Санкт-Петербургский Государственный Университет

Поляков Иван Михайлович

Отчёт по Лабораторной Работе № 6_1

Критерий знаков для однородной выборки

Направление 01.04.02: «Прикладная математика и информатика»
Образовательная программа ВМ.5505.2021: «Математическое и информационное обеспечение экономической деятельности»

Преподаватель:
доктор технических наук,
профессор Буре Владимир Мансурович

Санкт-Петербург
2022 г.

1 Постановка задачи

В таблице приведены данные об уровне производительности труда по экономике США

```
Изначальные данные
1960: 65.6
1961: 68.1
1962: 70.4
1963: 73.3
1964: 76.5
1965: 78.6
1966: 81.0
1967: 83.0
1968: 85.4
1969: 85.9
1970: 87.0
1971: 90.2
1972: 92.6
1973: 95.0
1974: 93.3
1975: 95.5
1976: 98.3
1977: 99.8
1978: 100.4
1979: 99.3
1980: 98.6
1981: 99.9
1982: 100.0
1983: 102.2
1984: 104.6
1985: 106.1
1986: 108.3
1987: 109.4
1988: 110.4
1989: 109.5
1990: 109.7
```

Необходимо проверить гипотезу о том, что медиана генеральной совокупности $\theta_0 = 1.5$ при двусторонней альтернативе $\theta \neq \theta_0$.

2 Ход работы

Были изучены разделы 2.5.5, 2.5.7 из книги Буре В.М., Парилина Е.М., Седаков А.А. «Методы прикладной статистики в R и Excel».

Были найдены первые разности, сформирована выборка $y_i = x_i - \theta_0$, $i = \overline{1,n}$ без нулевых элементов, где x_i – элементы полученной выборки из первых разностей. Так как количество наблюдений в первых разностях равно 28, то мною было принято решение о реализации алгоритма для большой выборки.

Дальнейшие вычисления производились в соответствии с указанными в вышеописанных разделах алгоритмами.

Алгоритм критерия знаков для одной выборки большого объема

1. Выдвинуть нулевую гипотезу $H_0 : \theta = \theta_0$ и сформулировать альтернативную гипотезу $H_1 : \theta \neq \theta_0$

2. Здаать уровень значимости α

3. Вычислить значение статистики $S^*(X_{[n]})$ по следующим формулам

$$S^*(X_{[n]}) = \frac{S(X_{[n]}) - \frac{n}{2}}{\sqrt{\frac{n}{4}}}, \tag{1}$$

$$S(X_{[n]}) = \sum_{i=1}^{n} s(y_i), \tag{2}$$

$$s(y_i) = \begin{cases} 1, & y_i > 0 \\ 0, & y_i \leq 0 \end{cases} \tag{3}$$

   Случайная величина $s(y_i)$ принимает 2 значения: 0 и 1. Согласно выдвинутой нулевой гипотезе, вероятность каждого их этих значений равна 0.5. Таким образом, данная задача сводится к схеме испытаний Бернулли, а проверка нулевой гипотезы сводится к проверке новой нулевой гипотезы $H_0 : p = 0.5$

4. Найти критическую область

$$\left(-\infty; u_{\frac{\alpha}{2}}\right) \cup \left(u_{1-\frac{\alpha}{2}}; \infty\right), \tag{4}$$

   где $u_{\frac{\alpha}{2}}$ и $u_{1-\frac{\alpha}{2}}$ – квантили стандартного нормального распределения уровней $\frac{\alpha}{2}$ и $1 - \frac{\alpha}{2}$.

5. Если численное значение статистики (1) попадает в критическую область, то нулевая гипотеза отвергается, в противном случае нет оснований её отвергнуть при уровне значимости приближенно равном α.

Результат работы данного алгоритма представлен ниже.

```
Критерий знаков для одной выборки:
Гипотеза H0 принимается на уровне значимости 0.05,
так как значение S* = 0.7559 не принадлежит критической области
(-inf; -1.96) U (1.96; +inf).
```