

## 第7章 一元函数微分学的应用(三)

### ——物理应用



#### A 组

1. 有一圆柱体底面半径与高随时间变化的速率分别为  $2 \text{ cm/s}$ ,  $-3 \text{ cm/s}$ . 当底面半径为  $10 \text{ cm}$ , 高为  $5 \text{ cm}$  时, 圆柱体的体积与表面积随时间变化的速率分别为( ).

(A)  $125\pi \text{ cm}^3/\text{s}$ ,  $40\pi \text{ cm}^2/\text{s}$

(B)  $125\pi \text{ cm}^3/\text{s}$ ,  $-40\pi \text{ cm}^2/\text{s}$

(C)  $-100\pi \text{ cm}^3/\text{s}$ ,  $40\pi \text{ cm}^2/\text{s}$

(D)  $-100\pi \text{ cm}^3/\text{s}$ ,  $-40\pi \text{ cm}^2/\text{s}$

2. 球的半径以  $5 \text{ cm/s}$  的速度匀速增长, 问球的半径为  $50 \text{ cm}$  时, 球的表面积和体积的增长速度各是多少?

3. 溶液自深为  $18 \text{ cm}$ 、上端圆的直径为  $12 \text{ cm}$  的正圆锥形漏斗中, 漏入一直径为  $10 \text{ cm}$  的圆柱形筒中. 开始时漏斗中盛满了溶液, 已知当溶液在漏斗中深为  $12 \text{ cm}$  时, 其液面下落的速率为  $1 \text{ cm/min}$ , 问此时圆柱形筒中的液面上升的速率是多少?

4. 设一质点的运动方程为

$$\begin{cases} x = 3\sin \omega t - 4\cos \omega t, \\ y = 4\sin \omega t + 3\cos \omega t, \end{cases}$$

求该质点在  $t = 0$  时的运动速度及加速度的大小( $\omega$  为大于零的常数).

5. 设一质点沿曲线  $r = 2\theta$  运动, 若角度  $\theta = t^2$  ( $t$  表示时间), 当  $\theta = \frac{\pi}{2}$  时, 求质点的速度  $v$ 、加速度  $a$ .



#### B 组

1. 半径为  $\frac{1}{2}$  的圆在抛物线  $x = \sqrt{y}$  凹的一侧上滚动.

(1) 求圆心  $(\xi, \eta)$  的轨迹方程;

(2) 当圆心以速率  $V_0$  匀速上升时, 求圆心的横坐标  $\xi$  的增长速度.

2. 港口甲到港口乙的距离为  $1\,000 \text{ km}$ , 货船从港口甲出发, 沿江以匀速度  $v$  (单位:  $\text{km/h}$ ) 逆流



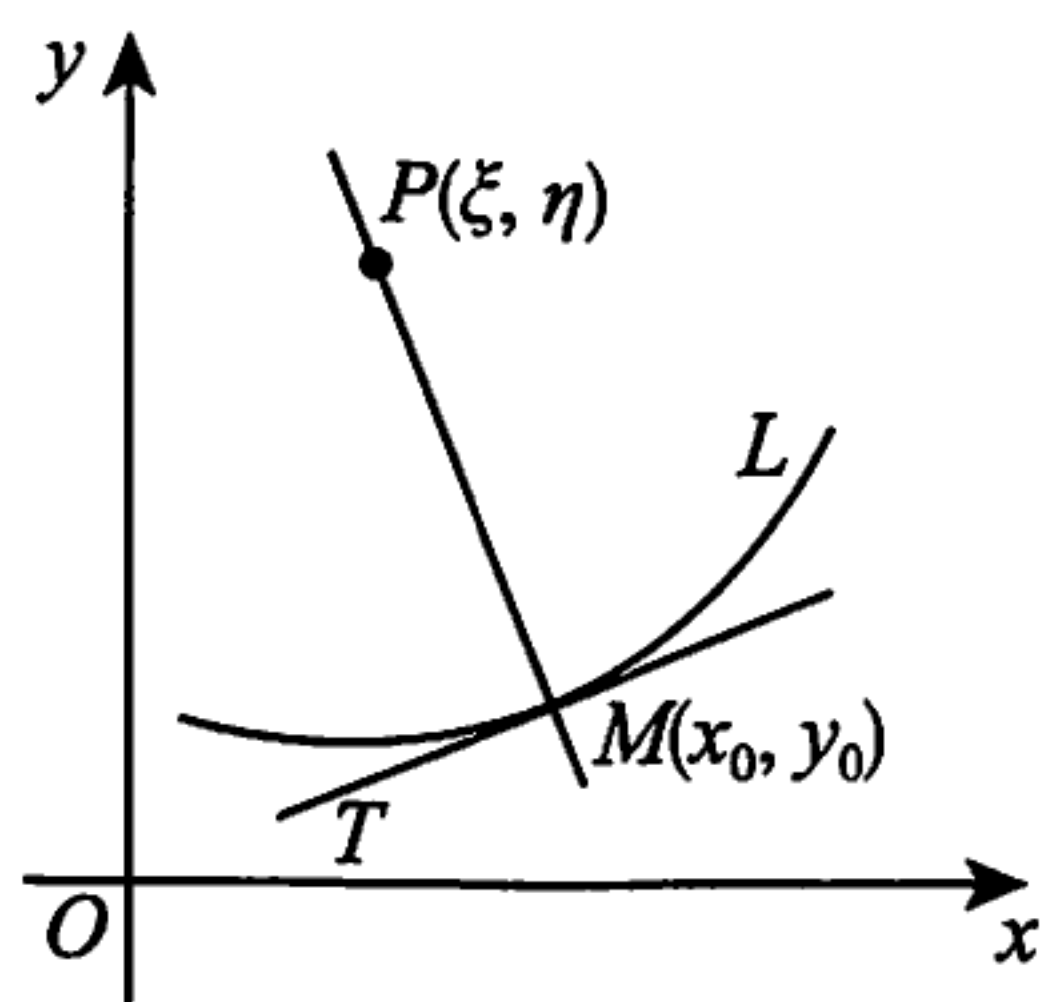
而上驶往港口乙,假定货船在单位时间内的燃料消耗与  $v^{\frac{3}{2}}$  成正比,比例常数为1,又知道江水流速为 20 km/h. 问货船速度  $v$  等于何值时,航程中消耗燃料的量  $A$  最小?



### C 组

1. 设一质点在单位时间内由点  $A$  从静止开始做直线运动至点  $B$  停止,  $A, B$  两点间距离为 1, 证明: 该质点在  $(0, 1)$  内总有某一时刻的加速度的绝对值不小于 4.

2. 如图所示, 设曲线  $L$  的方程  $y = f(x)$ , 且  $f'' > 0$ , 又  $MT, MP$  分别为该曲线在点  $M(x_0, y_0)$  处的切线和法线. 已知线段  $MP$  的长度为  $\frac{[1 + (y'_0)^2]^{\frac{3}{2}}}{y''_0}$  (其中  $y'_0 = y'(x_0), y''_0 = y''(x_0)$ ), 试推导出点  $P(\xi, \eta)$  的坐标表达式.



微信公众号【神灯考研】  
考研人的精神家园