第 2 章　余子式和代数余子式的计算

A 组

1. 已知 $D_n=\begin{vmatrix}1&2&3&\cdots&n\\1&2&0&\cdots&0\\1&0&3&\cdots&0\\\vdots&\vdots&\vdots&&\vdots\\1&0&0&\cdots&n\end{vmatrix}(n>2)$，则 $A_{11}+A_{12}+\cdots+A_{1n}=$________.

2. $|\boldsymbol{A}|$ 是 n 阶行列式，其中有一行（列）元素全是 1，证明：这个行列式全部元素的代数余子式的和等于该行列式的值.

B 组

1. 设 $D=\begin{vmatrix}3&0&4&0\\2&2&2&2\\0&-7&0&0\\5&3&-2&2\end{vmatrix}$，则其第 4 行各元素的余子式之和的值为（　　）.

(A) 28　　(B) -28

(C) 20　　(D) -20

2. 已知 3 阶方阵 $\boldsymbol{A}$ 的特征值为 $1,-2,3$，则 $\boldsymbol{A}$ 的行列式 $|\boldsymbol{A}|$ 中元素 a_{11},a_{22},a_{33} 的代数余子式的和 $A_{11}+A_{22}+A_{33}=$（　　）.

(A) 6　　(B) -5　　(C) -2　　(D) 3

3. 设 $\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix}1&2&3&4\\0&1&2&3\\0&0&1&2\\0&0&0&1\end{bmatrix}$，则 $|\boldsymbol{A}|$ 的所有元素的代数余子式之和为________.

4. 设 $n(n>1)$ 阶行列式 $|\boldsymbol{A}|=4$，$\boldsymbol{A}$ 中各列元素之和均为 2，记 $\boldsymbol{A}$ 的元素 a_{ij} 的代数余子式为 A_{ij}，则 $\sum\limits_{i=1}^{n}\sum\limits_{j=1}^{n}A_{ij}=$________.

C组

1. 设 $\boldsymbol{A}$ 为 3 阶非零矩阵，且满足 $a_{ij}=A_{ij}(i,j=1,2,3)$，其中 A_{ij} 为 a_{ij} 的代数余子式，则下列说法

①$\boldsymbol{A}$ 是可逆矩阵；②$\boldsymbol{A}$ 是对称矩阵；③$\boldsymbol{A}$ 是不可逆矩阵；④$\boldsymbol{A}$ 是正交矩阵.

正确的个数为(　　).

(A)1　　(B)2　　(C)3　　(D)4

2. 设 $\boldsymbol{A}=(a_{ij})_{n\times n}$，$A_{ij}$ 是 $\boldsymbol{A}$ 中元素 a_{ij} 的代数余子式.

(1) 若 $\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix}1&1&\cdots&1\\0&1&\cdots&1\\\vdots&\vdots&&\vdots\\0&0&\cdots&1\end{bmatrix}$，求 $\sum\limits_{i=1}^{n}\sum\limits_{j=1}^{n}A_{ij}$；

(2) 若 $|\boldsymbol{A}|=-2$，$a_{11}=3$，$\boldsymbol{B}=\begin{bmatrix}A_{22}&A_{23}&\cdots&A_{2n}\\A_{32}&A_{33}&\cdots&A_{3n}\\\vdots&\vdots&&\vdots\\A_{n2}&A_{n3}&\cdots&A_{nn}\end{bmatrix}$，求 $|\boldsymbol{B}|$.