = 1/x + 1/2x = 3/2x \Rightarrow x = 1$ м, $y = 2$ м, $l = 3$ м.

3. Для забезпечення невеликого будинку гарячою водою застосовано не найвдаліший пристрій. Він складається з дуже великого бака з теплоізоляцією, від якого споживачі отримують маленькими порціями гарячу воду, і автоматичного пристрою, який відразу ж поповнює бак крутим окропом. Виявилося, що при стандартному споживанні температура води в баку становить $+60^\circ\text{C}$ при температурі навколишнього повітря $+20^\circ\text{C}$. Яка температура встановиться в баку при збільшенні витрати води вдвічі? Тепловіддача в навколишнє середовище пропорційна різниці температур.

Нехай за хвилину споживають масу води m , тоді за той самий час у бак надійде така сама маса окропу при $t_1 = 100^\circ\text{C}$. Охолоджуючись до температури $t_2 = 60^\circ\text{C}$, окріп віддасть у зовнішнє середовище, що має температуру $t_3 = 20^\circ\text{C}$, кількість теплоти $cm(t_1 - t_2) = K(t_2 - t_3)$, де K – деякий коефіцієнт. Якщо витрати води збільшились удвічі, то $2cm(t_1 - t) = K(t - t_3)$. Звідси отримаємо $t = 73^\circ\text{C}$. На перший погляд нелогічне підвищення температури пояснюється більшим надходженням окропу у бак за той самий час.

4. Ліфт під час поїздки розганяється за дві секунди до швидкості 2 м/с та гальмує за такий самий час. У ліфті повісили точний маятниковий годинник, такий самий годинник розмістили у холі будинку. Як будуть відрізнятися покази годинників після того, як ліфт виконає 400 поїздок?

Покази маятникового годинника пропорційні кількості коливань маятника за інтервал часу. При прискореному русі ліфта змінюється частота коливань, а отже, годинник прискорюється чи сповільнюється. Відмінність у показах годинника в ліфті та еталонного нерухомого годинника пов'язана із тривалістю прискореного та сповільненого руху як: $\Delta t = \frac{N_+ - N_{0,+}}{N_{0,+}} t_+ + \frac{N_- - N_{0,-}}{N_{0,-}} t_-$, де t_+ , t_- - тривалість прискореного та сповільненого рухів, N_+ , N_- - кількість коливань, що здійснює маятник годинника у ліфті за відповідний час, $N_{0,+}$, $N_{0,-}$ - кількість коливань маятника нерухомого годинника за відповідні інтервали часу. За умовою задачі $t_+ = t_- = t = 800$ с, $N_{0,+} = N_{0,-} = \frac{t}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{l}}$, $N_+ = \frac{t}{2\pi} \sqrt{\frac{g+a}{l}}$, $N_- = \frac{t}{2\pi} \sqrt{\frac{g-a}{l}}$. Після підстановок та простих перетворень отримаємо $\Delta t = \left((\sqrt{1+\gamma} - 1) + (\sqrt{1-\gamma} - 1) \right) \cdot t \approx -\frac{\gamma^2}{4} t$, де $\gamma = \frac{a}{g}$. Таким чином, годинник у ліфті відстане приблизно на 2 секунди.

11 клас

1. Ракета рухається біля деякої планети із швидкістю v , що складає 99% від першої космічної швидкості. В початковий момент часу вона знаходиться в точці A на висоті $h = 1$ км від поверхні планети і рухається паралельно поверхні. На якій відстані від точки A ракета впаде на планету? Вважайте, що планета має форму сфери з радіусом $R = 6400$ км, прискорення вільного падіння $g = 10$ м/с², атмосфера на планеті відсутня.

Враховуючи те, що швидкість ракети майже не відрізняється від першої космічної швидкості, будемо наближено вважати, що ракета рухається по колу із сталою швидкістю. Оберемо малий інтервал часу Δt та обчислимо зменшення відстані до центру планети за цей час. Тіло «падає» з прискоренням g та рухається «вбік» зі швидкістю v . Якщо початкова відстань до центру планети позначити R_0 , то

$$R^2 = R_0^2 - \frac{g \Delta t^2}{2} + v^2 \Delta t^2 = R_0^2 - R_0 g \Delta t + 0.25 g^2 \Delta t^2 - 0.99 v_1^2 \Delta t^2.$$

Врахуємо $v_1^2 = g R_0$ та малість Δt отримаємо $R^2 = R_0^2 - R_0 g \Delta t + 0.99^2 g R_0 \Delta t^2$, звідки

$$R = R_0 - R_0 g \Delta t + 0.5 g R_0 \Delta t^2 - \frac{0.02 g R_0 \Delta t^2}{2}.$$

Можна побачити, що рух «вниз» - це просто рівноприскорений рух з прискоренням $a = 0.02 g$. Час падіння з такою швидкістю з висоти $h = 1000$ м складе $t = \sqrt{2h/a} = 100$ с. За цей час тіло пролетить вздовж поверхні планети відстань $S = vt = 800$ км.

2. Вертикальна циліндрична посудина містить дві порції одноатомного ідеального газу, відокремлені одна від одної і від навколишнього простору двома однаковими масивними поршнями масою $M=0.4$ кг кожен (рис. 11.1), що можуть рухатись без тертя по вертикалі. Спочатку об'єми порцій однакові і відстань між поршнями становить $H=0.15$ м. Нижню частину газу повільно нагрівають. Яку кількість теплоти потрібно передати газу в нижній частині посудини, щоб збільшити його об'єм удвічі? Якою стане відстань між поршнями через великий інтервал часу - коли температури порцій газу знову зрівняються? Теплоємністю стінок і поршнів знехтувати. Зовні повітря відкачано, тепловіддача в навколишній простір нехтовно мала. Теплопровідність поршня, що розділяє порції газу, достатньо мала - за час нагрівання тепло у верхню частину практично не надходить.

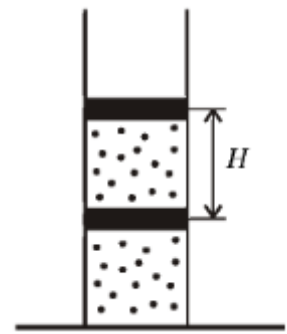


Рис. 11.1

Початковий тиск у нижній частині $P_2 = \frac{2Mg}{S}$, а у верхній – удвічі менший при тому самому об'ємі та температурі, отже, кількість газу у нижній частині удвічі більша. При нагріванні нижня частина розширюється ізобарно, збільшуючи об'єм удвічі. При цьому газ виконує роботу $A = 2MgH$ і отримує кількість теплоти $Q = A + \Delta U = \frac{5}{2}A = 5MgH = 3$ Дж. Після вирівнювання температури вирівнюються також і об'єми верхньої та нижньої частин. Для визначення нової відстані між поршнями використаємо закон збереження енергії. До нагрівання внутрішня енергія газу у верхній частині складала $U_1 = \frac{3}{2}P_1V = \frac{3}{2}MgH$, а у нижній $U_2 = 3MgH$. Повна енергія системи до нагрівання $E = U_1 + U_2 = MgH + 2MgH = \frac{15}{2}MgH$. Відповідно після нагрівання та вирівнювання температур вона складе $E_{\text{с}} = \frac{15}{2}Mgh$. Оскільки $E_{\text{с}} = E + Q$, то $h = \frac{5}{3}H$. $h = 0.25$ м.

3. Скляний капіляр довжиною $L = 130$ мм, що має форму зрізаного конуса з радіусами основ $R_1 = 0.36$ мм, $R_2 = 0.1$ мм, ледь занурюють у воду широким кінцем вниз. На яку висоту підніметься рідина у капілярі? Що буде, якщо капіляр повністю занурити у воду, а потім обережно витягти з води, тримаючи його вертикально, широким отвором униз? Густина води $\rho = 1000$ кг/м³, поверхневий натяг в умовах експерименту $\gamma = 0.072$ Н/м. Вважайте, що прискорення вільного падіння дорівнює $g = 10$ м/с².

Рідина у капілярі піднімається під дією Лапласового тиску $P_f = \frac{2\gamma}{r}$, поки він не буде врівноважений гідростатичним тиском $P_{\text{г}} = \rho gh$: $P_f = P_{\text{г}}$. Всередині капіляра радіус кривизни поверхні води співпадає із радіусом капіляра, що змінюється з висотою h за лінійним законом $r = R_1 - kh$, де $k = (R_1 - R_2)/L$, висота h вимірюється від нижнього краю капіляра. Умова рівноваги: $\frac{2\gamma}{R_1 - kh} = \rho gh$. Звідки отримаємо рівняння $kh^2 - R_1h + \frac{2\gamma}{\rho g} = 0$, що має два розв'язки: $h_1 = 60$ мм, $h_2 = 120$ мм. Ці розв'язки визначають три області фізично допустимих значень висоти стовпа води в капілярі: 1) при $0 < h < h_1$ $P_f > P_{\text{г}}$, і вода піднімається по капіляру; 2) при $h_1 < h < h_2$ $P_f < P_{\text{г}}$, і вода опускається; 3) при $h_2 < h < L$ $P_f > P_{\text{г}}$, і вода

піднімається. Звідси випливає, що рівень $h_1 = 60 \text{ мм}$ є точкою стійкої рівноваги, якщо капіляр ледь занурили у воду, то вона підніметься саме до цього рівня. Якщо ж повністю занурений капіляр повільно витягти з води, то він залишиться повністю заповненим водою: $h = L = 130 \text{ мм}$.

4. На тороїдальне осердя, виготовлене з матеріалу з дуже великою магнітною проникністю, намотані дуже тонким проводом дві котушки - з числом витків 500 і 510. При вимірюванні індуктивності першої з котушок на постійному струмі отримали величину 20 Гн. Яка індуктивність другої котушки?

Струм, що протікає через котушку, створює у ній магнітне поле $B \sim nI$. Повний магнітний потік через котушку $\Phi \sim nB \sim n^2 I$. Оскільки котушки намотані на спільне тороїдальне осердя, то геометричні фактори, що впливають на величину потоку, створеного струмом, однакові й при однакових струмах $\frac{\Phi_1}{\Phi_2} = \frac{L_1}{L_2} = \frac{n_1^2}{n_2^2}$. Отже, $L_2 = \frac{n_2^2}{n_1^2} L_1 = 20.81 \text{ Гн}$.

Практичний тур

8 клас

На світлині зображена блискавка, яка дуже швидко проходить шлях від хмари до землі. Упродовж якого часу буде чути гуркіт грому людині, яка на світлині зображена точкою А? Масштаб світлини такий, що 1 см на ньому відповідає 200 м. Швидкість звуку в повітрі – 330 м/с. Вважати, що джерелом грому є точки, де блискавка входить у землю.

Припустимо, що людина їде на автомобілі від блискавки зі швидкістю 30 м/с. Упродовж якого часу вона чути гуркіт грому в цьому випадку?



З світлин в завданні випливає, що найближча до людини точка блискавки перебуває на позначці 5,3 см, а найвіддаленіша – на позначці 13,5 см. З урахуванням масштабу відстань між цими позначками – $8,2 \cdot 200 \text{ м}$. Отже, між початком і кінцем гуркоту грому мине час $\frac{8,2 \cdot 200}{330} \approx 5 \text{ (с)}$. Зазначимо, що відповідь була б такою ж, якби людина знаходилась над позначками 0, 2, 3, 4, 5 см, аж впритул до позначки 5,3 см, а також за позначкою 13,5 см. Якщо людина їде