关注微信公众号【神灯考研】，获取更多考研资源！

第 13 章　多元函数微分学

A 组

1. 设 $F(x,y)=\left(\dfrac{x}{y}\right)^{\frac{1}{x-y}}$，其中 $x\neq y$，且 $xy>0$. 又设

$$f(x)=\begin{cases}\lim\limits_{y\to x}F(x,y), & x\neq 0,\\ \mathrm{e}, & x=0,\end{cases}$$

则点 $x=0$ 为 $f(x)$ 的（　　）.

(A) 连续点　　(B) 可去间断点

(C) 跳跃间断点　　(D) 无穷间断点

2. 设函数 $f(x,y)$ 连续，$f(0,0)=0$，又设 $F(x,y)=|x-y|f(x,y)$，则 $F(x,y)$ 在点 $(0,0)$ 处（　　）.

(A) 连续，但不可微　　(B) 连续，但偏导数不存在

(C) 偏导数存在，但不可微　　(D) 可微

3. 设函数 $u=u(x,y)$ 的定义域为 $\{(x,y)\mid x+y\neq 0\}$，其全微分为 $\mathrm{d}u=\dfrac{y}{(x+y)^2}\mathrm{d}x-\dfrac{x+ky}{(x+y)^2}\mathrm{d}y$，则 k 等于（　　）.

(A)0　　(B)1　　(C)2　　(D)3

4. 设 $y=f(x)$ 是由方程 $F\left(\ln\dfrac{x}{y},\dfrac{x^2-y^2}{xy}\right)=0$ 确定的函数，其中函数 $F(u,v)$ 具有连续偏导数，且 $F'_u\cdot F'_v>0$，则 $\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}=$（　　）.

(A) $\dfrac{y}{x}$　　(B) $\dfrac{x}{y}$　　(C) $-\dfrac{y}{x}$　　(D) $-\dfrac{x}{y}$

5. 设 $y=f(x,t)$，而 t 是由方程 $F(x,y,t)=0$ 确定的 x,y 的函数，其中 f,F 均具有一阶连续偏导数，则 $\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}=$（　　）.

微信公众号【神灯考研】
考研人的精神家园

(A) $\dfrac{f'_xF'_t+f'_tF'_x}{F'_t}$　　(B) $\dfrac{f'_xF'_t-f'_tF'_x}{F'_t}$　　(C) $\dfrac{f'_xF'_t+f'_tF'_x}{f'_tF'_y+F'_t}$　　(D) $\dfrac{f'_xF'_t-f'_tF'_x}{f'_tF'_y+F'_t}$

6. 设方程 $x+y^2+\sin(xy)=0$，根据隐函数存在定理，在点 $(0,0)$ 的某邻域内，该方程（　　）.

(A) 只可以确定一个具有连续导数的隐函数 $y=y(x)$

微信公众号：神灯考研　　客服微信：KYFT104　　QQ群：118105451

关注微信公众号【神灯考研】，获取更多考研资源！

(B) 只可以确定一个具有连续导数的隐函数 $x=x(y)$

(C) 可以确定两个具有连续导数的隐函数 $x=x(y)$ 和 $y=y(x)$

(D) 不可以确定任何一个具有连续导数的隐函数

7. 若函数 $u=xyf\left(\dfrac{x+y}{xy}\right)$，其中 f 是可微函数，$f\neq 0$，且 $x^2\dfrac{\partial u}{\partial x}-y^2\dfrac{\partial u}{\partial y}=G(x,y)u$，则函数$G(x,y)=($　　$)$.

(A)$x+y$　　(B)$x-y$　　(C)x^2-y^2　　(D)$(x+y)^2$

8. 函数 $z=x^3+y^3-3x^2-3y^2$ 的极小值点是(　　).

(A)$(0,0)$　　(B)$(2,2)$　　(C)$(0,2)$　　(D)$(2,0)$

9. 设 $f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{\sin(x^2y)}{2xy}, & xy\neq 0,\\ x, & xy=0,\end{cases}$ 则 $f'_x(0,1)=$ ________.

10. 已知函数 $f(x,t)=\int_0^{\frac{x}{2\sqrt{at}}}e^{-u^2}du,t>0$，若 $a\dfrac{\partial^2 f}{\partial x^2}+b\dfrac{\partial f}{\partial t}\equiv 0,a,b$ 为常数且 $a>0$，则 $b=$ ________.

11. 设 $z=z(x,y)$ 是由方程 $x^2y-z=\varphi(x+y+z)$ 确定的函数，其中 φ 可导，且 $\varphi'\neq-1$，则$\dfrac{\partial z}{\partial x}=$ ________.

12. 已知 $f(u)$ 可导且 $f(u)\neq 0$，则对于 $z=\dfrac{y}{f(x^2-y^2)},xy\neq 0,\dfrac{1}{x}\dfrac{\partial z}{\partial x}+\dfrac{1}{y}\dfrac{\partial z}{\partial y}=$ ________.

13. 设 $z=f(x^2+y^2,x+y)$，其中函数 $f(u,v)$ 具有二阶连续偏导数，且 $f''_{uu}(5,3)=2,f''_{uv}(5,3)=3,f''_{vv}(5,3)=4$，则$\left.\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}\right|_{\substack{x=1\\y=2}}=$ ________.

14. 设 $z=y^2\ln(1-x^2)$，求$\dfrac{\partial^n z}{\partial x^n}(n\geqslant 1)$.

15. 设 $z=e^{-x}-f(x-2y)$，且当 $y=0$ 时，$z=x^2$，求$\dfrac{\partial z}{\partial x}$.

16. 设 $z=\sin(xy)+\varphi\left(x,\dfrac{x}{y}\right)$，其中 φ 具有二阶连续偏导数，求$\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$.

17. 设函数 $f(x,y,z)=e^xyz^2$，其中 $z=z(x,y)$ 是由 $x+y+z+xyz=0$ 确定的隐函数，求$f'_x(0,1,-1)$.

18. 设 $u=u(x,y)$ 可微，又设 $x=r\cos\theta,y=r\sin\theta$.

(1) 当 $r\neq 0$ 时，用 u 对 r,θ 的一阶偏导数表示 $x\dfrac{\partial u}{\partial y}-y\dfrac{\partial u}{\partial x}$；

(2) 设 $x\dfrac{\partial u}{\partial y}-y\dfrac{\partial u}{\partial x}=\dfrac{x+y}{\sqrt{x^2+y^2}}(x^2+y^2\neq 0)$，求 $u(x,y)$ 的表达式.

19. 已知$\dfrac{\partial u}{\partial x}=2x+y+1,\dfrac{\partial u}{\partial y}=x+2y+3,u(0,0)=1$. 求 $u(x,y)$ 及 $u(x,y)$ 的极值，并说明极值是极大值还是极小值.

微信公众号【神灯考研】
考研人的精神家园

20. 求由方程 $2x^2+2y^2+z^2+8xz-z+8=0$ 所确定的函数 $z=z(x,y)$ 的极值.

21. 已知矩形的周长为 $2p$，将它绕其中一边旋转一周构成一个旋转体(圆柱体)，问该圆柱体的半径与高各为多少时，该圆柱体体积最大?

22. 求 $f(x,y)=x+xy-x^2-y^2$ 在闭区域 $D=\{(x,y)\mid 0\leqslant x\leqslant 1,0\leqslant y\leqslant 2\}$ 上的最大值

微信公众号：神灯考研　客服微信：KYFT104　QQ群：118105451

关注微信公众号【神灯考研】，获取更多考研资源！

和最小值.

B组

1. 设 $f(x,y)=\begin{cases}x\sin\dfrac{1}{y}+y\sin\dfrac{1}{x}, & xy\neq 0,\\ 0, & xy=0,\end{cases}$ 记 $I_1=\lim\limits_{x\to 0}[\lim\limits_{y\to 0}f(x,y)]$，$I_2=\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ y\to 0}}f(x,y)$，则(　　).

(A) I_1 存在，I_2 不存在　　(B) I_1 不存在，I_2 存在

(C) I_1 存在，I_2 存在　　(D) I_1 不存在，I_2 不存在

2. 设 $f(x,y)=e^{x+y}[x^{\frac{1}{3}}(y-1)^{\frac{1}{3}}+y^{\frac{1}{3}}(x-1)^{\frac{2}{3}}]$，则在点 $(0,1)$ 处的两个偏导数 $f'_x(0,1)$ 和 $f'_y(0,1)$ 的情况为(　　).

(A) 两个偏导数均不存在　　(B) $f'_x(0,1)$ 不存在，$f'_y(0,1)=\dfrac{4}{3}e$

(C) $f'_x(0,1)=\dfrac{e}{3}$，$f'_y(0,1)=\dfrac{4}{3}e$　　(D) $f'_x(0,1)=\dfrac{e}{3}$，$f'_y(0,1)$ 不存在

3. 设函数 $f(x,y)$ 在区域 $D=\{(x,y)\mid x^2+y^2<3\}$ 上可微，$f(0,0)=0$，且对任意 $(x,y)\in D$，有 $\dfrac{\partial f}{\partial x}<-\dfrac{1}{2}$，$\dfrac{\partial f}{\partial y}>\dfrac{1}{2}$，则下列结论正确的是(　　).

(A) $f(1,1)<0$　　(B) $f(-1,-1)<-1$

(C) $f(1,-1)>0$　　(D) $f(-1,1)>1$

4. 设 $f(x,y)$ 有二阶连续偏导数，$f(x,0)=2x+1$，$f'_y(1,y)=y+1-e^{-y}$，$f''_{xy}(x,y)=2x+y$，则 $f(x,y)=$ (　　).

(A) $x^2y+\dfrac{1}{2}xy^2-e^{-y}-2x$　　(B) $xy^2-\dfrac{1}{2}x^2y-e^{-y}-2x$

(C) $x^2y+\dfrac{1}{2}xy^2+e^{-y}+2x$　　(D) $xy^2+\dfrac{1}{2}x^2y+e^{-y}+2x$

5. 下列二元函数 $f(x,y)$ 中，在点 $(0,0)$ 处可微的是(　　).

(A) $f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{xy}{x^2+y^2}, & x^2+y^2\neq 0,\\ 0, & x^2+y^2=0\end{cases}$

(B) $f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{x^2-y^2}{x^2+y^2}, & x^2+y^2\neq 0,\\ 0, & x^2+y^2=0\end{cases}$

(C) $f(x,y)=\begin{cases}(x^2+y^2)\sin\dfrac{1}{\sqrt{x^2+y^2}}, & x^2+y^2\neq 0,\\ 0, & x^2+y^2=0\end{cases}$

(D) $f(x,y)=\begin{cases}\sqrt{x^2+y^2}\sin\dfrac{1}{x^2+y^2}, & x^2+y^2\neq 0,\\ 0, & x^2+y^2=0\end{cases}$

微信公众号【神灯考研】
考研人的精神家园

微信公众号：神灯考研　客服微信：KYFT104　QQ群：118105451

关注微信公众号【神灯考研】，获取更多考研资源！

6. 设函数 $f(x,y)$ 在点 $(0,0)$ 处的某一邻域内有定义，且 $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ y\to 0}}\dfrac{f(x,y)-f(0,0)}{\cos(x^2+y^2)-1}=1$，则下列结论不正确的是(　　).

(A) $f(x,y)$ 在点 $(0,0)$ 处连续　　(B) $f'_x(0,0)$ 与 $f'_y(0,0)$ 都存在但不为零

(C) $f'_x(0,0)=f'_y(0,0)=0$　　(D) $f(x,y)$ 在点 $(0,0)$ 处可微

7. 设 $f(x,y)$ 在点 $(0,0)$ 处连续，若 $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ y\to 0}}\dfrac{f(x,y)-2x-3y}{(x^2+y^2)^\alpha}=1$，其中 $\alpha>0$，则 $f(x,y)$ 在点 $(0,0)$ 处可微的充分必要条件是(　　).

(A) $\alpha<\dfrac{1}{2}$　　(B) $\alpha=\dfrac{1}{2}$　　(C) $\alpha>\dfrac{1}{2}$　　(D) $\alpha>1$

8. 设 $f(x,y)=|x-y|\varphi(x,y)$，其中函数 $\varphi(x,y)$ 在点 $(0,0)$ 的某一邻域内有定义，则函数 $f(x,y)$ 在点 $(0,0)$ 处可微的充分必要条件是(　　).

(A) $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)}\varphi(x,y)=0$　　(B) $\varphi'_x(0,0)$ 与 $\varphi'_y(0,0)$ 都存在

(C) $\varphi(x,y)$ 在点 $(0,0)$ 处连续　　(D) $\varphi(x,y)$ 在点 $(0,0)$ 处可微

9. 设 $u=xe^{-y}z^2$，若函数 $z=z(x,y)$ 由方程 $e^{x+y-z}+xyz=1$ 确定，记 $a=\left.\dfrac{\partial u}{\partial x}\right|_{(1,0,1)}$；若该方程也可确定函数 $y=y(x,z)$，记 $b=\left.\dfrac{\partial u}{\partial x}\right|_{(1,0,1)}$，则(　　).

(A) $a=3,\ b=3$　　(B) $a=3,\ b=\dfrac{3}{2}$　　(C) $a=\dfrac{3}{2},\ b=3$　　(D) $a=\dfrac{3}{2},\ b=\dfrac{3}{2}$

10. 设函数 $z=z(x,y)$ 具有二阶连续偏导数，$\dfrac{\partial^2 z}{\partial x^2}=\dfrac{\partial^2 z}{\partial y^2}$，且满足 $z(x,3x)=x^2$，$z'_1(x,3x)=x^3$，则 $z''_{12}(x,3x)=$(　　).

(A) $\dfrac{5}{4}x^2-\dfrac{1}{12}$　　(B) $\dfrac{5}{4}x^2+\dfrac{1}{12}$　　(C) $\dfrac{4}{5}x^2-\dfrac{1}{12}$　　(D) $\dfrac{4}{5}x^2+\dfrac{1}{12}$

11. 函数 $z=\dfrac{x^2}{2}+xy+\dfrac{y^2}{2}-2x-2y+5$(　　).

(A) 有无穷多个极小值点，没有极大值点

(B) 有无穷多个极大值点，没有极小值点

(C) 有无穷多个极大值点，也有无穷多个极小值点

(D) 既没有极大值点，也没有极小值点

12. 设 $f(x,y)$ 是连续函数，且 $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ y\to 0}}\dfrac{f(x,y)-f(0,0)}{x^3+y^3-3x^2-3y^2}=1$，则(　　).

(A) $f(0,0)$ 是 $f(x,y)$ 的极大值　　(B) $f(0,0)$ 是 $f(x,y)$ 的极小值

(C) $f(0,0)$ 不是 $f(x,y)$ 的极值　　(D) 不能确定 $f(0,0)$ 是否为 $f(x,y)$ 的极值

13. 设函数 $u=u(x,y)$ 在有界闭区域 D 上连续，在 D 的内部具有连续偏导数，且满足 $\left(\dfrac{\partial u}{\partial x}\right)^2+\left(\dfrac{\partial u}{\partial y}\right)^2=1+u^2$，则(　　).

微信公众号【神灯考研】
考研人的精神家园

(A) $u(x,y)$ 的最大值和最小值都在 D 的边界上取得

(B) $u(x,y)$ 的最大值和最小值都在 D 的内部取得

(C) $u(x,y)$ 的最大值在 D 的内部取得，最小值在 D 的边界上取得

微信公众号：神灯考研　客服微信：KYFT104　QQ群：118105451

关注微信公众号【神灯考研】，获取更多考研资源！

(D)$u(x,y)$ 的最小值在 D 的内部取得,最大值在 D 的边界上取得

14. 设 $f(x,y)$ 与 $G(x,y)$ 均为可微函数,且 $G'_y(x,y)\neq 0$. 已知点(x_0,y_0)是 $f(x,y)$ 在约束条件 $G(x,y)=0$ 下的一个极值点,则下列选项正确的是(　　).

(A) 若 $f'_x(x_0,y_0)=0$,则 $f'_y(x_0,y_0)=0$

(B) 若 $f'_x(x_0,y_0)=0$,则 $f'_y(x_0,y_0)\neq 0$

(C) 若 $f'_x(x_0,y_0)\neq 0$,则 $f'_y(x_0,y_0)=0$

(D) 若 $f'_x(x_0,y_0)\neq 0$,则 $f'_y(x_0,y_0)\neq 0$

15. 设 $z=z(x,y)$ 是由 $z+e^z=xy$ 确定的二元函数,则 $\left.\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}\right|_{z=0}=$ ________.

16. 设 $z=x\ln[(1+y^2)e^{x^2\sin y}]$,则 $\dfrac{\partial^4 z}{\partial y^2\partial x^2}=$ ________.

17. 设 $z=x^y,x=\sin t,y=\tan t$,则全导数 $\dfrac{dz}{dt}=$ ________.

18. 设 $g(x,y)=f(2xy,x^2-y^2)$,其中 $f(u,v)$ 具有二阶连续偏导数,且 $\dfrac{\partial^2 f}{\partial u^2}+\dfrac{\partial^2 f}{\partial v^2}=1$,则 $\left.\dfrac{\partial^2 g}{\partial x^2}\right|_{\substack{x=1\\y=2}}+\left.\dfrac{\partial^2 g}{\partial y^2}\right|_{\substack{x=1\\y=2}}=$ ________.

19. 设 $z=z(u,v)$ 具有二阶连续偏导数,且 $\dfrac{\partial^2 z}{\partial u\partial v}=0$,又设 $u=x^2-y,v=f(xy)$,其中 f 二阶可导,满足 $f'+xyf''=0$,则 $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}=$ ________.

20. 设函数 $f(u)$ 具有二阶连续导数,$F(x,y)=f\left(\dfrac{1}{r}\right),r=\sqrt{x^2+y^2}$,则 $\dfrac{\partial^2 F}{\partial x^2}+\dfrac{\partial^2 F}{\partial y^2}=$ ________.

21. 函数 $f(x,y)=e^{-x}(ax+b-y^2)$,若 $f(-1,0)$ 为其极大值,则 a,b 满足________.

22. 设 $u=f(2x+3y,z)$,其中 f 具有二阶连续偏导数,$z=z(x,y)$ 是由方程 $z+\ln z-\int_y^x e^{-t^2}dt=1$ 确定并满足 $z(0,0)=1$ 的函数. 求 $\left.\dfrac{\partial^2 u}{\partial x\partial y}\right|_{(0,0)}$,结果用 $f'_i(0,1),f''_{ij}(0,1)(i,j=1,2)$ 表示.

23. 设 $u=f(x,y,z),\varphi(x^2,e^y,z)=0,y=\sin x$,其中 f,φ 具有一阶连续偏导数,且 $\dfrac{\partial\varphi}{\partial z}\neq 0$,求 $\dfrac{du}{dx}$.

24. 设函数 $f(x,y)$ 可微,又 $f(0,0)=0,f'_x(0,0)=a,f'_y(0,0)=b$,且 $\varphi(t)=f[t,f(t,t^2)]$,求 $\varphi'(0)$.

25. 设函数 $f(x)$ 在$[1,+\infty)$上连续,$f(1)=1$,且满足

$$\int_1^{xy}f(t)dt=x\int_1^y f(t)dt+y\int_1^x f(t)dt(x\geqslant 1,y\geqslant 1).$$

求:

(1) $f(x)$ 的表达式;

(2) 由方程 $F[xe^{x+y},f(xy)]=x^2+y^2$ 确定的隐函数 $y=y(x)$ 的导数 $\dfrac{dy}{dx}$,其中 $F(u,v)$ 是可微的二元函数.

微信公众号【神灯考研】
考研人的精神家园

26. 已知 $\begin{cases}z=x^2+y^2,\\x^2+2y^2+3z^2=20,\end{cases}$ 求 $\dfrac{dy}{dx},\dfrac{dz}{dx}$.

微信公众号：神灯考研　　客服微信：KYFT104　　QQ群：118105451

关注微信公众号【神灯考研】，获取更多考研资源！

27. 设函数 $f(x,y)$ 具有二阶连续偏导数，在点 $(1,0)$ 的某邻域内，$f(x,y)=1-2x+3y+o(\sqrt{(x-1)^2+y^2})$，问：函数 $g(x,y)=f(\cos x,x^2+y^2)$ 在点 $(0,0)$ 处是否取得极值？若取得极值，则判断取极大值还是极小值；若不取得极值，则说明理由.

28. (1) 设 $x>0,y>0,z>0$，求函数 $f(x,y,z)=xyz^3$ 在约束条件 $x^2+y^2+z^2=5R^2$（$R>0$ 为常数）下的最大值；

(2) 由(1)的结论证明：当 $a>0,b>0,c>0$ 时，

$$abc^3\leqslant 27\left(\frac{a+b+c}{5}\right)^5.$$

29. 已知 $\triangle ABC$ 的面积为 S，三边长分别为 a,b,c. 在该三角形内求一点 P，使该点到 $\triangle ABC$ 三边的距离的乘积为最大，并求出使乘积最大时的这三个距离及此乘积的最大值.

30. 求内接于椭球面 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1(a,b,c>0)$ 的长方体的最大体积.

31. 求 $f(x,y)=2x^2+3y^2$ 在有界闭区域 $D=\{(x,y)\mid(x-1)^2+y^2\leqslant 4\}$ 上的最大值与最小值.

32. 已知函数 $u=u(x,y)$ 满足方程 $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}-\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}+k\left(\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial u}{\partial y}\right)=0$. 确定参数 a,b，利用变换 $u(x,y)=v(x,y)e^{ax+by}$ 将原方程变形，使新方程中不含有一阶偏导数项.

33. 设 A,B,C 为常数，$AC-B^2<0,A\neq 0$，$u(x,y)$ 具有二阶连续偏导数. 证明：必存在非奇异线性变换

$$\xi=\lambda_1x+y,\eta=\lambda_2x+y(\lambda_1,\lambda_2\text{ 为常数}),$$

将方程 $A\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+2B\frac{\partial^2 u}{\partial x\partial y}+C\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}=0$ 化成 $\frac{\partial^2 u}{\partial\xi\partial\eta}=0$.

34. 设 $u=f(x,y)$ 可微，且满足 $x\frac{\partial f}{\partial x}+y\frac{\partial f}{\partial y}=0$. 证明：$f(x,y)$ 在极坐标系下仅是 θ 的函数.

C组

1. 设二元函数

$$z=f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{2x\,|\,y\,|}{\sqrt{x^2+y^2}}, & (x,y)\neq(0,0),\\ 0, & (x,y)=(0,0).\end{cases}$$

则下述命题

① $f'_x(0,0)=0,f'_y(0,0)=0$；

② 若 $z=f[\sin t,\ln(1+t)]$，则 $\left.\frac{dz}{dt}\right|_{t=0}=0$.

正确与否的结论是（　　）.

(A)① 正确，② 不正确　　(B)① 不正确，② 正确

(C)① 与 ② 都正确　　(D)① 与 ② 都不正确

微信公众号【神灯考研】
考研人的精神家园

2. 设函数 $z=xy\ln x$，则 $d(dz)=$ ________.

3. 设函数 $f(x,y)$ 可微，$f'_y(x,y)=xf(x,y)$，$f(1,0)=1$，且当 $x\neq 0$ 时，$\lim\limits_{h\to 0}\left[\frac{f(x+h,0)}{f(x,0)}\right]^{\frac{1}{h}}=e^{\frac{1}{x}}$，

微信公众号：神灯考研　客服微信：KYFT104　QQ群：118105451

关注微信公众号【神灯考研】，获取更多考研资源！

求 $f(x,y)$.

4. 设 $f(x,y)$ 在点 $O(0,0)$ 处的某邻域 U 内连续，且 $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)}\dfrac{f(x,y)-xy}{x^2+y^2}=a$，常数 $a>\dfrac{1}{2}$. 讨论 $f(0,0)$ 是否为 $f(x,y)$ 的极值，若是极值，判断是极大值还是极小值.

5. 求正数 a,b 的值，使得椭圆 $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$ 包含圆 $x^2+y^2=2y$，且面积最小.

6. 在第一象限的椭圆 $\dfrac{x^2}{4}+y^2=1$ 上求一点，使原点到过该点的法线的距离最大.

7. 求证：$f(x,y)=Ax^2+2Bxy+Cy^2$ 在约束条件 $1-\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=0$ 下存在最大值和最小值且它们是方程 $k^2-(Aa^2+Cb^2)k+(AC-B^2)a^2b^2=0$ 的根.

8. 设 $u(x,y)$ 具有二阶连续偏导数，证明无零值的函数 $u(x,y)$ 可分离变量（即 $u(x,y)=f(x)g(y)$）的充分必要条件是 $u\dfrac{\partial^2 u}{\partial x\partial y}=\dfrac{\partial u}{\partial x}\dfrac{\partial u}{\partial y}$.

微信公众号【神灯考研】
考研人的精神家园

微信公众号：神灯考研　　客服微信：KYFT104　　QQ群：118105451