HafenCity Universität Hamburg

Universität für Baukunst und Metropolenentwicklung

Location Based Service

Optimieren einer Trajektorie mit absoluten 5G Koordinaten

Studiengang

Geodesy and Geoinformatics (GIT)

Matrikelnummer:

6059167 und 6056745

Professor:

M.Sc. Hossein Shoushtari

Gruppe 3:

Sumit Kaur und Simeon Zeyse

July 12, 2022

Contents

1 Einleitung **1**

1.1 Aufbau der Arbeit 2

2 Methodologie **2**

2.1 Das dynamischer Kalman Filter 2

2.1.1 Diskreter Kalman-Filter (lineares Modell) 2

2.1.2 Extended Kalmanfilter (nicht- lineares Modell) 4

2.1.3 Weitere Quellen: 5

2.2 Weigted Least-Square 5

3 Implementation **6**

3.1 Weighted-Least-Square 6

4 Fazit und Ausblick **6**

Bibliography **7**

1 Einleitung

Da ein inertiales Navigationssystem (INS) ohne GNSS-Signale auskommen, können sie hervorragend in der Indoor-Navigation eingesetzt werden. Dafür wird ein einfacher Bewegungssensor benötigt, welcher sich beispielsweise in einem Ortungssystem für gehende Personen befindet, das so genannte *Personal Dead Reckoning (PDR)*-System. Das PDR-System verwendet eine Inertialmesseinheit (IMU). Diese wird am Schuh des Nutzers befestigt und liefert Informationen wie die Drehgeschwindigkeit und Beschleunigung. Diese Informationen können damit helfen den Standpunkt des Nutzers relativ zu einem bekannten Referenzpunkten in Echtzeit zu ermitteln (Ojeda & Borenstein, 2007). In dieser Arbeit werden sogenannte 5G-Koordinaten als bekannte Referenzpunkte verwendet. Nachteile eines PDR-System ist das sie durch akkumulierte Messfehler einen Drift aufweisen. Dieser Drift kann mit Hilfe der 5G-Koordinaten und einer Optimierung der Trajektorie verringert werden. Dafür sind in der Geodäsie Optimierungsansätze wie das Kalman-Filter oder die Methode der kleinsten Quadrate (engl.: Least-Square) häufig im Einsatz.

Diese Arbeit beschäftigt sich daher mit folgender Frage: Wie unterscheiden sich die Ergebnisse einer Ausgleichung von Personal Dead Reckoning (PDR) mittels dem Kalman-Filter und der Least-Square Methode?

Kjellson et al. (2021) beschäftigte sich außerdem mit dem Thema. In ihrem Paper wird die Deep-Learning-Methoden beschrieben sowohl für die Schätzung von absoluten Positionen als auch für die Durchführung einer Koppelnavigation für Fußgänger (PDR). Beiden Ansätze wurden zur Optimierung der Trajektorie mit Hilfe der gewichteten kleinsten Quadrate (engl.: weighted least square) kombiniert.

Was ist das Problem?

Warum ist es wichtig?

Was sind die Anwendungsbereiche des Themas?

Was sind die bisherigen Herausforderungen?

Was ist der Schwerpunkt dieser Arbeit?

1.1 Aufbau der Arbeit

2 Methodologie

Erläuterung der Methoden in der Theorie und des allgemeinen Konzepts
für diejenigen, die bereits bestehende Konzepte, Algorithmen, Methoden, etc. verwendet haben.

2.1 Das dynamischer Kalman Filter

Eicker:
Ein Kalman Filter findet dort Anwendung, wo bestimmte Sensoren nicht funktionieren oder sogar ausfallen und man dennoch die Systemgrößen schätzen möchte. Dafür setzt sich das dynamische Kalman Filter aus einem Beobachtungsmodell und einem Bewegungsmodell zusammen. Bei dem Beobachtungsmodell handelt es sich um Beobachtungen und ihre Unsicherheiten. Bei dem Bewegungsmodell spricht wird auch von einer Prädiktion (dynamisches Modell) und ihren Unsicherheiten gesprochen. Aus ihr erfolgt dann die Schätzung des Zustandes.

2.1.1 Diskreter Kalman-Filter (lineares Modell)

Bei dem diskreten Kalman-Filter ist die Idee die Beobachtungen zu bestimmten (diskreten) Zeitpunkten mit einem Bewegungsmodell zu kombinieren. Das Bewegungsmodell prädiziert dann den Zustandsvektor ausgehend von der Schätzung des vorherigen Schrittes. Generell werden vier Schritte benötigt: die Prädiktion, die Innovation, die Kalman-Gain-Matrix und das Update.

Das generelle Beobachtungsmodell sieht wie folgt aus:

$$\boldsymbol{l}_{i+1} = \boldsymbol{A}_{i+1}\boldsymbol{x}_{i+1} + \boldsymbol{e}_{i+1}, \tag{2.1}$$

mit $\boldsymbol{l}$ = Beobachtungen/Messungen, $\boldsymbol{A}$ = Designmatrix, $\boldsymbol{x}$ = unbekannte Parameter und $\boldsymbol{e}$ = Residuen (Beobachtungsrauschen). Die Designmatrix beinhaltet die partiellen Ableitungen der Beobachtungsgleichungen nach den Parametern. Bei den Residuen handelt es sich um die negierten Verbesserungen. Sie sind normalverteilt mit einem Erwartungswert von 0.

Das hier verwendete Bewegungsmodell sieht wie folgt aus:

$$\boldsymbol{x}_{i+1} = \boldsymbol{T}_i \boldsymbol{x}_i + \boldsymbol{C}_i \boldsymbol{w}_i, \tag{2.2}$$

mit $\boldsymbol{T}$ = Transitionsmatrix (prädiziert Bewegung von einem Zeitpunkt zum nächsten), $\boldsymbol{w}$ = Störgröße (Unsicherheit im Bewegungsmodell: Rauschen), $\boldsymbol{C}$ = Störgrößenmatrix (Auswirkung dieser Unsicherheit auf die Prädiktion des Zustandes). Da wir annehmen, dass die Unsicherheiten im Bewegungsmodell ausreichend von den Varianzen der geschätzten Parameter abgedeckt werden, wird die Formel 2.2 durch die folgende Formeln ersetzt:

$$\boldsymbol{x}_{i+1} = \boldsymbol{T}_i \boldsymbol{x}_i. \tag{2.3}$$

1. Prädiktion: Welche Trajektorie des Fahrzeugs sagt das Bewegungsmodell voraus?

In der Prädiktion wird der aktuelle Schritt mit den Daten des vorherigen Schrittes und der Transitionsmatrix berechnet. Die Transitionsmatrix beinhaltet die partiellen Ableitungen der prädizierten Größen nach den Schätzungen des vorigen Schrittes. Die zugehörige Kovarianzmatrix wird mit Hilfe des Varianzfortpflanzungsgesetzes berechnet.

$$\bar{\boldsymbol{x}}_{i+1} = \boldsymbol{T}_i + \hat{\boldsymbol{x}}_i \tag{2.4}$$

$$\sum(\bar{\boldsymbol{x}}_{i+1}) = \boldsymbol{T}_i \sum(\hat{\boldsymbol{x}}_i) \boldsymbol{T}_i^T + \boldsymbol{C}_i \sum(\boldsymbol{w}_i) \boldsymbol{C}_i^T \tag{2.5}$$

2. Innovation: Welche Trajektorie des Fahrzeugs sagt das Bewegungsmodell voraus? Was behaupten die Beobachtungen? Wie sehr weichen die Beobachtungen von der Prädiktion ab? => Innovation

In dem 2. Schritt der Innovation wird die Differenz der Prädiktion zu den Beobachtungen berechnet und auch hier wird mit Hilfe des VFGs die Kovarianzmatrix gerechnet

X_{5G} und Y_{5G}, Δx_i und Δy_i = Differnez zwischen der aufsummierten schrittänge, und schrittrichtung.

$$\boldsymbol{d}_{i+1} = \boldsymbol{l}_{i+1} - \boldsymbol{A}_{i+1} \bar{\boldsymbol{x}}_{i+1} \tag{2.6}$$

$$\sum(\boldsymbol{d}_{i+1}) = \sum(\boldsymbol{l}_{i+1}) + \boldsymbol{A}_{i+1} \sum(\bar{\boldsymbol{x}}_{i+1}) \boldsymbol{A}_{i+1}^T \tag{2.7}$$

Dann folgt die Berechnung der Kalman Gain Matrix, die in dem Update die Innovation gewichtet. Die zugehörige Kov.matrix des Updates wird auch wieder mit dem VFG berechnet.

3. Gain Matrix (K-Matrix): Relative Gewichtung von Prädiktion und Beobachtungen anhand der jeweiligen Genauigkeiten

Kalman Gain Matrix setzt sich aus den Kov.Matrizen der prädiktion und der innovation zusammen. Je genauer die Kov mtarix der innovation ist desto mehr gewicht erhalten die

$$\boldsymbol{K}_{i+1} = \sum(\bar{\boldsymbol{x}}_{i+1})\boldsymbol{A}_{i+1}^{T}\sum^{-1}(\boldsymbol{d}_{i+1}) \tag{2.8}$$

4. Update:
Gewichtetes Mittel aus Prädiktion und Innovation

$$\hat{\boldsymbol{x}}_{i+1} = \bar{\boldsymbol{x}}_{i+1} + \boldsymbol{K}_{i+1}\boldsymbol{d}_{i+1} \tag{2.9}$$

$$\sum(\hat{\boldsymbol{x}}_{i+1}) = [\boldsymbol{I} - \boldsymbol{K}_{i+1}\boldsymbol{A}_{i+1}]\sum(\bar{\boldsymbol{x}}_{i+1}) \tag{2.10}$$

Geschichte des Kalman-Filters:
Erdunfen von Rudolf E. Kalman (Transcations of the ASME-Journal of Basic Engineering, 82 (Series D): 35-45.Copyright by ASME)

Gut geeignet, um die Bahnen von Raketen zu berechnen (der Apollo Mondmission)

Dynamisches Modell: Trajektorie der Mondrakete Beobachtungen: Space sextant, inertial navigator (Weltraumsextant, Trägheitsnavigator)

2.1.2 Extended Kalmanfilter (nicht- lineares Modell)

Weder Bewegungsmodell noch das Beobachtungsmodell ist linear, deshalb wird das extended Kalman Filter gebraucht.

Neues Bewegungsmodell:

$$\boldsymbol{x}_{i+1} = \boldsymbol{f}_{i}^{i+1}(\boldsymbol{x}_i, \boldsymbol{w}_i) \tag{2.11}$$

$$\boldsymbol{l}_{i+1} = \boldsymbol{a}_{i+1}(\boldsymbol{x}_{i+1}) + \boldsymbol{e}_{i+1} \tag{2.12}$$

Bei nicht-linearen Zusammenhängen werden die Matrizen A, T und C durch Linearisierung (partielle Ableitungen) der nicht-linearen Funktionen f und a bestimmt:

$$\boldsymbol{T}_i = \left.\frac{\partial \boldsymbol{f}_{i}^{i+1}(\boldsymbol{x}_i, \boldsymbol{w}_i)}{\partial \boldsymbol{x}_i}\right|_{x_i=\hat{x}_i} \tag{2.13}$$

$$\boldsymbol{C}_i = \left.\frac{\partial \boldsymbol{f}_i^{i+1}(\boldsymbol{x}_i, \boldsymbol{w}_i)}{\partial \boldsymbol{w}_i}\right|_{w_i} \tag{2.14}$$

$$\boldsymbol{A}_{i+1} = \left.\frac{\partial \boldsymbol{a}_{i+1}(\boldsymbol{x}_{i+1})}{\partial \boldsymbol{x}_{i+1}}\right|_{x_{i+1}=\bar{x}_{i+1}} \tag{2.15}$$

2.1.3 Weitere Quellen:

https://www.cbcity.de/das-kalman-filter-einfach-erklaert-teil-2

2.2 Weigted Least-Square

Weighted Least-Square basiert auf der Grundlage der Methode der kleinsten Quadrate. Dabei werden die Parameter so gewählt, dass die Quadratsumme der Verbesserungen möglichst klein ist.

$$|\boldsymbol{v}|^2 = \sum_{i=1}^{n} v_i^2 \rightarrow min \tag{2.16}$$

$$\boldsymbol{l} + \boldsymbol{v} = \boldsymbol{A}\boldsymbol{x} \text{ mit } \sum(\boldsymbol{l}) = \sigma_0^2 \boldsymbol{P}^{-1} \tag{2.17}$$

Wobei die linke Gleichung das funktionale Modell repräsentiert, in dem der funktionale Zusammenhang zwischen Beobachtungen und Unbekannten steckt. Die rechte Gleichung nennt sich auch das stochastische Modell und dient der Beschreibung der Messunsicherheit bzw. zur Einführung von Gewichten für die Beobachtungen. Dafür wird die Gewichtsmatrix $\boldsymbol{P}$ eingeführt.

Schätzung der unbekannten Parameter:

$$\hat{\boldsymbol{x}} = \left(\boldsymbol{A}^T \boldsymbol{P} \boldsymbol{A}\right)^{-1} \boldsymbol{A}^T \boldsymbol{P} \boldsymbol{l} \tag{2.18}$$

3 Implementation

Detaillierte Ausführung der Arbeitsschritte einschließlich der Ergebnisse bei verschiedenen Implementierungsparametern.

3.1 Weighted-Least-Square

Für jeden Durchgang eine weitere Schleife: 5G faken, indem delta x und delta y auf Koordiaten addieren, welche die PDR Werte , solange bis zur nächsten 5G Koordniate.

Genauigkeit:
s1 (absolut, 5G): 3 s2 (relativ, PDR): 0.2

4 Fazit und Ausblick

Eine Erörterung (oder "Bewertung") der Ergebnisse, Zusammenfassung und zukünftige Forschungsperspektiven

Bibliography

Kjellson, C., Larsson, M., Astrom, K., & Oskarsson, M. (2021). Accurate indoor positioning based on learned absolute and relative models, 1–8.

Ojeda, L., & Borenstein, J. (2007). Personal dead-reckoning system for gps-denied environments, 1–6.