方差分析实验报告

1. 回顾并且写下单因素方差分析所基于的假设。

第一,满足独立性假设的分布:数据是随机选取的。

第二,满足方差齐性假设,这里有两种情况:第一种是方差完全相等;第二种是指方差符合经验法则——最大的均方差与最小的均方差的比不超过2:1。

第三. 满足正态性分布的假设。

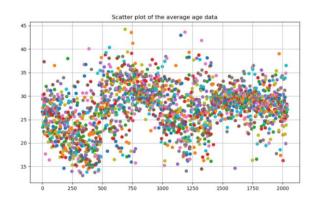
2. 我们想衡量一下平均年龄(第七列)对于类别(第二列)而言是否有着显著的差异。请为这一任务清晰地陈述原假设和备择假设。

答:原假设(H0):第七列的平均年龄对于第二列的类别而言**没有** 显著差异,即所有类别的平均年龄是一致的。

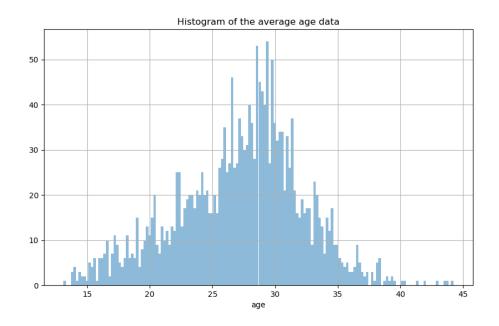
备择假设(H1):第七列的平均年龄对于第二列的类别而言是**有显著差异**,即所有类别的平均年龄是**不一致的**。

3. 编程解决问题

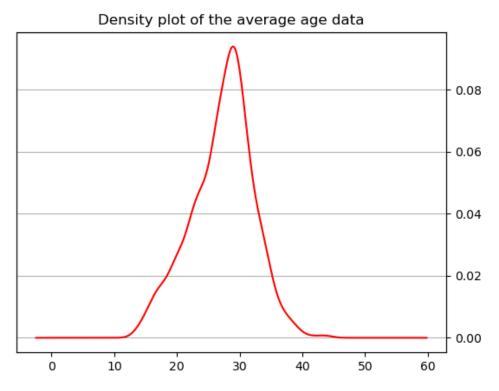
(a) 做出第七列的经验概率密度分布函数,探究这一维度的数据是 否符合正态分布。



上图是平均年龄这一维度的散点图



上图是平均年龄这一维度的直方图。



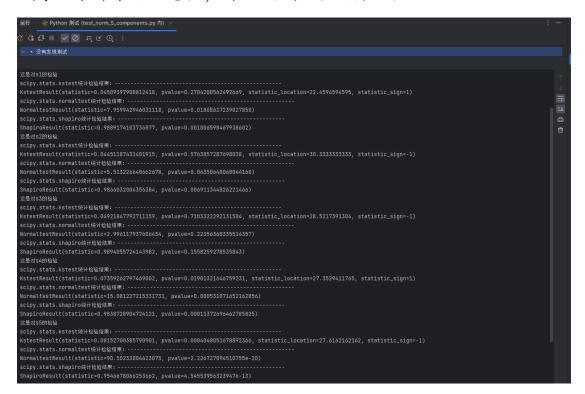
上图是平均年龄这一维度的密度图。

从图中可以初步看出生成的数据与正态分布差距较大。为了得到更具说服力的结果,我们可以使用统计检验的方法。利用 scipy.stats 模块的 kstest、normaltest、shapiro 函数进行正态检验,得到的结果如下图所示。

可以看出三种检验方式得到的 P-value 均小于 0.05, 这说明需要拒绝原假设. 原数据不服从正态分布。

注: 本题目的代码请见 code 文件夹的 test normality.py 文件。

(b) 在第七列中,根据第二列的类别标签可以分为五个部分。请测试每一个部分的正态性,并且测试方差的齐次性。



在经过正态检验之后,我们可以看到,这五个部分中,前三个部分的数据由于其 kstest 的 P-value 大于 0.05,因此可以近似看作成符合正态分布,后面两个部分的数据由于其 kstest 的 P-value 小于 0.05,故认为不服从正态分布。

本题目的方差齐次性分析如下图所示:

```
第一部分的方差为24.2433843476337
第二部分的方差为27.22095889226124
第三部分的方差为6.517304980081701
第四部分的方差为25.992212914769162
第五部分的方差为9.114233025498347
方差的最大值为27.22095889226124,方差的最小值为6.517304980081701
比值为4.17672012825154
```

方差齐次性假设要求最大的方差与最小的方差的比不大于(2:1)的平方,也就是 4:1,这里的比值为 4.18,可以看出数据与方差齐次性假设差的不多,可以近似认为满足方差齐次性假设。

注: 本题目的代码请见 code 文件夹的 test five components.py。

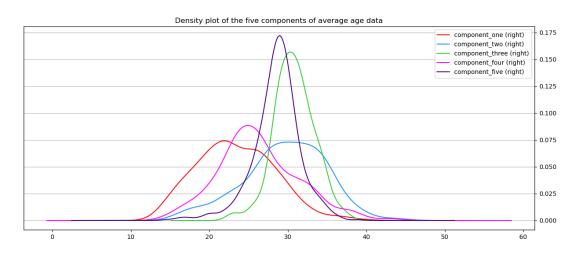
(c)对第七列的数据与第二列的类别做单因素方差分析。写出结论, 所用的统计量并且对数据进行可视化分析。



从结果中我们可以看到, F的值很大, 为 171.51, 分子自由度是4, 分母自由度是2035, 查表格的时候只能查到自由度为(4, 1000)的 F-critic 值, 但是自由度为(4, 2035)的 F-critic 值应当小于(4, 1000)的 F-critic 值, 故得出的结论依然可信。结论为: 拒绝原假设, 接受备择假设, 即第七列的平均年龄对于第二列的类别

而言是有显著差异,即所有类别的平均年龄是不一致的。

在下面做出五个类别的密度图:

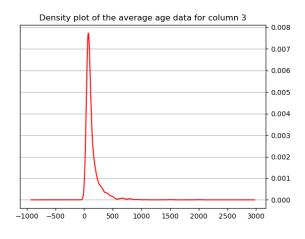


从图中也可以比较明显地看出来第七列的平均年龄对于第二列的 类别而言是有显著差异,即所有类别的平均年龄是不一致的。

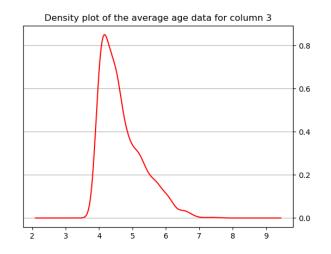
注:本题目的代码请见 code 文件夹的 ANOVA.py。在经过学习与资料查阅后,发现调用 scipy.stats.f_oneway 库可以实现单因素方差分析。采用调用该库的方法的代码请见 ANOVA invoking.py 文件。

4. 选择另外的三列, 画出每一列的经验概率密度函数, 并且检验哪一 列符合第一题的假设。如果不符合, 那么经过对数变换后的结果是怎 么样的呢?

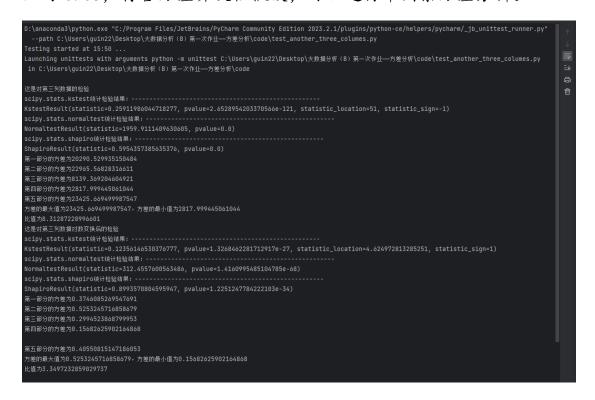
答:首先选取第三列的数据进行检验,经验概率密度函数如下图所示,



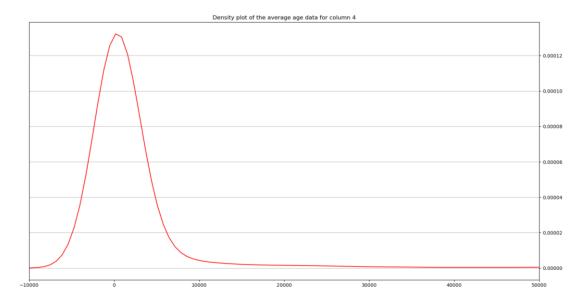
进行对数变换后的检验结果如下图所示



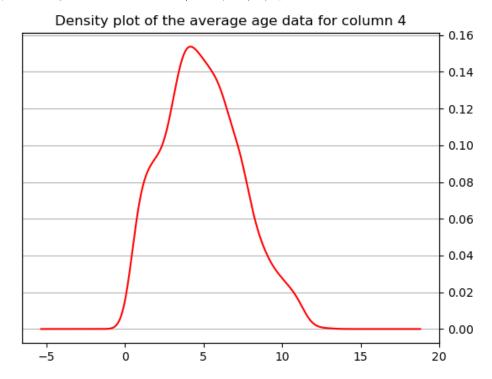
检验结果如下图所示,在没有经过对数变换之前 P-value 太低,并 且方差的最大值与最小值的比为 8.31。这说明没有经过对数变换前 的数据不服从正态分布的假设,同时也不符合方差齐次性假设。在经 过对数变换后, P-value 有了一定的提高,方差的最大值和最小值的 比为 3.35,符合方差齐次性假设,可以进行单因素方差分析。



选取第四列的数据进行检验, 经验概率密度函数如下图所示,



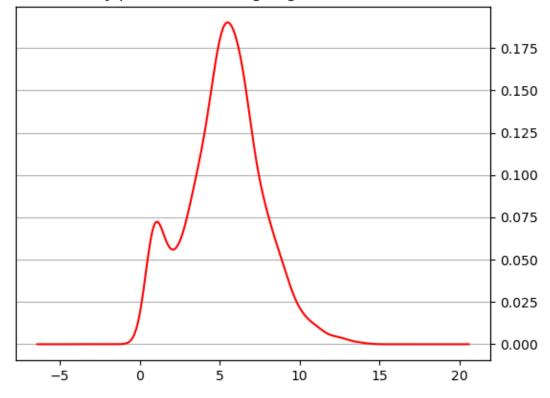
进行对数变换后的检验结果如下图所示



检验结果如下图所示,在没有经过对数变换之前 P-value 太低,并且方差的最大值与最小值的比为 32.45。这说明没有经过对数变换前的数据不服从正态分布的假设,同时也不符合方差齐次性假设。在经过对数变换后,P-value 有了一定的提高,方差的最大值和最小值的比为 2.18,符合方差齐次性假设,可以进行单因素方差分析。

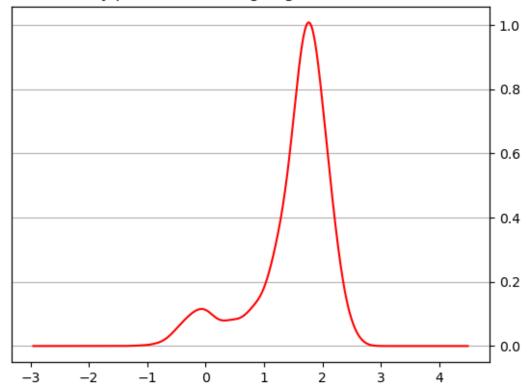
选取第八列的数据进行检验, 经验概率密度函数如下图所示,





进行对数变换后的检验结果如下图所示





检验结果如下图所示,在没有经过对数变换之前 P-value 较低,并且方差的最大值与最小值的比为 2.52。在经过对数变换后, P-value 大大降低, 方差的最大值和最小值的比为 8.98。因此, **未经过对数变换**前的数据符合方差齐次性假设,可以进行单因素方差分析。

```
送表対象人列数接続的始後
Scipy, Statis, Kstesti6計始後結果:
KstestResult(Statistic=0.04081892593117569, pvalue=0.002188420490151733, statistic_Location=4.57640310072, statistic_sign=-1)
Scipy, Statis, Samphirosifte设施機器:
NomenteestResult(Statistic=0.208315708694377, pvalue=0.331844052748994)
Scipy, Statis, Samphirosifte设施機器:
ShapinoResult(Statistic=0.2083157968583031, pvalue=1.2719259510640924e-11)
第一部分的产型の上81220087897388
第二部分的产型の上81220087897388
第二部分的产型の上81220087897388
第二部分的产型の上8122008789738
第二部分的产型の上8122008789738
第二部分的产型の上8122008789738
第二部分的产型の上8122008789794083
20是对离人列数提示技事以集后的检验
Scipy, Statis, Kstesti6并检验结果:
NomenteestResult(Statistic=0.10843558947972117, pvalue=1.3004712407140890e-48, statistic_location=1.461378758398443, statistic_sign=-1)
Scipy, Statis, Samphirosifte设施機器:
NomenteestResult(Statistic=0.10843558947972117, pvalue=1.3004712407140890e-48, statistic_location=1.461378758398443, statistic_sign=-1)
Scipy, Statis, Samphrosifte设施機器:
NomenteestResult(Statistic=0.853889488995178, pvalue=6.6764024555677314e-40)
第一部分的方度为0.12619425749923234
第二部分的方度为0.12619425749923234
第二部分的方度为0.12619425749923234
第二部分的方度为0.12619425749923234
第二部分的方度为0.12619425749923234
第二部分的方度为0.126194259749923234
第二部分的方度为0.126194259749923234
第二部分的方度为0.126194259749923234
第二部分的方度为0.126194259749923234
第二部分的方度为0.126194259749923234
第二部分的方度为0.126194259749923234
第二部分的方度为0.126194259749923234
第二部分的方度为0.126194259749923234
第二部分的方度为0.12619459979513118
为普的检查表的0.13619435948979513118
为普的检查表的0.13619435948979513118
为普的检查表的0.13619435948997513118
为普的检查表的0.13619435948997513118
```

注:本题目的代码请见 code 文件夹的 test_another_three_columes.py。 5. 对于非正态的数据如何进行单因素方差分析?

- (a) 找出并列举出可能的解决方案
- (b) 在你所选择的三列上进行单因素方差分析。这些列之间的特征有显著的差异吗? 将你的结果可视化出来。

答:

(a):一般来说,单因素方差分析对数据的正态性有一定的耐受能力,不满足正态性分布假设的情况,但是满足方差齐次性假设(包括松弛后的)的情况,可以直接进行单因素方差分析。

但是,如果正态性分布假设与方差齐次性假设均不满足的情况下, 需要对数据进行一定的转换,经过查阅资料、分析探索,转换方法大 致如下:

- 1) 平方根变换:对变量取根号
- 2) 对数变换:对变量取自然对数(ln)或者以10为底的对数(log10)。
- 3) 倒数变换: 对变量取倒数
- 4) Box-Cox 变换: 是一种广义的幂变换, 其一般形式通常如下所示:

$$y^{(\lambda)}=egin{cases} rac{y^{\lambda}-1}{\lambda} & \lambda=0 \ \mathrm{th}$$
 时相当于对数变换, $\lambda=2$ 时等同于 $\lambda\neq0$ 平方变换, $\lambda=1/2$ 时等同于平方根变换, $\lambda=1$ 时等同于倒数变换。

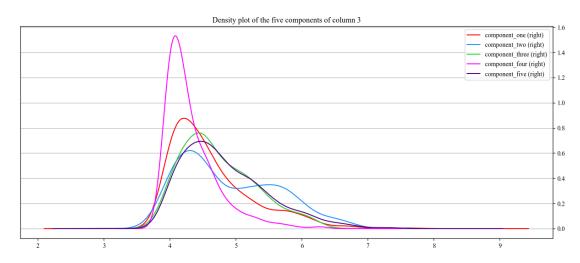
(b):在本部分中, 我将先对对数变换后的第三、四列, 原始的第八列进行与第二列的类别进行单因素的方差分析。然后对对数变换后的第三、四列和原始的第八列进行单因素方差分析。

Part1:对数变换后的第三列和第二列的类别进行单因素方差分析原假设(H0):对数变换后的第三列对于第二列的类别而言没有显著差异,即所有类别的群人数是一致的。

备择假设(H1):对数变换后的第三列对于第二列的类别而言是有 显著差异,即所有类别的群人数是不一致的。

在这个情境下,得到的F值为59.7315086425722,分子自由度是4,分母自由度是2035 请根据上述信息,查表得到a=0.05时F-crit的值2.38 With significance level of 5%,there is highly significant evidence to reject the null hypothesis 请根据上述信息,查表得到a=0.01时F-crit的值3.34 With significance level of 1%,there is highly significant evidence to reject the null hypothesis

从结果中我们可以看到, F的值很大, 为 59.73, 分子自由度是4, 分母自由度是2035, 查表格的时候只能查到自由度为(4, 1000)的 F-critic 值, 但是自由度为(4, 2035)的 F-critic 值应当小于(4, 1000)的 F-critic 值, 故得出的结论依然可信。结论为: 拒绝原假设, 接受备择假设, 即第三列的群人数对于第二列的类别而言是有显著差异, 即所有类别的群人数是不一致的。



从图中也可以看出来,第三列的群人数对于第二列的类别而言是有显著差异,尤其是第四类与其他类别相比差异很大,即所有类别的群人数是不一致的。

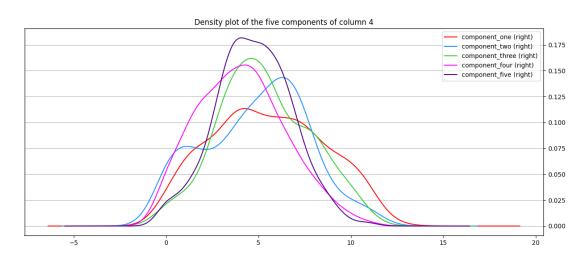
Part2:对数变换后的第四列和第二列的类别进行单因素方差分析原假设(H0):对数变换后的第四列对于第二列的类别而言没有显著差异,即所有类别的消息数是一致的。

备择假设(H1):对数变换后的第四列对于第二列的类别而言是有 显著差异,即所有类别的消息数是不一致的。

在这个情境下,得到的F值为20.011754697728296,分子自由度是4,分母自由度是2035 请根据上述信息,查表得到a=0.05时F-crit的值2.38 With significance level of 5%,there is highly significant evidence to reject the null hypothesis 请根据上述信息,查表得到a=0.01时F-crit的值3.34 With significance level of 1%,there is highly significant evidence to reject the null hypothesis

从结果中我们可以看到, F的值很大, 为 20.01, 分子自由度是 4, 分母自由度是 2035, 查表格的时候只能查到自由度为 (4, 1000) 的 F-critic 值, 但是自由度为 (4, 2035) 的 F-critic 值应当小于 (4, 1000) 的 F-critic 值, 故得出的结论依然可信。结论为: 拒 绝原假设, 接受备择假设, 即第四列的消息数对于第二列的类别而言是有显著差异, 即所有类别的消息数是不一致的。

在下面做出五个类别的密度图:



从图中也可以看出来,第四列的消息数对于第二列的类别而言是 有显著差异,即所有类别的消息数是不一致的。

Part3:第八列和第二列的类别进行单因素方差分析

原假设(H0): 第八列对于第二列的类别而言**没有显著差异**,即所有类别的年龄差是**一致的**。

备择假设(H1):第八列对于第二列的类别而言是**有显著差异**,即 所有类别的年龄差是**不一致的**。

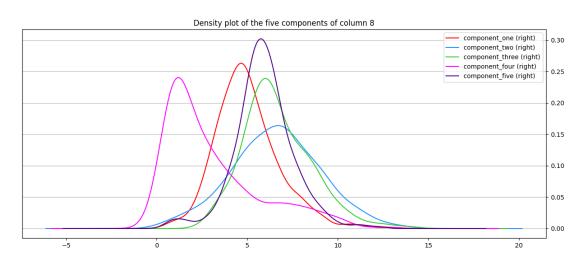
在这个情境下,得到的F值为200.24221601479468,分子自由度是4,分母自由度是2035 请根据上述信息,查表得到 α =0.05时F-crit的值2.38

With significance level of 5%,there is highly significant evidence to reject the null hypothesis 请根据上述信息,查表得到a=0.01时F-crit的值3.34

With significance level of 1%, there is highly significant evidence to reject the null hypothesis

从结果中我们可以看到, F的值很大, 为 200. 24, 分子自由度是4, 分母自由度是 2035, 查表格的时候只能查到自由度为(4, 1000)的 F-critic 值, 但是自由度为(4, 2035)的 F-critic 值应当小于(4, 1000)的 F-critic 值, 故得出的结论依然可信。结论为: 拒绝原假设, 接受备择假设, 即第八列的年龄差对于第二列的类别而言是有显著差异, 即所有类别的年龄差是不一致的。

在下面做出五个类别的密度图:



从图中也可以看出来,第八列的年龄差对于第二列的类别而言是 有显著差异,即所有类别的年龄差是不一致的。 Part4:对数变换后的第三、四列和原始的第八列进行单因素方差分析原假设(H0):对数变换后的第三、四列和原始的第八列之间没有显著性差异。

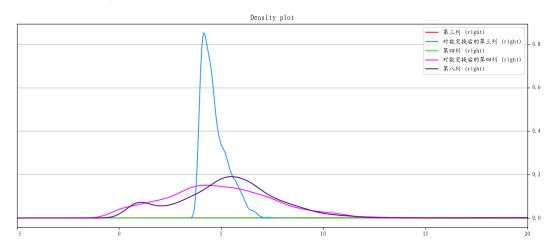
备择假设(H1):对数变换后的第三、四列和原始的第八列之间是 有显著性差异。

在这个情境下,得到的F值为45.16316491406741,分子自由度是2,分母自由度是6117请根据上述信息,查表得到 α =0.05时F-crit的值3.00

With significance level of 5%,there is highly significant evidence to reject the null hypothesis 请根据上述信息,查表得到α=0.01时F-crit的值4.63

With significance level of 1%, there is highly significant evidence to reject the null hypothesis

从结果中我们可以看到, F的值很大, 为 45.16, 分子自由度是 2, 分母自由度是 6117, 查表格的时候只能查到自由度为(2, 1000)的 F-critic 值, 但是自由度为(2, 6117)的 F-critic 值应当小于(4, 1000)的 F-critic 值, 故得出的结论依然可信。结论为: 拒绝原假设, 接受备择假设, 即对数变换后的第三、四列和原始的第八列之间是有显著性差异。



从图中也可以明显看出来:对数变换后的第三、四列和原始的第 八列之间是**有显著性差异**,也就是说群人数、消息数和年龄差这三 个特征之间是有显著性差异。

下面对这三个特征两两进行单因素方差分析。

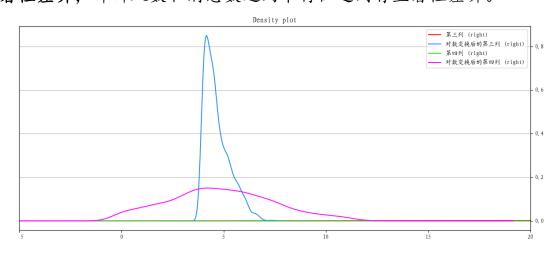
Part5:对数变换后的第三列和对数变换后的第四列进行单因素方差分析

原假设(H0):对数变换后的第三和对数变换后的第四列之间没有显著性差异,即群人数和消息数这两个特征之间没有显著性差异。 备择假设(H1):对数变换后的第三和对数变换后的第四列之间有显著性差异,即群人数和消息数这两个特征之间有显著性差异。

在这个情境下,得到的F值为10.008889122687886,分子自由度是1,分母自由度是4078 请根据上述信息,查表得到a=0.05时F-crit的值*3.85* With significance level of 5%,there is highly significant evidence to reject the null hypothesis

请根据上述信息,查表得到ɑ=0.01时F-crit的值*6.66* With significance level of 1%,there is highly significant evidence to reject the null hypothesis

从结果中我们可以看到, F的值为 10.01, 分子自由度是 1, 分母自由度是 4078, 查表格的时候只能查到自由度为 (1, 1000) 的 F-critic 值, 但是自由度为 (1, 4078) 的 F-critic 值应当小于 (1, 1000) 的 F-critic 值, 故得出的结论依然可信, 为: 拒绝原假设, 接受备择假设, 对数变换后的第三列和对数变换后的第四列之间有显著性差异,即群人数和消息数这两个特征之间有显著性差异。



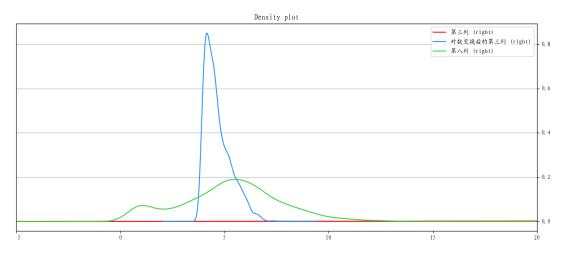
从图中也可以明显看出来:对数变换后的第三、四列之间是**有显著性差异**,也就是说群人数、消息数之间是有显著性差异。

Part6:对数变换后的第三列和第八列进行单因素方差分析 原假设(H0):对数变换后的第三列和第八列之间没有显著性差 异,即群人数和年龄差这两个特征之间没有显著性差异。 备择假设(H1):对数变换后的第三列和第八列之间有显著性差 异,即群人数和年龄差这两个特征之间有显著性差异。

在这个情境下,得到的F值为118.02576911930151,分子自由度是1,分母自由度是4078 请根据上述信息,查表得到a=0.05时F-crit的值*3.85* With significance level of 5%,there is highly significant evidence to reject the null hypothesis 请根据上述信息,查表得到a=0.01时F-crit的值*6.66*

With significance level of 1%,there is highly significant evidence to reject the null hypothesis

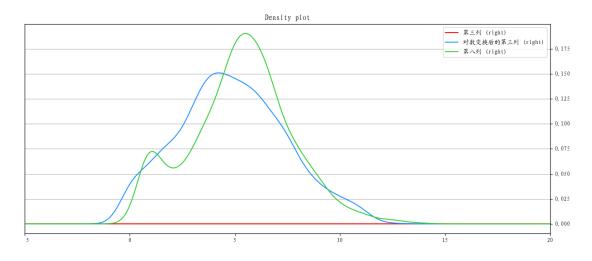
从结果中我们可以看到, F的值为 118.03, 分子自由度是 1, 分母自由度是 4078, 查表格的时候只能查到自由度为 (1, 1000) 的 F-critic 值, 但是自由度为 (1, 4078) 的 F-critic 值应当小于 (1, 1000) 的 F-critic 值, 故得出的结论依然可信。结论为: 拒绝原假设, 接受备择假设, 对数变换后的第三列和对数变换后的第四列之间有显著性差异,即群人数和年龄差这两个特征之间有显著性差异。



从图中也可以明显看出来:对数变换后的第三列和第八列之间是 有显著性差异,也就是说群人数和年龄差之间是有显著性差异。 Part7:对数变换后的第四列和第八列进行单因素方差分析 原假设(H0):对数变换后的第四列和第八列之间没有显著性差 异,即消息数和年龄差这两个特征之间没有显著性差异。 备择假设(H1):对数变换后的第四列和第八列之间有显著性差 异,即消息数和年龄差这两个特征之间有显著性差异。

在这个情境下,得到的F值为28.35251863981804,分子自由度是1,分母自由度是4078 请根据上述信息,查表得到a=0.05时F-crit的值3.85 With significance level of 5%,there is highly significant evidence to reject the null hypothesis 请根据上述信息,查表得到a=0.01时F-crit的值6.66 With significance level of 1%,there is highly significant evidence to reject the null hypothesis

从结果中我们可以看到, F的值为 28.35, 分子自由度是 1, 分母自由度是 4078, 查表格的时候只能查到自由度为 (1, 1000) 的 F-critic 值, 但是自由度为 (1, 4078) 的 F-critic 值应当小于 (1, 1000) 的 F-critic 值, 故得出的结论依然可信。结论为: 拒绝原假设, 接受备择假设, 对数变换后的第四列和第八列之间有显著性差异, 即消息数和年龄差这两个特征之间有显著性差异。



从图中也可以明显看出来:对数变换后的第四列和第八列之间是 有显著性差异,也就是说消息数和年龄差之间是有显著性差异。

总结

经过上述实验与分析, 得到如下结论:

- 第三列的群人数对于第二列的类别而言是有显著差异的
- 第四列的消息数对于第二列的类别而言是有显著差异的
- 第八列的年龄差对于第二列的类别而言是有显著差异的
- 群人数、消息数和年龄差这三个特征之间是有显著性差异的,并且群人数、消息数之间是有显著性差异的;群人数和年龄差之间是有显著性差异的:消息数和年龄差之间是有显著性差异的。

注:本题目的代码请见code文件夹的non_normal_ANOVA_C3-C2.py、non_normal_ANOVA_C4-C2.py、non_normal_ANOVA_C8-C2.py、non_normal_ANOVA_C3-C4-C8.py、non_normal_ANOVA_C3-C4.py、non_normal_ANOVA_C3-C8.py、non_normal_ANOVA_C4-C8.py 这七个文件。

附录

在本部分中,将展示上述实验通过调用 scipy.stats.f_oneway 库实现单因素方差分析的结果。经比较,调用该库的结果与前述实验结果完全一致。

第七列的数据与第二列的类别做单因素方差分析:

C:\Users\guin22\anaconda3\envs\nn\python.exe C:\Users\guin22\Desktop\大数据分析(B)第一次作业—方差分析\code\ANOVA_invoking.py

F-value: 171.50703270711966

P-value: 1.0820916064752822e-126

注:本结果的代码请见 ANOVA_invoking.py 文件

对数变换后的第三列和第二列的类别进行单因素方差分析:

C:\Users\guin22\anaconda3\envs\nn\python.exe C:\Users\guin22\Desktop\大数据分析(B)第一次作业——方差分析\code\non_normal_ANOVA_invoking.py

result of C3-C2 is as follows F-value: 59.73150864257041 P-value: 9.493707242830655e-48

对数变换后的第四列和第二列的类别进行单因素方差分析:

C:\Users\guin22\anaconda3\envs\nn\python.exe C:\Users\guin22\Desktop\大数据分析(B)第一次作业—方差分析\code\non_normal_ANOVA_invoking.py

result of C4-C2 is as follows F-value: 20.011754697728104 P-value: 3.5306714268771483e-16

第八列和第二列的类别进行单因素方差分析:

C:\Users\guin22\anaconda3\envs\nn\python.exe C:\Users\guin22\Desktop\大数据分析(B)第一次作业——方差分析\code\non_normal_ANOVA_invoking.py

result of C8-C2 is as follows F-value: 200.24221601479533

P-value: 6.3170461722256334e-145

对数变换后的第三、四列和原始的第八列进行单因素方差分析:

C:\Users\guin22\anaconda3\envs\nn\python.exe C:\Users\guin22\Desktop\大数据分析(B)第一次作业—方差分析\code\non_normal_ANOVA_invoking.py

result of C3-C4-C8 is as follows

F-value: 45.1631649140689

P-value: 3.3829223673907525e-20

对数变换后的第三列和对数变换后的第四列进行单因素方差分析:

C:\Users\guin22\anaconda3\envs\nn\python.exe C:\Users\guin22\Desktop\大数据分析 (B) 第一次作业——方差分析\code\non_normal_ANOVA_invoking.py

result of C3-C4 is as follows F-value: 10.00888912268803 P-value: 0.0015693164300009381

对数变换后的第三列和第八列进行单因素方差分析:

C:\Users\guin22\anaconda3\envs\nn\python.exe C:\Users\guin22\Desktop\大数据分析(B)第一次作业——方差分析\code\non_normal_ANOVA_invoking.py

result of C3-C8 is as follows F-value: 118.02576911930521 P-value: 4.012553557349869e-27

对数变换后的第四列和第八列进行单因素方差分析:

C:\Users\guin22\anaconda3\envs\nn\python.exe C:\Users\guin22\Desktop\大数据分析

(B)第一次作业——方差分析\code\non_normal_ANOVA_invoking.py

result of C4-C8 is as follows F-value: 28.352518639819174 P-value: 1.0656232707338136e-07

注:上述7个结果的代码请见non_normal_ANOVA_invoking.py 文件。