

第 12 章 一元函数积分学的应用 (三)

—— 物理应用



A 组

1. 有一椭圆形薄板,长、短半轴长度分别为 a 与 b . 薄板垂直立于某液体中,其长轴与液面相齐. 设液体的比重为 γ ,则该液体对薄板的侧压力为().

- (A) $\frac{2}{3}\gamma a^2 b$ (B) $\frac{2}{3}\gamma ab^2$ (C) $\frac{4}{3}\gamma a^2 b$ (D) $\frac{4}{3}\gamma ab^2$

2. 设质点以速度 $t \sin t^2$ 米/秒作直线运动,则从时刻 $t_1 = \sqrt{\frac{\pi}{2}}$ 秒到 $t_2 = \sqrt{\pi}$ 秒内质点所经过的路程等于_____米.

3. 设沿 y 轴上的区间 $[0, 1]$ 放置一长度为 1 且线密度为 ρ 的均匀细杆,在 x 轴上 $x = 1$ 处有一单位质点,则该细杆对此质点的引力(G 为引力常量)沿 x 轴正向的分力为_____.

4. 将一根铁钉击入木板,设木板对铁钉的阻力与铁钉击入木板的深度成正比,在第一次击打时,将铁钉击入木板 1 cm. 如果每次击打铁钉所做的功相等,则第二次击打时,铁钉又被击入木板的深度为_____.

5. 一容器内表面是由曲线 $y = x^2$ ($0 \leq x \leq 2$, 单位:m) 绕 y 轴旋转一周所得到的曲面. 现以 $2 \text{ m}^3/\text{min}$ 的速率向该容器注入某液体,求:

- (1) 容器的体积;
(2) 当液面升高到 1 m 时液面上升的速率.

6. 设有一锥形贮水池(锥顶朝下),深 15 m,口径 20 m,盛满水,用水泵将水抽尽,问需做多少功?



B 组

微信公众号【神灯考研】

1. 已知曲线 $\begin{cases} x = \cos^3 t, \\ y = \sin^3 t \end{cases}$ 上每一点处的线密度等于该点到坐标原点距离的立方, G 为引力常数,

则该曲线在第一象限的部分对坐标原点处单位质点的引力在 x 轴上的分量大小为().

- (A) $\frac{1}{5}G$ (B) $\frac{2}{5}G$ (C) $\frac{3}{5}G$ (D) $\frac{4}{5}G$

2. 半径为 a 的球沉入水中, 球顶部与水平面相齐平, 若球的密度与水的密度相同记为 ρ , 重力加速度记为 g , 现将球从水中提出, 则至少需做功_____.

3. 一底为 8 cm, 高为 6 cm 的等腰三角形片, 铅直地沉没在水中, 顶在上, 底在下且与水面平行, 而顶离水面 3 cm, 求它的一侧所受的压力.



C 组

1. 水从一根底面半径为 1 cm 的圆柱形管道中流出. 因为水有黏性, 在流动过程中受到管道壁的阻滞, 所以流动的速度是随着到管道中心的距离而变化的, 距管道中心越远, 水流速度越小, 在距离管道中心 r cm 处的水的流动速度为 $10(1-r^2)$ cm/s. 问水是以多大流量(单位: cm^3/s) 流过管道的?

2. (1) 设圆盘的半径为 R , 厚度为 h . 点密度为该点到与圆盘垂直的圆盘中心轴的距离的平方, 求该圆盘的质量 m ;

(2) 将以曲线 $y = \sqrt{x}$, $x = 1$, $x = 4$ 及 x 轴围成的曲边梯形绕 x 轴旋转一周所围成的旋转体体积记为 V , 设 V 的点密度为该点到旋转轴的距离的平方, 求该物体的质量 M .

3. 在长为 l , 质量为 M 的均匀细杆 AB 的延长线上有一个单位质量的质点, 若质点与点 B 的距离为 a , G 为引力常数.

(1) 求它们之间的引力;

(2) 当质点从与点 B 相距 l_1 处向右移动至 l_2 处时, 求引力所做的功 W .

微信公众号【神灯考研】
考研人的精神家园