



Vorlesungsskript
Elektroakustik
Semester 2021-2022

Jan Wellmann
Jade Hochschule Oldenburg
10. Januar 2023

Changelog

v1.0 vom 30.12.2020

- Inhalte ergänzt, inhaltlich vollständig.

v1.01 vom 6.1.2021

- Titelgrafiken Kap 5, 6, 7, 8 aktualisiert
- Kap 7.1.1. 3 Typos bei Einheiten korrigiert (dB, Pa)
- Abbildungen in Kap 7.3 ergänzt (Polardiagramm e835, Illustration Richtcharakteristik)
- Kap 8.1.2: Abschnitte Sende- Empfangsfunktion überarbeitet
- Kap 8: Grafiken aktualisiert.
- Fehler in Formel 8.32 korrigiert \hat{i}
- diverse kleinere Typos im gesamten Dokument gefixt

v1.02 vom 18.1.2021

- Deckblatt hinzugefügt
- Kapitel 5.1.2 Tabelle Formatierung gefixt.
- Abbildung 5.2 'Spinne' ergänzt
- Fehler in Formel 5.16 korrigiert, bei \underline{u}^2 fehlte das Quadrat.

v1.03 vom 19.2.2021

- Vorzeichenfehler korrigiert in Formel 1.4 ($-\frac{Q}{j}$)
- Generell nochmal Typos und verbockten Satzbau an mehreren Stellen gefixt.
- Deckblatt update

v1.04 vom 28.11.2021

- Fehler korrigiert in Formel 5.3 (da fehlte ein ka im Imaginärteil)
- Kapitel 5.2 Abschnitt b: Erklärung der Herleitung von P_{ak}/u^2 erweitert und etwas Hintergrund aus der Akustik eingefügt.

v1.05 vom 18.01.2022

- Fehler in Kapitelüberschrift 2.2 korrigiert
- Mehrdeutigkeit Q_{el} und Q_{es} in Kapitel 5.1.2 erklärt
- Kapitel 8.1.3 Grafik m^3 in m^2 korrigiert.

- Ergänzung in Kapitel 5.5.2 Bandpass-Lautsprecher
- Titelblatt aktualisiert.

v1.06 vom 10.01.2023

- Typo Frequenzbereich Kapitel 5.1 korrigiert (20..400)Hz
- Fehler in Formel 6.3 korrigiert: ϵ ergänzt.

Kapitel 1

Netzwerkmodellierung mechanischer Systeme

1.1 Einleitung schwingfähige, translatorische Systeme

Einführendes Beispiel:

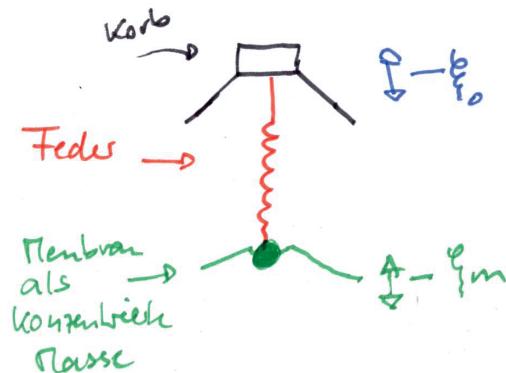


Abbildung 1.1: Lautsprecher als Masse-Feder-System

Der Experimentell beobachtbare Frequenz und Phasengang sieht etwa so aus:

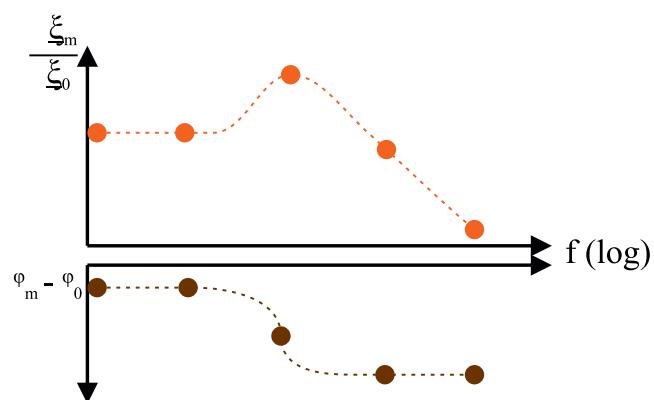


Abbildung 1.2: Frequenz- und Phasengang des Masse-Feder-Schwingers

Anhand der experimentellen Beobachtung kann man folgende Behauptungen aufstellen:

- Aufgrund des Frequenz und Phasengangs handelt es sich um ein schwingungsfähiges System 2. Ordnung (Resonanzverhalten, Phasenänderung bei der Resonanzfrequenz um 180°).
- Das Verhalten ist analog zu einem elektrischen Reihenschwingkreis.

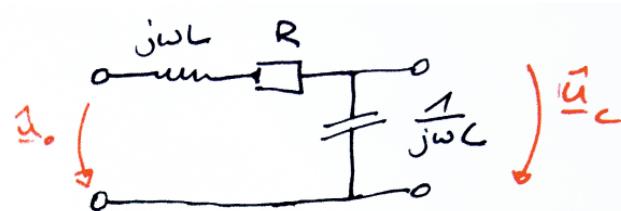


Abbildung 1.3: Elektrischer Reihenschwingkreis

Mit Hilfe des Spannungsteilers u_c/u_0 lässt sich die Übertragungsfunktion bestimmen.

$$\frac{\hat{u}_c}{\hat{u}_0} = \frac{\frac{1}{j\omega C}}{j\omega l + R + \frac{1}{j\omega C}} \quad (1.1)$$

$$= \frac{1}{-\omega^2 LC + j\omega RC + 1} \quad (1.2)$$

Durch Normierung auf die Eigenfrequenz mit $LC = \frac{1}{\omega_0^2}$ und Einführen der Gütedefinition $Q = \frac{1}{\omega_0 RC}$ kann diese Gleichung in die eine normierte Schwingungsgleichung überführt werden.

$$\frac{\hat{u}_c}{\hat{u}_0} = \frac{1}{1 - (\frac{\omega}{\omega_0})^2 - \frac{j\omega}{\omega_0 Q}} \quad (1.3)$$

Um das qualitative Verhalten des System abzuschätzen, ist es häufig hilfreich einen Blick auf das Verhalten bei sehr kleinen und sehr großen Werten für ω sowie bei ω_0 zu werfen:

$$\frac{\hat{u}_c}{\hat{u}_0} \approx \begin{cases} 1, & \text{für tiefe Frequenzen } \omega \ll \omega_0 \\ \frac{\omega_0 Q}{j\omega_0} = \frac{Q}{j}, & \text{für } \omega = \omega_0 \\ -\frac{\omega_0^2}{\omega^2}, & \text{für hohe Frequenzen } \omega \gg \omega_0 \end{cases} \quad (1.4)$$

Wir können also das Schwingungsverhalten mechanischer Systeme durch analoge elektrische Systeme beschreiben. Dies hat große Vorteile, da wir dann die vielfältigen Modellierungs- und Lösungsverfahren aus Elektrotechnik und Systemtheorie nutzen können, einschließlich der hochentwickelten numerischen Lösungsverfahren.

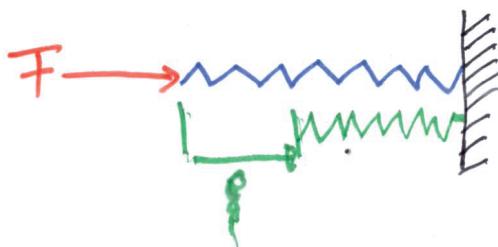
1.2 Modellierung von mechanischen Systemen durch elektrische Ersatzsysteme

1.2.1 Grundidee

Mechanische Systeme verhalten sich (unter gewissen Umständen) analog zu elektrischen Schaltungen. Die Modellierung von mechanischen Systemen durch elektrische Ersatzsysteme ist somit naheliegend.

Durch die Annahme, dass sich die Bewegung nur in eine Richtung (1D, translatorisch) stattfindet, sich alle Netzwerkelemente durch konzentrierte Elemente ('lumped elements') beschreiben lassen und sie sich linear verhalten, ist eine Lösung bei überschaubarer Komplexität auch händisch möglich.

Beispiel: Mechanische Feder



Bei der mechanischen Feder führt die Kraft F zu einer Zusammendrückung um ξ

$$F = s \cdot \xi, \text{ mit der Federkonstante } s \quad (1.5)$$

Mit $v = \frac{ds}{dt}$ ergibt sich:

$$\frac{dF}{dt} = s \cdot v \quad (1.6)$$

Die Feder ist somit als Netzwerkelement eindeutig beschrieben, aber zur Überführung des mechanischen Elementes in ein elektrisches Äquivalent muss noch festgelegt ob eine Feder jetzt eine Impedanz oder Admittanz ist, also ob die Kraft F dem Strom I oder der Spannung U entspricht.

1.2.2 FI-Analogie vs. FU-Analogie

Bei der Verknüpfung von mechanischer und elektrischer Domäne kann die (mechanische) Kraft analog zum elektrischen Strom (FI-Analogie) oder die Kraft analog zur elektrischen Spannung (FU-Analogie) gewählt werden. Von der Modellierung ist beides gleichwertig, allerdings gibt es da in der Elektroakustik keine einheitliche Vorgehensweise. Personen, die eher aus der Physik kommen, bevorzugen eher die FU-Analogie, Personen mit elektrotechnischem Hintergrund eher die FI-Analogie.

Innerhalb der Oldenburger Forschungslandschaft folgt man eher der FI-Analogie, ein paar gute Gründe dafür sind:

- Bei der FI-Analogie stimmen die Übergänge strukturell überein. Parallelschaltungen bleiben z.B. Parallelschaltungen, und Maschengleichungen sind auch in der Mechanik mechanische Maschen. Dies macht die Lösung mit numerischen Verfahren der Elektrotechnik etwas intuitiver (für ElektrotechnikerInnen). Leute die eher mit Impedanzen rechnen, sehen dass ggf. anders.
- Sowohl zur Erfassung von elektrischen Strömen als auch von mechanischen Kräften muss die jeweilige Masche aufgetrennt werden (elektrischer Strommesser bzw. Kraftmesser für Schnittkräfte einfügen).
- Eine mechanische Feder ist einer elektrischen Induktivität äquivalent. Die Symbole für beide sehen sich sehr ähnlich, da hat man eine gute Eselsbrücke (zugegeben, kein sehr starkes wissenschaftliches Argument, aber mir hilft es :).

Etwas ungünstig ist an der Wahl 'FI' ist, dass elektrische Impedanzen zu mechanischen Admittanzen werden. Naja, man kann nicht immer gewinnen.

Übersicht FI-Analogie

Kraftquelle	\Rightarrow	Stromquelle
Schnellequelle	\Rightarrow	Spannungsquelle
Reibung $\frac{1}{r}$	\Rightarrow	Widerstand R
Masse m	\Rightarrow	Kapazität C
Feder $\frac{1}{s}$	\Rightarrow	Induktivität L
mech. Impedanz $Z_{mech} = \frac{\hat{F}}{\hat{v}}$	\Rightarrow	el. Admittanz $Y_{el} = \frac{\hat{i}}{\hat{u}}$
mech. Admittanz $Y_{mech} = \frac{\hat{v}}{\hat{F}}$	\Rightarrow	el. Impedanz $Z_{mech} = \frac{\hat{u}}{\hat{i}}$

1.2.3 Annahmen, Einschränkungen, und die Wirklichkeit

Die vorgeschlagenen Ansätze zur Modellierung funktionieren für Systeme, die:

- 1D, also rein translatorisch in einer Bewegungsrichtung, und
- LTI, also linear und zeitinvariant sind.

Mit der Beschränkung auf eindimensionale Schwingungen in der Modellierung kann man in der Elektroakustik eigentlich noch gut leben. Bis auf z.B. höhere Schwingungsmoden bei Lautsprechermembranen lassen sich die üblichen elektroakustischen Anordnungen durch konzentrierte Elemente in Reihenschaltung (= 1D-translatorisch) ordentlich beschreiben. Sobald es um die Anordnung mehrerer Systeme in einem akustischen Raum geht, ist dies natürlich nicht mehr ausreichend, aber das zu modellieren ist auch eine andere Disziplin. Insbesondere die

Annahme, dass unser System linear ist, ist jedoch gewagt und entspricht nur in einem sehr kleinen Bereich der Wirklichkeit, so besitzen Lautsprecheraufhängungen und elektrodynamische Antriebe ausserhalb eines kleinen Bereiches deutlich nichtlineare Funktionen. Zum Teil ist das konstruktionsbedingt (Beispiel: Verhalten von BxL bei grösseren Auslenkungen ist praktisch einfach nicht schön baubar), zum Teil auch im Prinzip bedingt, wie der um den Arbeitspunkt linearisierte elektrostatische Wandler.

Dazu kommen Abweichungen auch innerhalb des linearen Modells. Durch unterschiedliche Materialstärken und Qualitäten die die Realisierung eines mechanischen Systems nun einmal mit sich bringt, gibt es weitere Abweichungen vom modellierten Verhalten. So werden Lautsprechermembranen wegen der günstigen Dämpfungseigenschaften immer noch häufig aus Pappe gepresst - mit den Abweichungen, die ein Naturprodukt wie Holzfasern nun einmal mit sich bringt.

Der sich daraus in einem elektroakustischen System ergebende Fehler kann durchaus in der Größenordnung von 10-20% liegen - Welten gegenüber der mathematischen Genauigkeit eines DSPs oder den 0.1%-igen Widerstandswerten eines elektrischen Netzwerkes. Ein vollausgesteuerter Subwoofer erreicht Klirrfaktorwerte jenseits der 10%, die Endstufe, die diesen Antreibt wird aber auf 0,001% genau ausgeregelt.

Damit elektroakustische Systeme trotzdem so gut klingen, wie sie können, ist eine messtechnische Überprüfung der Vorhersagen am realen Versuchsaufbau und Optimierung ist in der Regel unerlässlich. Die Modellierung liefert neben einem guten Verständnis des Gesamtsystems hierfür die nötigen (und meistens sehr guten) Startwerte. Der Rest ist dann Optimierung, Erfahrung, Kunst und die Magie, die die Audiotechnik so spannend macht (und leider immer auch Platz für Esoterik lässt).

1.2.4 Beschreibung durch Vierpole / Zweitore

Eindimensionale und translatorische Systeme lassen sich als Kette hintereinander gekoppelter Einzelsysteme beschreiben. Hier zwängt sich die Beschreibung und Lösung mit Hilfe der Vierpoltheorie geradezu auf. Jedes System kann als Kette von Elementar-Vierpolen beschrieben werden. Durch die Nutzung von Zweitoren bzw. Vierpolen zur mathematischen Beschreibung ist die Transformation von einer Domäne (z.B. des elektrischen Systems) in die andere (z.B. das mechanische System) über eine Transformationsmatrix einfach möglich, ohne behelfsmäßig auf artifizielle elektrische Bauelemente wie Übertrager oder Gyratoren zurückgreifen zu müssen. Die Eingangs- und Ausgangsgrößen werden durch die Matrixelemente eindeutig und invertierbar verknüpft.

Elementar-Zweitore

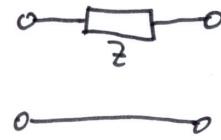


Abbildung 1.4: Elementar-Zweitor: Serien- oder Längsimpedanz

$$A_L = \begin{pmatrix} 1 & Z \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (1.7)$$

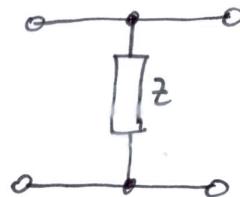


Abbildung 1.5: Elementar-Zweitor: Parallel- oder Querimpedanz

$$A_Q = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1/Z & 1 \end{pmatrix}; \quad (1.8)$$

Das Gesamtsystem lässt sich dann durch Matrixmultiplikation der einzelnen Elementar-Zweitore berechnen:

$$A_{ges} = A_1 \cdot A_2 \dots A_n \quad (1.9)$$

Prinzipiell können Zweitore nicht nur hintereinander als Kette, sondern auch parallel,... angeordnet werden. Dies wird bei 1D-translatorischen System jedoch praktisch nie benötigt. Bei Interesse sei hiermit auf die einschlägige mathematische Fachliteratur verwiesen.

Beispiel: Reihenschwingkreis

Als Beispiel sei hier noch einmal der elektrische Reihenschwingkreis herangezogen.

Zunächst wird das System in Elementar-Zweitore aufgeteilt.

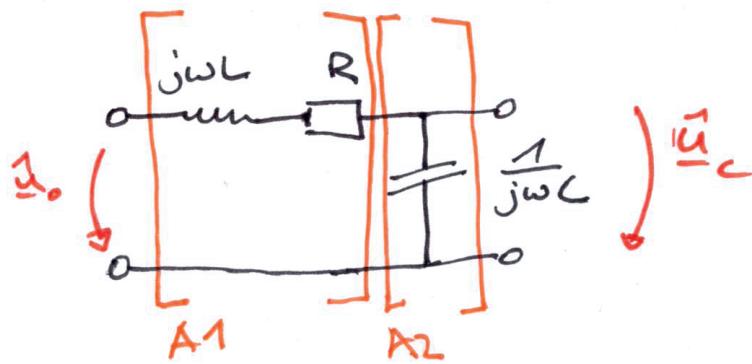


Abbildung 1.6: Elektrischer Reihenschwingkreis

Die Elementar-Zweitore ergeben sich hier zu:

$$A_1 = \begin{pmatrix} 1 & R + j\omega L \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ und } A_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ j\omega C & 1 \end{pmatrix}; \quad (1.10)$$

Die Gesamtmatrix A_{ges} ergibt sich als Kettenprodukt der Elementar-Zweitormatrixen:

$$A_{ges} = A_1 \cdot A_2 = \begin{pmatrix} 1 + j\omega CR - \omega^2 LC & R + j\omega L \\ j\omega C & 1 \end{pmatrix} \quad (1.11)$$

Tatsächlich interessiert hier nur die Übertragungsfunktion des unbelasteten Schwingkreises, daher ist nur Element a_{11} von Interesse:

$$\frac{\hat{u}_2}{\hat{u}_1} = \frac{1}{a_{11,ges}} = \frac{1}{1 + j\omega CR - \omega^2 LC} \quad (1.12)$$

Durch die Verkettung von Zweitoren haben wir also eine weitere Möglichkeit gefunden, die Übertragungsfunktion zu bestimmen.

Genaugenommen hätte es auch ausgereicht, das Element a_{11} in 1.11 zu bestimmen.

Übertragungsfunktion als TF-Matrix einer 'Black-Box'

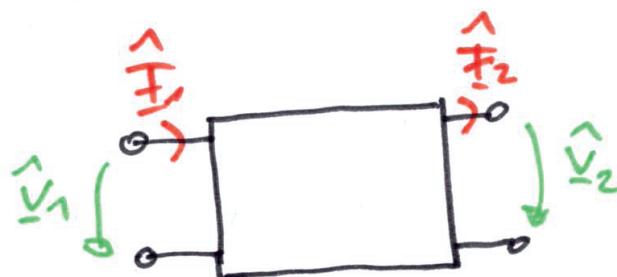


Abbildung 1.7: Blackbox-Modellierung

$$\begin{pmatrix} \hat{v}_1 \\ \hat{F}_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{v}_2 \\ \hat{F}_2 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{aligned} a_{11} \cdot v_2 + a_{12} \cdot F_2 \\ a_{21} \cdot v_2 + a_{22} \cdot F_2 \end{aligned} \quad (1.13)$$

Die Elemente a_{ij} der TF-Matrix eines unbekannten Systems kann durch geschickte Festlegung der Randbedingungen auch aus der Modellierung oder durch Messung bestimmt werden:

$$a_{11} = \frac{\hat{v}_1}{\hat{v}_2} \Big|_{\hat{F}_2=0} \quad (1.14)$$

$$a_{21} = \frac{\hat{F}_1}{\hat{v}_2} \Big|_{\hat{v}_2=0} \quad (1.15)$$

a_{11} und a_{12} sind experimentell als unbelasteter Ausgang oft gut realisierbar. a_{11} wird auch als 'Leerlauf-Übertragungsfunktion' interpretiert und entspricht dem Frequenzgang des unbelasteten Systems.

$$a_{12} = \frac{\hat{v}_1}{\hat{F}_2} \Big|_{\hat{v}_2=0} \quad (1.16)$$

$$a_{22} = \frac{\hat{F}_1}{\hat{F}_2} \Big|_{\hat{v}_2=0} \quad (1.17)$$

a_{12} und a_{22} sind experimentell als 'festgebremster' Ausgang oft nicht gut realisierbar. Abhilfe kann hier statt dem Einschränken jeglicher Bewegung oft die Nutzung einer definierten Randbedingung (z.B. eine bekannte angekoppelte Masse) bringen.

1.3 Modellierungsvereinbarungen und Bauelemente in mechanischen Systemen

1.3.1 Modellierung

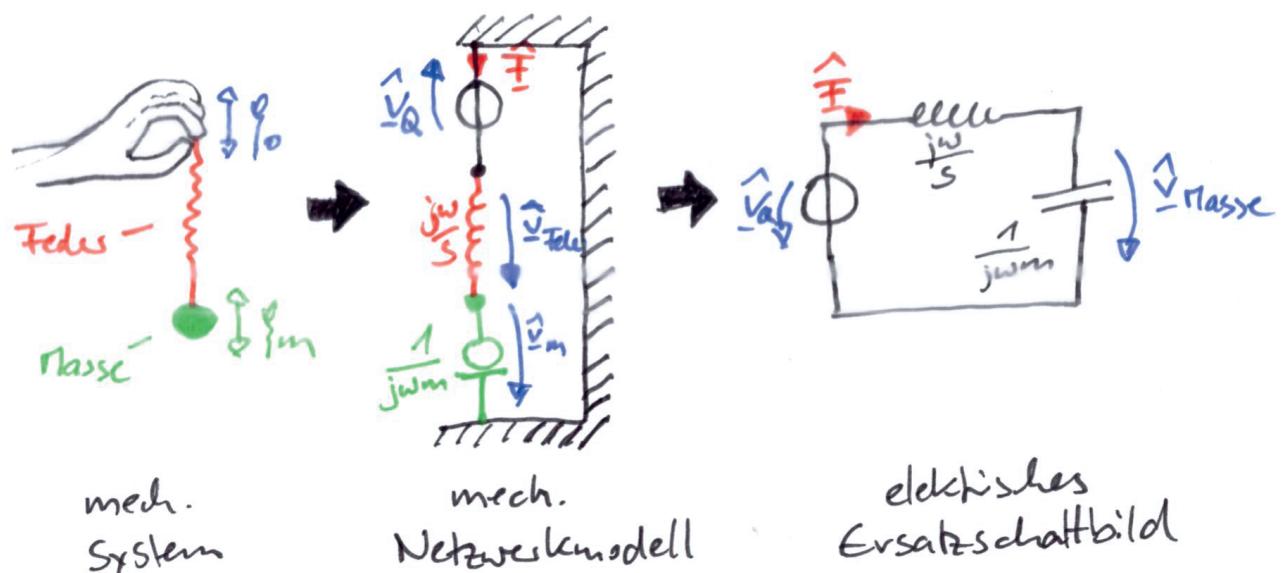


Abbildung 1.8: Vom mechanischen System zum Ersatzschaltbild

Bei der Modellierung von mechanischen Systemen repräsentieren Kräfte potentielle Energie. Diese treten auf als:

- Schnittkräfte zwischen zwei verbundenen Elementen
- externe Kräfte, diese stützen sich auf dem Bezugsrahmen ab

Schnelldifferenzen repräsentieren kinetische Energie:

- zwischen zwei Enden eines Bauteils
- zwischen einem Systemknoten und dem Bezugsrahmen

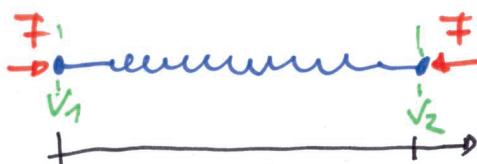


Abbildung 1.9: mechanische Koordinaten

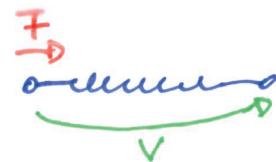


Abbildung 1.10: Netzwerkkordinate wird durch Pfeilrichtung angegeben

Durch die Abstraktion als Netzwerkmodell werden aus den Schnittkräften, Schnellen und Ortskoordinaten des mechanischen Systems Kraftfluss, Schnelldifferenzen und Richtungspfeile. Aus absoluten Größen mit Bezugspunkt werden also relative Angaben. Dabei wird folgende Pfeilrichtung vereinbart:

- positive Kraftpfeile \equiv Druckzustand
- positive Schnelldifferenz \equiv Verkürzung

Hinweis: Bei passiven Bauelementen (Verbrauchern) zeigen Kraft- und Schnellepfeile in die gleiche Richtung (positive Leistung), bei Quellen in entgegengesetzte Richtungen (negative Leistungsaufnahme, Leistungsabgabe ins Netzwerk).

1.3.2 Bauelemente

Feder

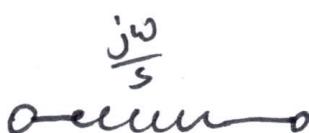


Abbildung 1.11: Netzwerkmodell

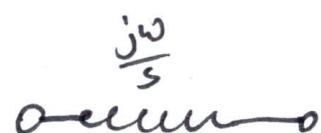


Abbildung 1.12: El. Ersatzschaltbild

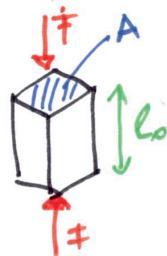
Es gilt: $F = s \cdot \xi$

Bei harmonischer Anregung lässt sich dies auch als $\hat{F} = s \cdot \hat{\xi}$ schreiben, mit $\hat{\xi} = \frac{\hat{v}}{j\omega}$ ergibt sich die mechanische Admittanz zu:

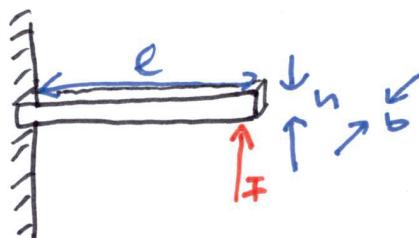
$$\frac{\hat{v}}{\hat{F}_1} = j\omega \frac{1}{s} \quad (1.18)$$

Realisierungsbeispiele

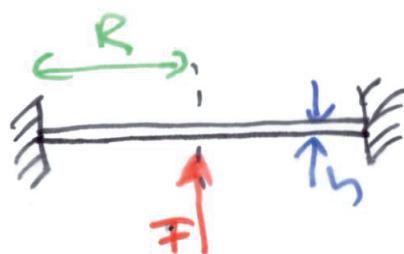
- a) Stabfeder, $s = \frac{EA}{l_0}$ mit E= Elastizitätsmodul (materialabhängig)



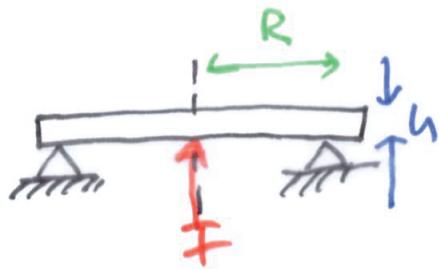
- b) eingespannte Biegefeder, $s = \frac{Ebh^3}{4l^3}$



- c) eingespannte Kreisplatte, $s = \frac{4\pi h^3}{3R^2} E$



- d) aufgestützte Kreisplatte, $s = \frac{4\pi h^3}{3R^2} E \frac{1+\nu}{3+\nu}$ mit ν = Querkontraktionszahl (materialabhängig)



(starre) Masse

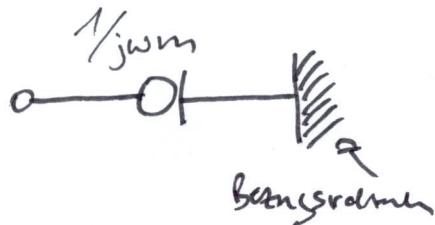


Abbildung 1.13: Netzwerkmodell

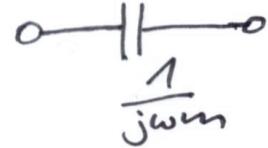


Abbildung 1.14: El. Ersatzschaltbild

Es gilt: $F = m \cdot a$

Bei harmonischer Anregung lässt sich dies auch als $\hat{F} = m \cdot j\omega \hat{v}$ beschreiben und die mechanische Admittanz ergibt sich zu:

$$\frac{\hat{v}}{\hat{F}_1} = \frac{1}{j\omega m} \quad (1.19)$$

Hinweis: Bei der Modellierung ist die Masse immer mit dem Bezugsrahmen verbunden. Im mechanischen Netzwerkmodell und somit auch im elektrischen Modell hat die Masse immer eine Verbindung zu 'Masse/Bezugsrahmen'.

(viskose) Reibung

Da es unterschiedliche Arten von Reibung gibt, die zum Teil sehr nichtlineare Kennlinien haben (z.B. Haftreibung), soll hier nur auf die für Elektroakustik bedeutendste viskose Reibung eingegangen werden. Das dazugehörige Bauelement ist der viskose Dämpfer.



Abbildung 1.15: Netzwerkmodell



Abbildung 1.16: El. Ersatzschaltbild

Es gilt: $F = r \cdot v$

Bei harmonischer Anregung lässt sich dies auch als $\hat{F} = r \cdot \hat{v}$ beschreiben, und die mechanische Admittanz ergibt sich zu:

$$\frac{\hat{v}}{\hat{F}_1} = \frac{1}{r} \quad (1.20)$$

ideale Kraftquelle

Kennzeichen: die Kraftamplitude ist unabhängig von der angekoppelten Last und Auslenkung.

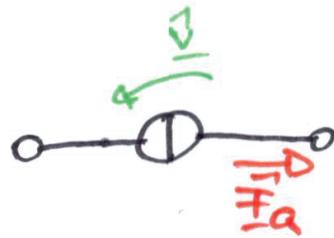


Abbildung 1.17: Netzwerkmodell

Beispiele: Elektromagnetischer Shaker, Druckzylinder.

Hinweis: Bei Quellen zeigen Kraft- und Schnellepfeile in entgegengesetzte Richtungen (negative Leistungsaufnahme, Leistungsabgabe ins Netzwerk).

ideale Schnellequelle

Kennzeichen: die Schnelleamplitude ist unabhängig von der angekoppelten Last und Kraft.

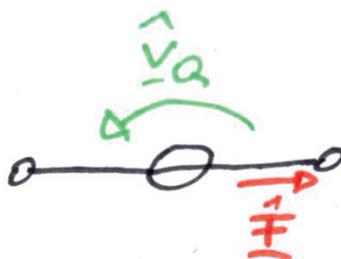
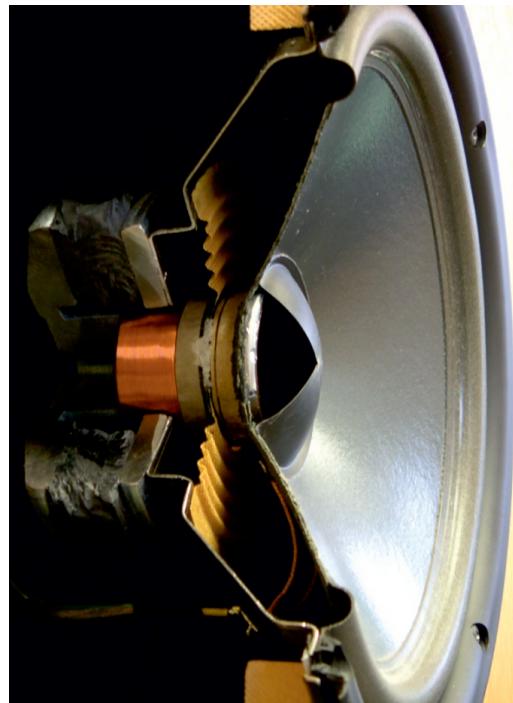


Abbildung 1.18: Netzwerkmodell

Beispiele: Kurbeltrieb, Piezo-Shaker

Kapitel 2

Der elektrodynamische Wandler



2.1 Wiederholung Magnetfeld und Induktion

Feldgrößen

Die Stärke eines Magnetfeldes kann durch zwei unterschiedliche physikalische Größen beschrieben werden: Die magnetische Erregung \vec{H} und die magnetische Flussdichte \vec{B} .

Im Vakuum und in homogenen Materialien sind diese über die magnetische Permeabilität miteinander verknüpft. Es gilt:

$$\vec{B} = \mu \vec{H} \quad (2.1)$$

Die magnetische Permeabilität $\mu = \mu_0 \mu_r$ setzt sich aus der Vakuumpermeabilität $\mu_0 = 1,257 \cdot 10^{-6} \text{ Vs/Am}$ und der materialabhängigen Permeabilität $\mu_r = 1$ (im Vakuum) bis hin zu $\mu_r = 25.000$ (Speziallegierungen) zusammen. μ_r ist einheitenos.

Generell können ferromagnetische Effekte einfacher magnetische Quellen über die Erregung \vec{H} beschrieben werden, das \vec{B} -Feld ist quellenfrei. Dafür eignet sich die magnetische Flussdichte \vec{B} besser, um induzierte Spannungen oder Kraftwirkungen durch die Lorentz-Kraft zu beschreiben.

Für die Energiedichte in einem magnetischen Feld gilt:

$$W = \frac{1}{2} \vec{B} \cdot \vec{H} \quad (2.2)$$

Integrale Größen

Um das Wirken von \vec{H} bzw. \vec{B} in magnetischen Netzwerken zu beschreiben, sind häufig auch die integrale Größen Θ und Φ nützlich.

Magnetische Erregung (Durchflutung):

$$\Theta = \oint \vec{H} d\vec{s} \quad (2.3)$$

Die magnetische Erregung oder auch magnetische Durchflutung Θ bezeichnet die magnetische Spannung in einem (geschlossenen) Magnetkreis. Im magnetischen Kreis kann die Durchflutung ähnlich der Spannung im elektrischen Kreis interpretiert werden.

Die magnetische Erregung Θ kann durch einen Permanentmagneten oder durch eine stromdurchflossene Spule erzeugt werden, in diesem Fall gilt:

$$\Theta = N \cdot i, \text{ mit } N = \text{Wicklungszahl der Spule}, i = \text{Strom} \quad (2.4)$$

Magnetischer Fluss:

$$\Phi = \iint_A \vec{B} d\vec{A} \quad (2.5)$$

Der magnetische Fluss kann im magnetischen Kreis ähnlich dem Strom in einem elektrischen Stromkreis aufgefasst werden.

Der Magnetische Fluss Φ und die magnetische Spannung (Durchflutung) V_m bzw. Θ können mit dem magnetischen Widerstand R_m als equivalent zum ohmschen Gesetz verknüpft werden:

$$V_m = R_m \cdot \Phi \quad (\text{Hopkinsonsches Gesetz}) \quad (2.6)$$

Induktion

Sobald ein elektrischer Leiter einem sich ändernden Magnetfeld ausgesetzt wird, wird in ihm eine Spannung u induziert.

$$u(t) = -\frac{d\Phi}{dt} \quad (2.7)$$

Die Änderung des auf den Leiter wirkenden magnetischen Flusses kann dabei entweder durch eine Bewegung des Leiters, oder die zeitliche Veränderung des Feldes an sich geschehen. Für den Sonderfall eines bewegten Leiters in einem konstanten Magnetfeld gilt:

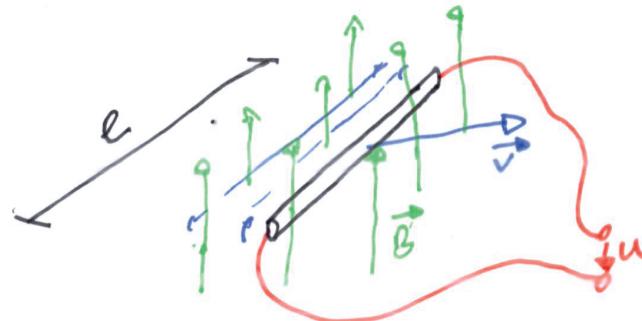


Abbildung 2.1: Induktionsgesetz

$$u = (\vec{v} \times \vec{B}) \vec{l} \quad (2.8)$$

Sofern $\vec{v} \perp \vec{B} \perp \vec{l}$ konstruktiv sichergestellt wird, gilt:

$$u = Bl \cdot v \quad \text{sofern } \vec{v} \perp \vec{B} \perp \vec{l} \quad (2.9)$$

Dies wird beim elektromagnetischen Wandler konstruktiv so realisiert, dass ein Ring- oder Napfmagnet ein konzentrisches Magnetfeld im einen kreisförmigen Luftspalt erzeugt. In diesen Luftspalt werden dann mehrere Windungen der Spule eingebracht.

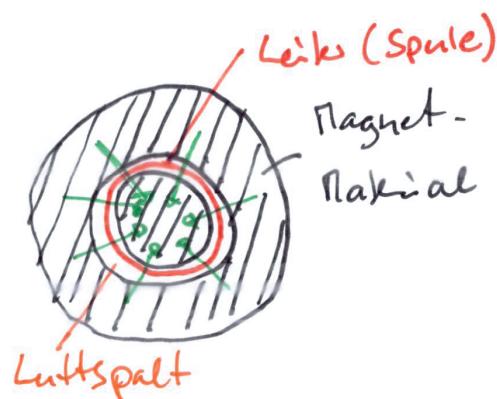


Abbildung 2.2: Aufgewickelte Spule im Luftspalt eines elektrodynamischen Wandlers

Lorentz-Kraft

Die Lorentz-Kraft beschreibt die Kraft \vec{F} , die auf eine mit der Geschwindigkeit \vec{v} bewegte elektrische Ladung Q oder mehrere davon (als stromdurchflossener Leiter) in einem Magnetfeld \vec{B} wirken. Es gilt:

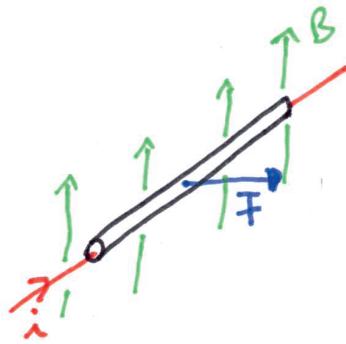


Abbildung 2.3: Kraft auf stromdurchflossenen Leiter

$$\vec{F} = Q(\vec{v} \times \vec{B}) \quad (2.10)$$

Für den Sonderfall $\vec{v} \perp \vec{B}$ und dem Strom I in einem Leiter ergibt sich die Lorenzkraft zu:

$$F = B \cdot l \cdot I \quad (2.11)$$

Elektrische Induktivität

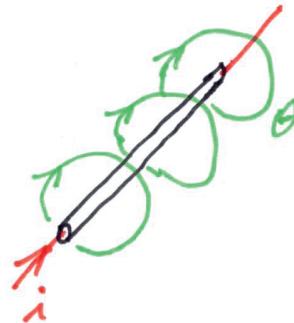


Abbildung 2.4: Magnetfeld um stromdurchflossenen Leiter

Jeder elektrische Leiter erzeugt um sich herum ein magnetisches Feld, in dem auch Energie gespeichert wird. Die Rückwirkung auf das elektrische Verhalten wird durch die elektrische Induktivität beschrieben. Während die Induktivität eines einzelnen stromdurchflossenen Leiter noch klein gegenüber den anderen elektrischen Größen ist (und häufig vernachlässigt werden kann), wächst die Induktivität L in einer Spule linear mit der Wicklungszahl N .

Für eine Spule in einem Magnetfeld gilt:

$$L = N \frac{\Phi}{I} \quad (2.12)$$

2.2 Aufbau und Funktion des elektrodynamischen Wandlers

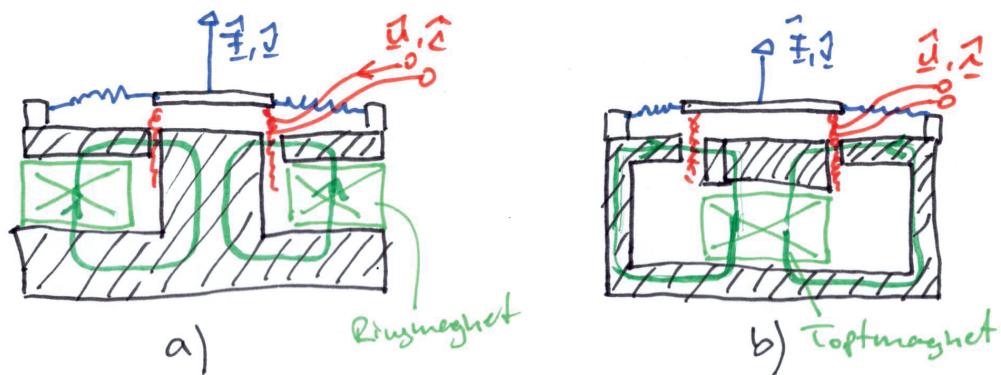


Abbildung 2.5: Aufbau eines Elektrodynamischen Wandlers. a) mit Ringmagnet, b) mit Topfmagnet

Da dieser Aufbau sicherstellt, dass $\vec{v} \perp \vec{B} \perp \vec{i}$ gilt, können die vereinfachten Formen des Induktionsgesetzes und der Formel zur Berechnung der Lorenzkraft herangezogen werden, um eine Beziehung zwischen Kraft F und Strom i einerseits und Bewegung v und induzierter Spannung u andererseits herzustellen.

Für harmonische Größen gilt somit:

$$\hat{F}|_{\hat{v}=0} = Bl\hat{i} \quad \text{Sendefunktion} \quad (2.13)$$

und

$$\hat{u}|_{\hat{i}=0} = Bl\hat{v} \quad \text{Empfangsfunktion} \quad (2.14)$$

Aus diesen beiden Gleichungen lässt sich ein Zweitormodell für den eigentlichen Wandler ableiten:

$$\hat{v} = \frac{1}{Bl}\hat{u} + 0 \quad (2.15)$$

$$\hat{F} = 0 + Bl\hat{i} \quad (2.16)$$

$$\begin{pmatrix} \hat{v} \\ \hat{F} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{Bl} & 0 \\ 0 & Bl \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{u} \\ \hat{i} \end{pmatrix} \quad (2.17)$$

Die Zweitorgleichung 2.17 beschreibt somit den Kern des elektrodynamischen Wandlers. Eine vollständige Beschreibung des Wandlermodells erhält man durch Hinzunahme der elektrischen und mechanischen Elemente.

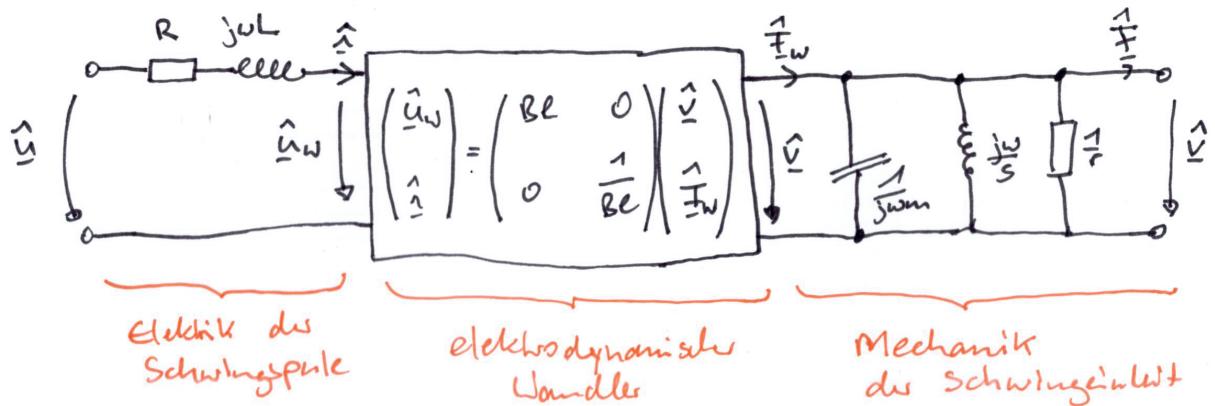


Abbildung 2.6: Ersatzschaltbild des elektrodynamischen Wandlers mit elektrischen und mechanischen Komponenten

Die Modellparameter sind in diesem Fall:

- R ohmscher Widerstand der Schwingspule
- L el. Induktivität der Schwingspule (kann für tiefe Frequenzen häufig gegenüber R vernachlässigt werden)
- Bl Kraftfaktor als Produkt aus mag. Flussdichte B im Luftspalt und Leiterlänge l der Spule. In Datenblättern häufig auch als BxL bezeichnet. Übliche Werte: $Bl = 1 \dots 100 \frac{Vs}{m}$
- m addierte Gesamtmasse aller bewegten Teile (Spulenträger, Schwingspule, Drähte, Kleber,...)
- s, r mechanische Parameter der (elastischen) Aufhängung der Schwingeinheit (Steifigkeit, Reibungsverluste)

Aus den mechanischen Parametern s, m, r ergeben sich auch Zusammenhänge für die mechanische Resonanzfrequenz ω_0 und die mechanische Güte Q_{mech} des Systems.

$$\omega_0|_{\hat{l}=0} = \sqrt{\frac{s}{m}} \quad (2.18)$$

$$r = \frac{s}{\omega_0 Q_{mech}}|_{\hat{l}=0} \quad (2.19)$$

2.3 Beispiel: Der elektrodynamische Shaker



Abbildung 2.7: Elektrodynamischen Shaker als linearer Vibrationsmotor im Smartphone

Ein Shaker wird überall dort eingesetzt, wo Vibrations erzeugt und Luftschall nicht oder nur indirekt abgeben werden soll, z.B. als Vibrationsgeber im Smartphone oder Bass-Shaker (Car Hifi), als Exciter für die Anregung von Flächen als Schallsender oder zur aktiven Schwingungs-dämpfung.

2.3.1 Aufgabe zum Shaker



Abbildung 2.8: Brüel & Kjaer 4809 Vibration Exciter/Shaker. Quelle: B&K Homepage

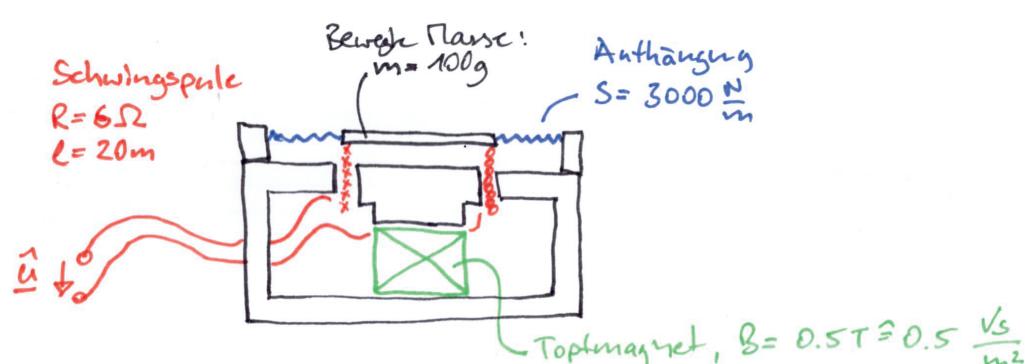


Abbildung 2.9: Modell eines elektrodynamischen Shakers

Für den in Abbildung 2.9 gezeigten Shaker sollen folgenden Parameter bestimmt werden:

- a) Bestimmen sie den Frequenzgang $\frac{\hat{a}}{\hat{u}}$.
- b) Bestimmen Sie die elektrische Eingangsimpedanz Z_{el} des unbelasteten Systems ($\hat{F} = 0$)

Kapitel 3

Modellierung akustischer Systeme

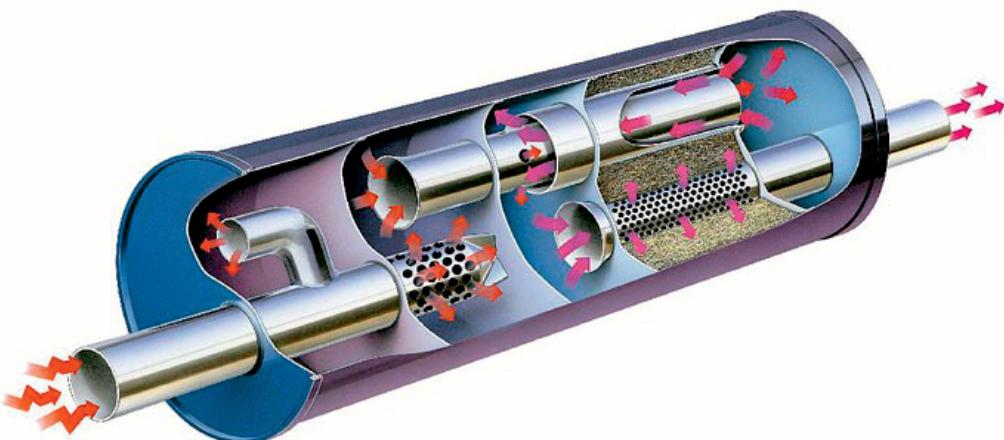


Abbildung 3.1: Endschalldämpfer eines Verbrennungsmotors mit verschiedenen akustischen Elementen. Quelle: www.mein-autolexikon.de

3.1 TF-Modellierung für akustische Systeme

3.1.1 Annahmen, Einschränkungen, und die Wirklichkeit

Für die Betrachtung des akustischen Teilsystems werden auch hier einige Annahmen zur vereinfachten Modellierung getroffen:

- Akustisch kleine Abmessungen (in Längsrichtung). Schallausbreitung quer zur Betrachtungsrichtung können vernachlässigt werden. Praktisch betrachtet man diese Annahme als erfüllt, wenn die größte Querabmessung des zu modellierenden Systems kleiner ist als $\frac{\lambda}{2}$ (für rechteckige Querschnitte) bzw. $ka < 1.84$ für runde Querschnitte.
- kleine Volumina (größte Abmessung klein gegenüber λ)
- LTI-System. Dies bedeutet insbesondere dass alle Strömungsgeschwindigkeiten klein gegenüber der Schallgeschwindigkeit sind ($|\vec{v}| \ll c$).

- Der Bezugsrahmen ist der statische Luftdruck ($\hat{p} = 0$)

3.1.2 Größen und Übertragungsmatrix

Die akustischen Eingangs- bzw. Ausgangsgrößen sind Schalldruck \hat{p} und Schallfluss \hat{q}

- Der Schalldruck \hat{p} stellt eine Differenzgröße dar. Eine Druckdifferenz representiert potentielle Energie im akustischen System. Die Einheit ist Pascal [Pa]
- Die dazugehörige Flussgröße ist der Schallfluss \hat{q} und ist definiert als Produkt aus Schallschnelle \hat{v} und wirksamer (durchströmter) Fläche S , es gilt $\hat{q} = \hat{v} \cdot S$. Der Schallfluss repräsentiert kinetische Energie.

Die Modellierung eines akustischen Systems kann ebenfalls durch eine TF-Matrix erfolgen.

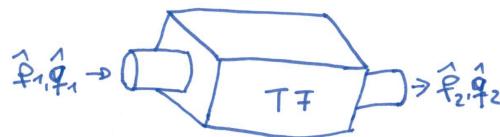


Abbildung 3.2: Akustisches Übertragungssystem als Black-Box-Modell

$$\begin{pmatrix} \hat{p}_1 \\ \hat{q}_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{p}_2 \\ \hat{q}_2 \end{pmatrix} \quad (3.1)$$

Die Bestimmung der einzelnen Elemente kann durch Verknüpfung der Zweitore einfacher akustischer Elemente oder durch Messung bestimmt werden. Wie auch bei der Betrachtung des elektromechanischen Wandlers ist das Erzeugen von geeigneten Randbedingungen erforderlich:

- $\hat{q}_2 = 0$ kann durch einen schallharten Abschluss (= kein Schallfluss) leicht realisiert werden.
- $\hat{p}_2 = 0$ kann nicht ohne weiteres sichergestellt werden. Hier kann auf bekannte (definierte) akustische Abschlüsse als angekoppelte Last zurückgegriffen werden (z.B. $\frac{\hat{p}_2}{\hat{q}_2} = \frac{\rho_c}{S}$ als reflexionsfreier Abschluss, durch z.B. ein langes Rohr).

3.1.3 PU-Analogie

Auch bei der akustischen Modellierung ist eine analoge Anwendung der Verfahren der elektrischen Netzwerktheorie sinnvoll und erstrebenswert. Anders als bei der Umsetzung von mechanischen in elektrische Größen bei der FI-/FU-Analogie, kommt bei der Verknüpfung der akustischen Größen mit elektrischen Größen einheitlich die PU-Analogie zur Anwendung. Die Verknüpfung der Potentialgrößen P und U ist wohl ausreichend naheliegend. Es gilt:

Schalldruck \hat{p}	\Rightarrow	el. Spannung \hat{u}
Schallfluss \hat{q}	\Rightarrow	el. Strom \hat{i}
akustische Reibung $Z_a = \frac{\Xi l}{S}$	\Rightarrow	Widerstand R
akustische Masse $M_a = \frac{\rho_- l^*}{S}$	\Rightarrow	Induktivität L
akustische Nachgiebigkeit $N_a = \frac{V}{\kappa p_-}$	\Rightarrow	Kapazität C
akustischer Kanal	\Rightarrow	el. HF-Leitung
gespannte Membran	\Rightarrow	el. Reihenschwingkreis

Bemerkung zu Quellen

- akustische Quellen sind häufig Schallflussquellen.
- Ankopplung über Modelle für Schallsender / Schallempfänger (siehe Abschnitt 3.3)

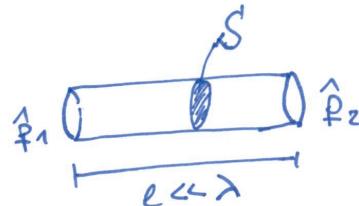
Bemerkung zur Analogie

Da bei der PU-Analogie akustische Impedanzen auf elektrische Impedanzen abgebildet werden, erfolgt die Notation immer analog zur elektrischen Impedanz, also $j\omega M_a$, $\frac{1}{j\omega N_a}$, Z_a .

3.2 Bauelemente

3.2.1 Ideale Bauelemente

Kurzer Kanal



Modellvorstellung: Eine starre, bewegte Luftsäule wird als Masse durch die Druckdifferenz zwischen den beiden Kanalenden verlustfrei beschleunigt. Dem System wird dabei keine Energie entzogen, im Modell nimmt die bewegte Luftsäule als Masse die Energie auf und kann sie wieder abgeben.

$$\underbrace{(\hat{p}_1 - \hat{p}_2)}_F S = \underbrace{\rho_- S l}_m \cdot \underbrace{j\omega \hat{v}}_a \quad (3.2)$$

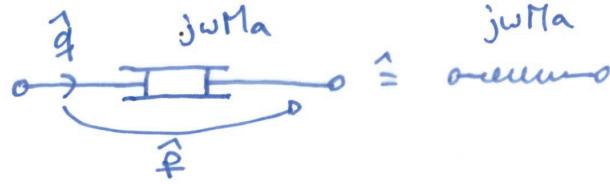
Mit $\hat{p} = \hat{p}_1 - \hat{p}_2$ und $\hat{q} = S \hat{v}$ lässt sich dies umformen zu:

$$\frac{\hat{p}}{\hat{q}} = j\omega \frac{\rho_- l}{S}$$

(3.3)

$\frac{\rho_- l}{S}$ bezeichnet hierbei die akustische Masse M_a und besitzt die Einheit $\frac{kg}{m^4}$.

Netzwerkmodell

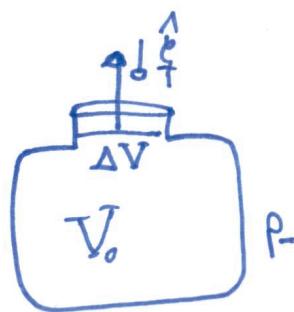


An den Enden des kurzen Kanals wirkt zusätzlich die Strahlungsimpedanz des Schallfeldes. Anschaulich schwingt immer noch ein klein wenig der Luft an den Kanalenden mit, die tatsächlich bewegte Masse ist daher größer als die Masse der Luft im Kanal. Dies wird abgebildet, indem man eine Mündungskorrektur Δl anfügt.

$$l^* = l + \Delta l \quad \text{mit} \quad \Delta l = \begin{cases} \frac{8}{3\pi} a, & \text{für Kanalende in Wand} \\ 0,61a & \text{Kanalende im freien Feld} \end{cases} \quad (3.4)$$

a bezeichnet den Radius des Kanals.

kleine Volumina (Hohlraum)



Modellvorstellung: Ein kleines Luftvolumen wird als akustische Feder komprimiert. Alle Abmessungen sind klein gegen λ . Das Komprimieren des Luftvolumens V_0 um ξ bewirkt eine Volumenänderung um ΔV .

Die Energiebilanz ist konservativ, die Bewegungsenergie wird in potentielle Energie (Druckzustand) umgewandelt und bei Entspannung wieder freigegeben.

Wir betrachten zunächst den Fall adiabatischer Kompression mit $p \sim V^{-\kappa}$:

$$\underbrace{p_0 - p_-}_{\text{Schalldruck } p} \approx \frac{\partial p}{\partial V} \Big|_{V=V_0} \underbrace{(V_{ges} - V_0)}_{\Delta V} \quad (3.5)$$

Für kleine Druckänderungen gilt:

$$p = -\frac{\kappa}{V_0} p_- \Delta V \quad (3.6)$$

Bei harmonischer Anregung gilt

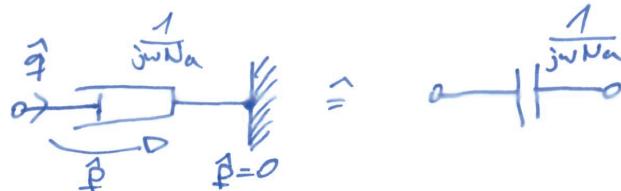
$$\hat{q} = -j\omega \hat{V}; \quad \text{pos. Schallfluss} = \text{neg. Volumenänderung} \quad (3.7)$$

und Gleichung 3.6 lässt sich zur akustische Impedanz umformen:

$$\frac{\hat{p}}{\hat{q}} = \frac{\kappa p_-}{j\omega V_0} \quad (3.8)$$

Hierin bezeichnet $N_a = \frac{V_0}{\kappa p_-}$ die akustische Nachgiebigkeit.

Netzwerkmodell



Modellierungshinweis: Ein Systempunkt einer akustischen Nachgiebigkeit ist immer mit dem Bezugsschalldruck $\hat{p} = 0$ verbunden.

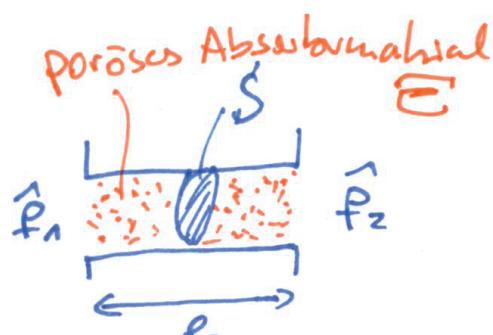
Die lokalen Kompressions- beziehungsweise Expansionsvorgänge des Mediums Luft im Hohlraum bewirken eine lokale Änderung der Temperatur des Mediums. Die oben getroffenen Annahmen gelten für adiabatische Kompression, also eine Kompression bei der die Luft lokal keine Wärme mit einem anderen Medium austauschen kann. Durch Ausfüllen des Hohlraums mit einem losen Material, welches in der Lage ist Wärme ohne Änderung seines Volumens zu speichern oder wieder abzugeben wird der Kompressionsvorgang isotherm.

$$N_{a, \text{adiabatisch}} = \frac{V_0}{\kappa p_-} = \frac{V_0}{\rho_- c^2} \quad (3.9)$$

$$N_{a, \text{isotherm}} = \frac{V_0}{p_-} = \frac{V_0 \kappa}{\rho_- c^2} \quad (3.10)$$

Praktisch wird dieses erreicht, indem der Hohlraum durch Dämmmaterial ausgefüllt wird. Durch das Einbringen von Dämmmaterial wird das Volumen um κ akustisch größer, ideale isotherme Kompression wird in der Praxis mit realen Materialien nicht erreicht. Die bei geschlossenen Boxen erreichbare akustische Volumenvergrößerung durch Nutzen der isothermen Kompression beträgt üblicherweise 20-30%.

Akustische Reibung



Modellvorstellung: Die angeregte Luft bewegt sich laminar und viskos durch ein poröses oder kapillares Material. Laminar bedeutet, dass es keine Verwirbelungen gibt die den Strömungswiderstand geschwindigkeitsabhängig beeinflussen, und viskos unterstellt dem Medium Luft Zähigkeit, so dass es sich durch kleine Öffnungen im Material zwängen muss, so dass Bewegungsenergie in Reibungswärme umgewandelt wird. Die viskose Reibung stellt den einfachsten Fall eines akustischen Reibeelements dar, zur Modellierung komplexerer Zusammenhänge können weitere nichtlineare Elemente ergänzt werden. Reibung entzieht dem bewegten System Energie, die als Wärme dissipiert wird.

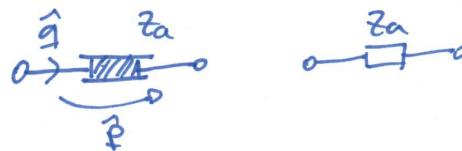
Es gilt

$$\hat{p}_1 - \hat{p}_2 = \Xi l \frac{\hat{q}}{S}; \quad \text{mit Reibkoeffizient } \Xi \quad (3.11)$$

Mit $\hat{p}_1 - \hat{p}_2 = \hat{p}$ ergibt sich die Impedanz Z_a zu:

$$\boxed{\frac{\hat{p}}{\hat{q}} = \frac{\Xi l}{S} = Z_a} \quad (3.12)$$

Netzwerkmodell



Modellierungshinweis: Reibung wird als Reihenschaltung modelliert (Druck wird abgezweigt).

Die Bestimmung des Reibkoeffizienten Ξ kann durch Messung der Druckdifferenz Δp bei einem bekannten Volumenstrom v_- im eingeschwungenen Zustand erfolgen:

$$\Xi l = \frac{\Delta p}{v_-} \quad (3.13)$$

Für unterschiedliche Geometrien von Kapillaren stehen zudem Tabellenwerke zur Verfügung. Für runde Kapillare mit dem Radius a ergibt sich:

$$\Xi = \frac{8\mu}{a^2} \quad (3.14)$$

μ bezeichnet hierin die dynamische Zähigkeit des Mediums, für Luft bei normalem Luftdruck und 20°C beträgt $\mu = 1,8 \cdot 10^{-5} \text{ kg}/(\text{m} \cdot \text{s})$.

3.2.2 Reale Bauelemente

Kanalelemente

Sobald die Länge l eines Kanalelementes nicht mehr klein gegenüber der Wellenlänge λ ist, muss die ortsabhängige Druckverteilung im Kanal berücksichtigt werden. Hier kann auf die

Darstellung von sich überlagernden hin- und Rücklaufenden Wellenfunktionen aus der Hochfrequenztechnik zurückgegriffen werden.

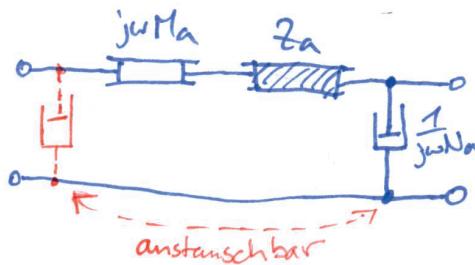
Dies wurde für die Akustik z.B. durch Keefe 1984 beschrieben (??):

$$\begin{pmatrix} \hat{p}_1 \\ \hat{q}_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cosh(\gamma l) & Z_w \sinh(\gamma l) \\ \frac{1}{Z_w} \sinh(\gamma l) & \cosh(\gamma l) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{p}_2 \\ \hat{q}_2 \end{pmatrix} \quad (3.15)$$

λ und Z_w sind komplexe Größen zur Impedanz bzw. Ausbreitung, sie auch Keefe 1984. Die Modellierung mit den \cosh -Funktionen erfolgt in der Regel nummerisch.

Vereinfachungen für reale kurze Kanäle

Für reale Kanäle, bei denen die Bedingung $l \ll \lambda$ gilt, bei denen jedoch zusätzlich die Reibung und Nachgiebigkeit der Luft berücksichtigt werden, ergibt sich die in ?? dargestellte Er satzanordnung.



$$\text{mit: } M_a = \frac{\rho_- l}{S}, \quad Z_a = \frac{\Xi l}{S}, \quad N_a = \frac{V}{\kappa p_-}$$

Häufig kann dieses Kanalmodell weiter vereinfacht werden, indem z.B. das (kleine) Luftvolumen gegenüber einem deutlich größeren angekoppeltem Hohlraum vernachlässigt werden kann. Für die Betrachtung der Längsimpedanz ist es hilfreich, zu schauen wann welches Element dominiert: Die Reibung Z_a ist frequenzunabhängig, $j\omega M_a$ strebt für kleine Frequenzen gegen 0, aber dominiert bei hohen Frequenzen gegenüber der Reibung.

Durch Gleichsetzen von Z_a und $j\omega M_a$ kann die Frequenz bestimmt werden, oberhalb bzw. unterhalb welche das jeweilige Element dominiert (und das andere dann wegvereinfacht werden kann. Für einen runden Kanal mit $\Xi = \frac{8\mu}{a^2}$ kann die Grenzfrequenz dann durch gleichsetzen bestimmt werden:

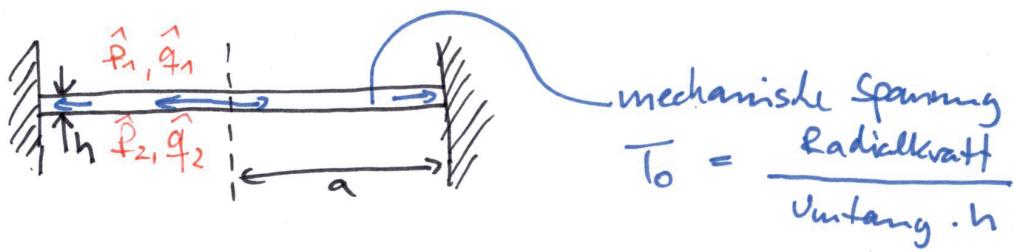
$$j\omega M_a = Z_a; \quad \text{also: } j\omega \frac{\rho_- l}{S} = \frac{8\mu l}{a^2 S} \quad (3.16)$$

somit:

$$\omega_g = \frac{8\mu}{a^2 \rho_-} \quad (3.17)$$

Anhand dieser Grenzfrequenz ω_g kann entschieden werden, ob je nach Arbeitspunkt (Frequenzbereich) die Reibung (für Bereiche unterhalb ω_g) oder die akustische Masse (für Bereiche oberhalb ω_g) dominiert und das Modell (weiter) vereinfacht werden kann.

Gespannte Membran

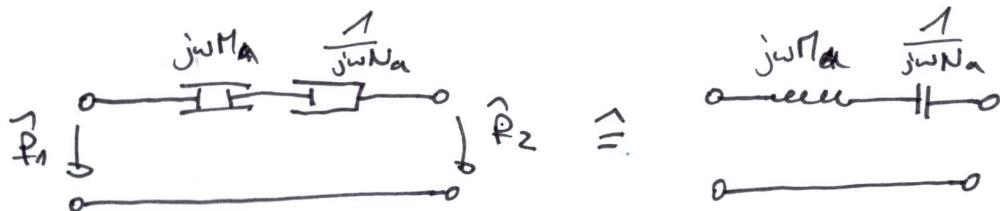


Eine gespannte Membran stellt eigentlich ein mechanisch Element, allerdings mit Ankopplung eines Schallfeldes auf beiden Seiten dar. Es ist daher naheliegend, sie als akustisches Element zu beschreiben, da dann die gesamte Modellierung in der akustischen Domäne stattfinden kann.

Für eine Membran der Stärke h , der Dichte ρ_M und einem Radius a , die mit der mechanischen Spannung T_0 gespannt ist, gilt:

- transformierte akustische Nachgiebigkeit $N_a = \frac{\pi a^4}{8 T_0 h}$
- transformierte akustische Masse $M_a = 1.33 \rho_M \frac{h}{\pi a^2}$

Netzwerkmodell



Die Übertragungsmatrix ergibt sich zu:

$$\begin{pmatrix} \hat{p}_1 \\ \hat{q}_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & j\omega M_a + \frac{1}{j\omega N_a} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{p}_2 \\ \hat{q}_2 \end{pmatrix} \quad (3.18)$$

Die mechanischen Feder- und Masseneigenschaften werden in akustische Nachgiebigkeiten und akustische Massen transformiert. Die transformierte mechanische Nachgiebigkeit ist in diesem Fall - da sie auf eine mechanische Feder und nicht auf ein akustisches Volumen zurückgeht - nicht mit dem Bezugsrahmen verbunden.

3.3 Beispiele für die akustische Modellierung

3.3.1 Pistonfon

Ein Pistonfon wird zur Kalibrierung von Mikrofonen bei einer festen Frequenz eingesetzt. Durch einen Kolben wird in einem Prüfvolumen ein definierter Schalldruck erzeugt. Das Mikrofon wird in eine abdichtende Bohrung eingebracht. Zum Druckausgleich während des Einsteckens ist eine Ausgleichsbohrung vorhanden.

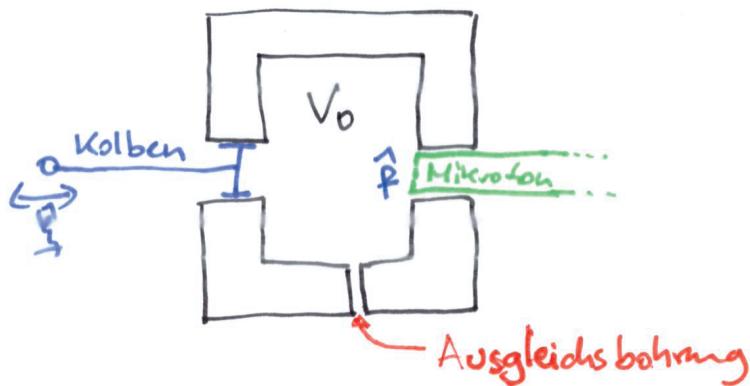


Abbildung 3.3: Schematische Darstellung eines Pistonfons mit Ausgleichsbohrung

Gegeben sind folgende Werte:

Arbeitsfrequenz	$f_0 = 250 \text{ Hz}$
Länge der Ausgleichsbohrung	$l_A = 3 \text{ mm}$
Radius der Ausgleichsbohrung	$a_A = 0,2 \text{ mm}$
Volumen	$V_0 = 12 \text{ cm}^3$
dyn. Zähigkeit	$\mu = 1,8 \cdot 10^{-5}$

Alle Abmessungen sind klein gegen λ .

Aufgabe

Bestimmen Sie den Frequenzgang $\frac{\hat{p}}{\hat{x}}$. Betrachten Sie auch die Grenzfrequenz der Ausgleichsbohrung und vereinfachen Sie ihr Modell entsprechend. Bitte skizzieren Sie den Frequenzgang und bezeichnen Sie wichtige Punkte.

3.3.2 Helmholtz-Resonator

Helmholtz-Resonatoren sind die einfachsten akustischen Resonatoren bestehend aus Luftsäule im Hals und einem Volumen im Körper.

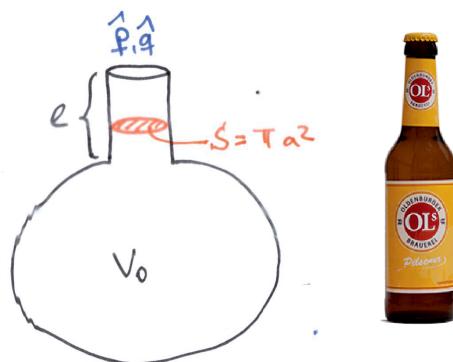


Abbildung 3.4: Modell eines Helmholtzresonators, realer Helmholtzresonator (verschlossen)

Gegeben sind folgende Werte:

Radius des Halses	$a = 9\text{mm}$
Länge des Halses	$l = 30\text{mm}$
Volumen	$V_0 = 0,5l$
dyn. Zähigkeit	$\mu = 1,8 \cdot 10^{-5}$

Alle Abmessungen sind klein gegen λ .

Aufgabe

Modellieren sie den Helmholtz-Resonator und bestimmen Sie Frequenz, bei der $\frac{\hat{p}}{\hat{q}}$ minimal wird (Resonanzfrequenz).

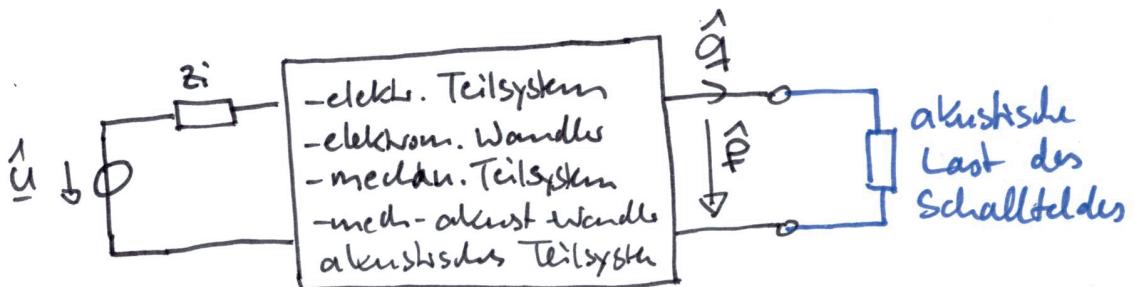
Kapitel 4

Angekoppelte Schallfelder und mechanisch-akustische Wandler

In diesem Abschnitt wird die Ankopplung akustischer Systeme an das freie Schallfeld und die Kopplung zwischen mechanischen und akustischen Systemen beschrieben.

4.1 Ankopplung an das (freie) Schallfeld

4.1.1 Modell für Schallsender



Die akustische Last an einem akustischen Netzwerk bei Abstrahlung von Schalleistung in ein Schallfeld kann durch eine akustische Strahlungsimpedanz beschrieben werden. Allgemein gilt für eine akustische Last $Z_{S,ak}$ in Abhängigkeit von der Strahleroberfläche S :

$$Z_{S,ak} = \frac{\hat{p}}{\hat{q}}|_{\text{Strahleroberfläche}} \quad (4.1)$$

hiermit ist die akustische Last aus Verbrauchersicht beschrieben. Für die Bestimmung des genauen Wertes von $Z_{S,ak}$ muss somit das Verhältnis von \hat{q} und \hat{p} bestimmt werden.

Als Beispiel sei hier das Strahlermodell eines akustischen Monopols genannt:

$$\underline{\hat{p}} = \frac{j\omega\rho_-}{4\pi r} \hat{q} e^{-jkr} \quad (4.2)$$

In der physikalischen Akustik werden Strahlungsimpedanzen Z_S durch

$$Z_S = \frac{\hat{p}}{\underline{\hat{v}}} \quad (4.3)$$

beschrieben.

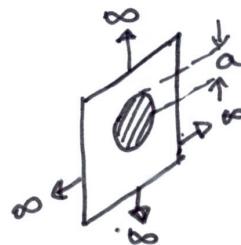
Mit $\hat{q} = \hat{v} \cdot S$ erhält man:

$$Z_{S,ak} = \frac{Z_S}{S_{Strahler}} \quad (4.4)$$

Diese Darstellung hat auch in der Praxis den Vorteil, dass die Strahlungsimpedanz auf die Strahleroberfläche bezogen ist - durch bestimmen des Wertes für Z_S (Art des Anschlusses) kann $Z_{S,ak}$ über die jeweilige Strahleroberfläche angegeben werden.

Im folgenden seien einige wichtige Strahlungsimpedanzen Z_S angegeben.

Kolben/Rohrende in Schallwand



Eine Schwingender Kolben befindet sich in einer Unendlich ausgedehnten Schallwand. Es gilt $ka \ll 1$.

$$Z_S = \rho_- c \left\{ \frac{1}{2} (ka)^2 + j \frac{8}{3\pi} ka \right\} \quad (4.5)$$

Da $ka \ll 1$ gilt, dominiert der Imaginärteil:

$$\text{Im}\{Z_S\} = \rho_- c \frac{8}{3\pi} ka = \frac{\rho_- c 8 \omega a}{3\pi c} \quad (4.6)$$

Zur Anschaulichmachung sei hier einmal die mechanische Lastimpedanz $Z_{S,mech} = Z_S \cdot S$ mit $S = a^2 \pi$ betrachtet:

$$\text{Im}\{Z_{S,mech}\} = \text{Im}\{Z_S\} \cdot S = \frac{\rho_- \epsilon 8 \omega a}{3\pi \epsilon} \cdot a^2 \pi \quad (4.7)$$

$$\text{Im}\{Z_{S,mech}\} = \omega \underbrace{\rho_- \frac{8}{3} a^3}_{m^*} \quad (4.8)$$

Der (dominierende) Imaginärteil kann - als mechanische Lastimpedanz - als mitschwingende Luftmasse m^* interpretiert werden. Bei realen Lautsprechern beträgt der Anteil der blind mitschwingenden Luftmasse etwa 10% der Membranmasse m_M .

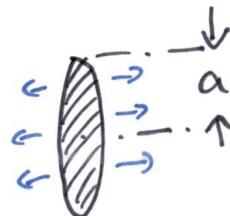
Rohrende im freien Schallfeld



Für das Rohrende im freien Schallfeld ergibt sich bei $ka \ll 1$:

$$Z_S = \rho_c c \left\{ \frac{1}{4} (ka)^2 + j0.6ka \right\} \quad (4.9)$$

Kreisplatte im Schallfeld

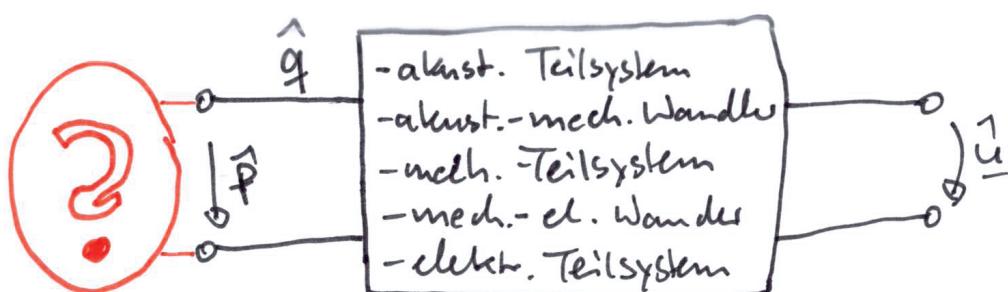


Analog dazu gilt für eine frei schwingende Kreisplatte bei $ka \ll 1$:

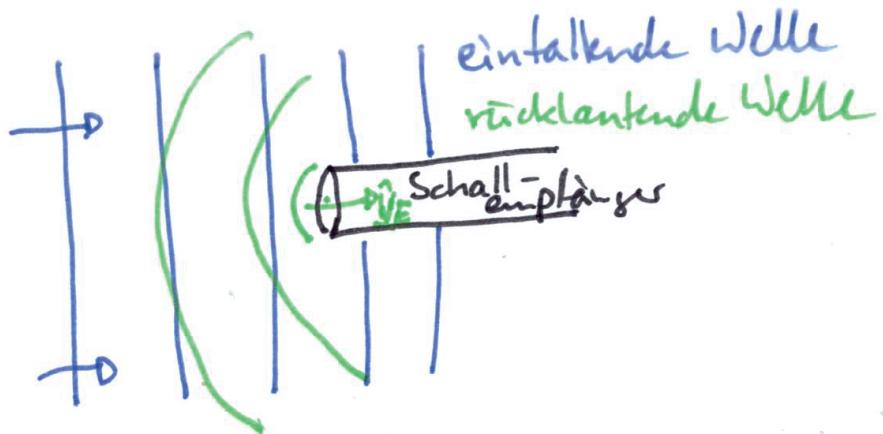
$$Z_S = \rho_c c \left\{ 0.06(ka)^4 + j \frac{8}{3\pi} ka \right\} \quad (4.10)$$

Hier ist zu bemerken, dass sich mit $ka \ll 1$ und einem von $(ka)^4$ abhängigen Realteil nur ein sehr kleiner Teil der akustischen Leistung tatsächlich ins Schallfeld abgestrahlt wird. Der Imaginärteil dominiert deutlich.

4.1.2 Modell für Schallempfänger



Ein Schallempfänger ist ein durch den Schall bewegtes Element. Zur Modellierung können zwei Effekte getrennt betrachtet und überlagert werden: Die einfallende Welle (hier ebene Welle, blau) trifft auf den Schallempfänger und regt diesen zu Schwingungen an. Durch die Bewegung des Schallempfängers wird eine weitere Welle (kugelförmig, grün) abgestrahlt.



Durch die getrennte Beschreibung dieser beiden Quellen und der anschließenden Überlagerung kann die empfängerseitige Ankopplung des Schallfeldes modelliert werden:

- Schritt 1: grüne Quelle wird vernachlässigt, $\hat{v}_E = 0$, der Empfänger ist schallhart verschlossen (keine Bewegung):

$$\hat{P}_E = \hat{P}_{E, \text{schallhart}} \quad (4.11)$$

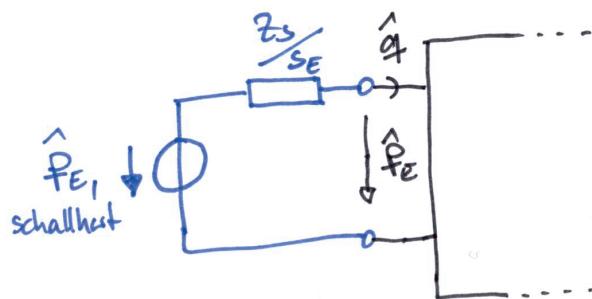
- Schritt 2: blaue Quelle 'aus', grüne Quelle mit $-\hat{v}_E$. Wir können die Quelle als Schallsender wie in 4.1.1 beschreiben:

$$\hat{P}_E = -\hat{v}_E \cdot Z_s \quad (4.12)$$

- Schritt 3: Überlagerung

$$\hat{P}_E = \hat{P}_{E, \text{schallhart}} - Z_s \cdot \hat{v}_E \quad (4.13)$$

$$\hat{P}_E = \hat{P}_{E, \text{schallhart}} - \frac{Z_s}{S_E} \cdot \hat{q}_E \quad (4.14)$$



Wir können somit das Schallfeld als Kombination aus idealer, schallharter Schalldruckquelle $\hat{P}_{E, \text{schallhart}}$ und einer Quellenimpedanz $\frac{Z_s}{S_E}$ beschreiben, die an den Schallempfänger angekoppelt sind.

Der genaue Betrag von $\hat{P}_{E, \text{schallhart}}$ kann dabei je nach Art des Schallfeldes (diffus, gerichtet) Richtungs- und Ortsabhängig sein.

4.2 mechanisch-akustische Wandler

4.2.1 Kolbenwandler

Das Modell eines mechanischen-akustischem Wandler kann über den Kolbenwandler hergeleitet werden. Dazu wird zunächst ein idealer, masseloser Kolben betrachtet.

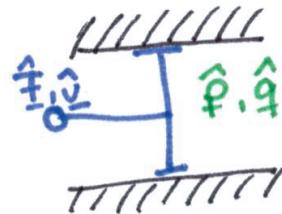


Abbildung 4.1: Idealer Kolbenwandler

Es gilt:

$$\underline{\hat{p}} = \frac{1}{S_{Kolben}} \underline{\hat{F}} \quad (4.15)$$

$$\underline{\hat{q}} = S_{Kolben} \underline{\hat{v}} \quad (4.16)$$

Hieraus ergibt sich die Übertragungsmatrix für den idealen mechanisch-akustisch Kolbenwandler:

$$\begin{pmatrix} \underline{\hat{v}} \\ \underline{\hat{F}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{S} \\ S & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \underline{\hat{p}} \\ \underline{\hat{q}} \end{pmatrix} \quad (4.17)$$

Dieses Modell wird um die Masse des Kolbens und eine elastische Aufhängung erweitert:

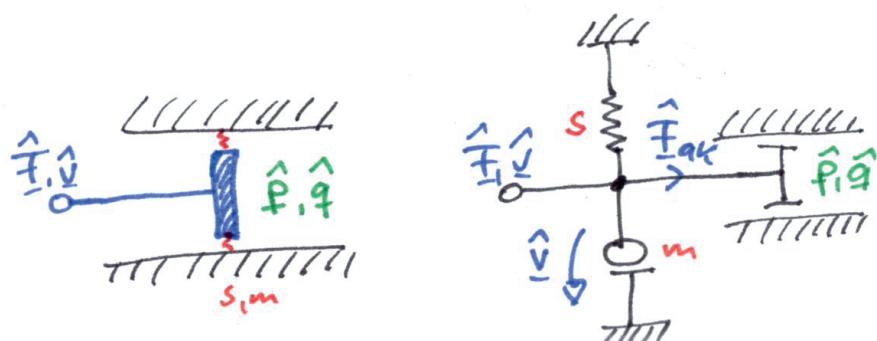
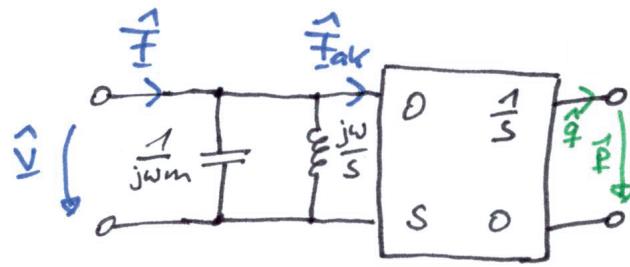


Abbildung 4.2: elastisch aufgehängter Kolbenwandler mit Masse, Netzwerkmodell

Hieraus ergibt sich das elektroakustische Ersatzschaltbild des mechanisch-Akustischen Wandlers.



Dieses kann durch weitere akustische Elemente (wie beispielsweise Rückvolumina) erweitert werden:

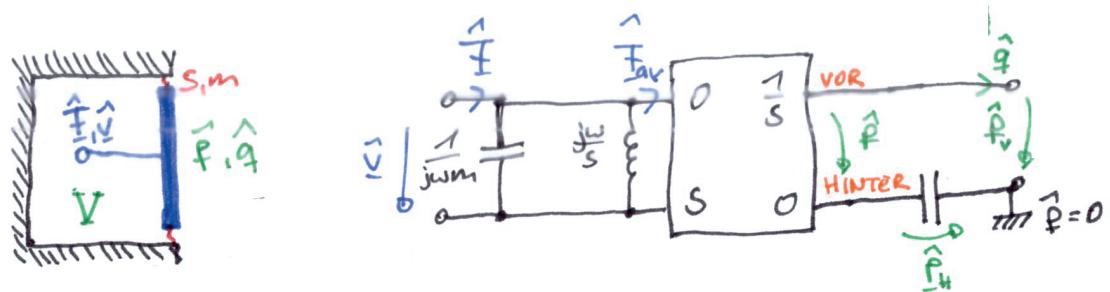


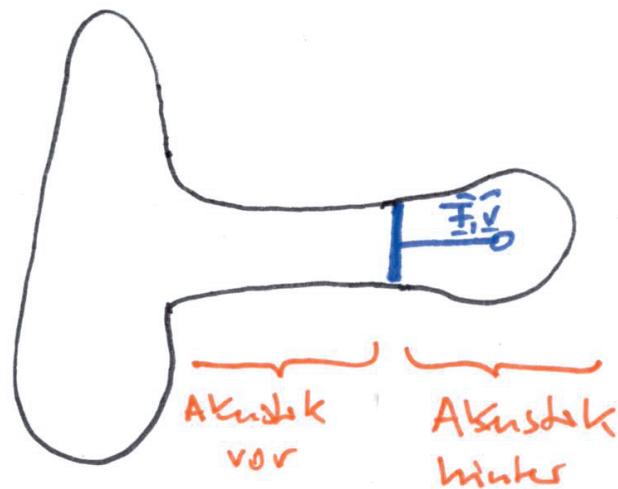
Abbildung 4.3: elastisch aufgehängter Kolbenwandler mit Masse und Rückvolumen V , Elektroakustisches Ersatzschaltbild.

4.3 Beispiele für die Modellierung von Schallwandlern

4.3.1 Modellierung mit Rückvolumina

Aufgabe

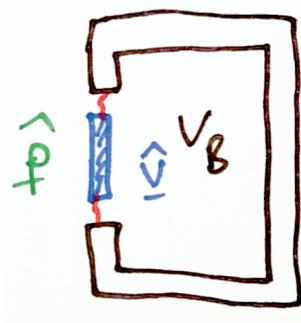
Bestimmen Sie näherungsweise das elektroakustische Ersatzschaltbild des Trommelfells im Ohr.



4.3.2 Einfache elektrodynamische Mikrofonkapsel

Aufgabe

Bestimmen Sie den Frequenzgang $\frac{\hat{v}}{\hat{p}}$ des als Schallempfänger eingesetzten geschlossenen dynamischen Wandlers.



Kapitel 5

Der elektrodynamische Lautsprecher



Abbildung 5.1: Classic JBL-PA. Quelle: www.paoftheday.de

5.1 Aufbau, Ersatzschaltbild und Kenngrößen

Der Elektrodynamische Lautsprecher kann als verkettetes System aus dem bereits betrachteten elektrodynamischen Wandler mit einem angekoppelten mechanische-akustischem Wandler modelliert werden.

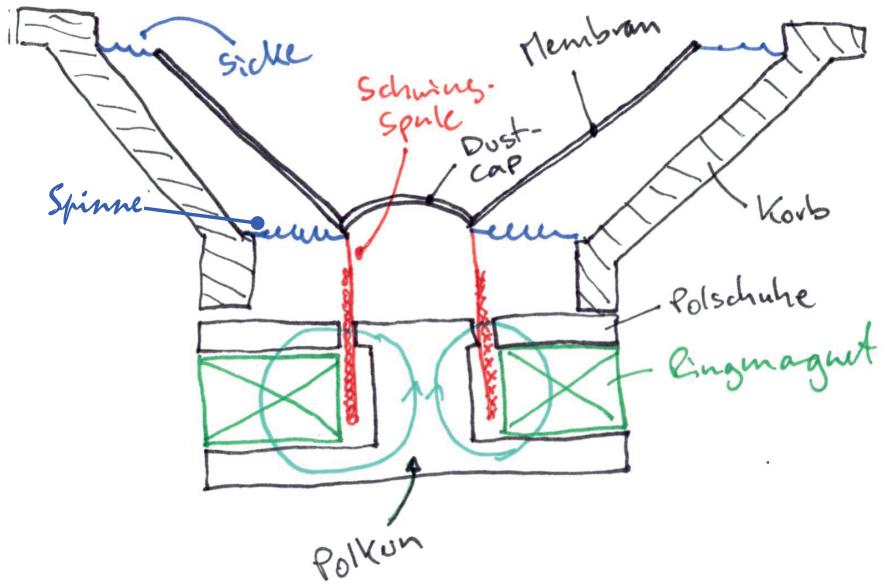
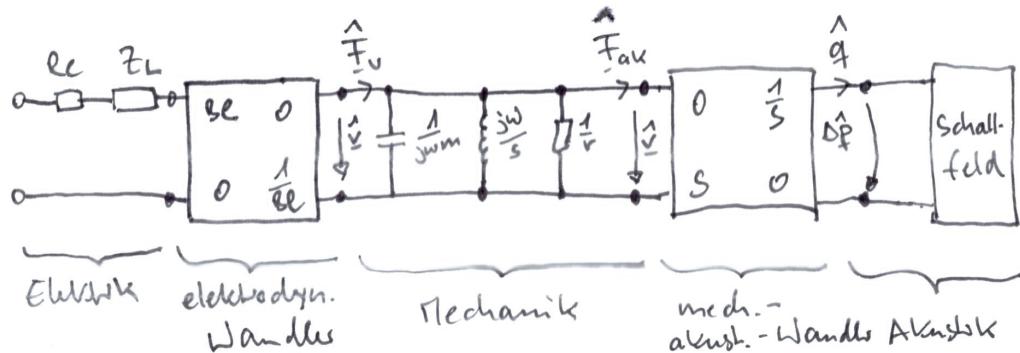


Abbildung 5.2: Schematischer Aufbau eines elektrodynamischen Wandlers

Für die Untersuchung des Verhaltens des elektroakustischen Gesamtsystems benötigt man zunächst das elektroakustische Ersatzschaltbild des gesamten Lautsprechers. Dieses kann dann je nach betrachteter Anordnung um zusätzliche elektrische und akustische Komponenten erweitert werden.



Dazu einige Werte für übliche elektrodynamische Lautsprecher:

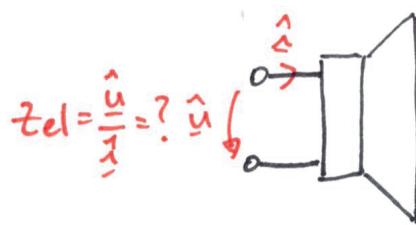
- R_e (el. Gleichstromwiderstand der Spule): $1.5 - 7.5\Omega$
- Z_L (el. Induktivität der Spule): eine mH, Frequenzabhängig (siehe 5.1.1)
- B (elektromagnetische Flussdichte): $0.1 - 10 T$; $[T] = [\frac{Vs}{m^2}]$
- Bl ($B \times l$): $1 - 15 Tm$
- m (konzentrierte bewegte Masse): $1 - 50 g$
- s (Steifigkeit der Aufhängung): $1000 N/m$
- $\frac{1}{r} = \frac{\omega_0 Q_{mech}}{s} = \frac{Q_{mech}}{\omega_0 m}$ (Reibungswiderstand), mit:
 $\omega_0 = 2\pi(20...400 Hz)$
 $Q_{mech} = 2...10$

- S (Membranfläche): πa^2

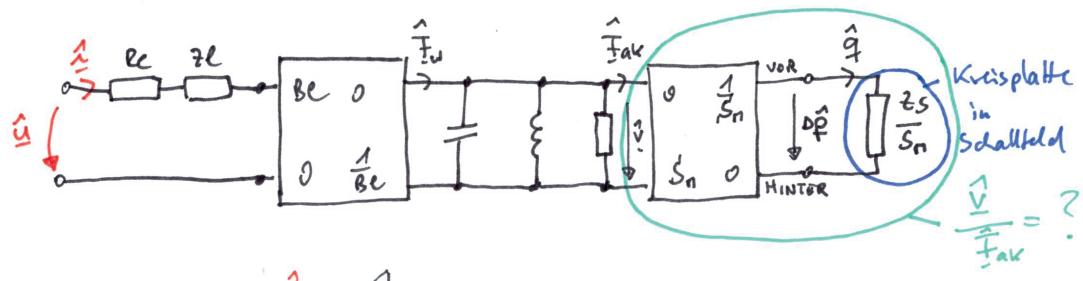
Zur Bestimmung der Parameter eines elektrodynamischen Lautsprechers ist zunächst eine elektroakustische Modellierung des Lautsprechers ohne Gehäuse (offener Lautsprecher) hilfreich.

5.1.1 el. Induktivität des elektrodynamischen Lautsprechers

Am offenen elektrischen Lautsprecher soll die (frequenzabhängige) elektrische Eingangsimpedanz $Z_{el} = \frac{\hat{u}}{\hat{i}}$ bestimmt werden.



Dazu wird das Ersatzschaltbild eines elektrodynamischen Lautsprechers mit der akustischen Impedanz einer Kolbenplatte im freien Schallfeld kombiniert.



Da nur die elektrische Eingangsimpedanz betrachtet werden soll, können wir das Modell zur Eingangsseite hin vereinfachen, indem wir die jeweiligen akustischen und mechanischen Zweitorparameter als Last des vorherigen Zweitors zusammengefasst werden.

Schritt 1: Akustik als transformierte mechanische Last

Die Betrachtung des akustischen Teils als mechanische Last liefert:

$$\hat{F}_{ak} = S_M \Delta \hat{p} \quad \text{und} \quad \hat{v} = \frac{1}{S_M} \hat{q} \quad (5.1)$$

somit:

$$\frac{\hat{F}_{ak}}{\hat{v}} = S_M^2 \frac{\Delta \hat{p}}{\hat{q}} = S_M^2 \frac{Z_S}{S_M} \quad (5.2)$$

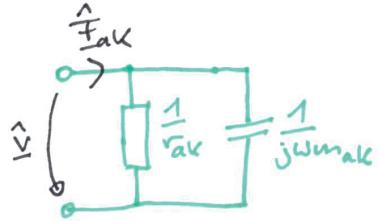
Durch Einsetzen von Z_S des frei schwingenden Plattenwandlers erhält man:

$$\frac{\hat{v}}{\hat{F}_{ak}} = \frac{1}{S_M Z_S} = \frac{1}{S_M \rho_c c \underbrace{(0.06(ka)^4 + j \frac{8}{3\pi} ka)}_{\text{Realteil}} \underbrace{j \frac{8}{3\pi} ka}_{\text{Imaginärteil}}} \quad (5.3)$$

Die transformierte akustische Last $\frac{\hat{v}}{\hat{F}_{ak}}$ hat somit einen Realteil und einen Imaginärteil.

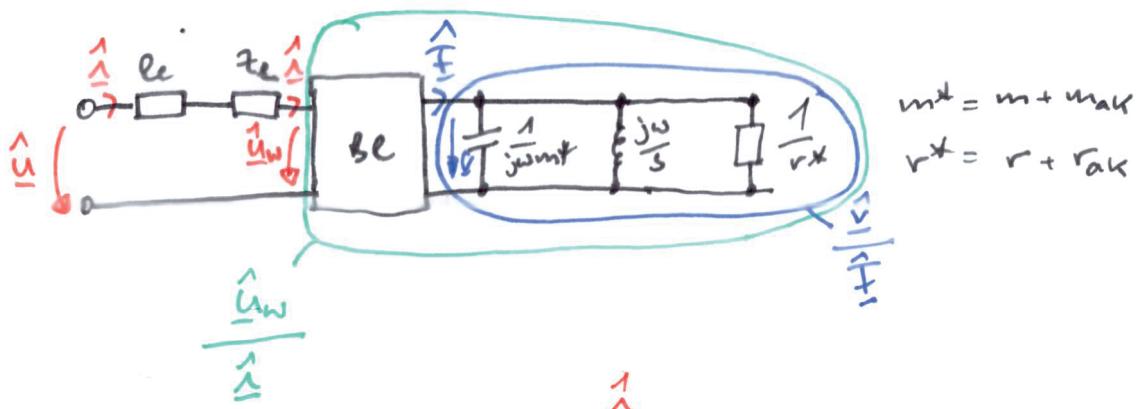
$$\frac{\hat{v}}{\hat{F}_{ak}} = \frac{1}{r_{ak} + j\omega m_{ak}} \quad (5.4)$$

Wir können die akustische Last also als einen resistiven Element r_{ak} , und ein der mechanischen Masse analogen Element $j\omega m_{ak}$ modellieren.



Mit $r_{ak} = S_M \rho_c (0.06(ka)^4)$ und
(für $k = \frac{\omega}{c}$ und $S_M = \pi a$): $m_{ak} = \rho_c \frac{8}{3} a^3$.

Wir können also nun die akustische Reibung r_{ak} und akustische Masse m_{ak} mit der mechanischen Reibung und Masse zusammenfassen.

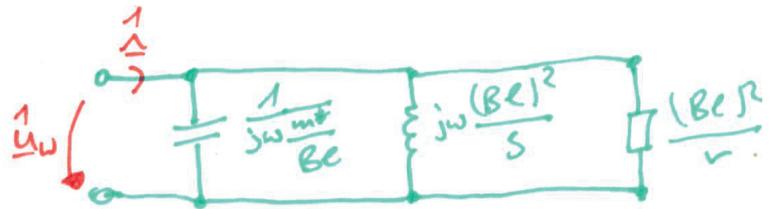


Wie bereits bei der Betrachtung der Ankopplung des Schallfeldes festgestellt, dominiert der Imaginärteil den Realteil der Strahlungsimpedanz deutlich.

Ein Zahlenbeispiel: für $a = 6.25\text{cm}$ erhält man: $m_{ak} = 0.785\text{g}$, $r_{ak} = 0.3\text{Ns/m}$. Die mechanische Reibkomponente $r \approx 1$ ist um den Faktor 3-4 größer als r_{ak} und wird daher häufig vernachlässigt.

Schritt 2: transformierte mechanische Last am elektrischen Zweitor

Die in Schritt 1 bestimmte mechanische Last können wir durch Transformation am elektromagnetischen Wandler in eine elektrische Last umwandeln. Hierzu gehen wir analog zu Schritt 1 vor.



$$\hat{u}_w = Bl \hat{v} \text{ und } \hat{i} = \frac{1}{Bl} \hat{F} \quad (5.5)$$

somit:

$$\frac{\hat{u}_w}{\hat{i}} = (Bl)^2 \frac{\hat{v}}{\hat{F}} \quad (5.6)$$

Die mechanische Last ist eine Parallelschaltung aus m^* , r^* und s .

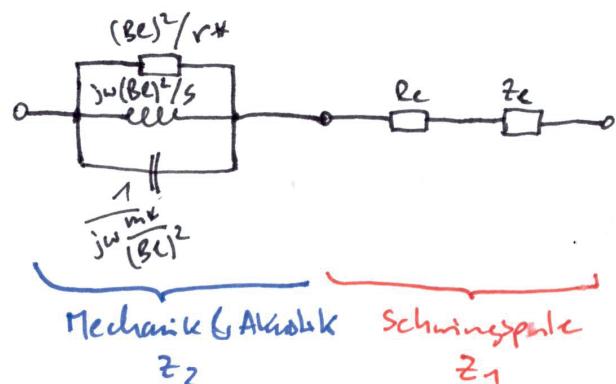
$$\frac{\hat{v}}{\hat{F}} = \frac{1}{j\omega m^* + \frac{s}{j\omega} + r^*} \quad (5.7)$$

Somit ergibt sich als transformierte Last:

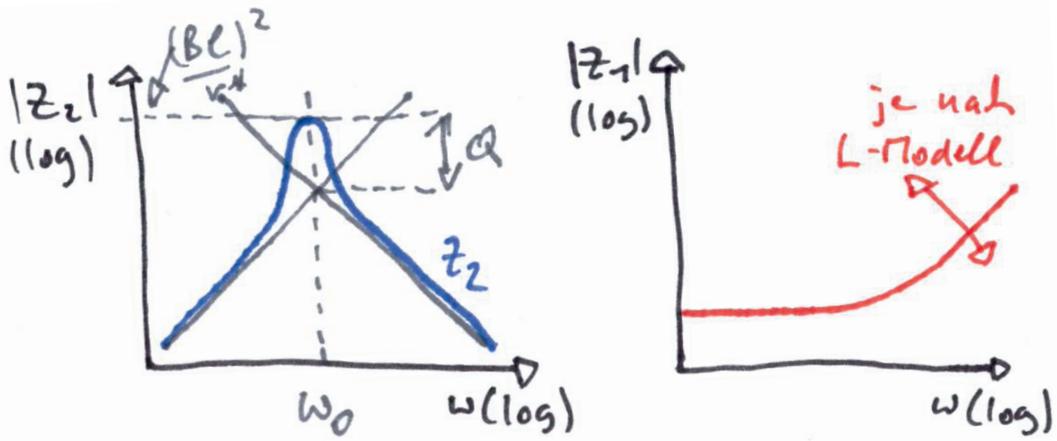


$$\frac{\hat{u}_w}{\hat{i}} = \frac{1}{j\omega \frac{m^*}{(Bl)^2} + \frac{s}{j\omega (Bl)^2} + \frac{r^*}{(Bl)^2}} \quad (5.8)$$

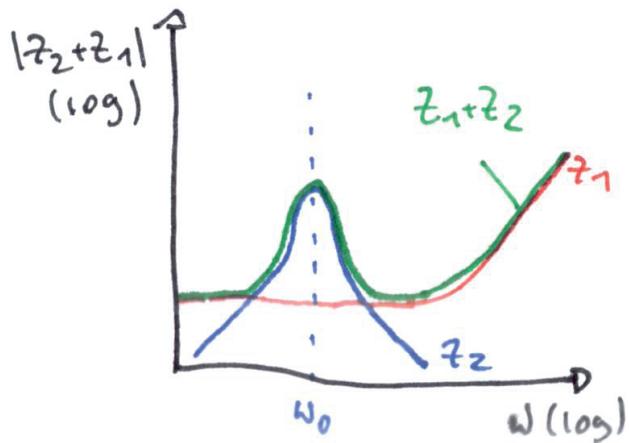
Also insgesamt:



Die elektrische Impedanz des offenen Lautsprechers besteht somit aus zwei Komponenten, einem mechanisch-akustischen Anteil und die elektrische Induktivität des dynamischen Wandlers.



Und als Serienschaltung addiert:



Für die Resonanzfrequenz ω_0 gilt:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{(BL)^2}{s} \frac{m^*}{(BL)^2}}} = \sqrt{\frac{s}{m^*}} = \omega_{0,mech}^* \quad (5.9)$$

Mit der Güte:

$$Q = \frac{\frac{(BL)^2}{r^*}}{\omega_0 \frac{(BL)^2}{s}} \rightarrow \omega_0 Q = \frac{s}{r^*} \rightarrow Q_{mech}^* = Q \quad (5.10)$$

Induktivitätsmodelle für elektrodynamische Wandler (Schwingspulen)

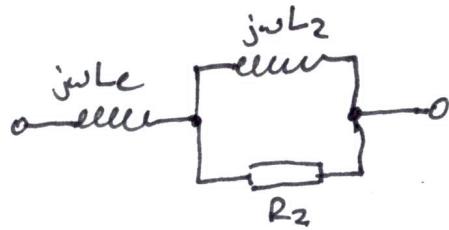
Die Modellierung des elektrischen Teils des LS als elektrische Last ist beim Entwurf von elektroakustischen Systemen und elektrischen Filtern wie Frequenzweichen wichtig. Je nach Frequenzbereich gibt es unterschiedliche Impedanzmodelle.

- für tiefe Frequenzen bis etwa $f_0 \cdot 4$ wird die el. Induktivität vernachlässigt.



Für Frequenzen oberhalb von etwa $f_0 \cdot 4$ bis $40 \cdot f_0$ gibt es zwei unterschiedliche Modelle:

- LR2-Modell (elektrische Elemente):



- Leach-Modell (für numerische Verfahren):

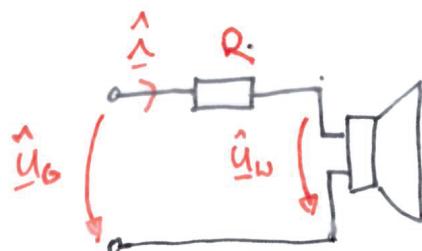


$$\text{mit } z_{\text{leach}} = \{K \cdot (j\omega)^n\}\Omega, \text{ mit } K \approx 0,007, n \approx 0.7$$

Praktische Messung der Impedanz

Die Messung der Impedanzkurve eines Lautsprechers ist insbesondere auch bei der Bestimmung von Resonanzfrequenzen im eingebautem Zustand hilfreich. Am Impedanzverlauf kann sofort erkannt werden, wo sich die wichtigen Impedanzen befinden und das Tuning (z.B. von Bassreflexports) kann entsprechend angepasst werden.

Anstelle der direkten Messung von Strom und Spannung des zu vermessenden Lautsprechers wird häufig über mit zwei Spannungen über einem definierten Vorwiderstand gemessen.



Für die Messung bietet sich hier ein einfaches (sogar unsymmetrische) Audiointerface an. Für die Messung der Impedanz sind keine großen Auslenkungen erforderlich, häufig ist die Leistung eines integrierten Kopfhörerverstärkers bereits ausreichend, um Impedanzmessungen zu ermöglichen.

Es gilt:

$$\frac{\hat{u}_W}{\hat{u}_G} = \frac{Z_{el}}{Z_{el} + R} \quad (5.11)$$

$$\Rightarrow Z_{el} = \frac{\frac{\hat{u}_W}{\hat{u}_G}}{1 - \frac{\hat{u}_W}{\hat{u}_G}} R \quad (5.12)$$

Für den Fall, dass R groß gegenüber Z_{el} gewählt wird, typische Werte sind z.B. $R = 1k\Omega$, $Z_{el} 3...20\Omega$ kann 5.12 vereinfacht werden, weil in dem Fall $\frac{\hat{u}_W}{\hat{u}_G} \ll 1$:

$$Z_{el} \approx \frac{\hat{u}_W}{\hat{u}_G} R \quad (5.13)$$

5.1.2 Thiele-Small-Parameter

Mit der zunehmenden Professionalisierung der Lautsprecherentwicklung Mitte des 20. Jahrhunderts wurden Parameter benötigt, die das Verhalten eines dynamischen Lautsprechers ausreichend genau beschreiben, um elektroakustische Systeme zu Modellieren. Hier haben Albert Neville Thiele und Richard H. Small in den 1960er Jahren anhand von Bassreflexlautsprechern einen Standardsatz an Parametern erarbeitet, der das Schwingverhalten, das Antriebssystem und die wichtigsten akustischen Wandlerparameter in ihren linearen Anteilen beschreibt.

Neben diesen Parametern haben Thiele & Small auch Messverfahren beschrieben, wie alle diese zur Modellierung erforderlichen Parameter rein auf der elektrischen Seite (mit etwas zusätzlicher Knetmasse) aus der Impedanzkurve bestimmt werden können.

	Bezeichnung	im ESB	Einheit	Beschreibung
Elektrische Parameter	R_e	R_e	Ω	Gleichstromwiderstand der Schwingspule
	L_e	L, Z_L	$H = \left(\frac{V_s}{A}\right)$	Induktivität der Schwingspule
Wandlerparameter	Bl oder BxL	Bl	$\frac{Vs}{m}$	Produkt aus magn. Flussdichte und (wirksamer) Leitungslänge der Schwingspule
	S_D	S_M	m^2	(Wirksame) Membranfläche
Mechanische Parameter	C_{ms}	$\frac{1}{s}$	$\frac{m}{N}$	Nachgiebigkeit der Aufhängung
	M_{ms}	m^*	kg	Bewegte Masse (einschließlich mitbewegter Luftmasse)
	R_{ms}	r^*	$\frac{kg}{s}$	Reibungswiderstand (einschließlich realer Lastanteil des Schallfeldes)
Abgeleitete Parameter	C_{mes}	$\frac{m^*}{(Bl)^2}$	$F = \frac{As}{V} ()$	transformierte Masse
	L_{ces}	$\frac{(Bl)^2}{s}$	H	transformierte mech. Nachgiebigkeit
	R_{es}	$\frac{(Bl)^2}{r^*}$	Ω	transformierter mech. Widerstand
	F_s	$\frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{s}{m^*}}$	Hz	Freifeld - Resonanzfrequenz
	V_{as}	$\frac{\rho - c^2 S_M^2}{s}$	m^3	Akustisches Equivalentvolumen zur mech. Steifigkeit (transformiert)
	Q_{ms}	$\frac{s}{\omega_0^* r^*}$	-	mechanische Güte
	Q_{es}	$\frac{Rs}{\omega_0^* (Bl)^2}$	-	elektrische Güte, auch gelegentlich Q_{el} bezeichnet
	Q_{ts}	$\frac{1}{\frac{1}{Q_{ms}} + \frac{1}{Q_{es}}}$	-	Gesamtgüte

Nicht Bestandteil der Thiele-Small-Parameter sind weitere Lautsprecherparameter, wie Wirkungsgrad, Belastbarkeit und alle auftretenden nichtlinearen Effekte.

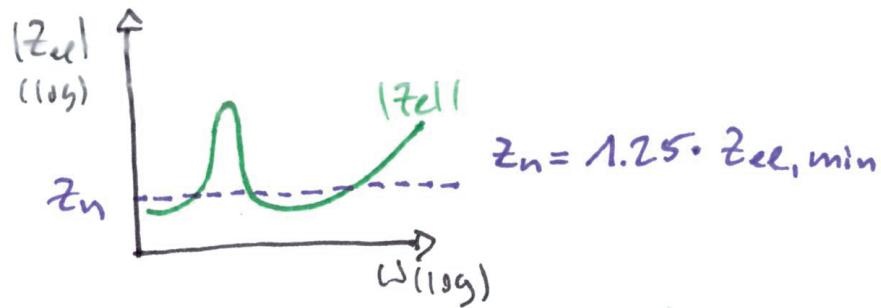
5.1.3 Leistungs- und Lastparameter

Nennimpedanz

Die Nennimpedanz bezeichnet die mittlere Lastimpedanz, die der Lautsprecher für einen Verstärker über den gesamten Frequenzbereich beim Betrieb mit üblichem Signal darstellt. Da sowohl der Frequenzbereich als auch das 'übliche' Signal von Modell und Einsatzzweck unterschiedlich sein können, hat man bei der Definition der Nennimpedanz in der DIN EN/IEC 60268 einen pragmatischen Ansatz gewählt:

$$Z_N = 1.25 \cdot Z_{el,min} \quad (5.14)$$

Das bedeutet, dass das Minimum der elektrischen Impedanz nicht kleiner als $0.8 \cdot Z_N$ sein darf. Durch diese Näherung ist das Impedanzverhalten (zumindest für dynamische Lautsprecher) brauchbar in einem Wert zusammengefasst.



Nennbelastbarkeit, RMS-Leistung

Die Nennbelastbarkeit gibt an, wie groß die effektive elektrische Leistung ist, die der Lautsprecher aushalten kann.

$$P_N = \hat{u} \cdot \tilde{i} = \frac{\hat{u}^2}{Z_N} \quad (5.15)$$

Dies entspricht der elektrischen Heizleistung des Signals und ist die einzige wirklich seriöse Leistungsangabe für Verbraucher. Dies ist natürlich noch keine Angabe über die Schallleistung, die der Lautsprecher letztendlich abzustrahlen vermag, hier spielt die Kennempfindlichkeit (Sensitivity) noch eine wichtige Rolle.

Gemessen wird die Nennbelastbarkeit mit (ggf. bandbegrenztem) Rosa-Rauschen. Die exakten Messverfahren sind in der DIN EN 60268 Abschnitt 5 festgelegt.

Musikbelastbarkeit, PMPO-Belastbarkeit

Beide Leistungsangaben sind häufig auf Aktivlautsprechern und kompakten Wiedergabesystemen zu finden.

Musikleistung wird dabei als diejenige Leistung verstanden, die ein Audiosystem ohne (elektrisches) Clipping kurzzeitig abgeben kann, ein Klirrfaktor und die Dauer, für die diese Leistung erreicht wird, werden jedoch in der Regel nicht angegeben.

Näherungsweise kann man die Musikleistung aus der maximalen Ausgangsspannung der angeschlossenen Endstufe berechnen.

$$P_{Musik} = \frac{\left(\frac{\hat{u}}{\sqrt{2}}\right)^2}{Z_N} = \frac{\hat{u}^2}{2Z_N} \quad (5.16)$$

Beispiel: Für einen Endstufe, die im belasteten Zustand einen angeschlossenen 8-Ohm-Lautsprecher mit einem Sinussignal von $\hat{u} = 12V_{peak}$ betreiben kann, ergibt sich die Musikleistung zu $P_{Musik} = 12V^2/2 \cdot 16\Omega = 9W$.

Thermische Effekte, wie die Aufheizung der Schwingspule, bleiben hierbei unberücksichtigt.

Während die Angabe einer Musikleistung vielleicht noch zu entschuldigen ist, weil ja auch reale Musik einen Crest-Faktor > 1 besitzt, ist die Angabe **PMPO** ein reiner Fantasiewert, berechnet aus der Peak-Spannung der Endstufe und der niedrigsten vorstellbaren Impedanz.

Beispiel Die gleiche Endstufe aus dem oben angegebenen Beispiel liefert unbelastet $\hat{u}_{Leerluaf} = 15V_{peak}$. Betrachtet wird nur die Leistung, die am Scheitelpunkt der Sinusspannung abgegeben werden kann. Zudem könnte man theoretisch auch einen Lautsprecher der Impedanz 2Ω anschließen, auch wenn der tatsächlich verbaute Lautsprecher eine Impedanz von 8Ω besitzt. Man erhält: $P_{PMPO} = 15V_{peak}^2/2\Omega = 112,5W$.

(Kenn-)Empfindlichkeit, Sensivity

Die **Kennempfindlichkeit** E_K gibt an, wie welcher Effektive Schalldruck bezogen auf eine elektrische Leistung von 1 Watt bezogen auf eine Entfernung von 1 Meter auf Achse ($\vartheta = 0^\circ$) erreicht wird. Dieser Wert ist frequenzabhängig und wird häufig für eine oder mehrere Frequenzen angegeben.

$$E_K = \frac{\tilde{p}(\vartheta = 0)}{\tilde{u}/\sqrt{Z_N}} \cdot \frac{r}{r_0}; \quad r_0 = 1m \quad (5.17)$$

Hieraus kann das geläufigere **Pegelmaß** L_K (Sensitivity) in dB abgeleitet werden.

$$L_K = 20 \log \frac{E_K}{E_{K,0}} dB; \quad E_{K,0} = \frac{2 \cdot 10^{-5} Pa}{1 \sqrt{VA}} \quad (5.18)$$

Übliche Werte sind $L_K = 80 \dots 110 dB$.

Der **Referenz-Wirkungsgrad** η_0 gibt an, wie groß die abgestrahlte Schallleistung P_{ak} bezogen auf die aufgenommene elektrische Leistung ist.

$$\eta_0 = \frac{P_{ak}}{\tilde{u}^2/Z_N} \quad (5.19)$$

Analog zum Pegelmaß kann auch noch das Bündelungsmaß DI (Directivity Index) bestimmt werden. Es gibt an, wie stark der Schalldruck auf Achse im Vergleich zum räumlichen Mittel gebündelt ist.

$$DI = 10 \log \frac{\tilde{p}^2(\vartheta = 0)}{\bar{\tilde{p}}^2} \quad (5.20)$$

Tatsächlich ist dieser Wert ausserordentlich frequenzabhängig, so dass in der Praxis häufiger Directivity-Plots verwendet werden.

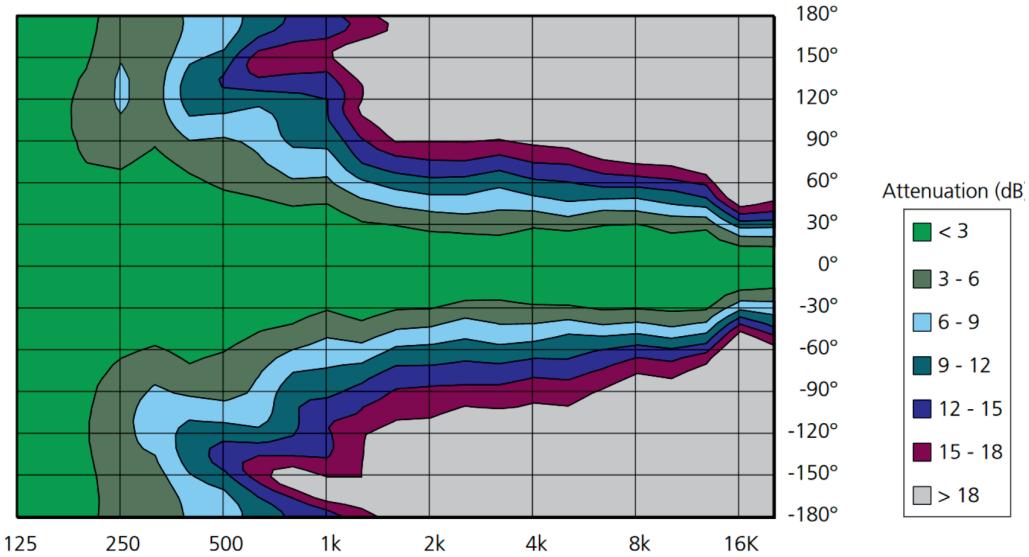


Abbildung 5.3: Directivity Plot einer PA-Lautsprecherbox (Kling&Freitag CA1001)

5.1.4 Nichtlinearitäten und Verzerrungen

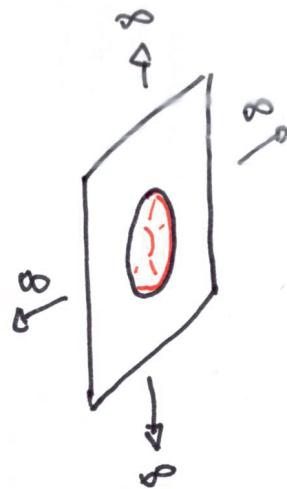
Nichtlineares Verhalten äusserst sich durch das Auftreten zusätzlicher Obertöne, den harmonischen Verzerrungen (Total Harmonic Distortion, THD), auch als Klirrfaktor bezeichnet. Dieser Wert bezeichnet alle harmonischen Obertöne bezogen auf den anregenden Ton (mit Leistungsangabe des anregenden Signals), z.B. 8% THD @100W. Wenn auch noch die nicht-harmonischen (Stör-) Signalanteile mit einbezogen werden (Noise), spricht man von THD+N.

$$THD + N = \frac{\sqrt{\sum_n \tilde{p}_n + \tilde{n}^2}}{\tilde{p}_t} \quad (5.21)$$

In der Realität korreliert dieser Wert schlecht mit dem Höreindruck. Ein Lautsprechersystem mit 10% THD+N kann durchaus noch gut und aufgrund der psychoakustischen Gefälligkeit von Obertönen 'fetter' als ein lineares System klingen. Wesentlich störender sind Intermodulations- und Distortionsprodukte. Diese können nur bei Anregung mit Multiton-Signalen auftreten und sind aktuell Gegenstand der Forschung.

Die genaue Betrachtung des Noise, also der auftretenden nichtharmonischen Signale spielt in Qualitätsicherung und Service von Lautsprechersystemen eine wichtige Rolle, da die Ursache häufig mechanische Schleif- und Berührungsgeräusche sind (Rub'n'Buzz).

5.2 Lautsprecher in Schallwand



Die einfachste Form eines eingebauten Lautsprechers ist in einer unendlich ausgedehnten Schallwand. Die akustische Kopplung von Vorder- und Rückseite des Wandlers ist in diesem Fall ausgeschlossen, und der Einfluss von Rückvolumina kann vernachlässigt werden.

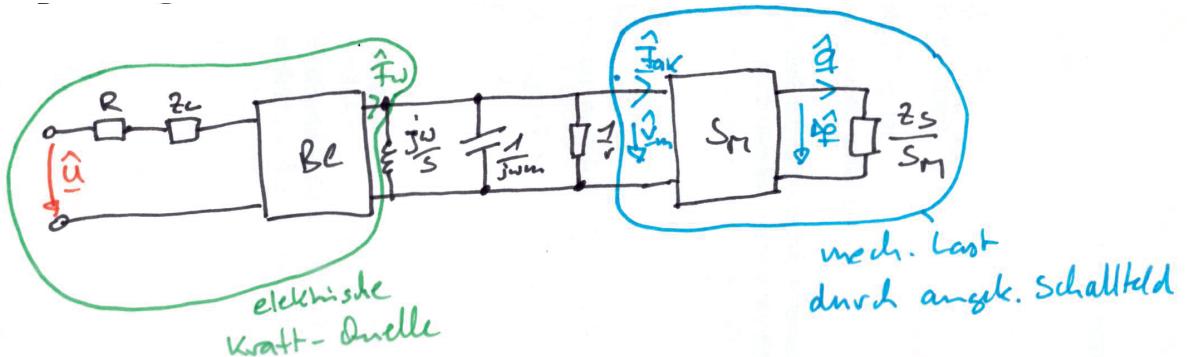
Anhand des Lautsprechers in der Schallwand soll zunächst der Zusammenhang zwischen Schallfluss \hat{q} am Ausgang und der Eingangsspannung \hat{u} , $\frac{\hat{q}}{\hat{u}}$ bestimmt werden. Davon ausgehend kann dann der Frequenzgang des abgestrahlten Schalldrucks ermittelt werden ($\frac{P_{ak}}{u^2}$) und die Kennempfindlichkeit.

a) Bestimmung von $\frac{\hat{q}}{\hat{u}}$

Gesucht ist $\frac{\hat{q}}{\hat{u}}$.

Bei kolbenförmiger Bewegung der Membran gilt $\hat{q} = \hat{v}_M \cdot S_M$.

Zunächst wird nun das Verhältnis $\frac{\hat{v}_M}{\hat{u}}$ bestimmt, mit der (transformierten) akustischen Last des Schallfeldes.



Auf der akustischen Seite erhalten wir:

$$\frac{\hat{v}_M}{\hat{F}_{ak}} = \frac{\frac{1}{S_M} \cdot \hat{q}}{S_M \cdot \Delta \hat{p}} = \frac{1}{S_M^2} \cdot \frac{\hat{q}}{\Delta \hat{p}} = \frac{1}{S_M^2} \cdot \frac{S_M}{Z_S} \quad (5.22)$$

Für die Impedanz des akustischen Wandler in der Schallwand erhalten wir:

$$\frac{\hat{v}_m}{\hat{F}_{ak}} = \frac{1}{S_M \rho c} \frac{1}{(\frac{1}{2}(ka)^2 + j\frac{8}{3\pi}ka)} \stackrel{!}{=} \frac{1}{r_{ak} + j\omega m_{ak}} \quad (5.23)$$

mit:

$$r_{ak} = \frac{1}{2} \rho c S_M (ka)^2 \quad \text{und (mit } k = \frac{\omega}{c}; S_M = \pi a^2\text{): } m_{ak} = \rho \frac{8}{3} a^3 \quad (5.24)$$

Wir können also auch hier wieder ein resistives und kapazitives Ersatzelement bestimmen.

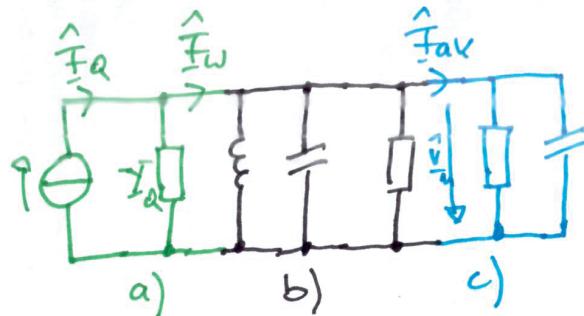
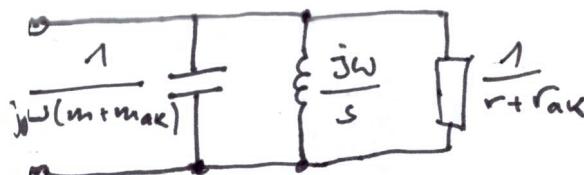


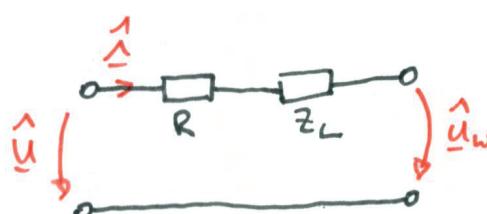
Abbildung 5.4: Transformierter elektrischer Teil (a), mechanische Komponenten (b) und transformierte akustische Komponenten (c)

Die transformierten akustischen Elemente c) können mit den mechanischen Elementen b) zusammengefasst werden.



Die elektrische (Quellen-) Seite a) kann ebenfalls in die mechanische Domäne transformiert werden. Hierzu bestimmen wir eine transformierte Kraftquelle \hat{F}_Q und eine Ersatz-Quellenadmittanz Y_Q aus den elektrischen Komponenten, transformiert am elektrodynamischen Wandlerkern.

$$\hat{F}_Q = \hat{F}_W|_{\hat{v}_m=0} = Bl \cdot \hat{i}|_{\hat{u}_w=0} \quad (5.25)$$

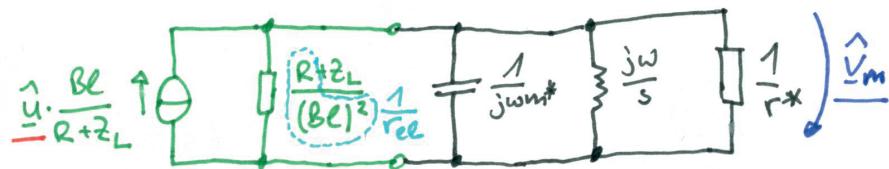


mit $\hat{i} = \frac{\hat{u}}{R + Z_L}$ bei $\hat{u}_w = 0$ erhält man:

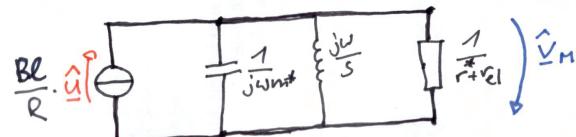
$$\hat{F}_Q = \frac{Bl}{R + Z_L} \cdot \hat{u} \quad (5.26)$$

Für Y_Q ergibt sich analog:

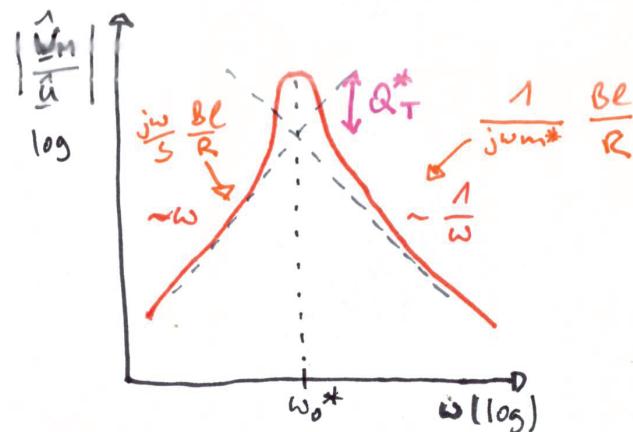
$$Y_Q = \frac{\hat{v}_{\hat{F}_w=0}}{\hat{F}_w|_{\hat{v}=0}} = \frac{\frac{1}{Bl} \cdot \hat{u}}{\frac{Bl}{R + Z_L} \cdot \hat{u}} = \frac{R + Z_L}{(Bl)^2} \quad (5.27)$$



Die elektrische Impedanz Z_L der Schwingspule hat im unteren und mittleren Frequenzbereich nur einen sehr geringen Einfluss gegenüber den restlichen mechanischen Komponenten. Durch Vernachlässigung von Z_L und Zusammenfassen von $Y_Q = \frac{1}{r_{el}}$ und $\frac{1}{r^*}$ liefert:



Der Zusammenhang $\frac{\hat{v}_m}{\hat{u}}$ kann also durch die Eingangs- und Ausgangsgrößen eines Parallelschwingkreises modelliert werden.



Für die Eigenfrequenz dieses kombinierten elektrisch-mechanisch-akustischen Schwingkreises gilt:

$$\omega_0^* = \sqrt{\frac{s}{m^*}} \quad (5.28)$$

Mit $m^* = m + \frac{8}{3}\rho_a a^3$ und $r^* = r + \frac{(Bl)^2}{R}$.

Die Güte des Gesamtsystems setzt sich aus der mechanischen und elektrischen Güte zusammen. Es gilt:

$$Q_T^* = \frac{1}{r^* + r_{el}} \cdot \frac{s}{\omega_0^*} \quad \text{bzw.} \quad \frac{1}{Q_T^*} = \underbrace{\frac{1}{Q_{mech}^*}}_{Q_{mech}^* \approx 4} + \underbrace{\frac{1}{Q_{el}}}_{Q_{el} < 1} \quad (5.29)$$

mit $r^* = \frac{s}{\omega_0^* Q_{mech}^*}$ und $r_{el} = \frac{(BL)^2}{R}$

Hierbei sind zwei Punkte bemerkenswert:

- Q_{el} ist um den Faktor 5-10 kleiner als Q_{mech}^* . Das bedeutet, dass die Güte Q_T^* des Gesamtsystems vom elektrischen Systems dominiert wird.
- In der Gesamtgüte findet sich in r_{el} der Gleichstromwiderstand R der Spule und ihrer Zuleitungen wieder. Neben dem DC-Widerstand der Spule haben also die Widerstände der Anschlussleitungen und der Innenwiderstand des treibenden Verstärker einen Einfluss auf das Schwingverhalten des Lautsprechers.

b) Bestimmung des Frequenzgangs $\frac{P_{ak}}{u^2}$

Die Bestimmung des Frequenzganges $\frac{P_{ak}}{u^2}$ ist interessant, weil dadurch der im realen Betrieb zu erwartende hörbare Frequenzgang bestimmt werden kann. Theoretisch wäre zwar der 'Leistungsfrequenzgang' $\frac{P_{el}}{P_{el}}$ erwünscht, aber da elektrische Verstärker häufig als Spannungsquelle aufgefasst werden, und zudem $P_{el} \sim u^2$ gilt, ist die Bestimmung von $\frac{P_{ak}}{u^2}$ praxisnäher.

Die Schallleistung ist in der Akustik für sich eben ausbreitende Wellen definiert als Produkt von Schallintensität I und Strahlerfläche A .

$$P_{ak} = I \cdot A \quad \text{mit: } I = v^2 \cdot Z \quad (5.30)$$

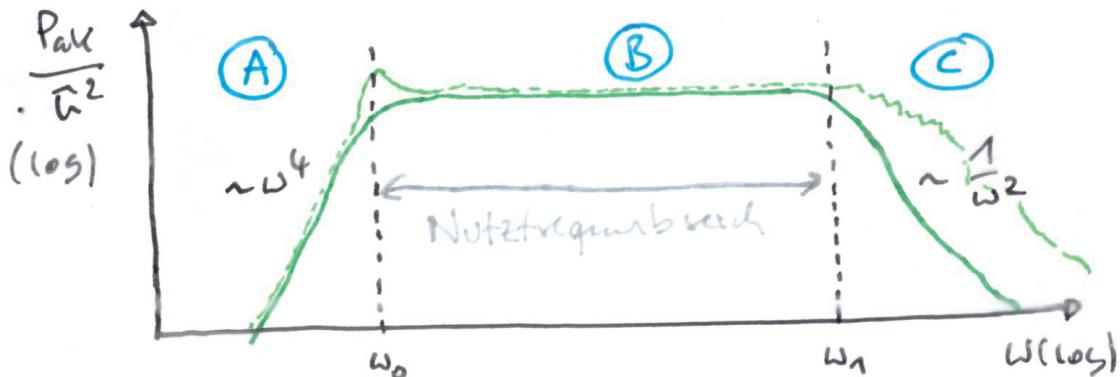
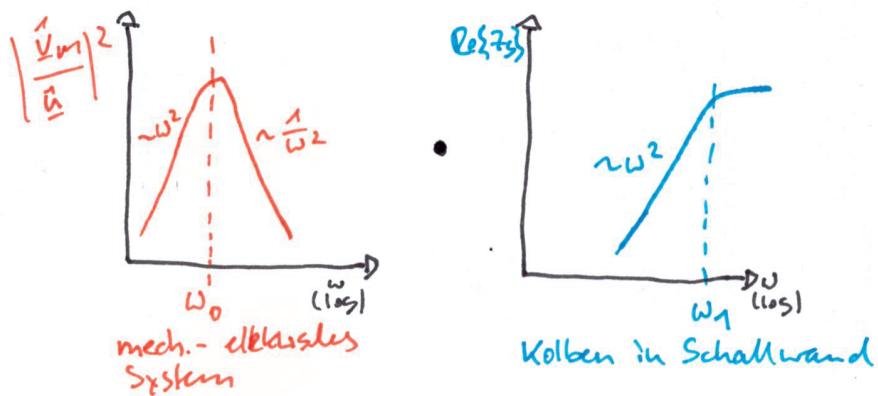
hier:

$$P_{ak} = I \cdot S_M = \tilde{V}_M^2 \cdot S_M \cdot \operatorname{Re}\{Z_S\} \quad (5.31)$$

Das Verhältnis aus (abgestrahlter) Leistung und Speisespannung lässt sich somit durch erweitern mit $\frac{1}{u^2}$ angeben:

$$\frac{P_{ak}}{\tilde{u}^2} = \frac{\tilde{V}_M^2}{\tilde{u}^2} \cdot S_M \cdot \operatorname{Re}\{Z_S\} \quad (5.32)$$

Der Frequenzgang kann grafisch aus 5.32 bestimmt werden.



Ⓐ Hochpasscharakteristik mit $\sim \omega^4$

- Schwingeinheit ist federgehemmt
- $\frac{\tilde{v}^2}{\tilde{u}^2} \sim \omega^2; \quad \text{Re}\{Z_S\} \sim \omega^2 \rightarrow \frac{P_{ak}}{\tilde{u}^2} \sim \omega^4$

Ⓑ Nutzfrequenzbereich

- Schwingeinheit ist massegehemmt
- $\frac{\tilde{v}^2}{\tilde{u}^2} \sim \frac{1}{\omega^2}; \quad \text{Re}\{Z_S\} \sim \omega^2 \rightarrow \frac{P_{ak}}{\tilde{u}^2} \approx \text{constant}$
- Im Nutzfrequenzbereich ist der Quotient aus P_{ak} und \tilde{u}^2 konstant

Ⓒ Tiefpasscharakteristik mit $\sim \frac{1}{\omega^2}$

- Schwingeinheit ist Massegehemmt
- $\frac{\tilde{v}^2}{\tilde{u}^2} \sim \frac{1}{\omega^2}; \quad \text{Re}\{Z_S\} \approx \text{constant} \rightarrow \frac{P_{ak}}{\tilde{u}^2} \sim \frac{1}{\omega^2}$
- Dies gilt für die abgestrahlte Leistung des Wandlers. Der Schalldruck auf Achse bleibt länger frequenzunabhängig aufgrund der stärkeren Bündelung für Frequenzen oberhalb von ω_1

Im Nutzfrequenzbereich \textcircled{B} gilt:

$$\frac{P_{ak}}{\tilde{u}^2} = \frac{\tilde{V}_M^2}{\tilde{u}^2} \cdot S_M \cdot \operatorname{Re}\{Z_S\} = \left(\frac{1}{\omega m^*} \frac{Bl}{R} \right)^2 \cdot \pi a^2 \cdot \rho_- c \frac{1}{2} (ka)^2 \quad (5.33)$$

$$\frac{P_{ak}}{\tilde{u}^2} = \frac{(Bl)^2}{\omega^2 m^{*2} R^2} \cdot \pi a^2 \cdot \rho_- c \frac{1}{2} \frac{\omega^2}{c^2} a^2 \quad (5.34)$$

somit:

$$\boxed{\frac{P_{ak}}{\tilde{u}^2} = \frac{(Bl)^2}{(m^* R)^2} \cdot \frac{\pi}{2c} \rho_- a^4} \quad (5.35)$$

Um einen Möglichst effizienten Lautsprecher zu erhalten, gibt Gleichung 5.35 einige Hinweise auf mögliche Stellschrauben:

- Membranfläche vergrößern $a \uparrow$
- Masse verringern $m \downarrow$. Dies erfordert aber leichteres Membranmaterial.
- Stärkerer magnet (Neodym) $B \uparrow$
- Reibungsverluste verringern ($R \downarrow$) oder Schwingspulenlänge $l \uparrow$ ist praktisch schwierig

c) Berechnung der Kennempfindlichkeit für den Wandler in der Schallwand

$$E_K = \frac{\tilde{p}(\vartheta = 0)}{\tilde{u}/\sqrt{Z_N}} \cdot \frac{r}{r_0}; \quad r_0 = 1 \text{ m} \quad (5.36)$$

Im Freifeld bei ungerichteter Abstrahlung gilt:

$$\frac{P_{ak}}{\tilde{u}} \longrightarrow \frac{\tilde{p}}{\tilde{u}} \quad (5.37)$$

Durch ein Strahlermodell erhält man den Zusammenhang:

$$\left| \frac{\hat{v}}{\hat{u}} \right| \longrightarrow \left| \frac{\hat{p}}{\hat{u}} \right| \quad (5.38)$$

Bei Verwendung eines Monopols vor einer reflektierenden Fläche erhält man:

$$\left| \frac{\hat{p}(r)}{\hat{u}} \right| = \frac{j\omega\rho_-}{2\pi r} \left| \frac{\hat{v}}{\hat{u}} \right| \cdot S_M e^{jkr} \quad (5.39)$$

Für den interessanten Nutzfrequenzbereich \textcircled{B} gilt $\left| \frac{\hat{v}}{\hat{u}} \right| = \frac{1}{\omega m^*} \frac{Bl}{R}$, somit:

$$\left| \frac{\hat{p}(r)}{\hat{u}} \right| = \frac{\omega\rho_-}{2\pi r} \frac{1}{\omega m^*} \frac{Bl}{R} \pi a^2 \quad (5.40)$$

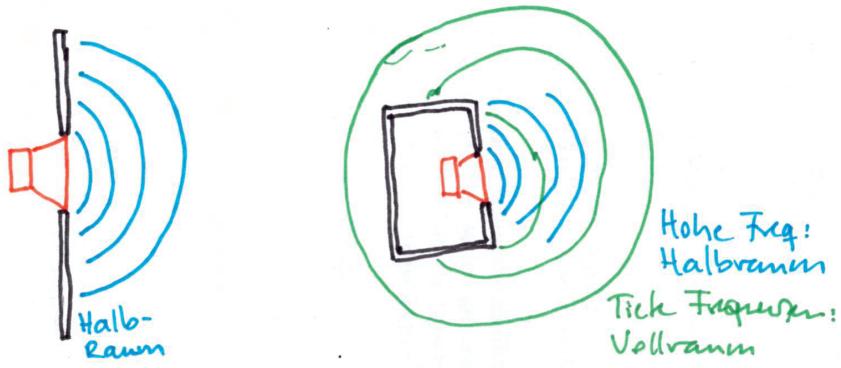
Und für die Kennempfindlichkeit E_K gilt somit:

$$\boxed{E_K = \frac{\rho_-}{2r} \frac{Bl}{Rm^*} a^2 \cdot \sqrt{Z_N} \cdot \frac{r}{r_0}; \quad r_0 = 1 \text{ m}} \quad (5.41)$$

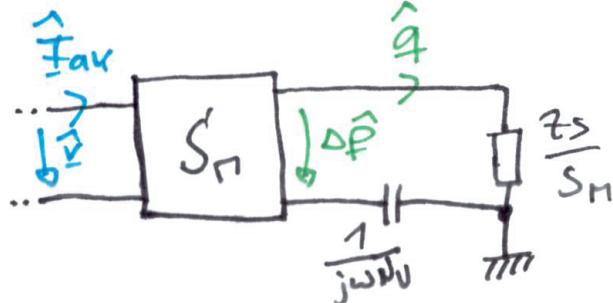
5.3 Lautsprecher in geschlossener Box (Kompaktbox)

Ein elektrodynamischer Lautsprecher verhält sich in einer Kompaktbox ähnlich wie ein Lautsprecher in einer Schallwand. Die wichtigsten Unterschiede sind:

- Das Abstrahlverhalten ist frequenzabhängig
- Einfluss des geschlossenen Boxenvolumen als akustische Feder



Das geschlossene Boxenvolumen wirkt als zusätzliche Luftfeder mit der Nachgiebigkeit $N_V = \frac{V}{\rho c^2}$ hinter der Membran.

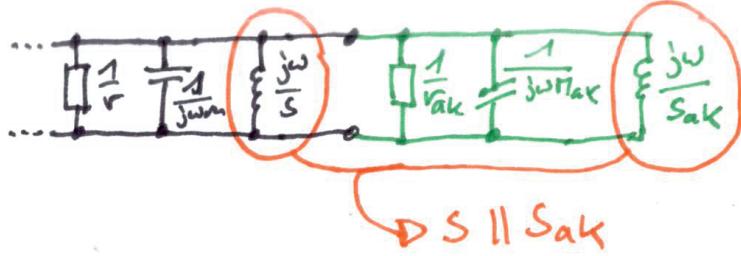


Durch Transformation der akustischen Last an S_M zu einer mechanische Last erhält man:

$$\frac{\hat{v}}{F_{ak}} = \frac{1}{S_M} \frac{\hat{q}}{\Delta \hat{p}} = \frac{1}{S_M} \frac{1}{Z_S + \frac{1}{j\omega N_V}} \quad (5.42)$$

$$\frac{\hat{v}}{F_{ak}} = \frac{1}{Z_S S_M + \frac{S_M^2}{j\omega N_V}} \quad (5.43)$$

Die transformierte akustische Last hat somit drei Komponenten: die realen Anteil und imaginären Anteile der Schallfeldimpedanz r_{ak} und $j\omega m_{ak}$ und zusätzlich die die transformierte Luftfeder des Boxenvolumens als dritte imaginäre Komponente s_{ak} mit $s_{ak} = \frac{S_M^2}{N_V}$.



Die Parallelschaltung der beiden Nachgiebigkeiten s und s_{ak} bewirken, dass die Gesamtsteifigkeit größer wird. Durch die Hinzunahme des geschlossenen Boxenvolumens wird die (mechanische) Federsteife scheinbar erhöht. Dies bedeutet, dass:

- a) sich die Resonanzfrequenz des Systems durch den Einbau in ein geschlossenes Gehäuse erhöht.

$$\omega_0^* = \sqrt{\frac{s}{m_*}} \rightarrow \omega_{0,Box}^* = \sqrt{\frac{s + s_{ak}}{m_*}} \quad (5.44)$$

oder auch

$$\frac{\omega_{0,Box}^*}{\omega_0^*} = \sqrt{\frac{s + s_{ak}}{s}} = \sqrt{1 + \frac{s_{ak}}{s}} \quad \text{mit: } \frac{s_{ak}}{s} \approx 2 \dots 10 \quad (5.45)$$

- b) die Gesamtgüte des Systems erhöht wird.

$$Q_T^* \sim \frac{s}{w_0^*} \rightarrow Q_{T,Box}^* \sim \frac{s + s_{ak}}{w_{0,Box}^*} \quad (5.46)$$

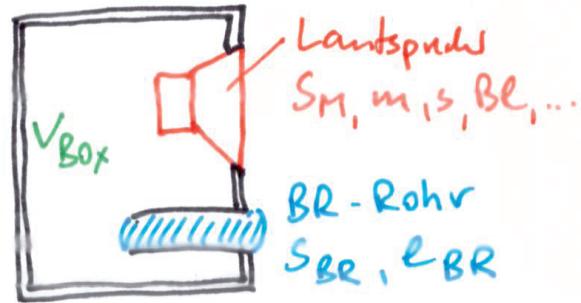
oder auch

$$\frac{Q_{T,Box}^*}{Q_T^*} = \sqrt{1 + \frac{s_{ak}}{s}} \quad (5.47)$$

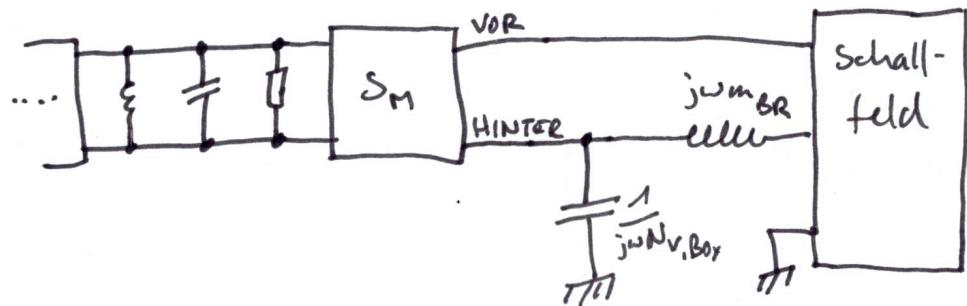
Das Boxenvolumen der geschlossenen Box, Resonanzfrequenz und Gesamtgüte der geschlossenen Box hängen also direkt voneinander ab. Durch den Einbau in eine geschlossene Box wird die Resonanzfrequenz erhöht. Um auch noch für tiefe Frequenzen hohe Pegel abstrahlen zu können, muss das Boxenvolumen dafür so groß wie möglich gewählt werden. Durch zusätzlich eingebrachte Dämmmaterialien kann zudem die isotherme Kompression ausgenutzt werden (vgl. Abschnitt 3.2.1).

5.4 Lautsprecher in Bassreflexbox

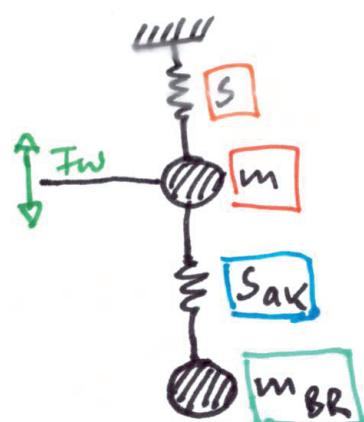
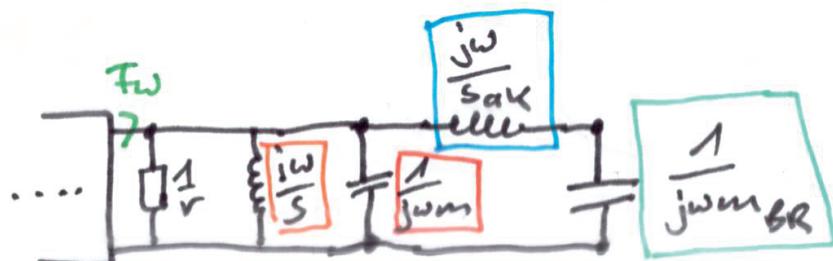
Eine Lautsprecherbox in Bassreflex-Anordnung dient dazu, eine bessere Tiefbasswiedergabe gegenüber der geschlossenen Box zu erreichen. Dazu wird zusätzlich zum Boxenvolumen eine (Luft-Masse) als weiteres Element eingebracht. Diese bildet zusammen mit dem Boxenvolumen ein Feder-Masse-System (einen Helmholtz-Resonator), der durch den Lautsprecher angeregt wird.



Das System wird somit ein schwingfähiges System 2. Ordnung. Lautsprecher und Bassreflexrohr strahlen beide in das Schallfeld ab und sind auch darüber gekoppelt.



Betrachtung als schwingfähiges System 4. Ordnung:



Es können drei Resonanzzustände ausgemacht werden:

Dipolresonanz ω_{Dipol}

Bei ω_{Dipol} bewegen sich Lautsprecher und Luftmasse im Bassreflexrohr in Phase. Es wird nur Luft und Lautsprechermassen hin-und herbewegt und aufgrund der niedrigen Frequenz auch nur sehr wenig Energie ins Schallfeld abgestrahlt. In diesem Bereich ist die akustische Last klein und der Hub sehr groß. Ein Betrieb an oder unterhalb der Dipolfrequenz kann einen Lautsprecher mechanisch zerstören (hohe Belastung von Spinne und Sicke, Anschlagen der Schwingspule auf Polplatte möglich).

Der Resonator wird aus Luft- und Lautsprechermasse und der Steifigkeit der Aufhängung des Lautsprechers gebildet. Es gilt:

$$\omega_{Dipol} = \sqrt{\frac{s}{m + m_{BR}}} \quad (5.48)$$

Die Bedämpfung des schwingfähigen Systems muss in diesem Bereich durch die elektrische Dämpfung des angeschlossenen Verstärkers erfolgen.

Wegen $r_{el} = \frac{(Bl)^2}{R}$ bedeutet das: Großes $Bl!$

Bassreflex-Resonanz ω_{BR}

Dies ist die Abstimmfrequenz des aus V_{Box} und m_{BR} gebildeten Helmholtz-Resonators. Dieser BR-Resonator wird durch die Bewegung der Membran angeregt. Kleine Auslenkungen der Membran bewirken eine große Bewegung der Luftmasse im Bassreflexrohr. Das Bassreflexrohr strahlt den größten Teil der Schalleistung ab.

Der Resonator wird aus Luftfeder des Boxenvolumens und der Luftmasse im Reflexrohr gebildet. Es gilt:

$$\omega_{BR} = \sqrt{\frac{s_{ak}}{m_{BR}}} \quad (5.49)$$

Im Bereich der Bassreflex-Resonanz treten hohe Schalldrücke im inneren der Box auf, sie muss entsprechend stabil gebaut werden.

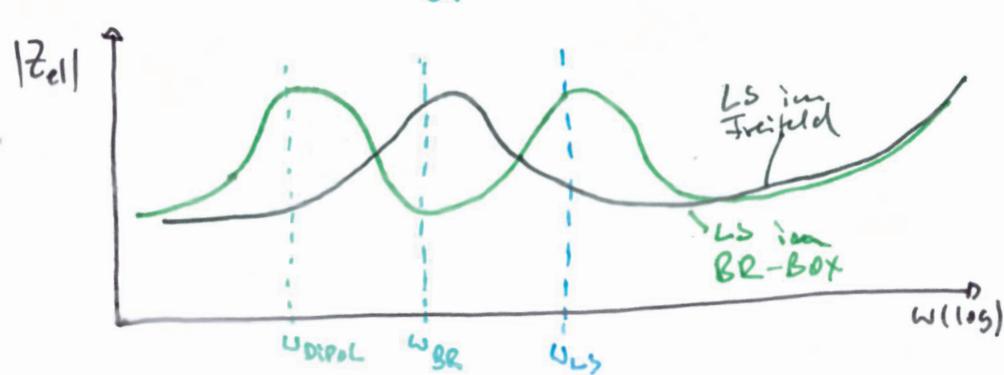
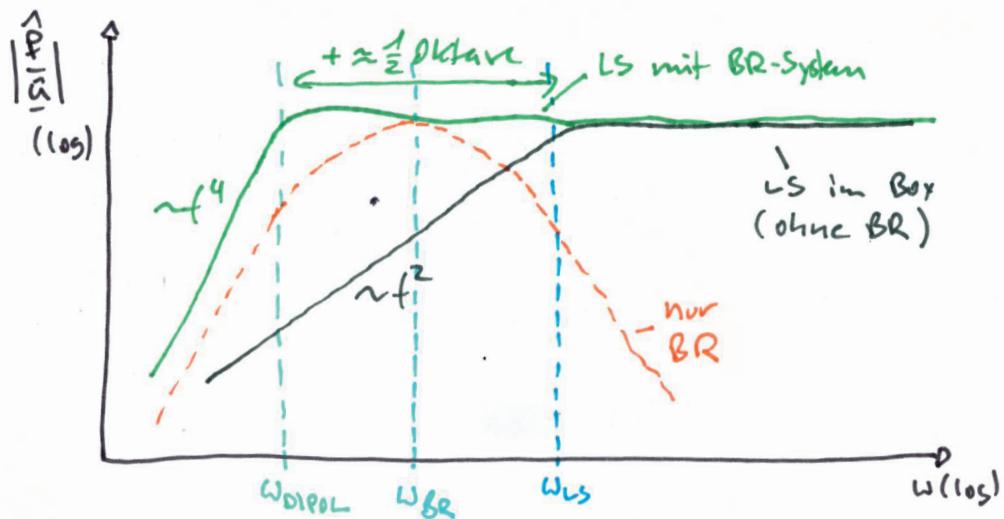
Lautsprecher-Resonanz ω_{LS}

Die mechanische Resonanzfrequenz des Lautsprecherchassis wird durch den Einbau in das Boxenvolumen gegenüber der Freifeld-Resonanzfrequenz erhöht. Bei ω_{LS} ist der Lautsprecher in Resonanz, die Luft im BR-Rohr bewegt sich (fast) nicht.

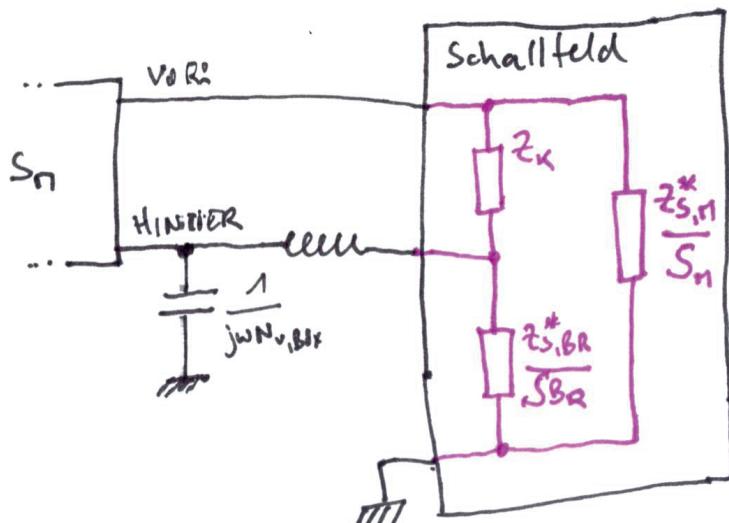
Der Resonator wird aus Luftfeder des Boxenvolumens, Steifigkeit der mechanischen Aufhängung und Masse des Lautsprechers gebildet. Es gilt:

$$\omega_{LS} = \sqrt{\frac{s + s_{ak}}{m}} \quad (5.50)$$

Diese drei Resonanzfrquenzen finden sich auch im Frequenzgang von Schalldruck und Impedanz wieder:



Ankopplung des Schallfeldes

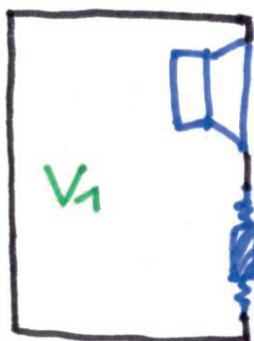


Die Ankopplung des Schallfeldes soll hier nur qualitativ illustriert werden: Bei der Modellierung müssen drei Pfade und somit Impedanzen berücksichtigt werden: Neben der Abstrahlung des Schalls von Bassreflexrohr und Lautsprechermembran in das freie Schallfeld koppeln Lautsprecher und Bassreflexrohr auch untereinander. Am deutlichsten wird dies unterhalb der

Dipolresonanzfrequenz ω_{Dipol} : Hier bewegen sich Lautsprecher und BR-Luftsäule gegenphasig, es ist ein perfekter akutischer Kurzschluss über die im Bild dargestellte Koppelimpedanz Z_K .

5.5 Weitere Bauformen

5.5.1 Lautsprecher mit Passivradiatoren



Bei Lautsprechern mit Passivradiatoren werden mechanische Feder-Masse-Schwinger anstelle des akustischen Helmholtz-Resonators eingesetzt. Die Funktionsweise ist somit mit der der Bassreflexbox identisch, allerdings ergeben sich durch den Einsatz eines mechanischen Resonators einige Vor- und Nachteile:

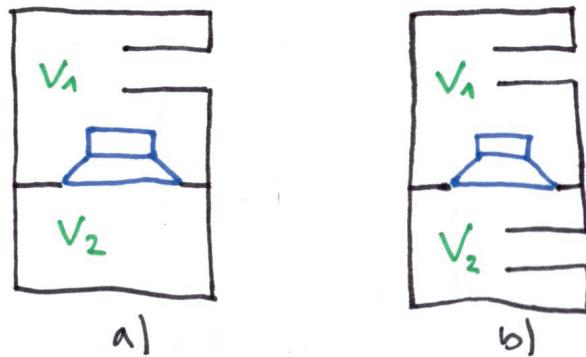
- Durch die Realisierung des Resonators als mechanischer Feder-Masse-Schwinger können bei kleineren Abmessungen niedrige Resonanzfrequenzen erreicht werden. Ein akustisches Bassreflexsystem hätte bei gleicher Abstimmung wesentlich größere Dimensionen. Lautsprecher 'mit Bass' in Boom-Box-Größe sind so erst möglich geworden.
- Die mechanischen Schwinger haben oft eine relativ große Güte, und die Herstellung von Sicken mit hoher Dämpfung ist erforderlich, damit ein ausreichend kleines Q erreicht werden kann und das System nicht zu schmalbandig ist. Häufig eingesetztes Material ist Gummi.
- Elektrodynamische Lautsprecher werden wesentlich durch den elektrischen Antrieb gedämpft (siehe 5.3). Diese Dämpfung fehlt bei Passivradiatoren. Um zu große Auslenkungen zu verhindern, sollte die Fläche des Passivradiators immer größer als die Membranfläche des antreibenden Lautsprechers gewählt werden.
- Wie beim Bassreflex-System sind unterhalb der Dipolfrequenz unzulässig hohe Auslenkungen bei bereits geringer Anregung zu erwarten.

- Der elektrodynamische Wandler ist komplett im Gehäuse gekapselt, es findet kein Luftaustausch statt und Verlustwärme wird nicht aus dem geschlossenen Volumen abgeführt. Das System kann leichter überhitzen. Gleichzeitig können so jedoch auch einfach wasserdichte Lautsprecher realisiert werden.



Abbildung 5.5: Unterschiedliche Passivradiatoren für den Einsatz in portablen Lautsprechern

5.5.2 Bandpass-Lautsprecherboxen



Bandpass-Lautsprecherboxen stellen die Extremform eines Bassreflexlautsprechers dar. Die Lautsprechermembran strahlt keinen Schall mehr ins Schallfeld ab, sondern regt einen akustischen Resonator (Abbildung a), Bandpass 4. Ordnung) oder zwei akustische Resonatoren (Abbildung b), Bandpass 6. Ordnung) an.

Vorteile:

- Der Lautsprecher arbeitet vorrangig als Anregung für Resonatoren, es können hohe akustische Pegel bei geringer Leistung abgestrahlt werden.

- Auch mit günstigen Lautsprechern (hohes F_S , schlechter Wirkungsgrad) kann ordentlich Tiefbass erzeugt werden.
- Durch die Auslegung als Bandpass wird nicht zwingend eine Frequenzweiche benötigt.
- Kompakte Bauformen möglich.

Nachteile:

- Durch die Nutzung von Resonatoren ergibt sich im Phasengang eine Verschiebung von mehr als 180° . Dies resultiert im Bassbereich in einer Gruppenlaufzeit von $>20\text{ms}$ und dementsprechend dürftiger Impulstreue
- Ein Resonator hat genau eine Frequenz (die Resonanzfrequenz), bei der der Pegel maximal wird. Musiker sprechen insbesondere bei Bandpässen 4. Ordnung von einem 'One-Note-Bass', da genau eine Note bevorzugt wiedergegeben wird sofern das System nicht aktiv entzerrt wird (Equalizing).
- Insbesondere bei Bandpässen 4. Ordnung ist die Belüftung des Lautsprecherchassis schlecht. Dissipierte Wärme kann unzureichend abgeführt werden, dies stellt hohe Anforderungen an die thermische Belastbarkeit des Systems.

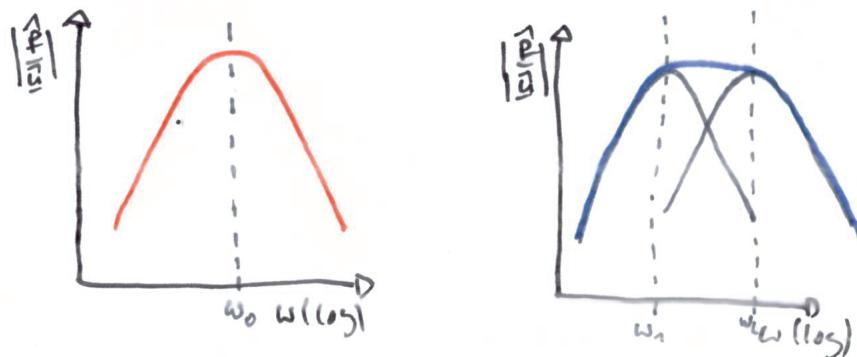


Abbildung 5.6: Amplitudenfrequenzgang eines Bandpasses 4. Ordnung (links) und 6. Ordnung (rechts)

Kapitel 6

Elektrostatische Wandler

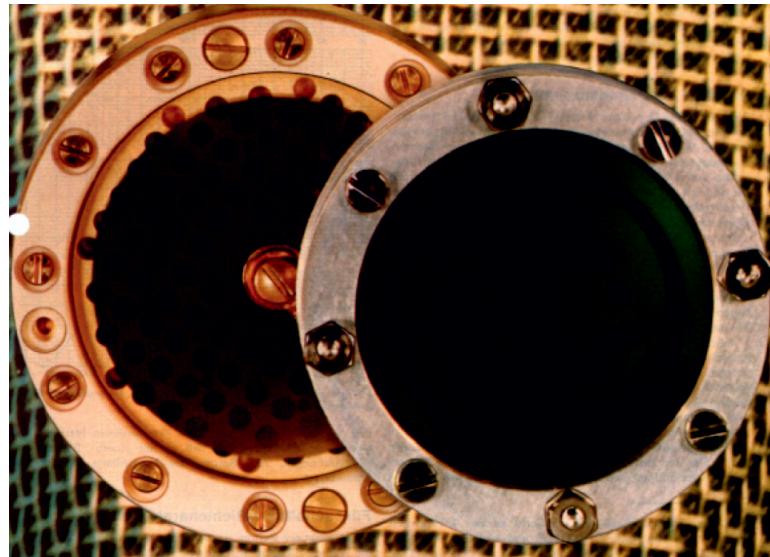
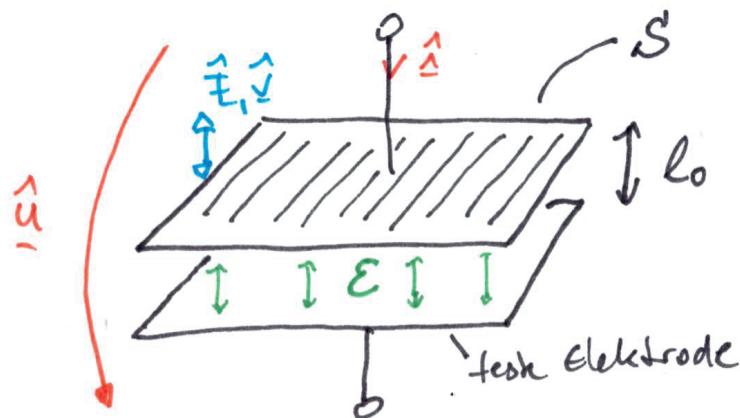


Abbildung 6.1: Großmembran-Kondensatorkapseln. Quelle: Neumann Berlin

Elektrostatische Wandler nutzen die anziehenden bzw. abstoßenden Kräfte zwischen zwei elektrisch geladenen Platten, um eine Wandlung von elektrischer Information in Kraft zu ermöglichen. Elektrostatische Wandler werden gleichsam zur Realisierung von Mikrofonen und Lautsprechern verwendet, wobei die Anwendungen in Mikrofonen aller Größen - von MEMS-Mikrofonen bis zu Großmembran-Studiokapseln überwiegen.

6.1 Grundlagen, Sende- und Empfangsfunktionen



6.1.1 Das elektrostatische Feld

Die wichtigsten elektrischen Feldeigenschaften und Formeln sind:

- Ein elektrisches Feld bildet sich zwischen zwei (unterschiedlich) geladenen Elektroden aus. Der Bereich zwischen den Elektroden wird als Dielektrikum bezeichnet und kann leer, mit Luft oder anderen Stoffen gefüllt sein.
- Leitende Material sind feldfrei und haben überall das gleiche Potential.
- Feldgrößen:
 \vec{E} elektrische Feldstärke, $\vec{E} = \frac{\vec{F}}{Q}$, mit Q =Ladung der Elektroden.
 \vec{D} elektrische Verschiebungsfußdichte, $\vec{D} = \epsilon \vec{E}$,
mit $\epsilon = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r$ mit $\epsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12} \frac{As}{Vm}$
- integrale Größen:
Spannungsdifferenz zwischen zwei Punkten im Feld: $U = \int \vec{E} d\vec{s}$
Ladung auf einer Fläche: $Q = \oint \vec{D} d\vec{A}$
- Feldenergie:
Energiedichte $w = \frac{1}{2} \vec{D} \cdot \vec{E}$
Energie im Plattenkondensator: $W = \frac{1}{2} U^2 C$
- Kräfte
 - a) zwischen zwei Punktladungen: $\vec{F} = \vec{e}_r \cdot \frac{Q_1 Q_2}{4\pi r^2 \epsilon}$
 - b) zwischen zwei Kondensatorplatten $\vec{F} = \vec{e}_x \frac{1}{2} \frac{\epsilon S U^2}{x^2}$

$$\begin{aligned}
 Q &= \oint \vec{D} \cdot d\vec{A} \\
 Q &\leftarrow \rightarrow \vec{D} \\
 Q &= C \cdot U \uparrow \downarrow \vec{D} = \epsilon \cdot \vec{E} \\
 U &\leftarrow \rightarrow \vec{E} \\
 U &= \int \vec{E} \cdot d\vec{s}
 \end{aligned}$$

Abbildung 6.2: Veranschaulichung des Zusammenhangs der elektrischen Feldgrößen

6.1.2 Sende- und Empfangsfunktionen

Sendefunktion

Eine Spannung erzeugt eine Kraft zwischen zwei Kondensatorplatten. Im unbewegten Zustand gilt für diese Kraft:

$$F = \frac{1}{2} \epsilon \frac{S U^2}{l_0^2} \quad \text{Anziehungskraft} \quad (6.1)$$

Die quadratische Abhängigkeit von U^2 bedeutet eine quadratische Wandlerkennlinie. Um ein ausreichend lineares Wanderverhalten zu erreichen, muss der Arbeitspunkt durch eine Spannung U_0 verschoben werden.

$$u = U_0 + dU \rightarrow F = \underbrace{F_0}_{\text{muss kompensiert werden}} + dF \quad (6.2)$$

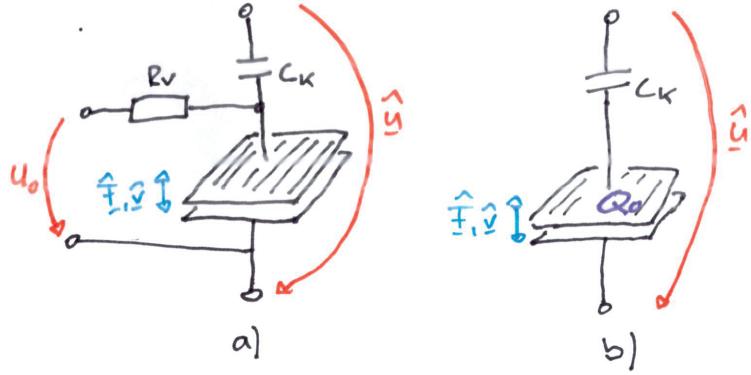
Für die im Arbeitspunkt linearisierte Kraft dF gilt:

$$dF = \epsilon \frac{S U_0}{l_0^2} \cdot dU \quad (6.3)$$

Übliche Werte für die Offset-Spannung U_0 betragen 100-200V (für Mikrofone) und 350-600V bei elektrostatischen Lautsprechern. Die durch diese konstante Spannung hervorgerufene statische Kraft F_0 muss durch eine entgegengesetzte Federspannung mit identischem Betrag kompensiert werden.

Für harmonische Anregung mit dU ergibt sich die Sendefunktion des Wandlers aus Gleichung 6.3 zu:

$$\hat{F} = \epsilon \frac{S}{l_0^2} U_0 \cdot \hat{u} = \frac{C_0}{l_0} U_0 \cdot \hat{u} = \frac{Q_0}{l_0} \hat{u} \quad (6.4)$$



Aus Gleichung 6.4 ergeben sich zwei Möglichkeiten, das nötige elektrische Feld zu erzeugen. Das elektrische Feld kann durch die Polarisationsspannung U_0 , welche über einen sehr hochohmigen Speisewiderstand R_V bereitgestellt werden (a), oder aber bei der Produktions einmalig als Ladung auf die ansonsten durch C_K gleichstrom-entkoppelte Wandlerplatte eingebracht worden sein (b). Elektrostatische Wandler, die durch eine einmalige Aufladung polarisiert worden sind, werden als Elektret-Kapsel oder auch vorpolarisierte Kondensatorkapsel bezeichnet.

Empfangsfunktion

Durch verändern des Plattenabstandes beim Kondensator verändert sich dessen Kapazität. Bei konstanter Spannung bedeutet dies wegen $Q = C \cdot U$, dass sich die Ladung Q verändern muss, also ein Strom i_w fließt der diese Ladungsänderung ermöglicht.

$$C = C_0 + dC = \epsilon S \frac{1}{l_0 + dl} \quad (6.5)$$

$$dC \stackrel{dl \ll l_0}{=} \frac{\epsilon S}{l_0} \cdot \frac{dl}{l_0} = -C_0 \frac{dl}{l_0} \quad (6.6)$$

Für sinusförmige Auslenkungsänderungen:

$$\hat{C} = -\frac{C_0}{l_0} \hat{\xi} \quad (6.7)$$

$$\hat{Q} = -\frac{C_0 U_0}{l_0} \hat{\xi} \quad (6.8)$$

Mit $Q = \int di \ dt$

$$\hat{i} = -\frac{C_0 U_0}{l_0} \underbrace{j\omega \hat{\xi}}_{=\hat{v}} \quad (6.9)$$

Wenn man jetzt den Strom i_w als in den Wandler hineinfließend annimmt, erhält man:

$\hat{i}_w = \frac{C_0 U_0}{l_0} \hat{v}$

(6.10)

Anmerkung:

Da $\hat{i}_w \sim \hat{v}$ gilt, ergibt sich mit $\hat{i}_w \sim \hat{u} \cdot j\omega$ und $\hat{v} = j\omega \cdot \hat{\xi}$ auch $\hat{u} \sim \hat{\xi}$.

Elektrostatische Empfänger sind Auslenkungsempfänger!

Anziehungskraft bei Bewegung

Die Betrachtung von \hat{i}_w bei der Veränderung des Elektrodenabstands wurde bei $\hat{0} = 0$ betrachtet, allerdings beeinflusst die Abstandsänderung den Betrag zwischen den Elektroden wirkende Feldkraft.

Wegen:

$$F = \frac{1}{2} \epsilon \frac{S U_0^2}{l_0^2} \rightarrow F_0 + dF \stackrel{\hat{u}=0}{=} \frac{1}{2} \epsilon \frac{S U_0^2}{(l_0 + dl)^2} \quad (6.11)$$

ergibt sich:

$$dF \stackrel{dl \ll l_0}{\approx} \frac{1}{2} \epsilon \frac{S U_0^2}{l_0^2} \cdot \left(-\frac{2dl}{l_0} \right) \quad (6.12)$$

Für harmonische Größen gilt somit:

$$\hat{F} = -\underbrace{\epsilon S \frac{U_0^2}{l_0^3}}_{s_{el}} \hat{\xi} \quad (6.13)$$

Gleichung 6.13 zur Beschreibung der Kraftänderung bei Abstandsänderung legt nahe, dass sich die Kraft analog zu einer Feder modellieren lässt. Allerdings hat die Federkonstante in negatives Vorzeichen im Vergleich zur Federkraft, die elektrische Anziehungskraft hebt somit die Federkraft der Aufhängung teilweise auf.

6.2 Verhalten im Groß- und Kleinsignalbereich

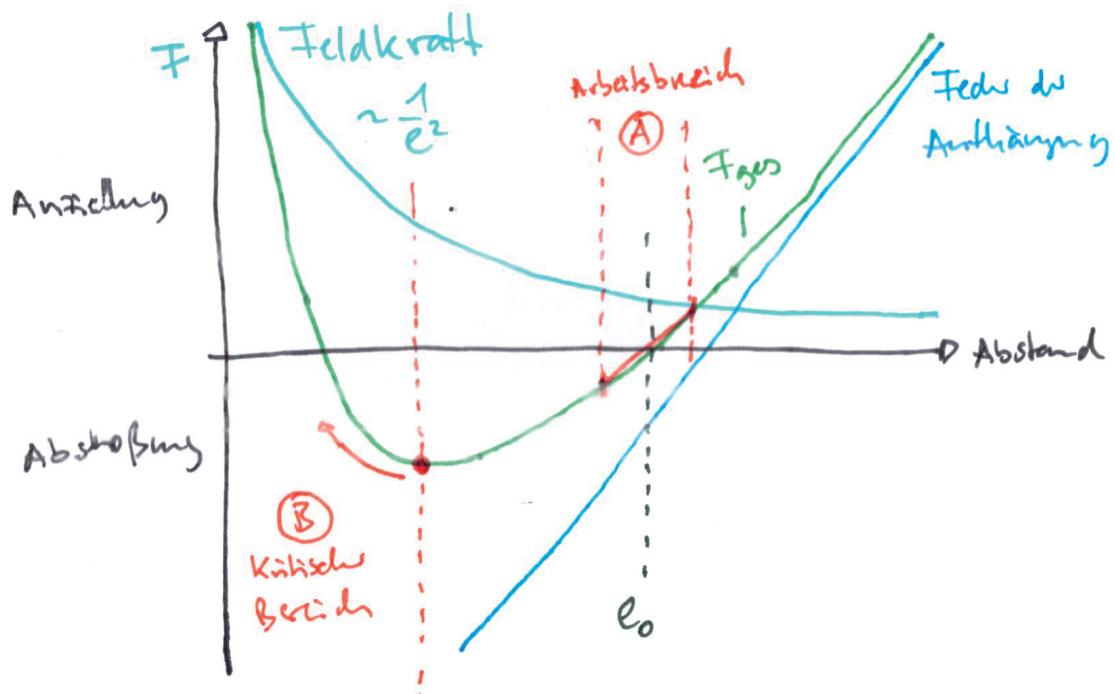
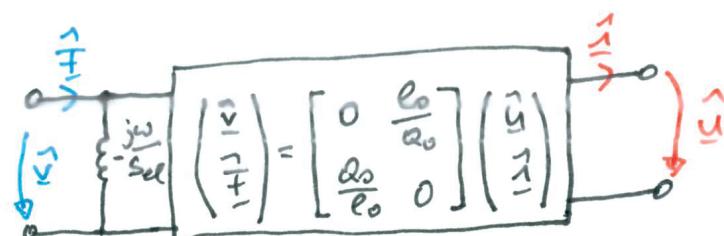


Abbildung 6.3: Kräfte beim elektrostatischen Plattenwandler in Abhängigkeit vom Plattenabstand, Arbeitsbereiche

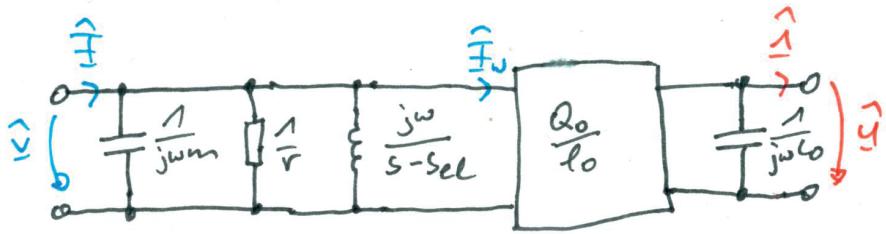
Für die Funktion des elektrostatischen Wandlers ist das Verhalten bei kleinen Amplituden um den Arbeitspunkt (Kleinsignalbereich) interessant. Für einen Blick auf die Aussteuerungsgrenzen empfiehlt sich - insbesondere wegen des zur Linearisierung verschobenen Arbeitspunktes - auch die Betrachtung des Großsignalverhaltens des Wandlers.

Kleinsignalverhalten im Arbeitsbereich

Im Arbeitspunkt A ist der Wandler hinreichend linearisiert. Neben dem Wandlerkern ist zusätzlich die negative Federkomponente von s_{el} zu berücksichtigen.



Dieses Schaltbild kann mit den weiteren mechanischen und elektrischen Komponenten des Wandlers ergänzt werden.



Die mechanische Feder mit s und die negative elektrische Feder mit s_{el} können zusammengefasst werden. Auf der elektrischen Seite wirkt zusätzlich die Kapazität C_0 des elektrostatischen Wandlers in seiner Eigenschaft als Plattenkondensator.

Es gilt weiterhin:

$$r = \frac{s - s_{el}}{\omega_0 Q_{mech}} \quad \text{mit: } \omega_0 = \sqrt{\frac{s - s_{el}}{m}} \quad (6.14)$$

Großsignalverhalten: kritische Auslenkung

Die Betrachtung des Großsignalverhaltens zeigt: Die elektrische Feldkraft F_{Feld} ist antiproportional zum Plattenabstand, die rückstellende Federkraft F_{Feder} der Aufhängung ist allerdings linear. Hieraus ergibt sich ein kritischer Betriebsbereich (gekennzeichnet als ② in Abbildung 6.2), bei dem der Abstand zwischen den Platten des Wandlers so weit verringert worden ist, dass die Feldkraft stärker als F_{Feder} ist. Die Wandterelektroden werden sich somit durch die Feldkraft weiter zusammenziehen und den Wandler kurzschießen, sollte die kritische Auslenkungsgrenze überschritten werden.

Diese kritische Auslenkungsgrenze l_{krit} kann durch eine Betrachtung der Minima von $F_{ges} = F_{Feld} + F_{Feder}$ bestimmt werden:

$$F_{ges} = F_{Feld} + F_{Feder} = \frac{1}{2} \epsilon S \frac{U_0^2}{l^2} + s(l - l_0^*) \quad (6.15)$$

Nullstellenbestimmung der ersten Ableitung $\frac{dF_{ges}}{dl}$ liefert:

$$\frac{dF_{ges}}{dl} = -\frac{2}{l^3} \frac{1}{2} \epsilon S U_0^2 + s = 0 \Rightarrow l_{krit} = \sqrt[3]{\frac{s_{el}}{s}} l_0 \quad (6.16)$$

$$\text{mit } s_{el} = \epsilon S \frac{U_0^2}{l_0^3}.$$

Eine Kompression des Wandlers unter l_{krit} kann zur Zerstörung des Wandlers führen: Sobald sich die (unter Hochspannung stehenden) Elektroden berühren, wird die Spannungsquelle kurzgeschlossen bzw. bei vorpolarierten Elektretkapseln fließt die eingefrorene Ladung ab. Um dies zu verhindern, werden unterschiedliche Maßnahmen ergriffen:

- Verhindern der mechanischen Berührung durch eingelegtes Netz oder Gase
- elektrisch nicht leitende Beschichtung der Elektroden
- konstruktiver Schutz gegen statische Luftdruckschwankungen (Belüftungsbohrung)

- Kompromiss zwischen Sicherheitsabstand zwischen Elektrode und Gegenelektrode und Empfindlichkeit des Wandlers
- Begrenzung der elektrischen Aussteuerungspegel (beim elektrostatischen Lautsprecher)

Jede dieser Ansätze hat Vor- und Nachteile, so können eingelegte Netze die Auslenkung der Membran unnötig begrenzen, haben aber den Vorteil, dass sich die Kapsel auch nach extremen Schallpegeln selbsttätig zurückstellen kann. Ausreichend dicke isolierende Beschichtungen erhöhen das Gewicht der Membran und verringern so die Empfindlichkeit. Belüftungsbohrungen zum Druckausgleich verschlechtern die Empfindlichkeit bei tiefen Frequenzen und eine allgemein stark gespannte Membran mit ausreichend Sicherheitsabstand zur Gegenelektrode verringert die Wandlerempfindlichkeit im gesamten Arbeitsbereich.

Kapitel 7

Mikrofone



Abbildung 7.1: Vintage-Mikrofonsammlung. Quelle: www.gearslutz.com-Board, User matucha

Mikrofone haben die Aufgabe, Schallenergie in elektrische Informationen umzuwandeln. Die meisten Bauformen beruhen auf dem Prinzip, dass eine leichte Membran durch eine Druckdifferenz zwischen ihrer Vorder- und Rückseite in Bewegung gesetzt wird. Durch angekoppelte Wandler wird diese kinetischen Energie in elektrische Energie umgewandelt. Die häufigsten Wandlungsprinzipien sind elektrostatische, elektrodynamische oder piezoelektrische Wandler, selten kommen auch fotoelektrische oder optische Abtastverfahren (Lasermikrofone) zum Einsatz.

7.1 Übersicht & Kenndaten

Die wichtigsten Kenndaten für Mikrofone sind: (Eigen-)Rauschen, Richtcharakteristik und der nutzbare Frequenzbereich

7.1.1 Empfindlichkeit, Dynamikbereich und Rauschen

Empfindlichkeit

Die Empfindlichkeit ist der Übertragungsfaktor $B = \frac{\hat{u}}{\hat{p}}$ des elektrisch unbelasteten Wandlers ($\underline{i} = 0$).

Definitionssache ist hier allerdings, welcher Schalldruck \hat{p} hier genau angenommen wird:

- \hat{p} direkt vor/auf der Membran
- \hat{p} frontal von vorn im freien Schallfeld
- \hat{p} im diffusen Schallfeld (nahe des Mikrofons)

Für kleine Membrandurchmesser $ka < 1$ sind die Unterschiede vernachlässigbar, allerdings beträgt die Abweichung zwischen den Messverfahren bei einer 1/4"-Kapsel bereits etwa 1db @ 1kHz.

Die Einheit der Empfindlichkeit ist $[\frac{mV}{Pa}]$ oder $[\frac{dBv}{Pa}]$, typische Werte sind $B = 1 \dots 100 \frac{mV}{Pa}$

Rauschen

Mikrofon und in die Signalkette integrierte Verstärker rauschen auch ohne akustische Anregung. Anstelle der elektrischen Rauschleistung $\Phi_{nn}(f)$ wird häufig der Ersatzgeräuschpegel angegeben.

$$L_{A,ers} \approx 7dB \dots 30dB$$

Dieser Wert gibt den akustischen Rauschpegel an, dem das elektrische Rauschen entspricht.

Dynamikbereich

Der Dynamikbereich wird durch zwei Größen bestimmt: Das untere Ende ist der Rauschpegel des Mikrofons, unterhalb diesem versinkt das zu erkennende Signal im Rauschteppich. Das obere Ende ist der Bereich, in dem das System so weit ausgesteuert wird, dass Sättigungseffekte und damit Verzerrungen auftreten. Dieser Punkt wird als 'Maximal Zulässiger Schallpegel' oder auch als 'AOP' (Acoustic Overload Point) angegeben. Oberhalb dessen wird der zulässige Klirrfaktor überschritten, im Falle von elektrostatischen Wandlern ist hier auch Zerstörung möglich (aber bei aktuellen Geräten unwahrscheinlich).

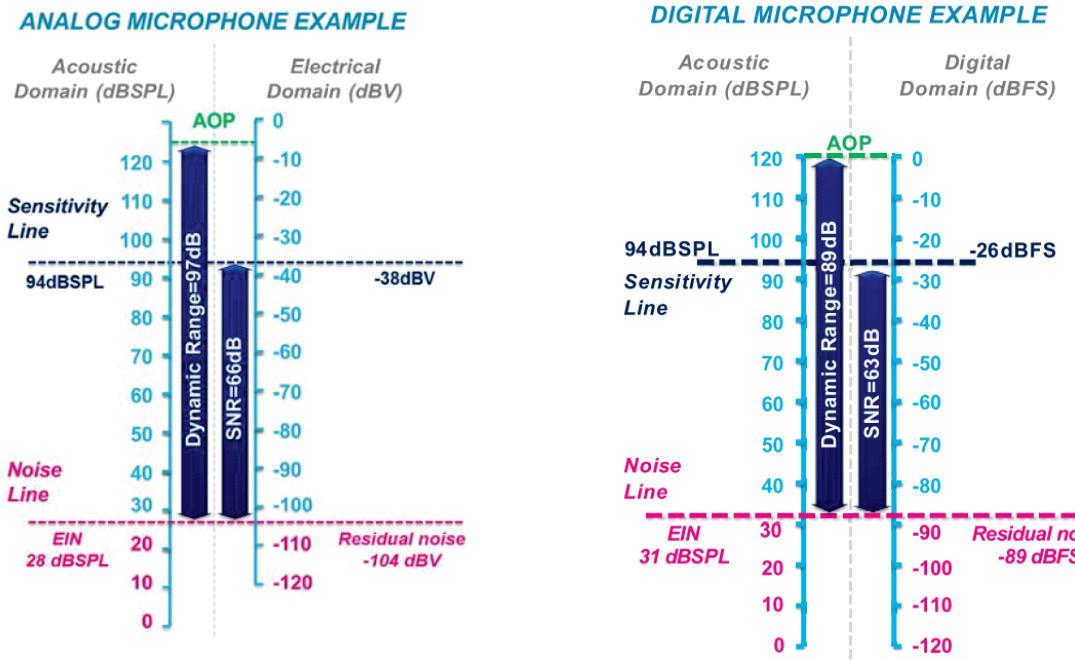


Abbildung 7.2: Dynamikbereiche bei analogen und digitalen Mikrofonen. Quelle: TDK-Invensense

7.1.2 Richtcharakteristik

Die Richtcharakteristik eines Mikrofones beschreibt, mit welcher Empfindlichkeit Schall aus unterschiedlichen Richtungen erfasst wird. Für Mikrofone in realen Aufnahmesituationen ist es wichtig, dass der Nutzschall bestmöglich erfasst wird, und Störschall und Reflexionen unterdrückt werden. In einem reflexionsfreien Raum kann mit einem Mikrofon mit Kugelcharakteristik genauso gut aufgenommen werden, wie mit einem Richtmikrofon. In der Praxis ist die Auswahl eines Mikrofons mit der zum Setting passenden Richtcharakteristik essentiell für das gelingen einer guten Aufnahme.

Mikrofone können als Druckempfänger, Druckgradientenempfänger oder Mischformen aus beiden ausgeführt werden. Durch die (konstruktive) Auslegung der Ankopplung des frontalen und rückwärtigen Schallfeldes lassen sich unterschiedliche Richtcharakteristiken erreichen.

Die Richtcharakteristik ist frequenzabhängig. Häufig wird die Richtcharakteristik für den üblichen Einsatzbereich angegeben, Details finden sich in den Polardiagrammen der Datenblätter.

Polaridiagramm

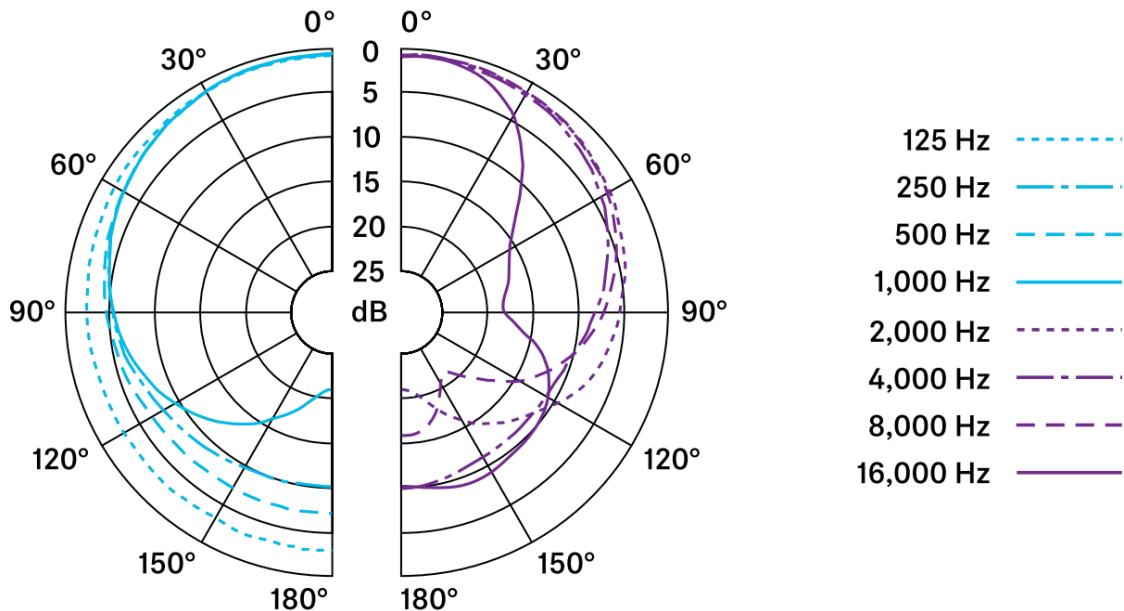


Abbildung 7.3: Richtcharakteristik in Abhängigkeit der Frequenz. Quelle: Datenblatt Sennheiser e835/e835s

Kugelcharakteristik

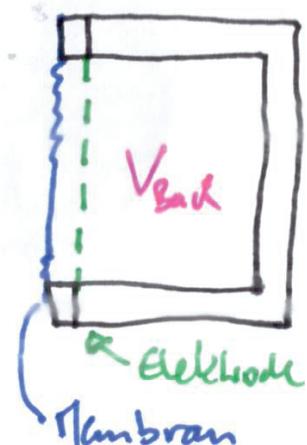


Abbildung 7.4: Druckempfänger

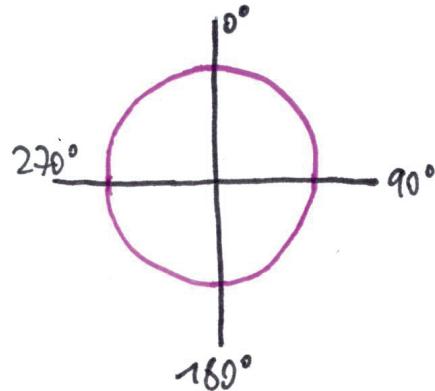


Abbildung 7.5: Polardiagramm Kugelcharakteristik

Beim Druckempfänger ist die Rückseite der Membran gekapselt. \hat{p}_1 wird durch das Schallfeld erzeugt, \hat{p}_2 wirkt im Rückvolumen. **Druckempfänger werden ungerichtet angeregt.** Sofern $ka \ll 1$ erfüllt ist, haben ideale Druckempfänger immer Kugelcharakteristik.

Achtercharakteristik

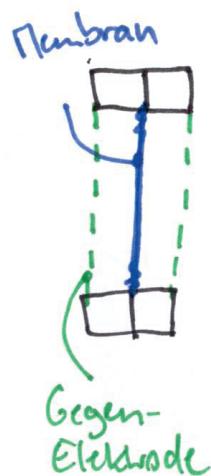


Abbildung 7.6: Druckgradientenempfänger

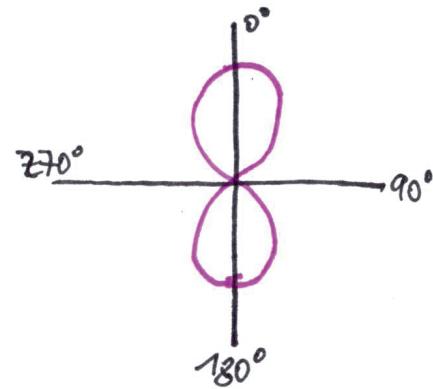


Abbildung 7.7: Polardiagramm Achtercharakteristik

Beim Druckgradientenempfänger erreicht das Schallfeld Vorder- und Rückseite der Membran. Eine Druckdifferenz \hat{p}_1 zu \hat{p}_2 kann sich nur einstellen, wenn das Schallfeld senkrecht auf die Membran trifft. **Druckgradientenempfänger werden gerichtet angeregt.**

Ideale Druckgradientenempfänger haben im Bereich von $ka \ll 1$ eine Achtercharakteristik. Druckgradientenempfänger sind schlechte Empfänger für tiefe Frequenzen (siehe Abschnitt 'Nahbesprechungseffekt').

Nierencharakteristik

Nierenmikrofone stellen eine Mischung aus Druck- und Druckgradientenempfänger da. Konstruktiv wird dies durch ein belüftetes Volumen auf der Rückseite erreicht.

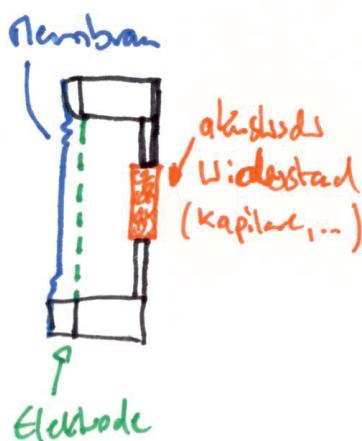


Abbildung 7.8: Druckgradientenempfänger

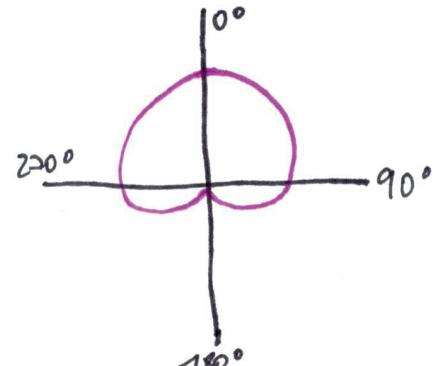


Abbildung 7.9: Polardiagramm Nierencharakteristik

Die Empfindlichkeit einer idealen Niere wird beschrieben durch:

$$\Gamma(\Theta) = \frac{1}{2}(1 + \cos\Theta) \quad (7.1)$$

In der Praxis haben sich neben der eigentlichen Niere andere Formen wie breite Niere, Superniere und Hypernire etabliert.

Für tiefe Frequenzen werden die meisten Nieren bei abnehmender Empfindlichkeit breiter (sie nähern sich der Kugelcharakteristik an).

Nahbesprechungseffekt

Der Frequenzgang eines Mikrofons wird neben dem zugrundeliegenden elektromechanischen Wandlerprinzip (elektrostatisch, elektrodynamisch,...) wesentlich vom akustomechanischen Wandlungsprinzip beeinflusst. Der Druckgradientenempfänger misst (im Gegensatz zum Druckempfänger) den Gradienten des Schallfeldes.

$$\underline{\text{grad}} \hat{\underline{p}} = -j\omega \rho_- \hat{\underline{v}} \quad (7.2)$$

Hieraus ergibt sich ein unterschiedliches Verhalten für weit entfernte Quellen und Quellen direkt vor der Membran:

Fernfeld:

$$\frac{\hat{p}}{\hat{\underline{v}}_{\text{Fern}}} = \rho_- \cdot c \rightarrow \underline{\text{grad}} \hat{\underline{p}} = -j\omega \rho_- \frac{\hat{p}}{\rho_- c} \sim \omega \hat{\underline{p}} \quad (7.3)$$

Dies bedeutet: Für große Wellenlängen λ ($\hat{=} \text{kleines } \omega$) ergibt sich nur eine kleine Druckdifferenz. Gradientenmikrofone sind somit im Fernfeld schlechte Empfänger für tiefe Frequenzen.

Nahfeld:

Das Nahfeld kann durch Annahme einer Punktquelle sehr dicht ($r \ll 1$) an der Membran modelliert werden:

$$\frac{\hat{p}}{\hat{\underline{v}}_{\text{Punkt}}} = \rho_- \cdot c \cdot \frac{1}{1 + \frac{1}{jkr}} \rightarrow \underline{\text{grad}} \hat{\underline{p}} = -j\omega \rho_- \frac{\hat{p}}{\rho_- c} \left(1 + \frac{1}{jkr}\right) \quad (7.4)$$

Mit $k = \frac{\omega}{c}$

$$\underline{\text{grad}} \hat{\underline{p}} = -j\omega \rho_- \frac{\hat{p}}{\rho_- c} \underbrace{\left(1 + \frac{c}{j\omega r}\right)}_{r \ll 1} \quad (7.5)$$

Im Nahfeld ist keine Tiefenabsenkung vorhanden.

Dies bedeutet, dass der Frequenzgang eines Druckgradientenmikrofons von der Entfernung zur Schallquelle abhängt. Im Fernfeld wird ein Sprecher, der mit einem Druckgradientenmikrofon aufgenommen wird, somit eher dünn klingen. Für eine kräftige, volle Stimmreproduktion sollte das Mikrofon daher so nah wie möglich besprochen werden.

Kombinationen zum erreichen unterschiedlicher Richtcharakteristiken

Durch Kombination der Signale zweier Nierenkapseln mit unterschiedlichen Verstärkungsfaktoren können unterschiedlich stark ausgeprägte Nieren eingestellt werden. Die Verstärkungsfaktoren können entweder bei der Mischung der Signale, oder bei elektrostatischen Wandlern auch durch Verändern der Polarisationsspannung U_0 eingestellt werden. Kombiniert man zwei Nierenkapseln in einem Gehäuse, können so Mikrofone mit schaltbarer Charakteristik realisiert werden.

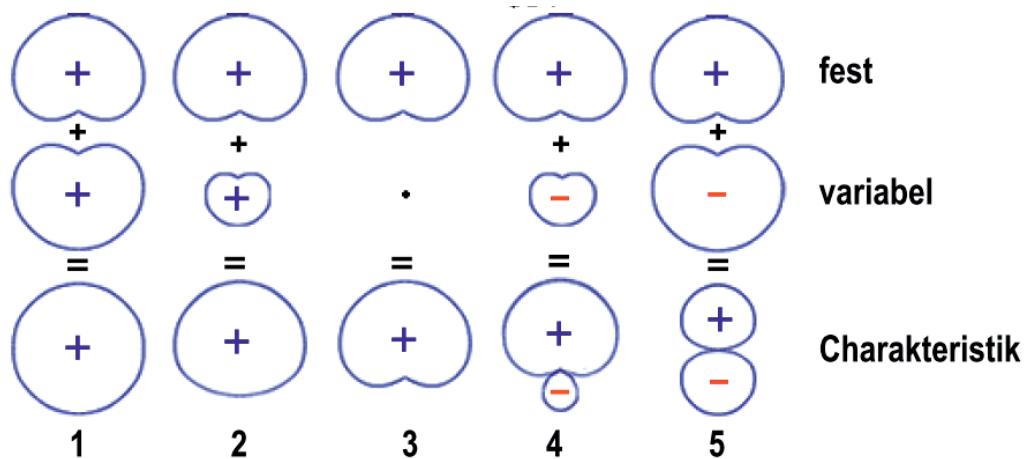


Abbildung 7.10: Unterschiedliche Richtcharakteristika bei Mischung von Vorder- und Rückseitiger Niere eines Doppelmembranwandlers. (1) A+B: Kugel. (2) A + 0.5 B: Breite Niere, (3) A solo: Niere, (4) A - 0.5 B: Hyperniere, A-B: Acht

Quelle: <http://www.sengpielaudio.com/DoppelmembranKondensatormikrofon.pdf>

7.2 Kondensator-Messmikrofone

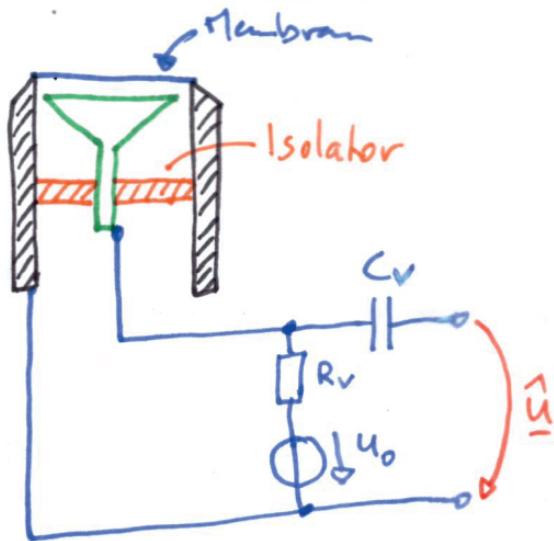


Abbildung 7.11: Messmikrofon, Quelle: Eigenes Werk M.Blau

Kondensator-Messmikrofone sind Druckempfänger mit elektrostatischem Wandler. Übliche Membrandurchmesser sind 1/4" und 1/2", aber auch deutlich kompaktere Typen sind für Spezialanwendungen verfügbar. Die Membran besteht häufig aus Nickelfolie, da diese dünn und gleichmäßig gewalzt werden kann und ausreichende Elastizität aufweist.



Abbildung 7.12: Messmikrofon, Quelle: B&K Microphone Handbook, 1996

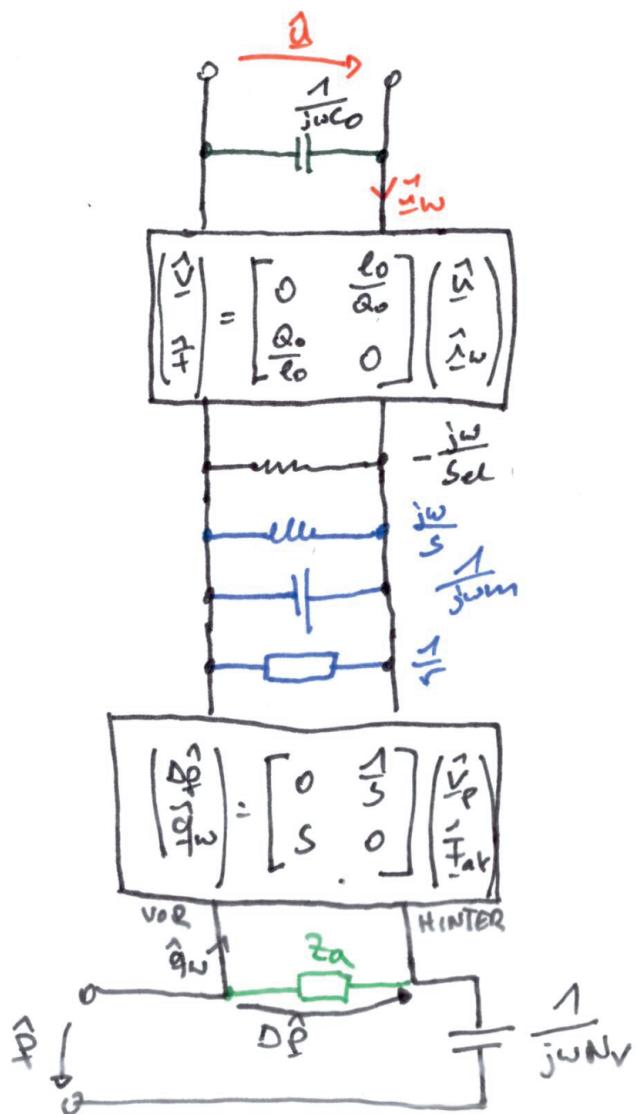


Bei einer Membrandicke von $d_m = 5\mu m$ ergeben sich Abstände zwischen Membran und Gegenelektrode von $l_0 \approx 20\mu m$. Die Wandlerkapazität C_0 beträgt für eine 1/2"-Kapsel etwa 20-30pF.

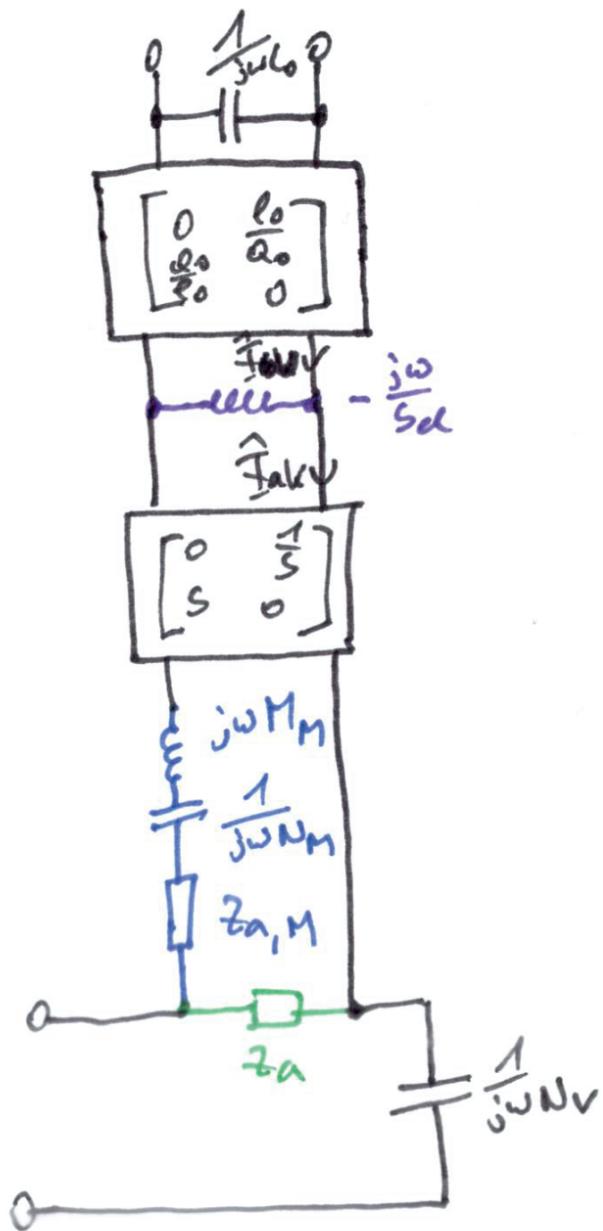
Frequenzgang & Empfindlichkeit

Der Frequenzgang $\frac{\hat{u}}{\hat{p}}$ kann anhand des Ersatzschaltbildes bestimmt werden.

- ① Zunächst wird dazu in einem ersten Schritt ein Plattenwandler angenommen.



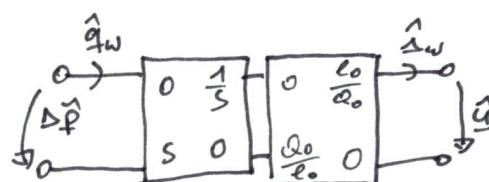
② Im zweiten Schritt wird der mechanische Teil in den akustischen transformiert:



③ Um die elektromechanische und akustomechanische Transformation in einer gemeinsamen Transformationsgleichung zusammenfassen zu können, muss s_{el} noch auf die akustische Seite transformiert werden.

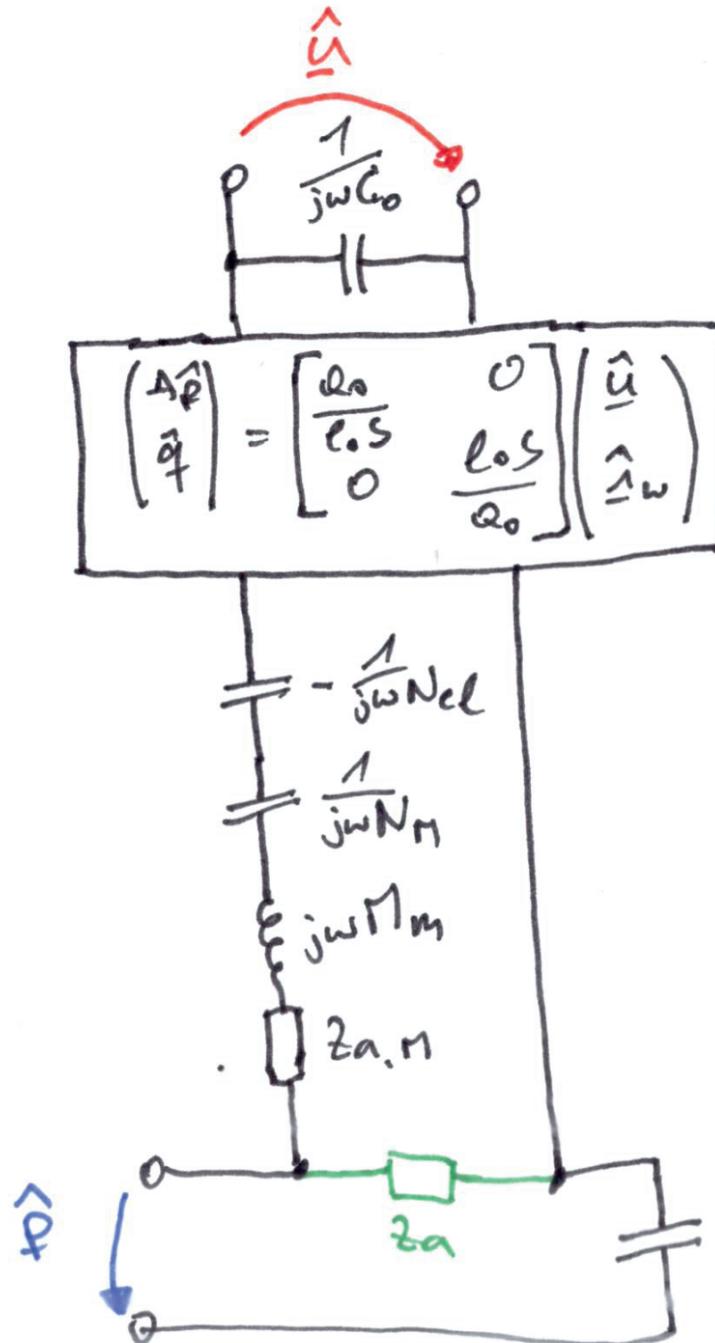
Aus s_{el} wird $N_{el} = \frac{s^2}{s_{el}}$.

Die Multiplikation der beiden Transformationsmatrizen liefert:

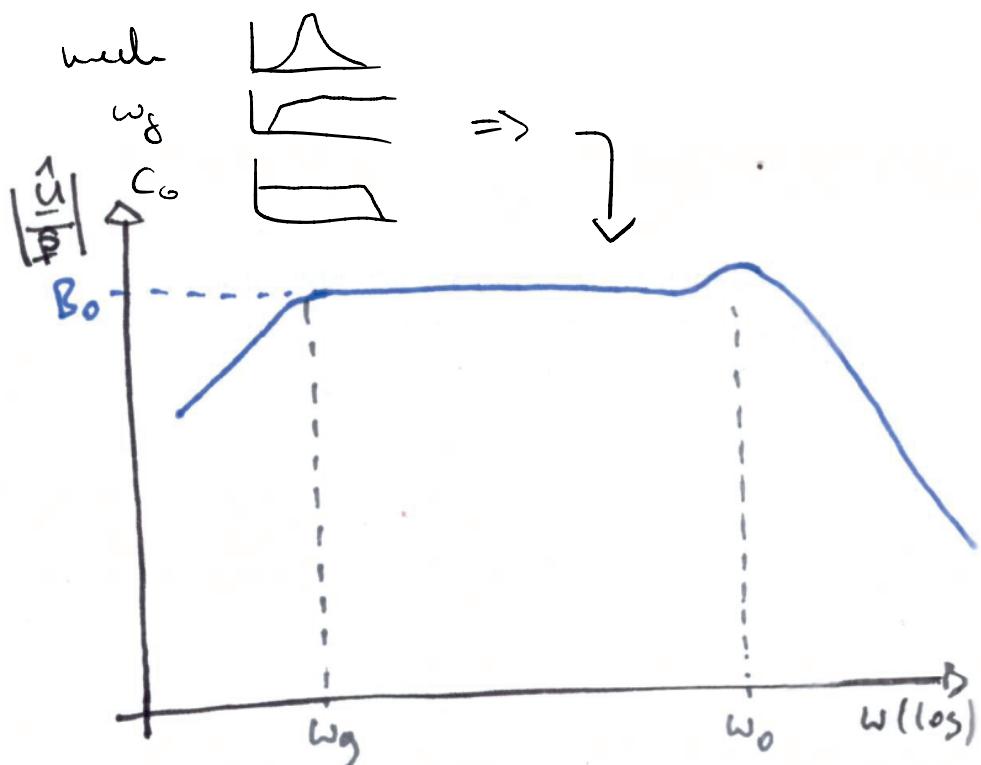


$$\begin{pmatrix} \hat{\Delta p} \\ \hat{q}_w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{Q_0}{l_0 s} & 0 \\ 0 & \frac{l_0 s}{Q_0} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{u} \\ \hat{i}_w \end{pmatrix} \quad (7.6)$$

Insgesamt ergibt sich somit:



Der Frequenzgang von $\frac{\hat{u}}{\hat{p}}$ zeigt über einen weiten Bereich eine konstante Empfindlichkeit.



$$\text{mit } \omega_g = \frac{1}{Z_a(N_M^* + N_V)} \text{ und } \omega_0 = \sqrt{\frac{1}{M_M} \left(\frac{1}{N_M^*} + \frac{1}{N_V} \right)}$$

Für B_0 gilt im weiten Frequenzbereich zwischen der ω_g und ω_0 :

$$B_0 = \frac{N_M^* N_V}{N_M^* + N_V} \cdot \frac{Q_0}{\epsilon S^2} \quad (7.7)$$

Wie kann B_0 maximiert werden?

$$B_0 = \frac{N_M^* N_V}{N_M^* + N_V} \cdot \frac{Q_0}{\epsilon S^2} \stackrel{Q_0=C_0 U_0, C_0=\frac{\epsilon S}{l_0}}{=} \frac{N_M^* N_V}{N_M^* + N_V} \cdot \frac{U_0}{l_0 S} \quad (7.8)$$

- U_0 erhöhen, l_0 verringern. Die Grenze ist hier die max. Feldstärke vor einem Elektrischen Durchschlag ($E_{max} \approx 10 \text{ kV/mm}$)
- N_M^* erhöhen. N_M^* ist die dominierende Nachgiebigkeit, N_V kann so groß gewählt werden, dass es bei der Gesamtnachgiebigkeit keine Rolle spielt. Eine Erhöhung von N_M^* bedingt aber auch immer eine Absenkung von ω_0 , und somit eine Verringerung des konstanten Frequenzbereiches.

Praktisch wird dies durch Vergrößerung des Membrandurchmessers erreicht. Es gilt $B_0 \sim \frac{N_M}{S}$, mit $N_M \sim a^4$ und $S \sim a^2$.

Typische 1/2"-Messmikrofone erreichen ein $B_0 \approx 10 \dots 50 \text{ mV/Pa}$.

7.3 Studio-Kondensatormikrofone



Abbildung 7.13: Studio-Großmembrankondensatormikrofon: Neumann TLM103. Bild: Neumann Berlin

Studio-Kondensatormikrofone sind Großmembranmikrofone, bei denen der Durchmesser der Membran so groß gewählt worden ist, dass die mechanische Resonanzfrequenz ω_0 im Nutzfrequenzbereich liegt. Durch die damit verbunden große Nachgiebigkeit der Membran wird eine hohe Empfindlichkeit B_0 und ein geringes Eigenrauschen ermöglicht.

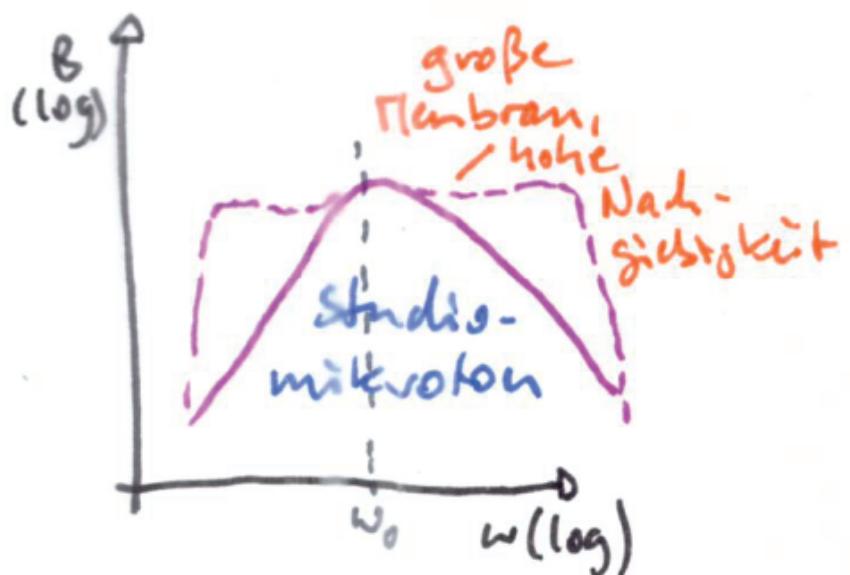


Bild Frequenzgang Studio-Mikrofon

Durch diese Auslegung ist der Frequenzgang des Wandlers nicht konstant und muss durch zusätzliche akustische Filter (Korbdesign, Rückvolumina) sowie ggf. elektrische Entzerrung wieder korrigiert werden.

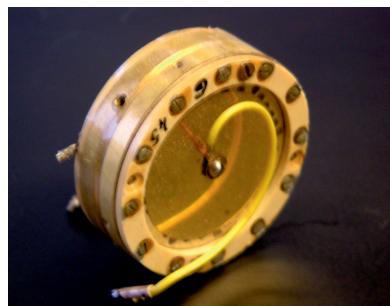


Abbildung 7.14: Doppelmembrankapsel eines Studiomikrofons. Quelle: eigenes Werk M.Blau

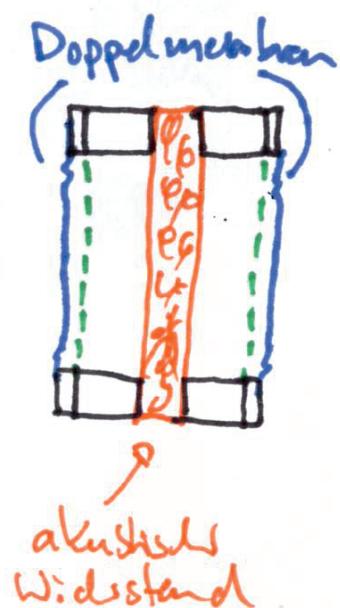


Abbildung 7.15: Schematische Darstellung eines Doppelmembranwandlers

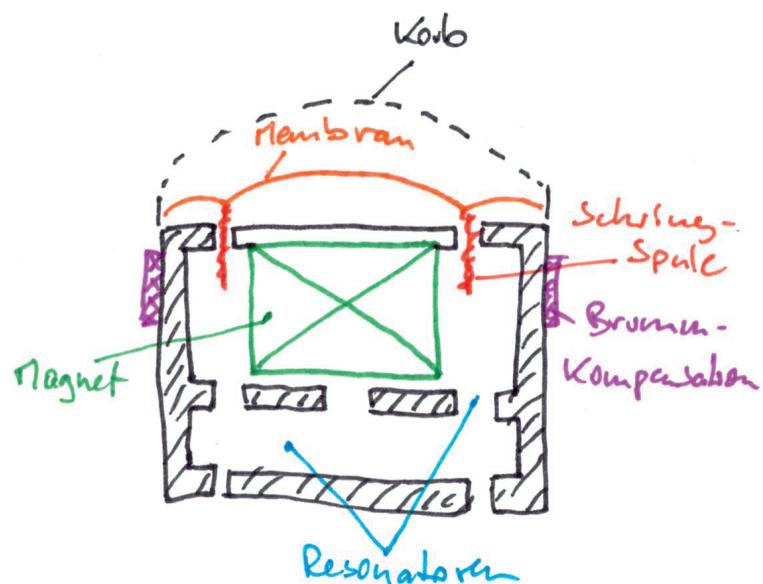
Bei Studiomikrofonen werden häufig Doppelmembranwandler eingesetzt. Bei diesen bildet die eine Membran den passiven Abschluss für die gegenüberliegende Membran und man erhält zwei entgegengesetzt ausgerichtete, identische Nieren. Diesen können dann elektrisch zu unterschiedlichen Richtcharakteristiken verschaltet werden (siehe Abschnitt 7.1.2).

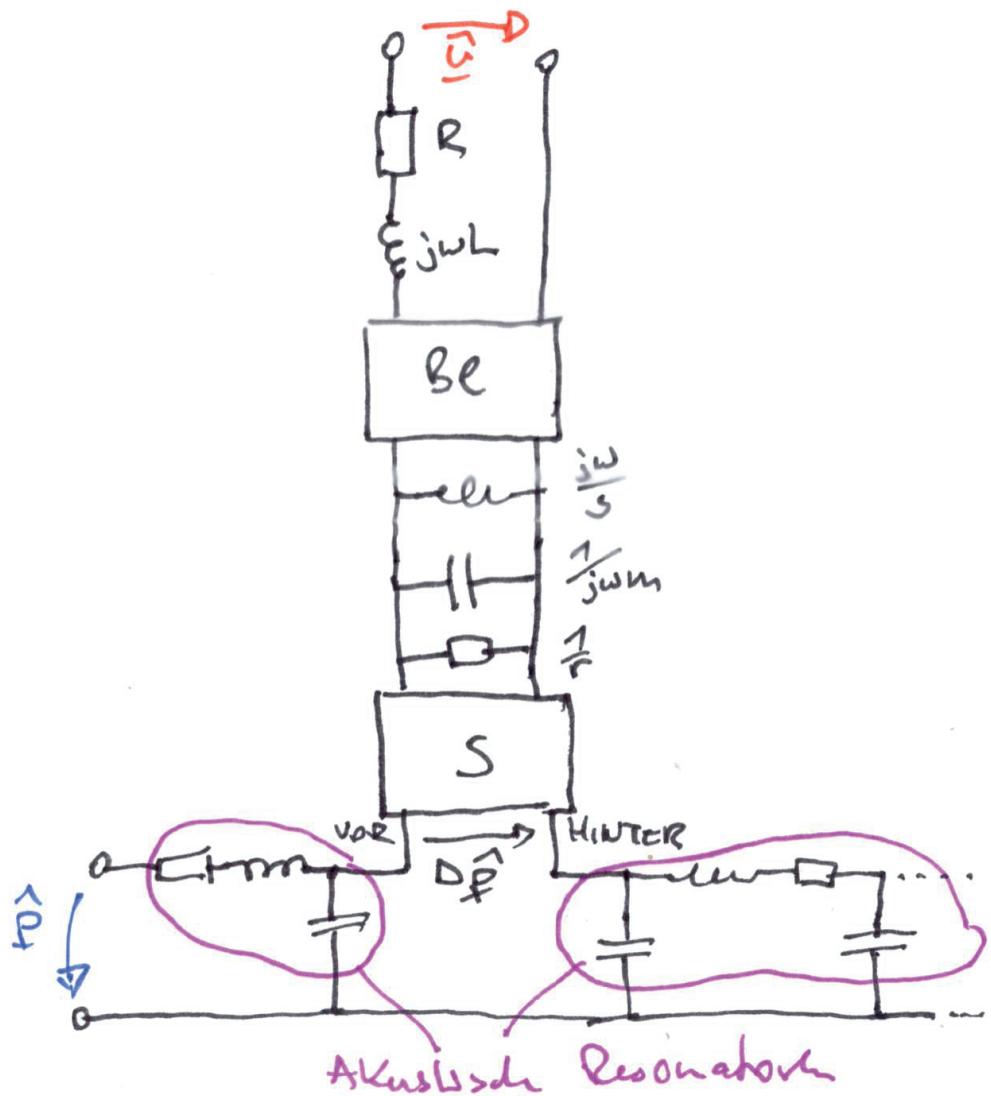
7.4 Elektrodynamische Mikrofone



Abbildung 7.16: Das vielleicht bekannteste dynamische Bühnenmikrofon der Welt: Shure SM 58. Quelle: Shure

Mikrofone auf Basis eines elektrodynamischen Wandlers benötigen im Gegensatz zu elektrostatischen Mikrofonen keine externe Spannungsversorgung, der Wandler ist auch gleichzeitig Generator. Durch die im Vergleich zum elektrostatischen Wandler größeren bewegten Massen ist die mechanische Konstruktion wesentlich robuster ausgelegt, und akustische Überlast führt nicht zur irreversiblen Zerstörung der Kapsel. Elektrodynamische Mikrofone haben sich als robuste Bühnenmikros etabliert, und sind in der Regel als Druckgradientenempfänger mit unterschiedlichen Nierencharakteristiken ausgeführt. Dynamische Wandler sind Schnellempfänger.





Ähnlich wie beim Großmembran-Kondensatormikrofon liegt die mechanische Resonanzfrequenz im Nutzfrequenzbereich, hier allerdings eher bedingt durch die hohe bewegte Masse von Membran und Schwingspule. Auch hier erfolgt eine Entzerrung durch akustische Filter.

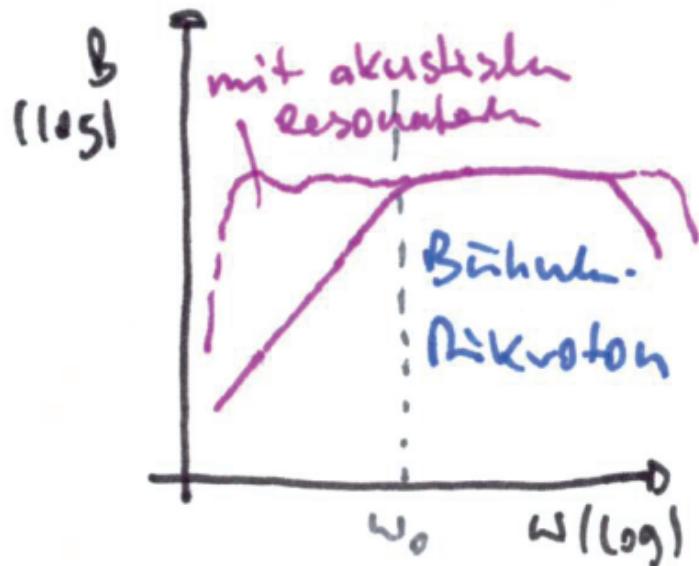


Abbildung 7.17: Frequenzbereich eines dynamischen Mikrofons

Bei Ausführung als Niere zeigt sich durch die rückwärtige Ankopplung des Schallfeldes ebenfalls eine Tiefenabsenkung im Fernfeld (Nahbesprechungeffekt).

Brummkompensationsspule und elektrische Beschaltung

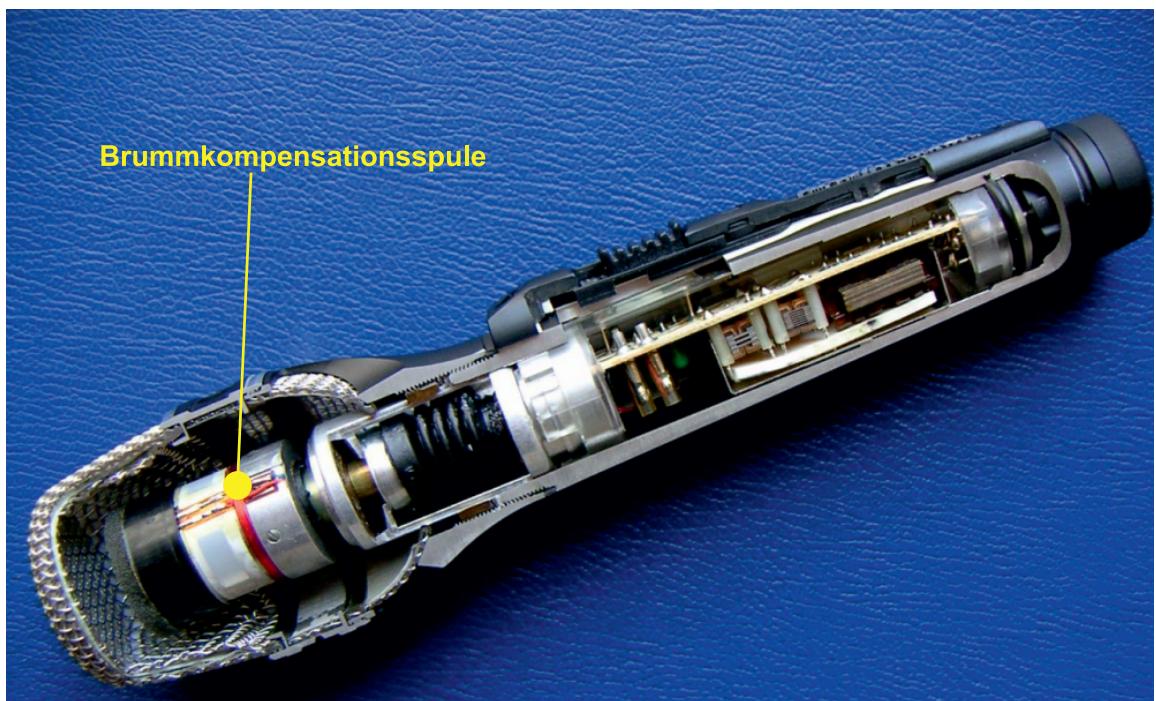


Abbildung 7.18: Schnitt durch ein dynamisches Mikrofon mit Brummkompensationsspule

Die elektrische Beschaltung ist durch die niedrige Quellenimpedanz des Wandlers in der Größenordnung von wenigen hundert Ohm unproblematisch, auch Eingänge mit einer Eingangsimpedanz von wenigen $k\Omega$ können in der Regel problemlos bedient werden.

Problematisch ist lediglich die Einstreuung von elektromagnetischen Feldern, hervorgerufen durch Netzbrummen, Leuchtstoffröhren, Netzteile, Funkstrecken,... in die Spule des Wandlers. Diese können kompensiert werden, in dem eine Spule mit identischer Wicklungszahl ausserhalb des Wandlers in gleicher räumlicher Orientierung, aber entgegengesetztem Wickelsinn in Reihe geschaltet wird. Die magnetische Flüsse der Störfelder induzieren so in beiden Spulen identische aber vom Betrag entgegengesetzte Spannungen. Das Brummen löscht sich dadurch selbst aus.

7.5 MEMS-Mikrofone

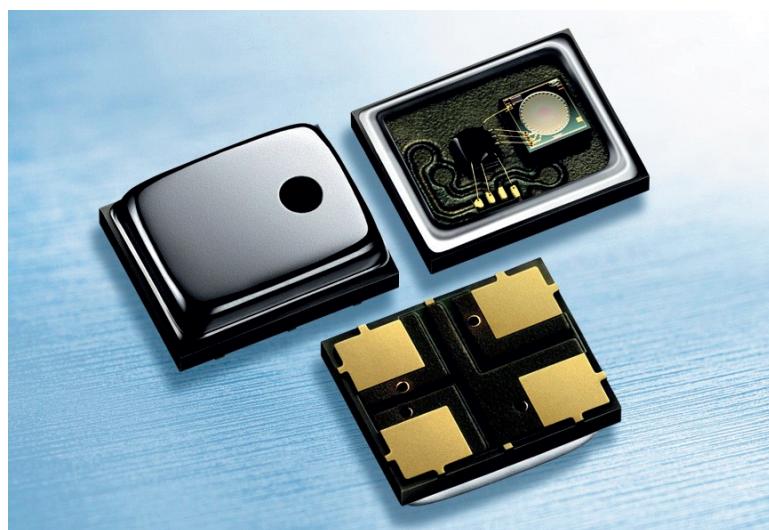


Bild Mems-Mikrofon

MEMS-Mikrofone basieren auf dem Prinzip eines miniaturisierten elektrostatischen Wandlers und erreichen mittlerweile trotz der kleinen Bauform Signal-Rauschabstände, die wesentlichen größeren Kapseln überlegen sind.

Im Gehäuse ist neben dem eigentlichen elektrostatischen Wandler mit Rückvolumen eine applikationsspezifische Schaltung (ASIC) integriert. Aufgrund der kleinen Abmessungen des Wandlers und der damit verbundenen kleinen Wandlerkapazität wird nicht das Audiosignal direkt erfasst, sondern ein Hochfrequenzträger moduliert. Die Ansteuerung und Demodulation erfolgt im ASIC, dieser linearisiert auch direkt den Frequenzgang und übernimmt die Aufbereitung des Ausgangssignals. Bei digitalen MEMS-Mikrofonen wird das Signal auch direkt quantisiert und als PDM oder I2S-Signal digital ausgegeben.

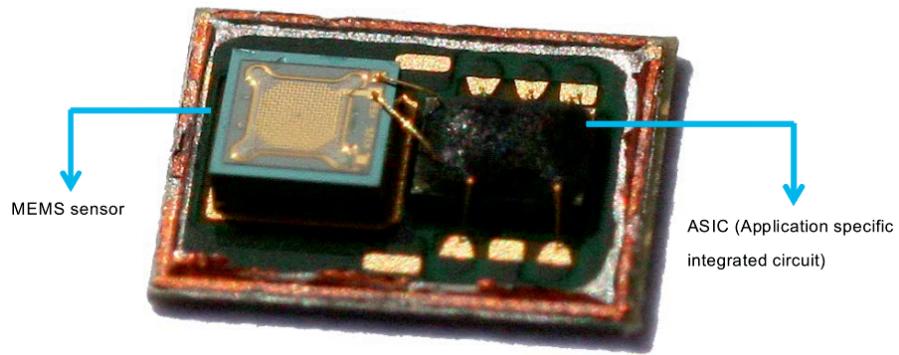


Abbildung 7.19: Bottom-Port MEMS-Mikrofon ohne Deckel. Quelle: TDK-Invensense

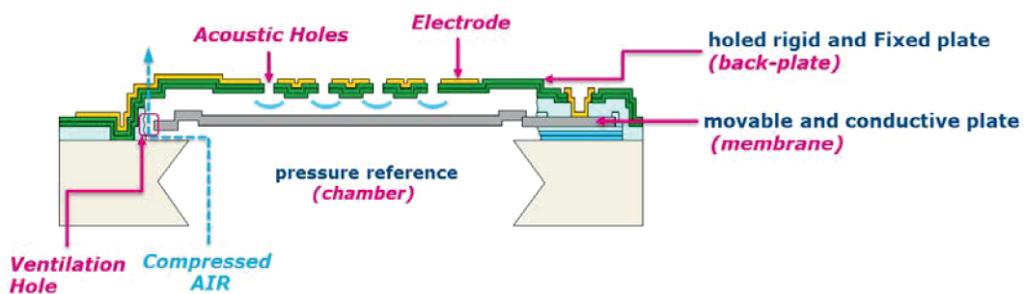


Abbildung 7.20: Schematischer Aufbau eines MEMS-Wandlerelements. Quelle: TDK-Invensense

Der Frequenzgang ist weitestgehend linear, die mechanischen Resonanzfrequenzen der Konstruktion liegen deutlich oberhalb des Ultraschallbereichs. Der Frequenzgang wird wesentlich durch zwei Eckfrequenzen dominiert: Zum einen ist für den Druckausgleich des rückwärtigen Volumens eine Belüftungsbohrung erforderlich, die als Leck bei tiefen Frequenzen die Empfindlichkeit verringert. Zum anderen bilden Rückvolumen und Luftsäule im Wandler einen Helmholtz-Resonator, der den nutzbaren Frequenzbereich nach oben begrenzt.

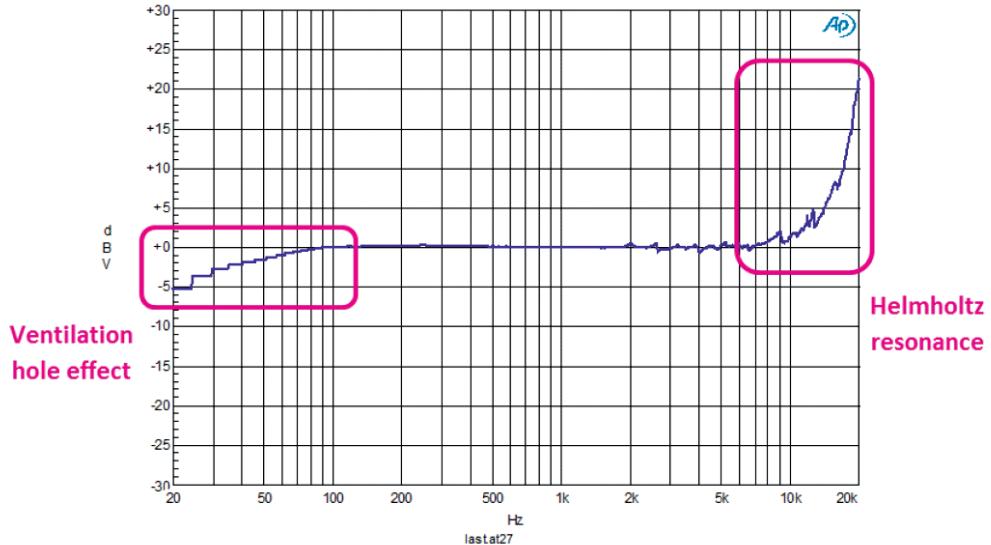


Abbildung 7.21: Frequenzgang eines MEMS-Mikrofons. Quelle: TDK-Invensense

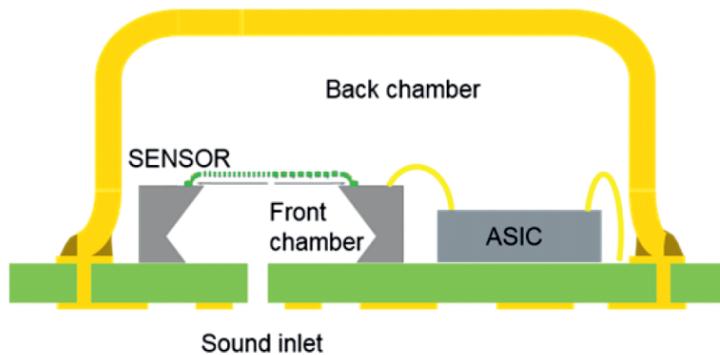


Abbildung 7.22: Schematischer Aufbau eines Top-Port MEMS-Mikrofons. Quelle: TDK-Invensense

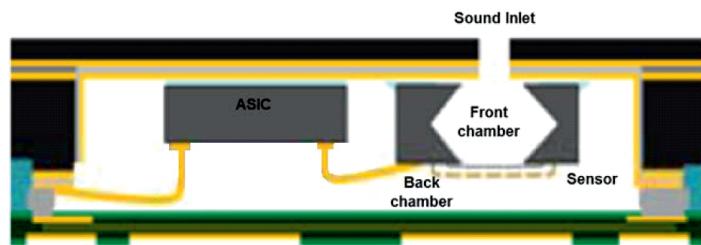


Abbildung 7.23: Schematischer Aufbau eines Top-Port MEMS-Mikrofons. Quelle: TDK-Invensense

Bilder top-port, bottom-port

Mechanisch werden MEMS-Mikrofone sowohl als top-port (Schallöffnung auf der Deckelseite) und bottom-port (Schallöffnung auf der Platinenseite) ausgeführt. Die Fertigung mit

hochgenauen Halbleiterprozessen erlaubt eine sehr geringe Fertigungstoleranz, die Mikrofone eines Produktionsloses weisen in der Regel eine Serienstreuung von < 0.1dB auf. MEMS-Mikrofone eignen sich daher sehr gut für den Aufbau von Mikrofon-Arrays.

Kapitel 8

Elektromagnetische Wandler

Elektromagnetische Wandler erlauben einen hohen Wirkungsgrad bei gleichzeitig einfacher mechanischer Konstruktion. Sie zählen mit zu den ältesten elektroakustisch genutzten Wandler. Historisch sind sie im Bereich der Fernsprechtechnik eingesetzt worden, dort sind sie mittlerweile durch leichtere (und billigere) elektrodynamischer Wandler verdrängt worden. Elektromagnetischer Wandler spielen noch eine wichtige Rolle als Gitarren-Tonabnehmer, in Abtastsystemen für Schallplatten und in Hörgeräte-Receivern.

8.1 Aufbau, Ersatzschaltbild und Kenngrößen

Zunächst eine kurze Wiederholung zum Themenbereich Magnetfeld und Elektromagnetische Wandler

8.1.1 Magnetfeld und Magnetkreis

Feldgrößen

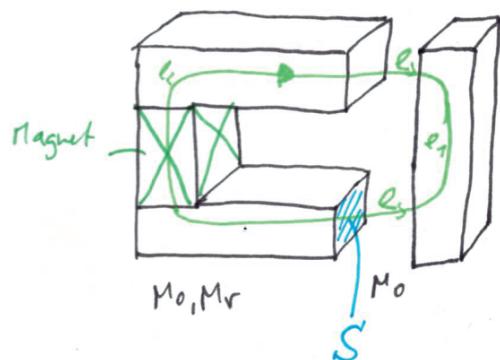
- magnetische Feldstärke: \vec{H}
- magnetische Flussdichte: \vec{B}
- Verknüpfung: $\vec{B} = \mu \vec{H}$
- μ ist die magnetische Permeabilität. $\mu = \mu_0 \mu_r$ mit $\mu_0 = 1.237 \cdot 10^{-6} \text{ Vs/Am}$,

integrale Größen

- Magnetische Durchflutung (magnetische Anregung): $\oint \vec{H} d\vec{s} = \Theta$
 - a) Permanentmagnet
 - b) stromdurchflossene Spule: $\Theta = N \cdot i$ mit Wicklungszahl N
- Magnetischer Fluss $\iint \vec{B} d\vec{A} = \Phi$

Ohm'sches Gesetz

Analog zum ohm'schen Gesetz des elektrischen Stromkreises gibt es auch im magnetischen Kreis eine einfache Beziehung zwischen Fluss und Durchflutung.

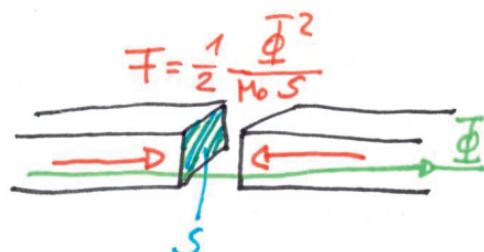


- $\Theta = R_m \cdot \Phi$ mit $R_m = \frac{l}{\mu S}$

Induktionsgesetz

- $U = -\frac{d\Phi}{dt}$

Kraft auf Grenzflächen

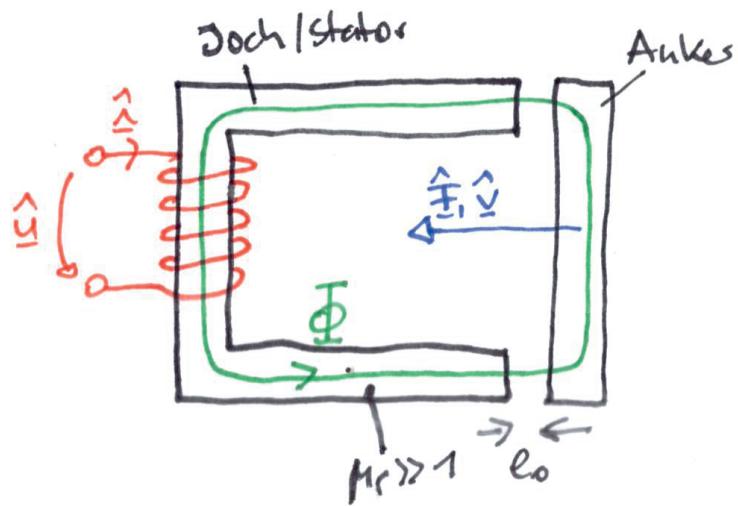


- $F = \frac{1}{2} \frac{\Phi^2}{\mu_0 S}$

Induktivität

- $L = N \cdot \frac{\Phi h i}{I}$

8.1.2 Der elektromagnetische Wandler



Sendefunktion

Der Stromfluss durch die Spule mit der Wicklungszahl N erzeugt Durchflutung, ein magnetischer Fluss in Joch und Anker entsteht. Der Anker wird angezogen (Kraftwirkung).

Für zwei Luftpalte gilt:

$$F = \frac{\Phi^2}{\mu_0 S} \quad (8.1)$$

Somit ergibt sich auch hier eine quadratische Kennlinie, die durch einen konstanten magnetischen Fluss Φ_0 im Arbeitspunkt linearisiert werden muss. Dieser kann durch einen Gleichstrom in der Spule oder durch einen Permanentmagneten erzeugt werden.

$$\Phi = \Phi_0 + d\Phi \quad (8.2)$$

mit:

$$d\Phi = \frac{N \cdot dI}{R_m} \approx \frac{\mu_0 S}{2l_0} N \cdot dI \quad (8.3)$$

Somit:

$$F = \frac{\Phi_0^2 + 2\Phi_0 d\Phi + d\Phi^2}{\mu_0 S} \underset{d\Phi \ll \Phi_0}{\approx} \frac{\Phi_0^2 + 2\Phi_0 d\Phi}{\mu_0 S} \quad (8.4)$$

$$F = \underbrace{\frac{\Phi_0^2}{\mu_0 S}}_{F_0} + \underbrace{\frac{2\Phi_0 d\Phi}{\mu_0 S}}_{dF} \quad (8.5)$$

F_0 kann durch eine Feder kompensiert werden, für den Wandlerkern ist nur dF interessant. Mit 8.3 erhält man:

$$dF = \frac{2\Phi_0}{\mu_0 S} \cdot \frac{\mu_0 S}{2l_0} N \cdot dI = \frac{\Phi_0 N}{l_0} dI \quad (8.6)$$

Also für harmonische Größen:

$$\boxed{\underline{\hat{F}} = \frac{\Phi_0 N}{l_0} \underline{\hat{i}}} \quad (8.7)$$

Empfängerfunktion

Die Empfängerfunktion besteht in der Änderungen von R_m durch die Veränderung der Luftspaltweite. Gesucht ist die Abhängigkeit $\underline{\hat{u}}$ von $\underline{\hat{v}}$ beim elektrisch unbelasteten Wandler.

Änderung von Φ :

$$\Phi = \Phi_0 + d\Phi = \frac{\Theta_0}{R_{m,0} + dR_m} \approx \frac{\Theta_0}{\frac{2l_0}{\mu_0 S} + \frac{2dl}{\mu_0 S}} \quad (8.8)$$

Mit $d\Phi = \Phi - \Phi_0$ ergibt sich für $dl \ll l_0$:

$$d\Phi = -\Phi_0 \frac{dl}{l_0} \quad (8.9)$$

$$\boxed{\underline{\hat{\Phi}} = -\frac{\Phi_0}{l_0} \underline{\hat{\xi}}} \quad (8.10)$$

Über die induzierte Spannung $u = -N \frac{d\Phi}{dt}$, als harmonischen Größe ausgedrückt $u = -j\omega N \underline{\hat{\Phi}}$ ergibt sich:

$$\underline{\hat{u}} = +j\omega \frac{\Phi_0 N}{l_0} \underline{\hat{\xi}} \quad (8.11)$$

Mit $\underline{\hat{v}} = j\omega \cdot \underline{\hat{\xi}}$ ergibt sich:

$$\boxed{\underline{\hat{u}} = \frac{\Phi_0 N}{l_0} \underline{\hat{v}}} \quad (8.12)$$

Zweitor-Modell

Der Wandlerkern ergibt sich somit zu:

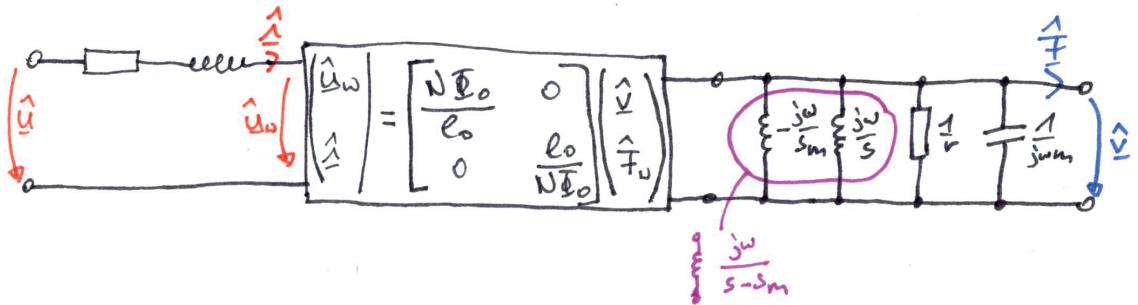
$$\left(\begin{array}{c} \underline{\hat{u}} \\ \underline{\hat{i}} \end{array} \right) = \left(\begin{array}{cc} \frac{\Phi_0 N}{l_0} & 0 \\ 0 & \frac{l_0}{\Phi_0 N} \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} \underline{\hat{v}} \\ \underline{\hat{F}} \end{array} \right) \quad (8.13)$$

Durch die Veränderung des magnetischen Flusses (ein Verkürzen des Luftspaltes erhöht den Fluss durch verringern des magnetischen Widerstandes) erhalten wir einen zusätzlichen Kraftanteil:

$$\boxed{\underline{\hat{F}} = -\frac{2\Phi_0^2}{\mu_0 S l_0} \cdot \underline{\hat{\xi}}} \quad (8.14)$$

Dieser kann analog zum Vorgehen beim elektrostatischen Wandler als negative Feder betrachtet werden. Hieraus ergibt sich das Zweitor-Modell mit elektrischen und mechanischen

Komponenten.



$$\text{Mit } L = \frac{N^2 \mu_0 S}{2l_0}, \quad -s_m = -\frac{2\Phi_0^2}{\mu_0 S l_0}.$$

Aussteuerungsgrenzen

Wie auch beim elektrostatischen Wandler bedingt die Linearisierung im Arbeitspunkt, dass ein permanenter magnetischer Fluss vorhanden ist. Da auch die magnetische Kraft F_{mag} proportional zum Abstand im Luftspalt l^2 ist, gibt es einen Aussteuerungspunkt l_{krit} , oberhalb dessen der Anker gegen die Federkraft der Aufhängung angezogen wird.

Für F_{mag} gilt:

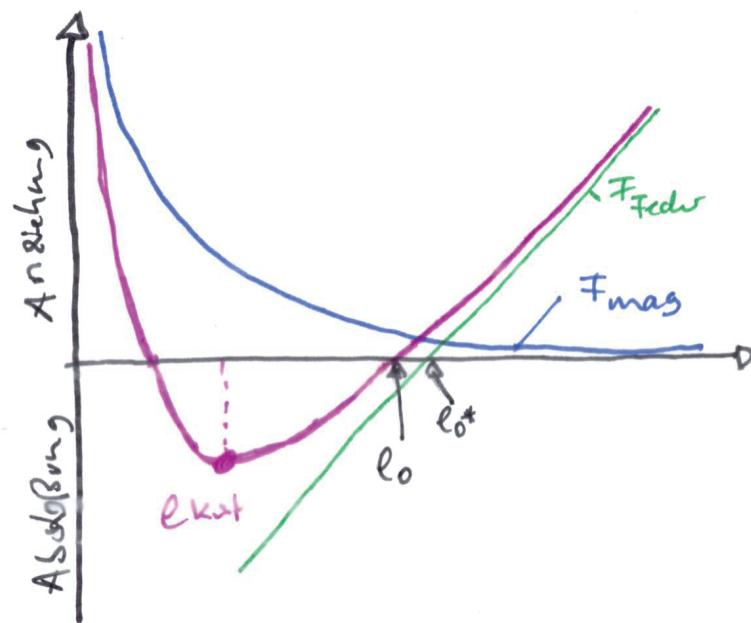
$$F_{mag} = \frac{\Phi^2}{\mu_0 A}; \quad \text{mit } \Phi = \frac{\Theta_0 \mu_0 S}{2l} : \quad F_{mag} = \frac{\Theta_0^2 \mu_0^2 S^2}{2l^2 \mu_0 A} \quad (8.15)$$

Für die Federkraft der Aufhängung gilt:

$$F = s(l - l_0^*) \quad (8.16)$$

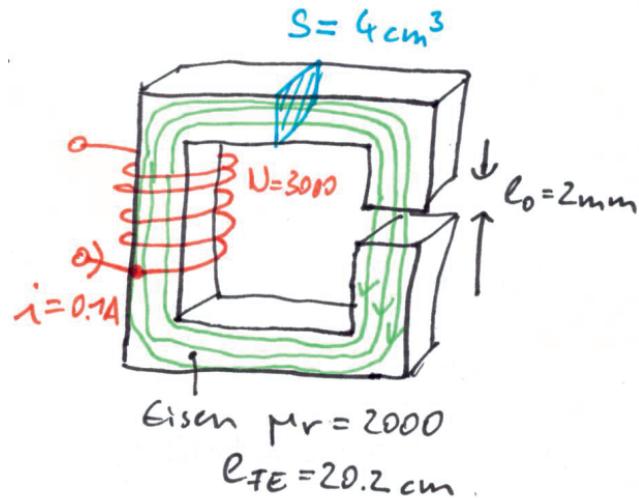
Durch Bestimmung des Minimum von $f_{ges} = F - F_{mag}$ erhält man mit $s_m = \frac{2\Phi_0^2}{\mu_0 S l_0}$:

$$l_{krit} = \sqrt[3]{\frac{s_m}{s}} \cdot l_0 \quad (8.17)$$



Da der Arbeitspunkt mit einem Permanentmagneten eingestellt wird, kann dieser Zustand anders als beim elektrostatischen Wandler nicht durch Entladen oder Abschalten der DC-Spannung aufgehoben werden. Die Aussteuerung muss beim elektromagnetischen Wandler daher mechanisch begrenzt werden, ein Überschreiten von l_{krit} würde den Wandler unbenutzbar machen.

8.1.3 Aufgabe: Magnetkreis



Bestimmen Sie den Fluss Φ und die Induktivität des gegebenen Magnetkreises.

1. Schritt: Bestimmen von Φ aus Θ über den Magnetischen Widerstand R_m .

$$\Phi = \frac{1}{R_{m,ges}} \cdot \Theta; \quad \text{mit } \Theta = N \cdot I \quad (8.18)$$

Dazu wird $R_{m,ges}$ benötigt:

$$R_{m,ges} = R_{m,Spalt} + R_{m,Eisen} = \frac{l_0}{\mu_0 S} + \frac{l_{FE}}{\mu_0 \mu_r S} \quad (8.19)$$

hier:

$$R_{m,ges} = \frac{1}{\mu_0 S} \left[\frac{202mm}{2000} + 2mm \right] = 4.1 \cdot 10^6 \frac{A}{Vs} \quad (8.20)$$

Somit:

$$\Phi = \frac{\Theta}{R_{m,ges}} = \frac{3000 \cdot 0.1A}{4.1 \cdot 10^6 \frac{A}{Vs}} = 72.8 \cdot 10^{-6} Vs \quad (8.21)$$

2. Schritt: Bestimmen von L über Φ

$$L = N \frac{\Phi}{I} = \frac{3000 \cdot 72.8 \cdot 10^{-6} Vs}{0.1A} = 2.18 \frac{Vs}{A} \quad (8.22)$$

8.2 Hörgeräte-Receiver

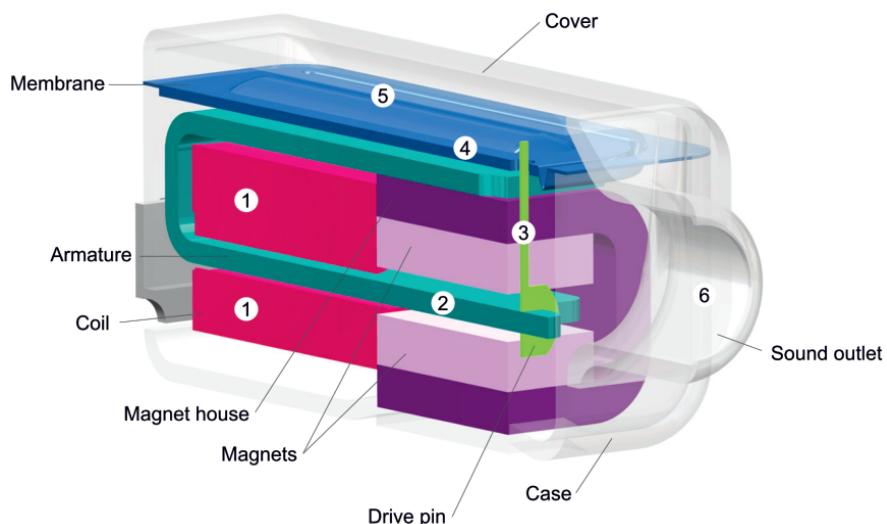


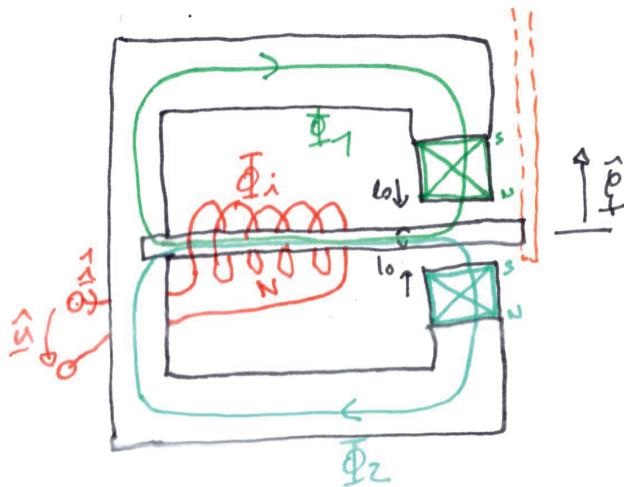
Abbildung 8.1: Balanced Armature Receiver. Bild: Sonion.

Beim Hörgeräte-Receiver (Balanced Armature Receiver) wird ein beweglicher, magnetischer Cantilever in einem symmetrischen Magnetfeld bewegt. Neben einem besseren Kraftfaktor durch zwei Magnetkreise ist der wesentliche Vorteil, dass die Wandlerkennlinie durch die Überlagerung zweier magnetischer Wandler im Arbeitspunkt symmetrisch wird und in Ruhelage keine Federkraft zum Halten des Ankers (Armature) benötigt wird.

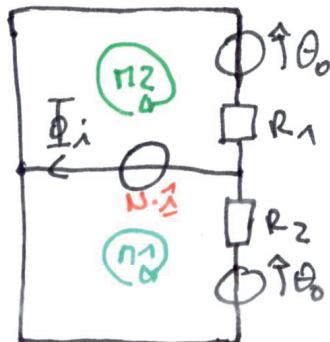
Die Wandlerkennlinie muss wie beim einzelnen elektromagnetischem Wandler durch Permanentmagnete linearisiert werden. Eine wesentlicher konstruktiver Aspekt ist das Verhindern eines Überschreitens der kritischen Auslenkung (Shockproof), was insbesondere bei der Verwendung in Hörgeräten wichtig ist.

Interessant ist bei diesem symmetrischen Wandler:

- a) Wie ist der Zusammenhang zwischen \hat{i} und \hat{F} (Sendefunktion)?
 b) Gibt es eine magnetische Feder s_{mag} ?



Das magnetische Ersatzschaltbild zeigt: Es gibt zwei Kräfte mit unterschiedlichem Φ , die auf den Anker wirken.



$$F_1 = \frac{\Phi_1^2}{2\mu_0 S}; \quad F_2 = \frac{\Phi_2^2}{2\mu_0 S} \quad (8.23)$$

Beide Kräfte sind Anziehungskräfte, so dass gilt:

$$F = F_1 - F_2 \quad (8.24)$$

Nun gilt es, Φ_1 und Φ_2 aus den magnetischen Maschen des ESB zu bestimmen.

$$\text{I: } \Phi_1 R_1 - Ni - \Theta_0 = 0 \quad (8.25)$$

$$\text{II: } \Phi_2 R_2 - Ni - \Theta_0 = 0 \quad (8.26)$$

Somit:

$$\Phi_1 = \frac{\Theta_0 + Ni}{R_1}; \quad \text{mit } R_1 = \frac{1}{\mu_0 S} (l_0 - \xi) \rightarrow \Phi_1 = \frac{\Theta_0 + Ni}{l_0 - \xi} \mu_0 S \quad (8.27)$$

$$\Phi_2 = \frac{\Theta_0 - Ni}{R_2}; \quad \text{mit } R_2 = \frac{1}{\mu_0 S} (l_0 + \xi) \quad \rightarrow \quad \Phi_1 = \frac{\Theta_0 - Ni}{l_0 + \xi} \mu_0 S \quad (8.28)$$

Für F gilt dementsprechend:

$$F = \frac{\Phi_1^2}{2\mu_0 S} - \frac{\Phi_2^2}{2\mu_0 S} = \frac{\mu_0 S}{2} \left[\frac{(\Theta_0 + Ni)^2}{(l_0 - \xi)^2} - \frac{(\Theta_0 - Ni)^2}{(l_0 + \xi)^2} \right] \\ [...]$$

$$F = \frac{2\mu_0 S}{(l_0^2 - \xi^2)^2} [\Theta_0^2 l_0 \xi + N^2 i^2 l_0 \xi + \Theta_0 Ni (\xi^2 + l_0^2)] \quad (8.30)$$

zu a): Für harmonische Größen und im festgebremsten Zustand ($v = 0$) und somit auch ohne Auslenkung ($\xi = 0$) ergibt sich:

$$\hat{F}|_{\hat{v}=0} = \frac{2\mu_0 S}{l_0^4} [\Theta_0 N \hat{i} l_0^2] \quad (8.31)$$

mit $\Phi_0 = \frac{\Theta_0 \mu_0 S}{l_0}$ vereinfacht sich dies zu:

$$\boxed{\hat{F}|_{\hat{v}=0} = \frac{2\Phi_0 N}{l_0} \hat{i}} \quad (8.32)$$

zu b): Hierzu betrachten wir F für den Fall $\hat{i} = 0$.

$$\hat{F}|_{\hat{i}=0} = \frac{2\mu_0 S}{(l_0^2 - \hat{\xi}^2)^2} [\Theta_0^2 l_0 \hat{\xi}] \underset{\xi \ll l_0}{\approx} \frac{2\mu_0 S}{l_0^3} \Theta_0^2 \hat{\xi} \quad (8.33)$$

mit $\Phi_0 = \frac{\Theta_0 \mu_0 S}{l_0}$:

$$\boxed{\hat{F} = \underbrace{\frac{2\Phi_0^2}{\mu_0 S l_0}}_{s_{mag}} \hat{\xi}} \quad (8.34)$$

Diese magnetische Feder s_{mag} wirkt der Aufhängung entgegen.

Realistische Werte für einen Hörgeräte-Receiver sind (Sonion):

$l_0 = 0,125 \text{ mm}$
$N = 310$
$S = 5 \text{ mm}^2$
$m = 80 \text{ mg}$
$r = 0,146 \text{ Ns/m}$
$s = 19.000 \text{ N/m}$
$\Theta_0 = 10.000 \text{ A}$