

2.4 직류 전동기의 과도상태 특성

앞 절에서는 전기자 전압 또는 계자 자속을 변동시켜 직류 전동기의 속도를 변동시키는 경우 최종적인 속도가 어떠한 값에 도달하게 되는가를 나타내는 **정상상태 특성**을 살펴보았다. 실제 전동기를 제어하는 경우 이러한 정상상태 특성 못지않게 전동기의 속도가 어떠한 궤적을 따라 그 최종 값에 도달하는가를 나타내는 **과도 응답 특성**도 매우 중요하다. 그림 2.13에 속도 지령에 대한 여러 과도 응답 특성이 보인다.

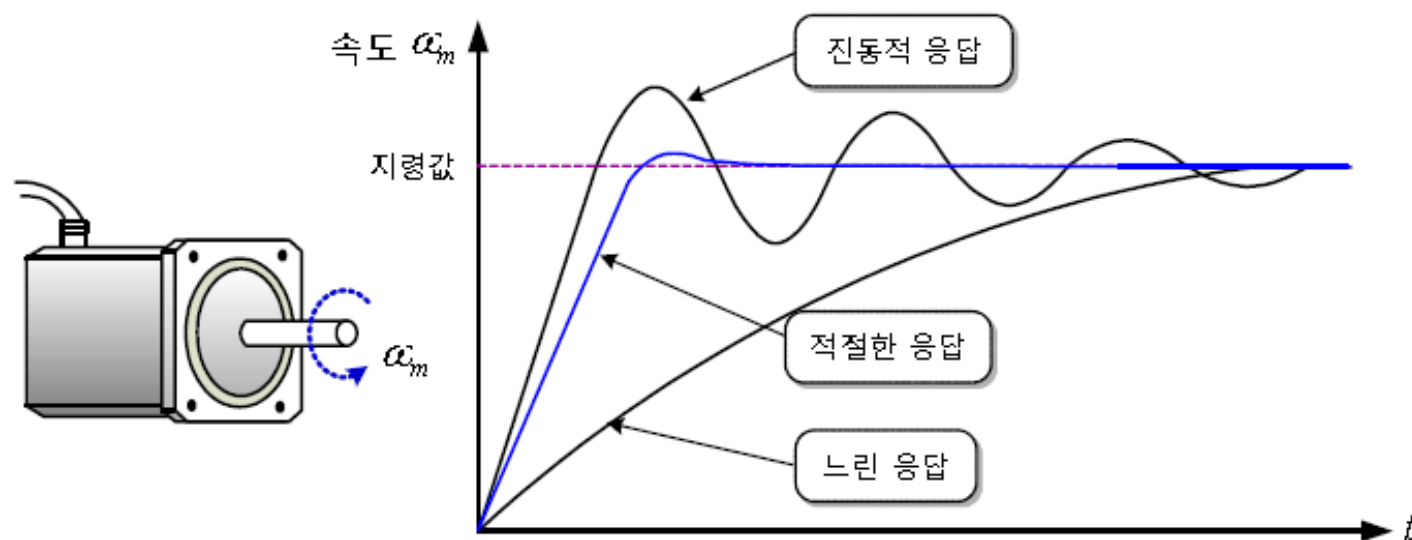


그림 2.13 속도의 과도 응답 특성

Chapter 2

직류 전동기의 토크 제어

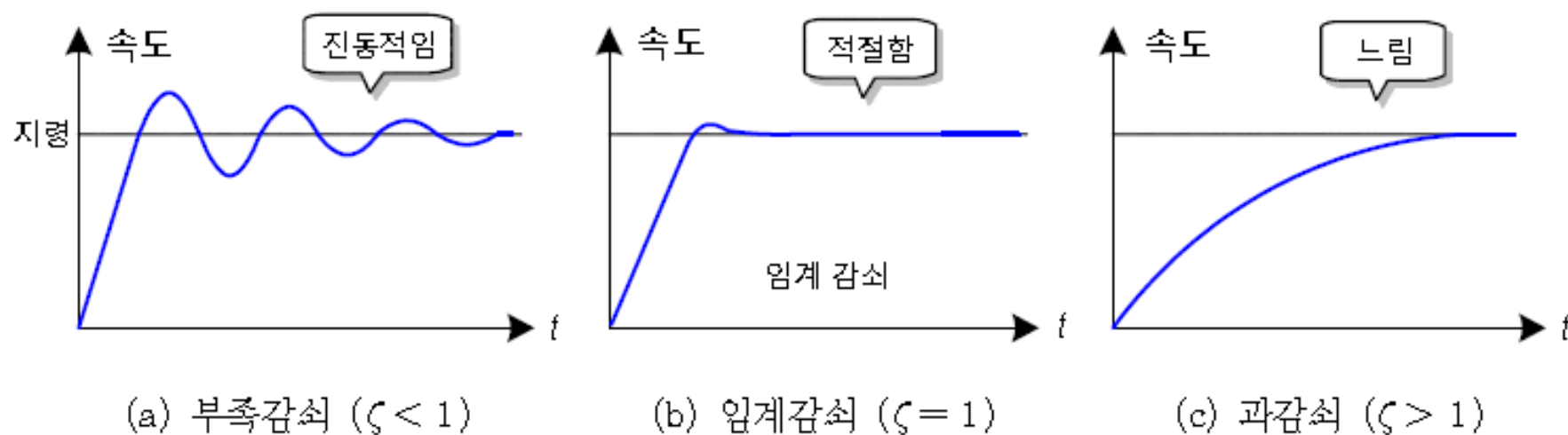


그림 2.16 감쇠비 ζ 에 따른 과도 응답 특성

2.5.1 제어계의 구성

제어계 구성

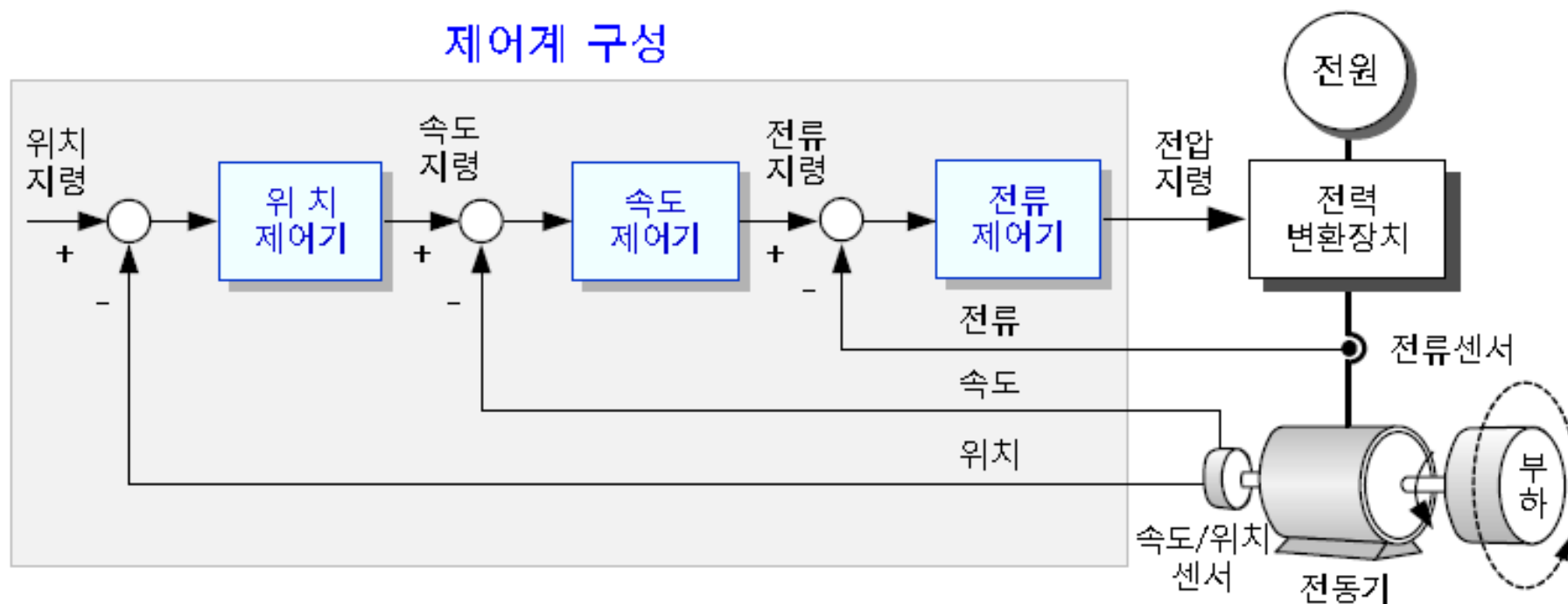


그림 2.18 전동기 제어계의 구성

• 개루프 제어(Open-Loop Control)

이는 그림 2.19에 보이듯이 시스템의 제어 대상 값 $Y(s)$ 가 목표 값 $R(s)$ 로 되도록 하는데 필요로 한 제어 입력 값 $U(s)$ 를 시스템 $G_p(s)$ 의 정보를 토대로 직접 계산하여 인가하는 제어 방법이다. 이와 같은 개루프 제어에서는 출력의 오차가 제어 입력 값 $U(s)$ 에 반영되지 않기 때문에 시스템 내의 파라미터 변동이나 외란 등에 따라 제어 대상 값 $Y(s)$ 가 목표 값 $R(s)$ 와 달라지기 쉽다. 따라서 정확한 목표 성능을 얻기 위한 제어 방법으로는 부적합하다.

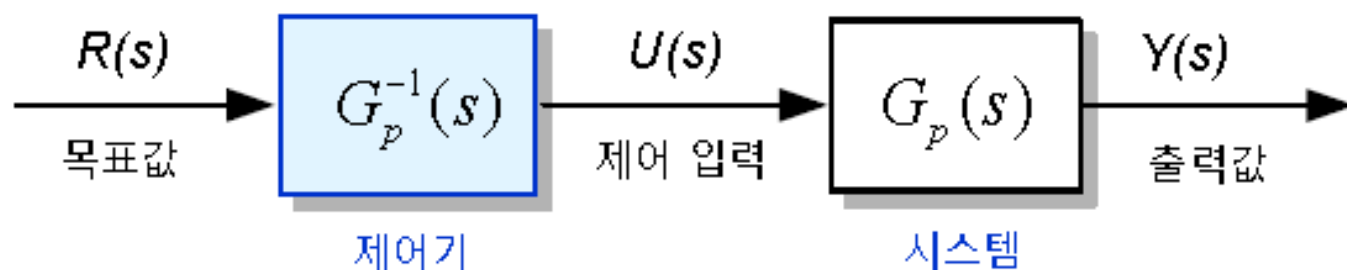


그림 2.19 개루프 제어

- 폐루프 제어(Closed-Loop Control) : 피드백 제어

이 제어는 그림 2.20에 보이듯이 제어 대상 값 $Y(s)$ 를 입력으로 피드백(Feedback)해서 그 목표 값 $R(s)$ 와 비교하여 그 오차가 작아지도록 제어 입력 값 $U(s)$ 를 변경하는 제어 방법이다. 이 경우 피드백을 위한 제어 대상 값의 검출용으로 센서가 필요하게 된다. 이 폐루프 제어는 전동기 구동 시스템에서 일반적으로 사용하는 방법이다.

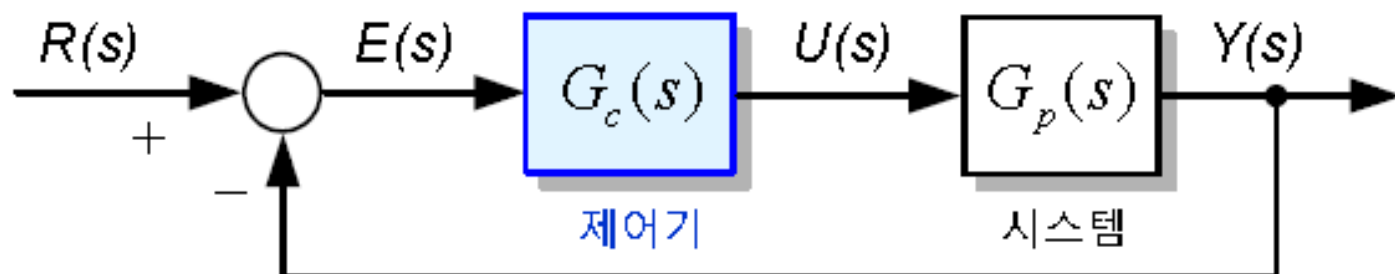


그림 2.20 폐루프 제어

≫ 피드백(Feedback) 제어기

① 비례(Proportional, P) 제어기

비례 제어기는 현재 오차 $e(t) (= r(t) - y(t))$ 에 비례한 제어 입력 값 $u(t)$ 를 출력한다. 따라서 오차가 크면 제어 입력 값이 커지고, 작으면 제어 입력 값이 작게 된다. 그 정도는 비례 이득(Gain) K_p 에 의해 다음과 같이 결정된다.

$$u(t) = K_p e(t) \quad (2-19)$$

비례 제어기의 구조가 그림 2.21에 보인다.

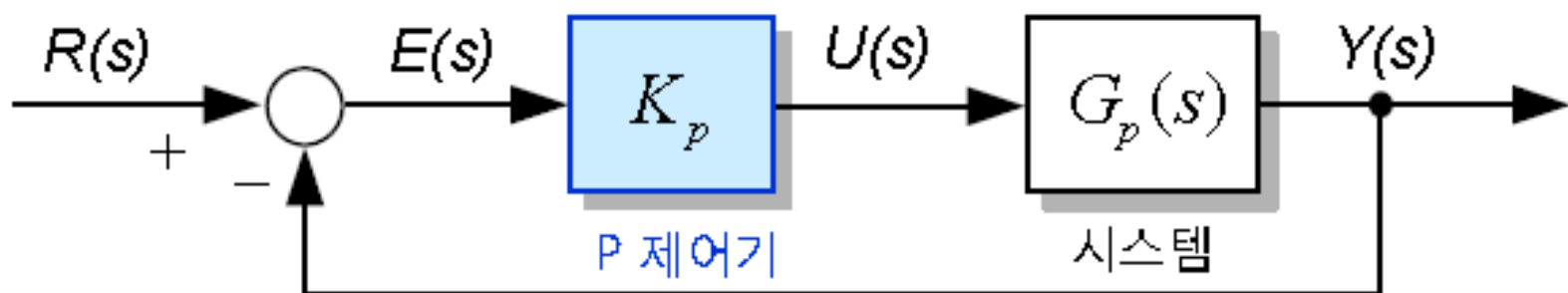


그림 2.21 비례 제어기

② 적분(Integral, I) 제어기

적분 제어기는 식(2-20)과 같이 오차 $e(t)$ 를 적분하여 제어 입력 값 $u(t)$ 를 결정한다. 이것은 현재의 제어 입력 값을 결정하는 데에 현재 오차뿐 만 아니라 과거의 오차들까지도 반영된다는 것을 의미한다. 적분 제어기에서는 오차가 영이 될 때까지 제어 입력 값이 계속 변동되고 오차가 영이 되면 그 값이 유지된다.

$$u(t) = K_i \int e(t) dt = \frac{K_p}{T_c} \int e(t) dt \quad (2-20)$$

여기서 K_i 는 적분 이득이며, $T_c (= K_p/K_i)$ 는 적분 시정수이다.
이러한 적분 제어기의 구조가 그림 2.22에 보인다.

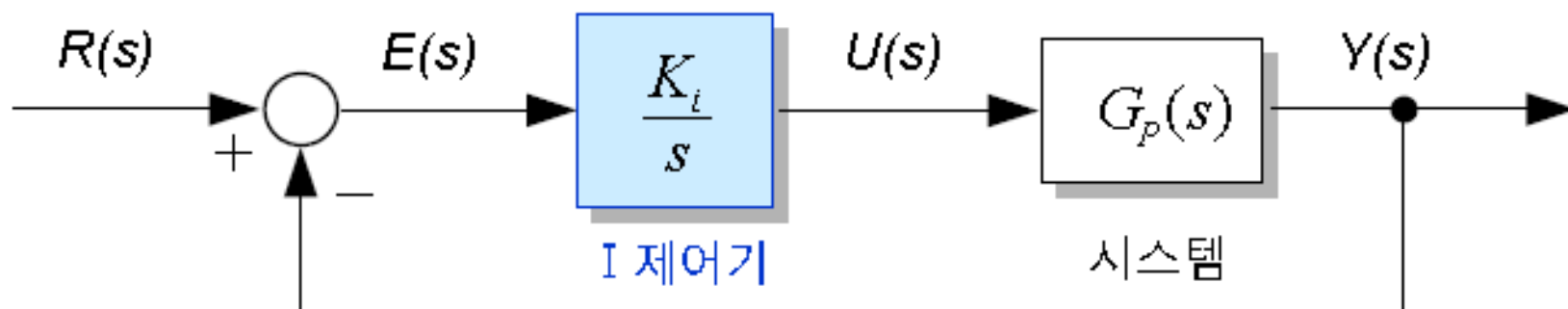


그림 2.22 적분 제어기

③ 비례 적분(Proportional-Integral, PI) 제어기

비례 제어기와 적분 제어기를 결합하여 빠른 응답 특성을 보이면서 정상상태 오차를 제거할 수 있도록 하는 비례적분 제어기의 구조가 그림 2.23에 보인다.

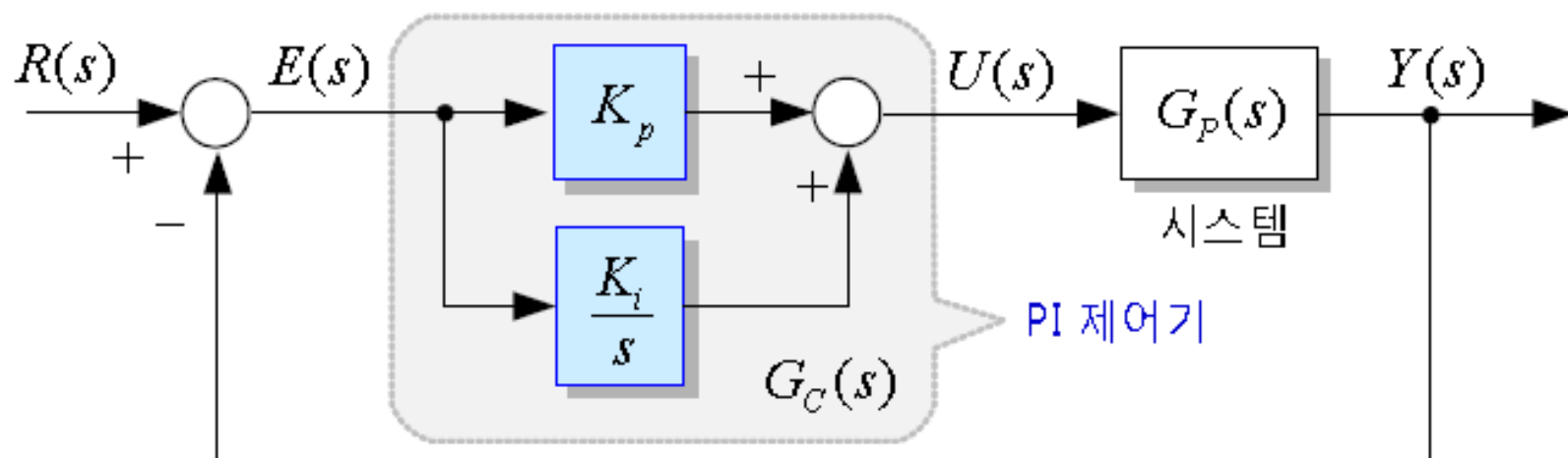


그림 2.23 비례적분 제어기

이 비례적분 제어기에서 제어 입력 값 $u(t)$ 는 다음과 같이 주어진다.

$$u(t) = K_p e(t) + K_i \int e(t) dt = K_p \left(e(t) + \frac{1}{T_c} \int e(t) dt \right) \quad (2-21)$$

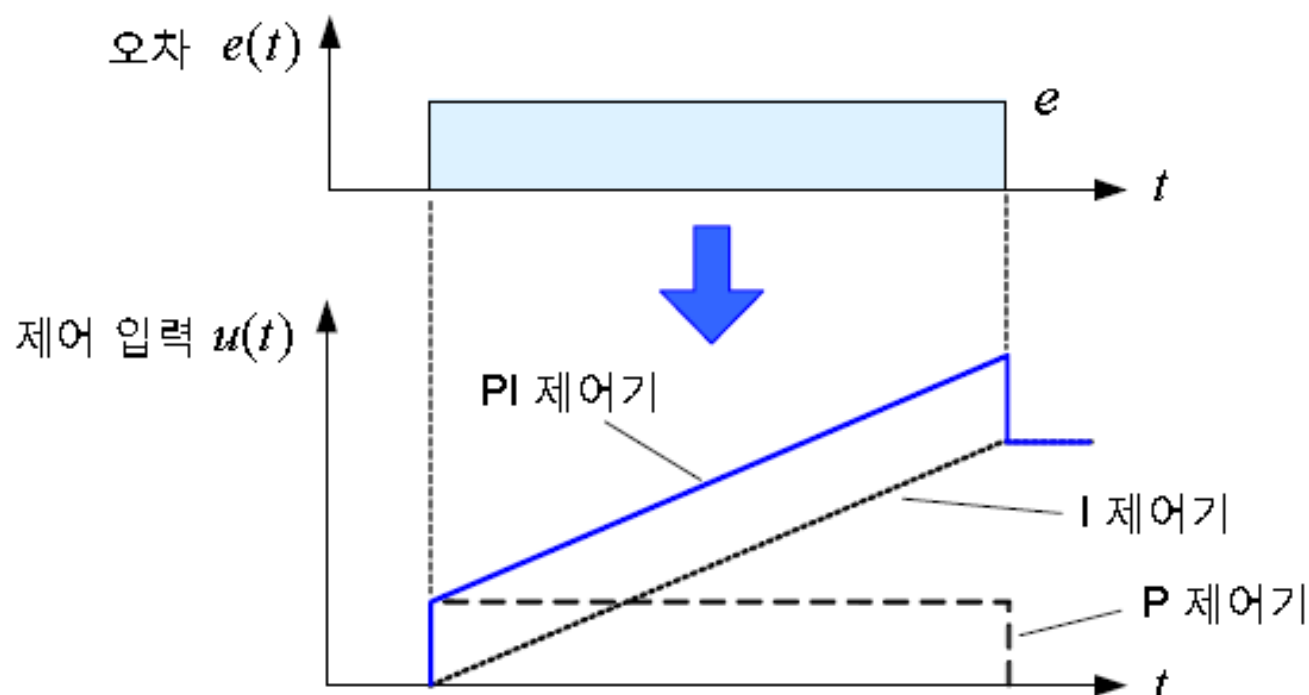
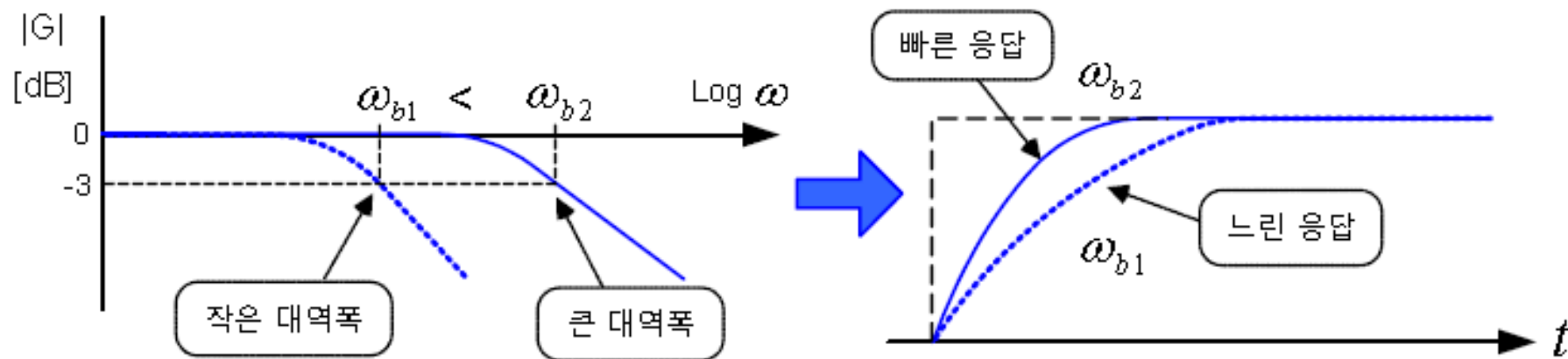


그림 2.24 여러 제어기에서 오차에 대한 제어 입력 값

Chapter 2

직류 전동기의 토크 제어



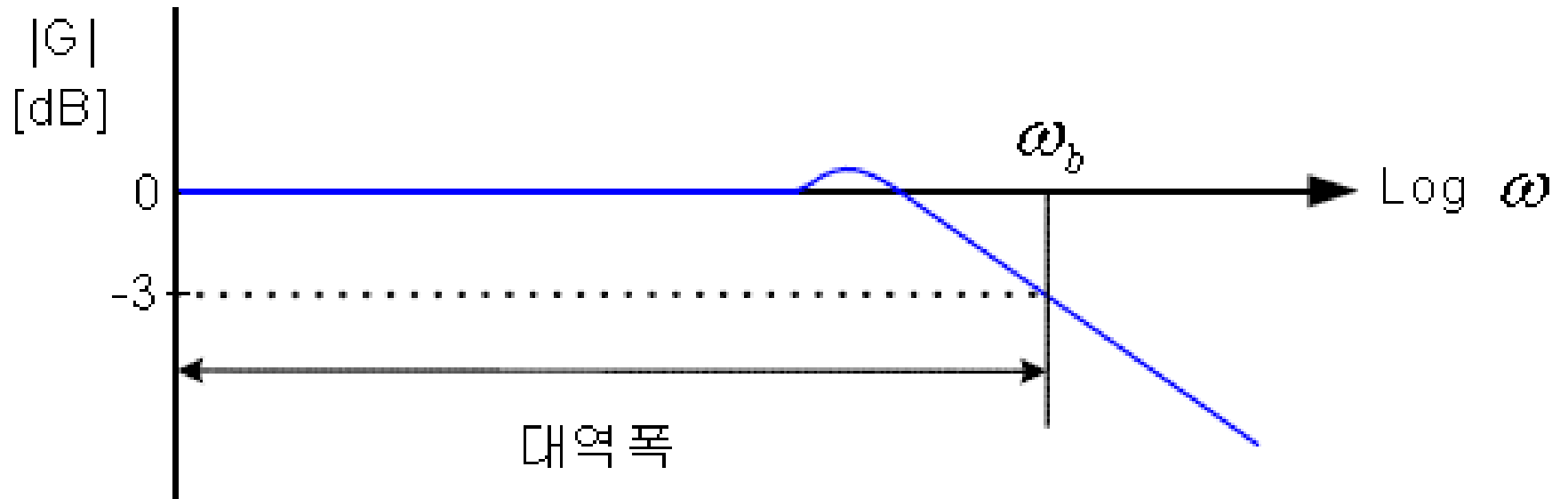
(a) 크기 주파수 응답

(b) 단위 계단 응답

그림 2.27 대역폭에 따른 응답 속도 비교

Chapter 2

직류 전동기의 토크 제어



2.6 전류 제어기

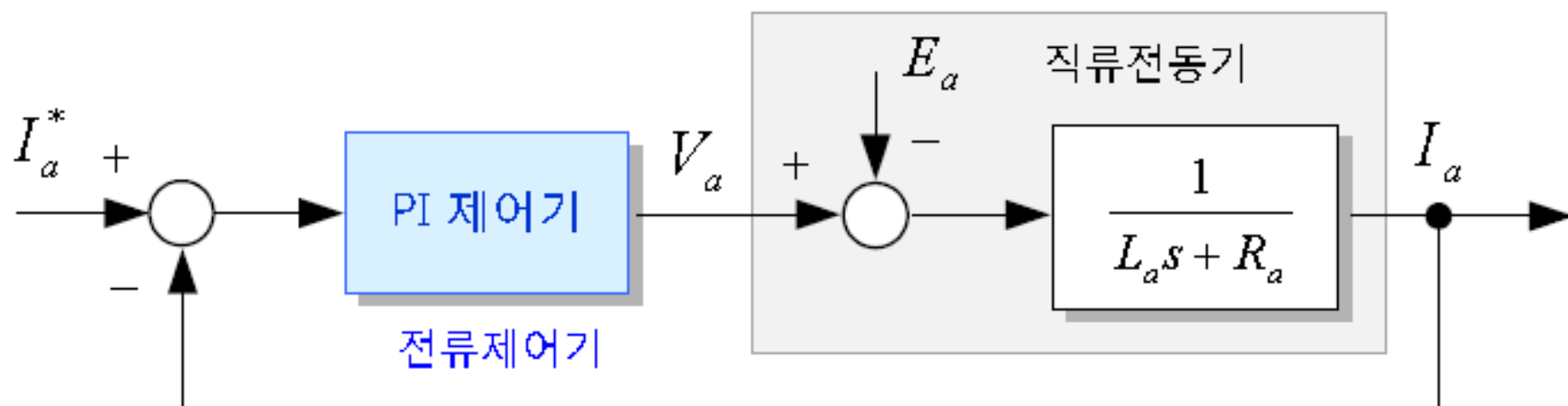


그림 2.29 전류 제어를 포함하는 직류 전동기 제어 블록도

비례적분(PI) 제어기의 특징

비례적분 제어기의 출력은 주어진 지령과 실제 값과의 오차에 비례하여 출력을 생성하는 항과 그 오차를 적분하여 출력을 생성하는 항의 합으로 다음 식과 같이 구성된다.

$$G_{PI}(s) = K_p + \frac{K_i}{s} \quad (2-26)$$

여기서 K_p 와 K_i 는 각각 비례 제어기와 적분 제어기의 이득이다. 그림 2.30에 비례적분 제어기의 주파수에 대한 이득과 위상 특성을 보인다. 여기서 $1/T_c(=K_i/K_p)$ 은 **PI 절점 주파수 (Corner Frequency)**이며 T_c 는 **PI 적분 시정수(Integral time constant)**이다.

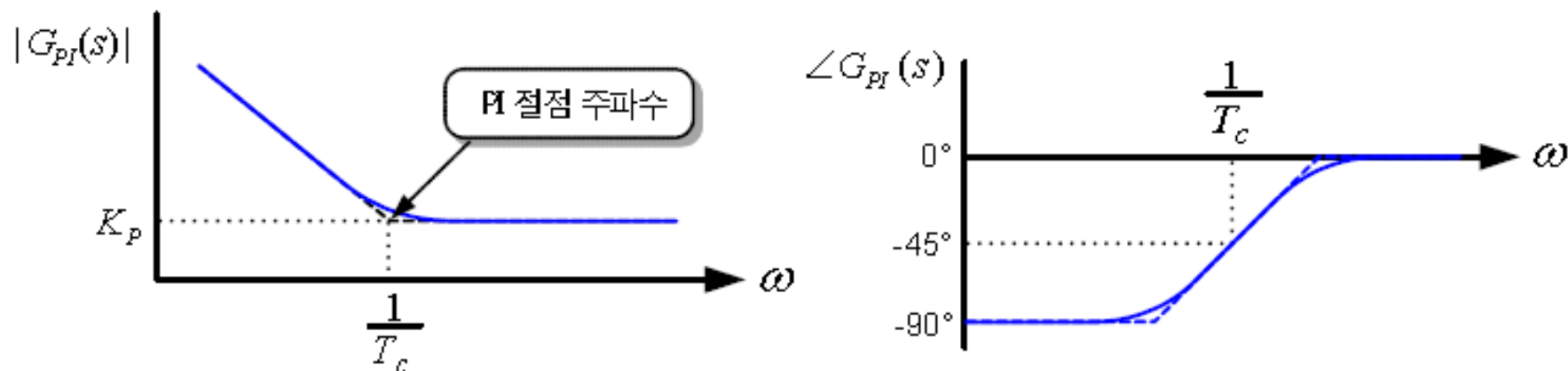


그림 2.30 PI 제어기의 이득과 위상 특성

비례적분 제어기의 전달함수를 비례 제어기 이득 K_p 와 적분 시정수 T_c 를 표현해 보면 다음과 같다.

$$G_{PI}(s) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_c \cdot s} \right) = K_p \frac{(s + 1/T_c)}{s} \quad (2-27)$$

▶▶ 전류 제어기에서의 전향보상

그림 2.29에 보이는 블록도로부터 비례적분 전류 제어기를 적용한 직류 전동기 전류 제어 시스템의 전달함수를 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$I(s) = \frac{K_{pc}s + K_{ic}}{L_a s^2 + (R_a + K_{pc})s + K_{ic}} I^*(s) - \frac{s}{L_a s^2 + (R_a + K_{pc})s + K_{ic}} E(s) \quad (2-28)$$

여기서 K_{pc} 와 K_{ic} 는 각각 전류 제어기의 비례 이득과 적분 이득이다.

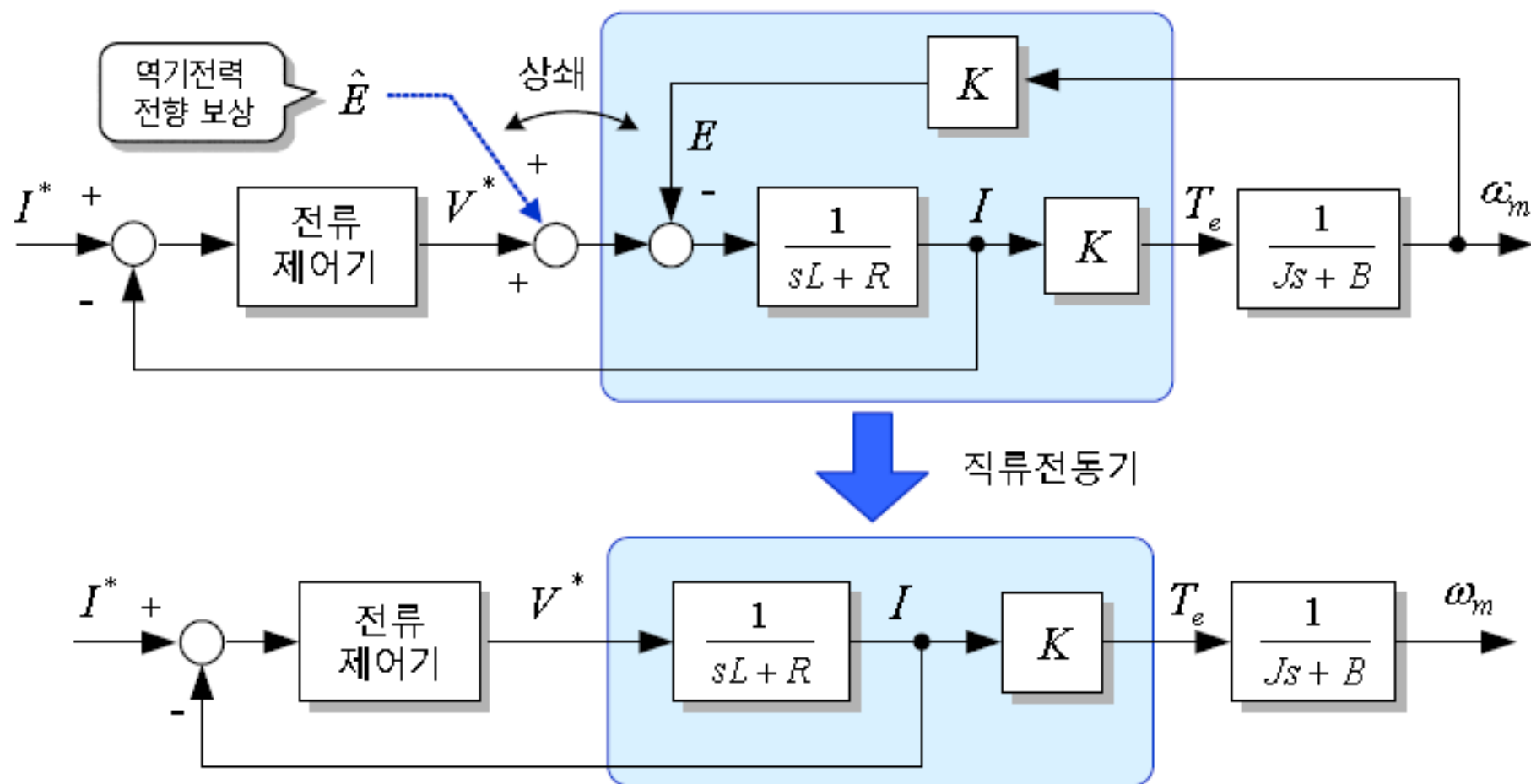


그림 2.31 역기전력이 보상된 직류 전동기의 전류 제어 시스템

2.6.1 비례적분 전류 제어기

비례적분 제어기를 사용한 직류 전동기의 전류 제어 시스템이 그림 2.32에 보인다. 여기서는 전동기의 역기전력은 전향 보상되었다고 가정하여 직류 전동기를 간단히 전기자 저항과 전기자 인덕턴스의 $R_a - L_a$ 회로로 나타내었다.

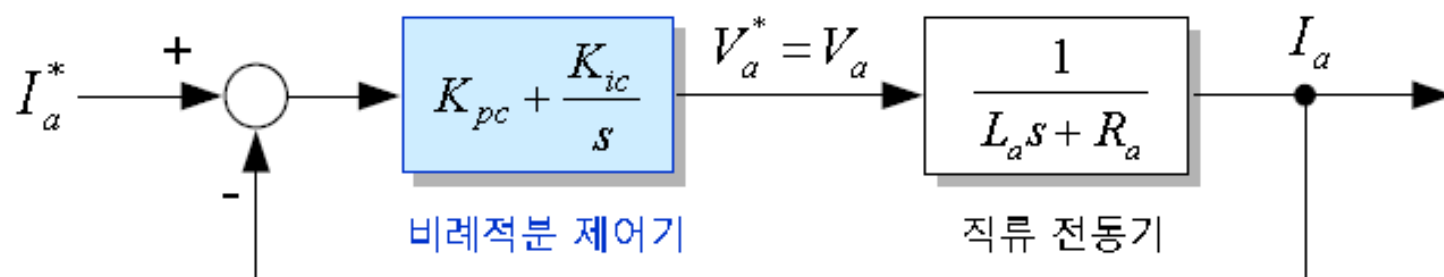


그림 2.32 비례적분 전류 제어기를 사용한 직류 전동기의 전류 제어 시스템

이 경우 전류 오차에 대한 비례적분 전류 제어기의 출력 전압은 다음과 같이 주어진다.

$$V_a^* = \left(K_{pc} + \frac{K_{ic}}{s} \right) (I_a^* - I_a) = \frac{K_{pc}(s + 1/T_c)}{s} (I_a^* - I_a) \quad (2-30)$$

비례적분 제어기에서 그 제어 이득 값을 결정하는 방법은 여러 가지가 있으나, 여기서는 **극점-영점 상쇄 기법(Pole-Zero Cancellation)**을 사용하여 이득을 결정하는 방법을 사용한다. 이 기법을 적용하면 전동기 자체의 전류 응답 특성을 제거하고 제어기 이득으로 그 응답 특성이 결정되도록 할 수 있다. 이를 위해 먼저 그림 2.32로부터 전류 제어 시스템의 개루프 전달함수를 구해보면

$$\begin{aligned}
 G_c^o(s) &= K_{pc} \left(\frac{s + 1/T_c}{s} \right) \cdot \frac{1}{L_a s + R_a} \\
 &= K_{pc} \frac{s + \frac{K_{ic}}{K_{pc}}}{s} \cdot \frac{\frac{1}{L_a}}{s + \frac{R_a}{L_a}}
 \end{aligned} \tag{2-31}$$

로 되는데, 여기에서 비례적분 제어기의 영점($-K_{ic}/K_{pc}$)이 전동기의 전류 제어 특성을 결정하는 극점($-R_a/L_a$)을 상쇄하도록 하는 극점-영점 상쇄 기법을 적용하면, 즉, 비례적분 제어기의 절점 주파수를 전기자 회로의 시정수와 같도록

$$\frac{1}{T_c} = \frac{K_{ic}}{K_{pc}} = \frac{R_a}{L_a} \quad (2-32)$$

와 같이 선정하면 다음과 같은 개루프 전달함수를 얻게 된다.

$$G_c^o(s) = \frac{1}{\frac{L_a}{K_{pc}}s} \quad (2-33)$$

또한 이 전달함수는 시스템 형(Type)이 1이므로 다음과 같이 최종값 정리로부터 정상상태 오차가 0이 됨을 알 수 있다. 이는 적분 제어기를 사용한 효과이다.

$$e_{\infty} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{1 + G_c^o(s)} = \frac{1}{1 + \infty} = 0 \quad (2-34)$$

그림 2.33의 개루프 주파수 응답 특성에서 이득이 0 dB를 통과하는 주파수를 **이득 교차 주파수** ω_{cc} 라 하며 다음과 같이 주어진다.

$$\left| G_c^o(j\omega_{cc}) \right| = \left| \frac{1}{\frac{L_a}{K_{pc}} j\omega_{cc}} \right| = 1 \quad \rightarrow \quad \omega_{cc} = \frac{K_{pc}}{L_a} \quad (2-35)$$

이 개루프 주파수 응답의 이득 교차 주파수 ω_{cc} 는 폐루프 주파수 응답의 차단 주파수가 된다. 이것은 교차각 주파수 ω_{cc} 가 이 비례적분 전류 제어 시스템의 대역폭(Bandwidth)이 된다는 의미이다. 실제 폐루프 전달함수를 구해 이 전류 제어 시스템의 대역폭을 확인해보자. 식(2-33)으로부터 폐루프 전달함수를 구하면 다음과 같고, 이에 대한 주파수 응답 특성이 그림 2.34에 보인다.

$$\begin{aligned}
 G_c^c(s) &= \frac{I(s)}{I^*(s)} = \frac{G_c^o(s)}{1 + G_c^o(s)} \\
 &= \frac{1}{\frac{L_a}{K_{pc}}s + 1} = \frac{\omega_{cc}}{s + \omega_{cc}} \quad \left(\omega_{cc} = \frac{K_{pc}}{L_a} \right) \quad (2-36)
 \end{aligned}$$

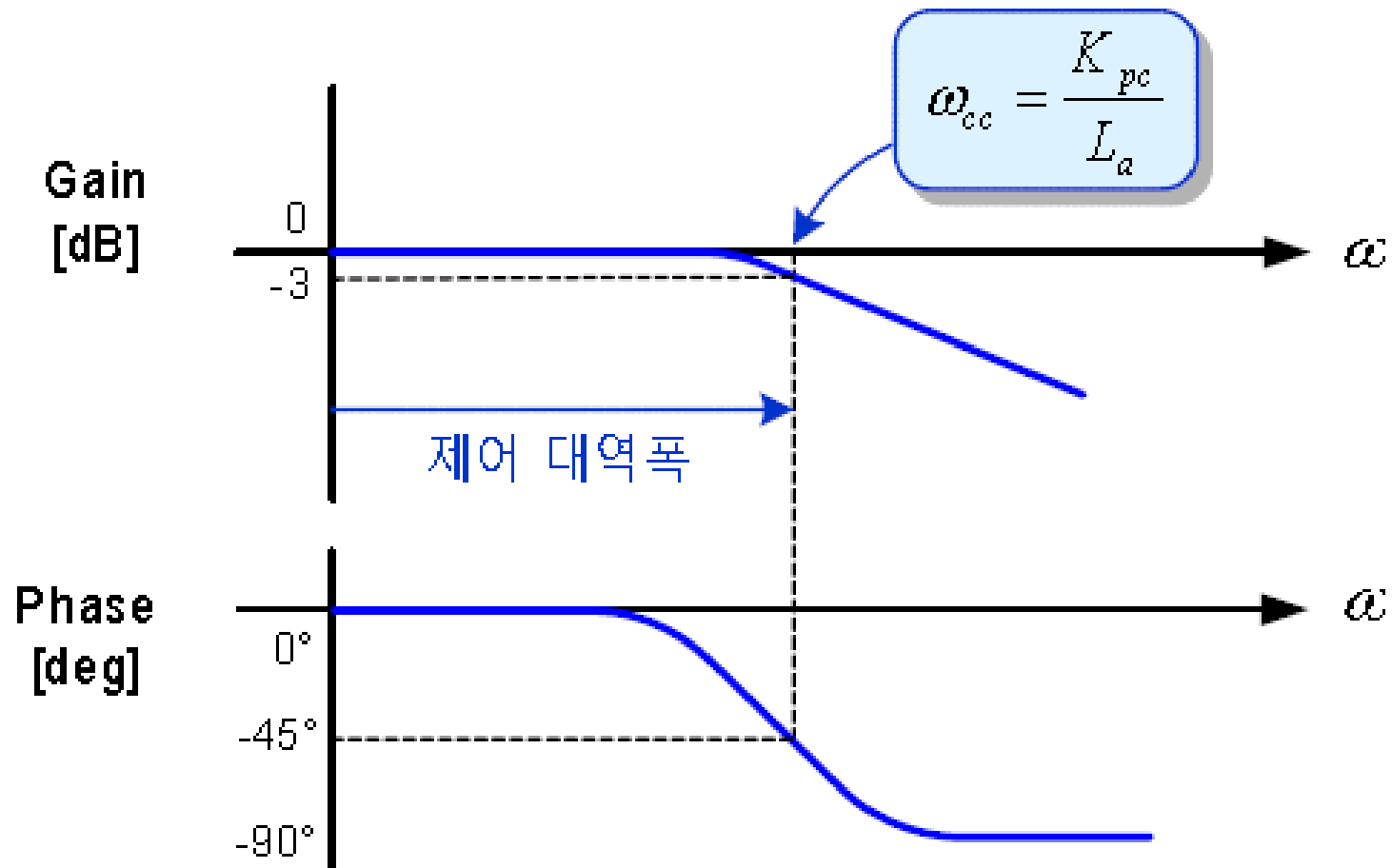


그림 2.34 페루프 전달함수의 주파수 응답 특성

1차 저역통과필터 형태로 표현된 페루프 전달함수에서 차단 주파수는 그 전달함수의 이득이 직류 이득 크기의 $-3 \text{ dB}(=1/\sqrt{2})$ 가 되는 주파수이다. 식(2-36)의 페루프 전달함수에서 차단 주파수를 구해보면

$$|G_c(j\omega)| = \left| \frac{\omega_{cc}}{j\omega + \omega_{cc}} \right| = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad (2-37)$$

로부터 ω_{cc} 가 됨을 알 수 있다. 따라서 이 전류 제어기의 대역폭은 ω_{cc} 가 됨을 알 수 있다. 이것은 식(2-35)의 개루프 주파수 응답의 교차각 주파수와 같다.

이러한 비례적분 전류 제어기에서 원하는 제어 대역폭을 얻기 위한 비례 이득과 적분 이득 값의 설정방법은 다음과 같다. 필요한 전류 제어 대역폭 ω_{cc} 가 주어지면 이를 달성하기 위해 요구되는 비례 이득 K_{pc} 는 식(2-35)에서 식(2-38)과 같이 주어지며, 적분 이득 K_{ic} 는 극점과 영점 상쇄 조건 $T_c = K_{pc}/K_{ic} = L_a/R_a$ 의 조건에서 식(2-39)로 설정하면 된다.

$$\circ \text{ 비례 이득 : } K_{pc} = L_a \cdot \omega_{cc} \quad (2-38)$$

$$\circ \text{ 적분 이득 : } K_{ic} = \frac{R_a}{L_a} \cdot K_{pc} = R_a \cdot \omega_{cc} \quad (2-39)$$

원하는 전류 제어 대역폭에 대해 앞의 과정으로 선정된 이득을 사용한 비례적분 전류 제어기의 성능이 그림 2.37에 보인다. 왼쪽의 경우 대역폭이 500Hz이며, 오른쪽은 1000Hz이다. 대역폭이 두 배 큰 오른쪽의 경우가 두 배 빠르게 목표 값에 도달함을 알 수 있다.

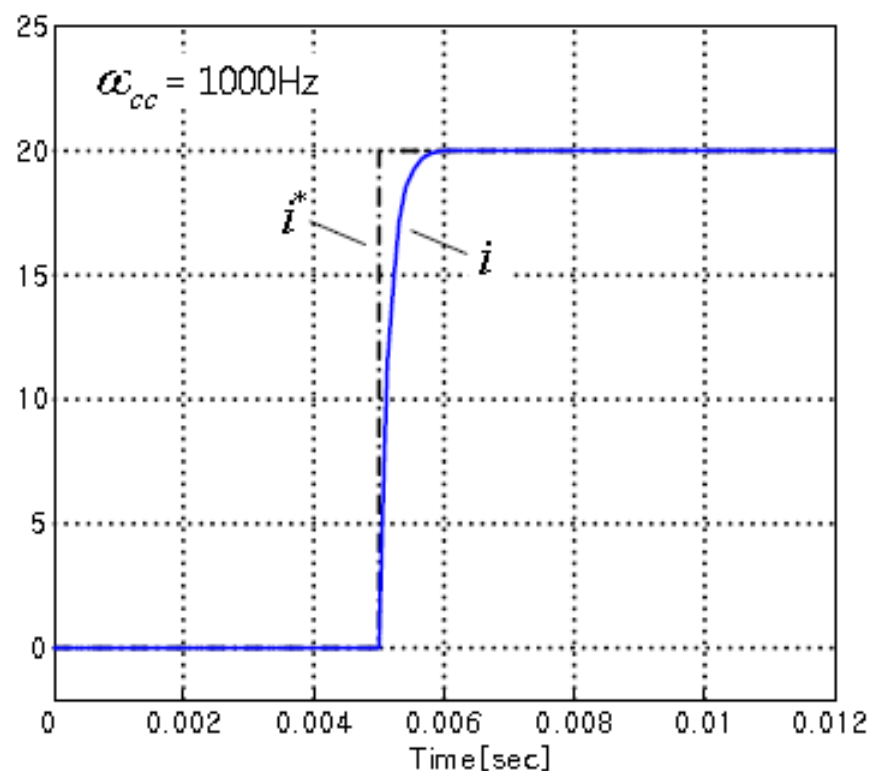
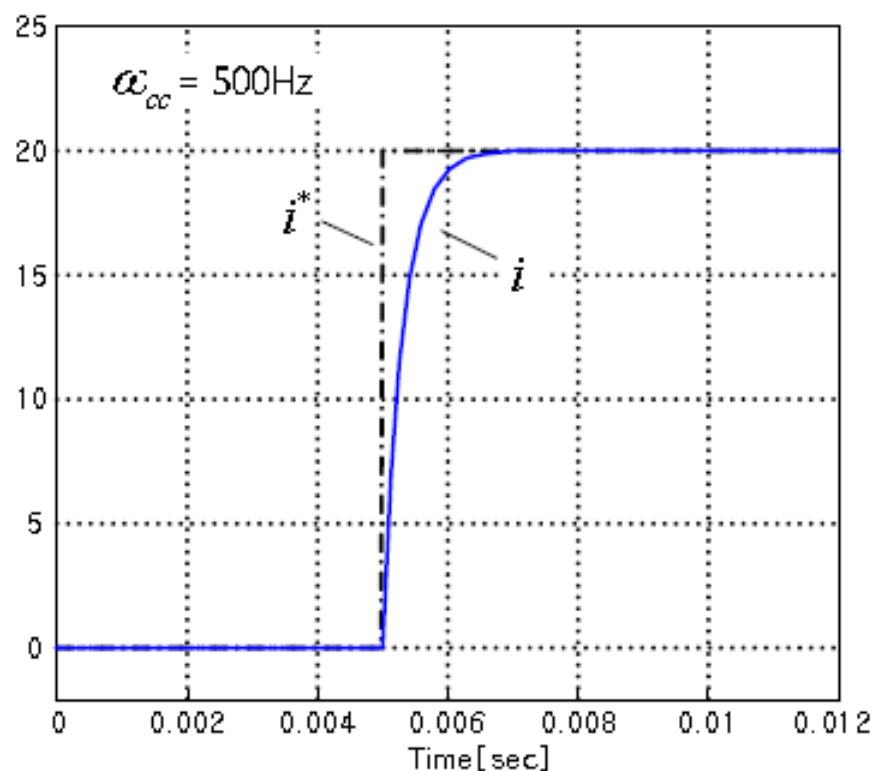


그림 2.37 비례적분 전류 제어기의 대역폭에 따른 성능 비교

2.7 속도 제어기

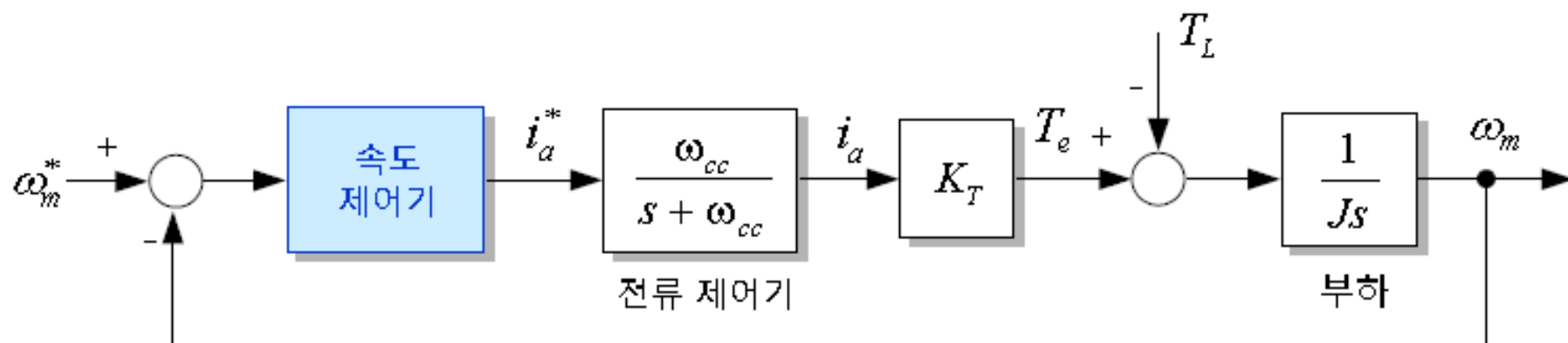


그림 2.38 속도 제어기를 갖는 구동시스템의 구조

2.7.1 비례적분 속도 제어기

비례적분 속도 제어기의 전달함수는 전류 제어기에서와 동일하게 다음과 같은 식으로 주어진다.

$$G_{pi}(s) = K_{ps} + \frac{K_{is}}{s} \quad (2-44)$$

여기서 K_{ps} 와 K_{is} 는 각각 비례 이득과 적분 이득이다.

비례적분 속도 제어기가 포함된 전체 구동시스템의 개루프 전달함수를 그림 2.38로부터 구해보면 다음과 같다.

$$G_s^o(s) = \left(K_{ps} + \frac{K_{is}}{s} \right) \cdot \frac{\omega_{cc}}{s + \omega_{cc}} \cdot \frac{K_T}{Js} \quad (2-45)$$

Chapter 2

직류 전동기의 토크 제어

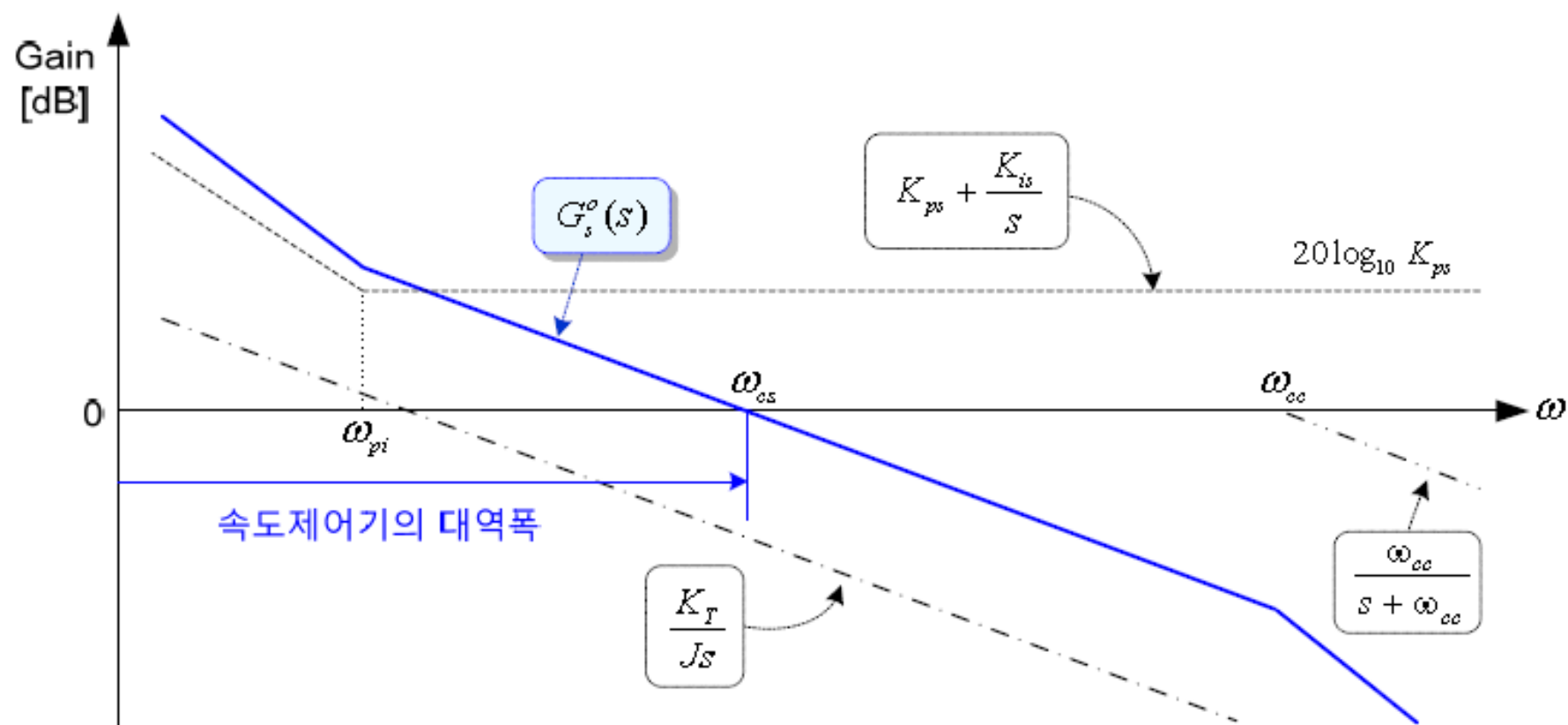


그림 2.39 속도 제어계 개루프 전달함수의 보드 선도

$$\left. \frac{\omega_{cc}}{s + \omega_{cc}} \right|_{s = \omega_{cs}} \approx 1 \quad (\omega_{cc} \gg \omega_{cs}) \quad (2-46)$$

또한 속도 제어를 위한 비례적분 제어기의 절점 주파수 $\omega_{pi} (= K_{is}/K_{ps})$ 는 너무 작게 선정하면 정상상태 특성이 저하되며, 너무 크게 하면 비례적분 제어기의 위상 뒤집 영향으로 위상여유가 작아져서 과도 응답 특성이 저하된다. 통상 ω_{pi} 는 속도 제어기의 대역폭 ω_{cs} 의 1/5 정도로 선정된다. 이 경우 ω_{cs} 부근의 주파수에서 비례적분 제어기의 전달함수를 다음과 같이 간략화 시킬 수 있다.

$$G_{pi}(s) \Big|_{s = \omega_{cs}} = K_{ps} + \frac{K_{is}}{s} \approx K_{ps} \quad (\omega_{cs} = 5\omega_{pi}) \quad (2-47)$$

○ 비례 이득 : $K_{ps} = \frac{J\omega_{cs}}{K_T}$ (2-50)

○ 적분 이득 : $K_{is} = K_{ps}\omega_{pi} = K_{ps}\frac{\omega_{cs}}{5} = \frac{J\omega_{cs}^2}{5K_T}$ (2-51)

통상적으로 위에서 설명한 기준으로 제어기 이득을 구해 사용하면 되지만, 관성 모멘트나 토크 상수 등 시스템 정수의 정보가 올바르지 않는 경우에는 그림 2.40에 보이는 바와 같은 실제 시스템의 과도 응답 특성을 관찰하여 제어기 이득을 추가적으로 조정할 필요가 있다.

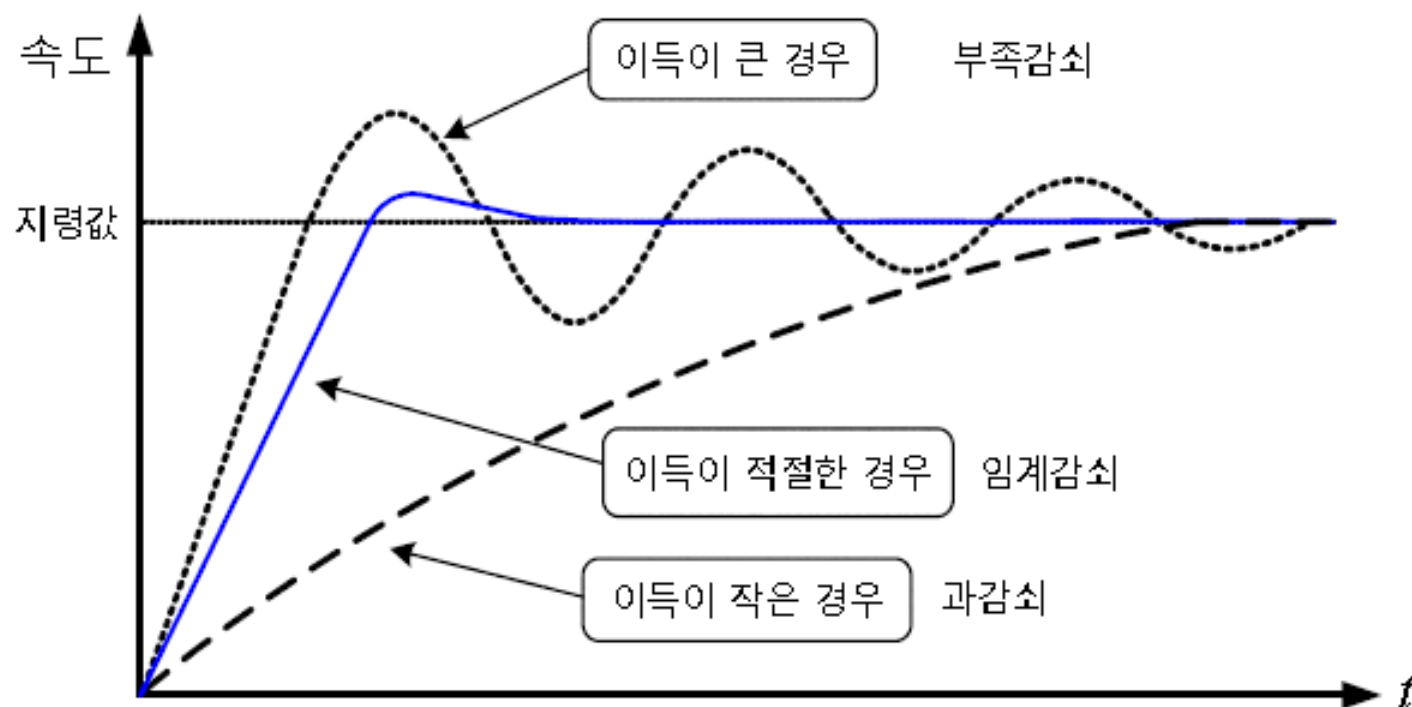


그림 2.40 제어기 이득과 과도 응답 특성

Chapter 2

직류 전동기의 토크 제어

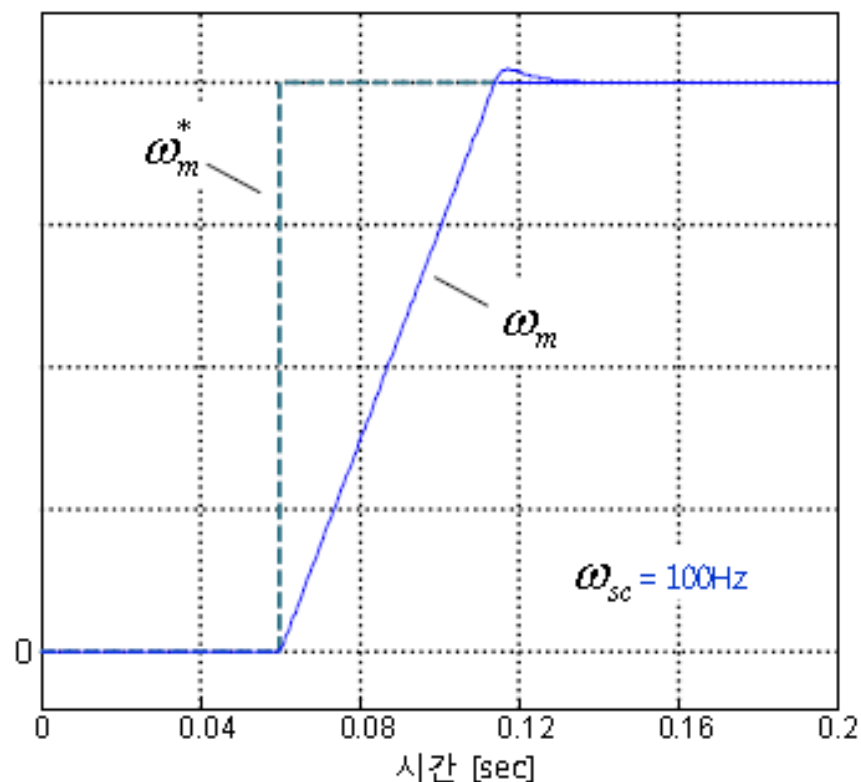
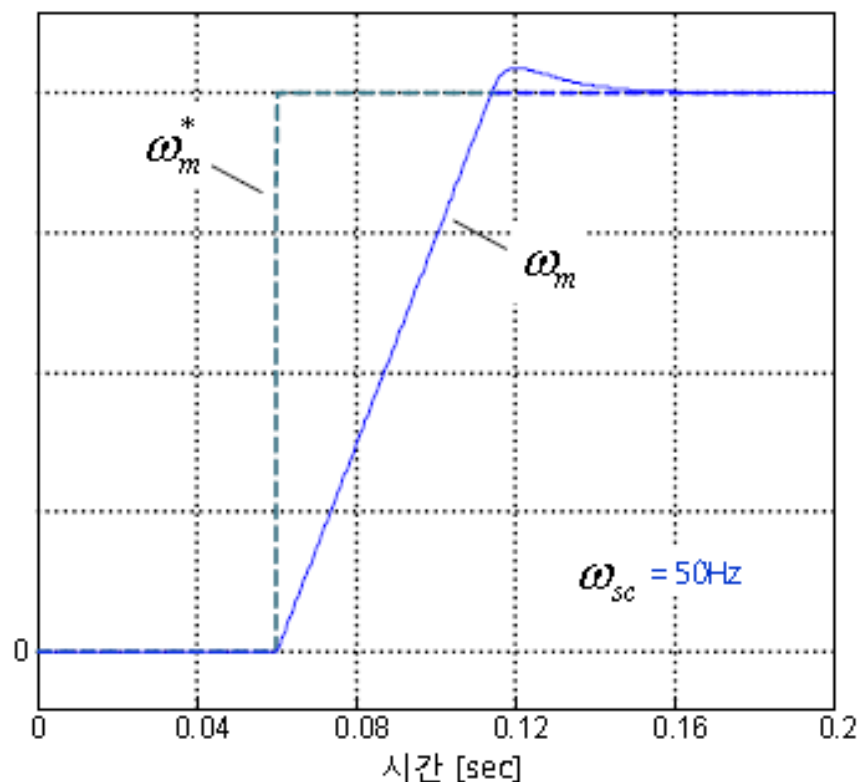


그림 2.41 비례적분 속도 제어기의 대역폭에 따른 성능 비교

비례적분 제어기의 디지털 표현

전류나 속도 제어에 사용되는 비례적분 제어기의 출력 $y(s)$ 은 오차 $e(s)$ 에 대해 다음과 같이 표현된다.

$$y(s) = \left(\frac{K_p s + K_i}{s} \right) e(s)$$

여기서 오차 $e(s) = x^*(s) - x(s)$ 이며 $x^*(s)$ 와 $x(s)$ 는 각각 지령과 실제 값이다.

이 식에 대한 디지털 표현식을 구하기 위해 Backward Transform을 적용하여 z -변환하여 정리하면 다음과 같다.

이 식에 대한 디지털 표현식을 구하기 위해 Backward Transform을 적용하여 z -변환하여 정리하면 다음과 같다.

$$\circ \text{ Backward Transform : } s = \frac{1-z^{-1}}{T} \quad (T : \text{샘플링 주기})$$

$$s y(s) = s K_p e(s) + K_i e(s)$$

$$\rightarrow \left(\frac{1-z^{-1}}{T} \right) y(z) = K_p \left(\frac{1-z^{-1}}{T} \right) e(z) + K_i e(z)$$

$$\rightarrow \frac{y(n) - y(n-1)}{T} = K_p \left[\frac{e(n) - e(n-1)}{T} \right] + K_i e(n)$$

$$\rightarrow y(n) = y(n-1) + K_p [e(n) - e(n-1)] + K_i T e(n)$$

$$\therefore \text{ 디지털 비례적분 제어기 } \Leftrightarrow y(n) = K_p e(n) + K_i T \sum_{k=0}^n e(k)$$

2.8 직류 전동기 구동을 위한 전력 변환 장치

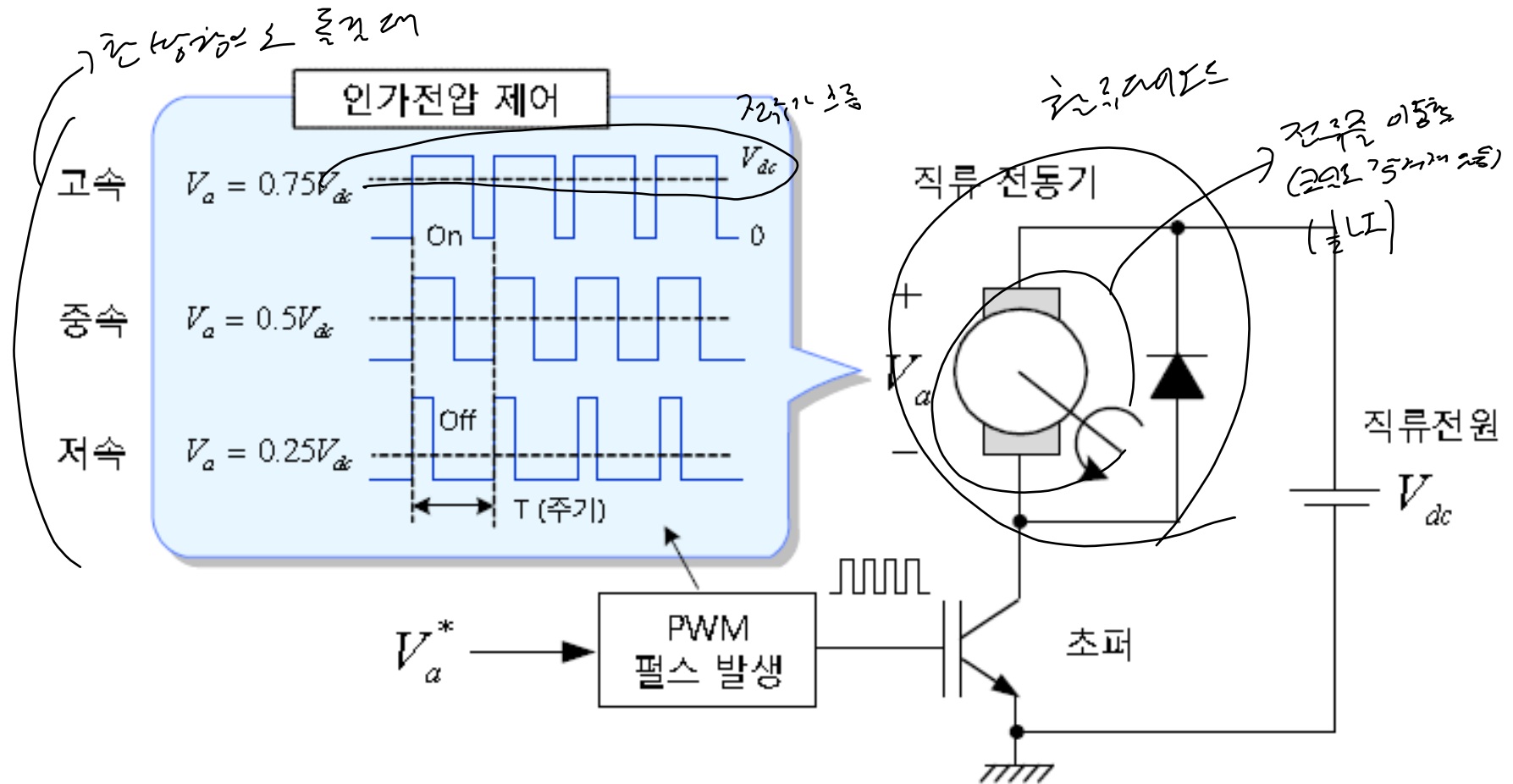


그림 2.48 직류 전동기 구동회로

Chapter 2

직류 전동기의 토크 제어

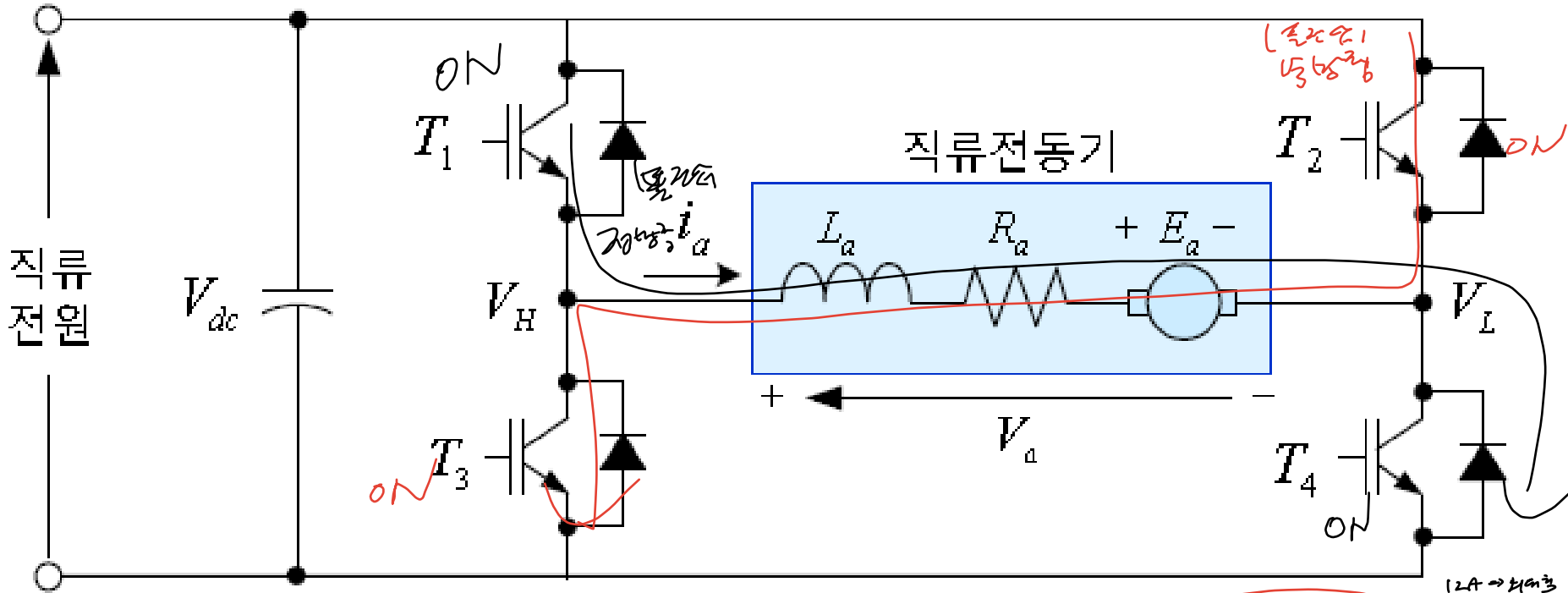


그림 2.49 H-브리지 회로

→ 정방향으로
회전한다.

* $\frac{V_a}{E_a} > 1 \Rightarrow$ 역회전
(정방향)
속도 (1) \Rightarrow 역회전
(정방향)

→ 모터의 속도
무엇으로 조절하
는가? (전압)

① 바이폴라(Bipolar) 변조 방식

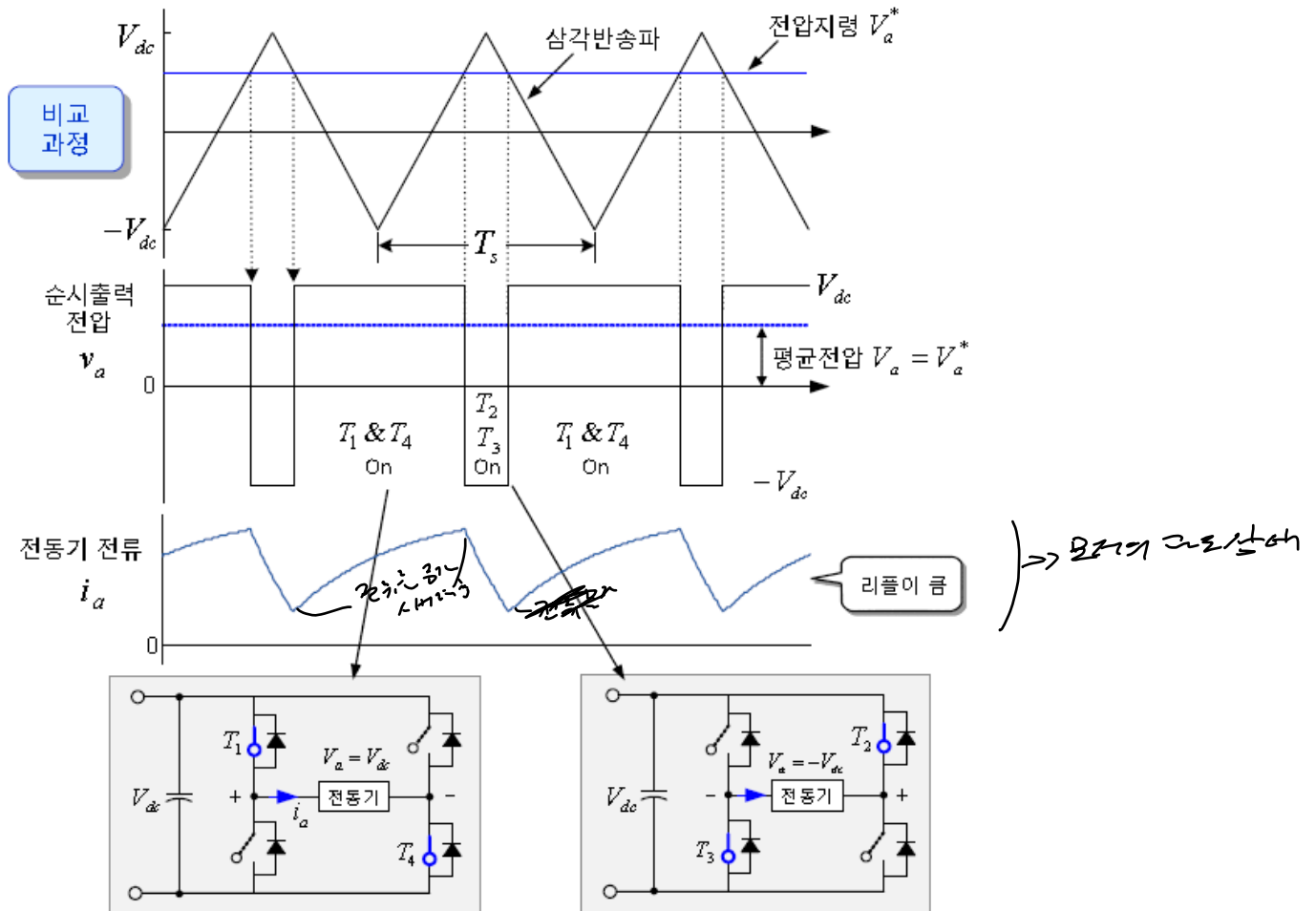


그림 2.50 바이폴라 변조 방식

Chapter 2

직류 전동기의 토크 제어

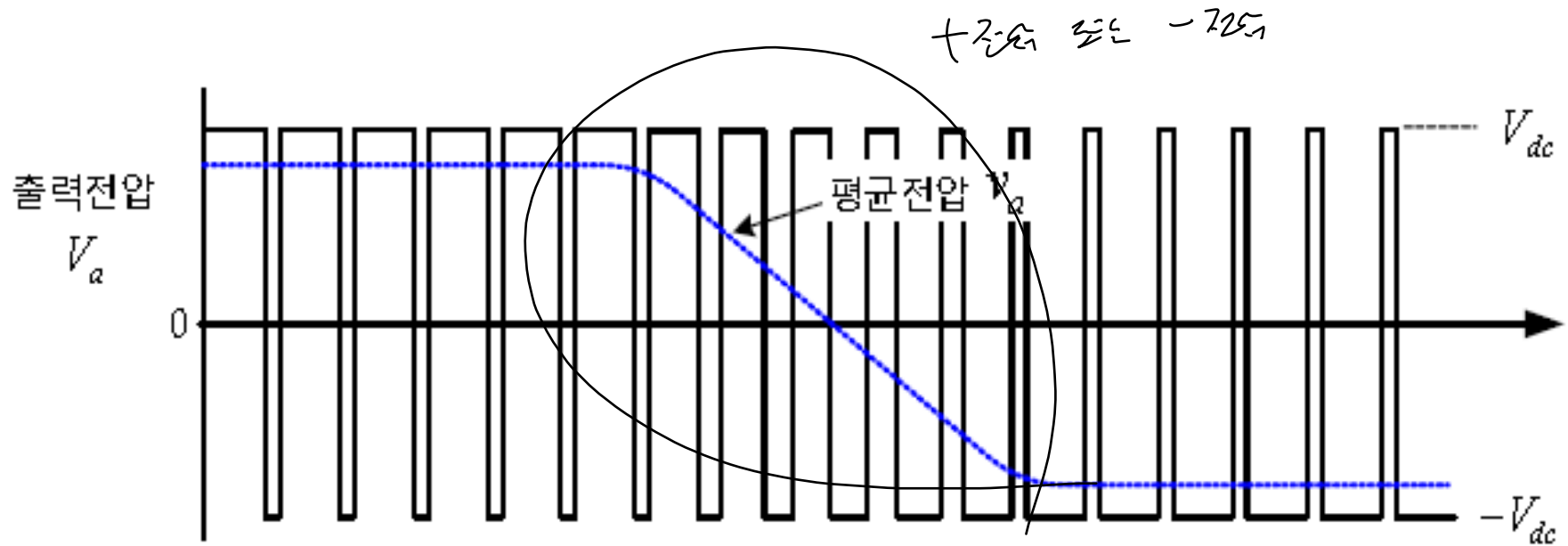


그림 2.51 바이폴라 변조 방식에서의 출력 전압



그림 2.51 유니폴라 변조 방식

Chapter 2

직류 전동기의 토크 제어

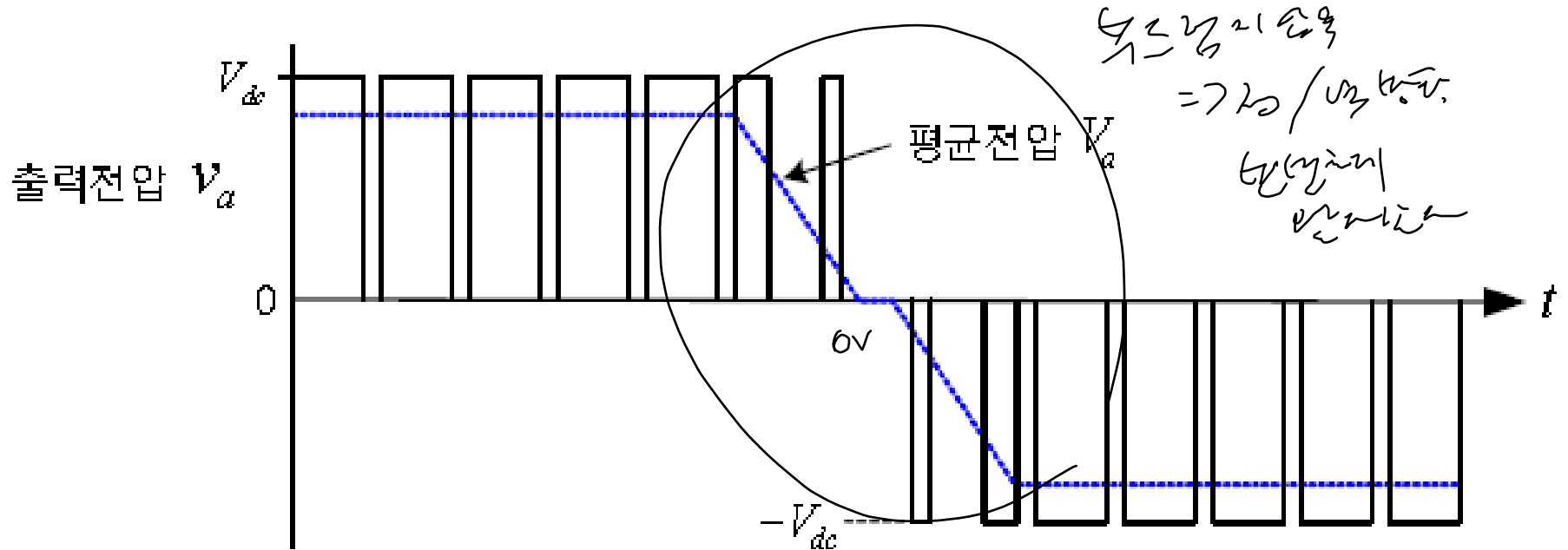


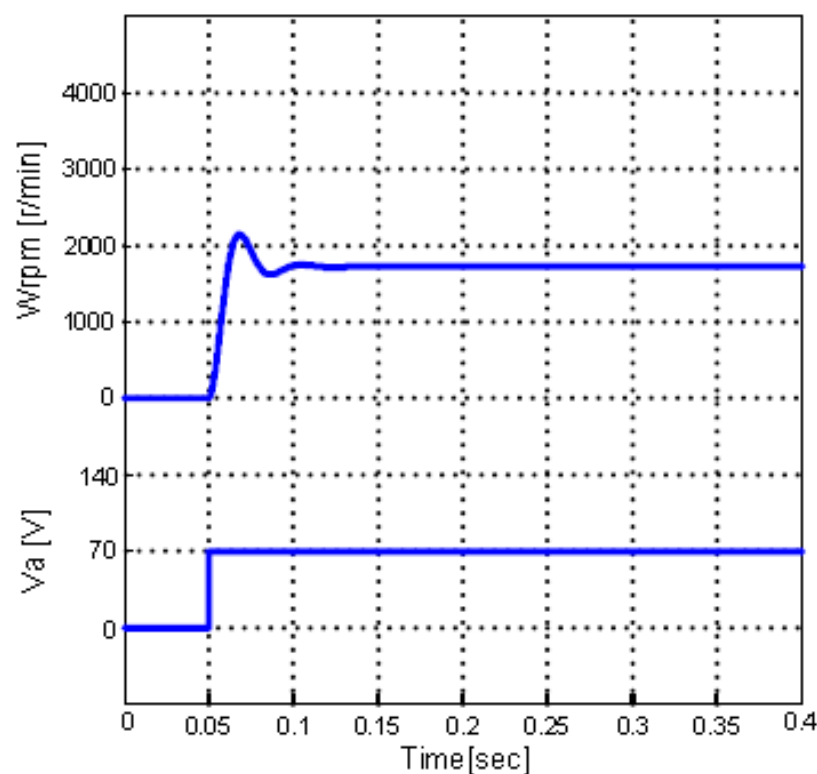
그림 2.53 유니폴라 변조 방식에서의 출력전압

Handwritten notes (bottom right):
 \rightarrow $\frac{+V_{dc}}{2}$ or $\frac{-V_{dc}}{2}$
 $\frac{+V_{dc}}{2}$ or $\frac{-V_{dc}}{2}$

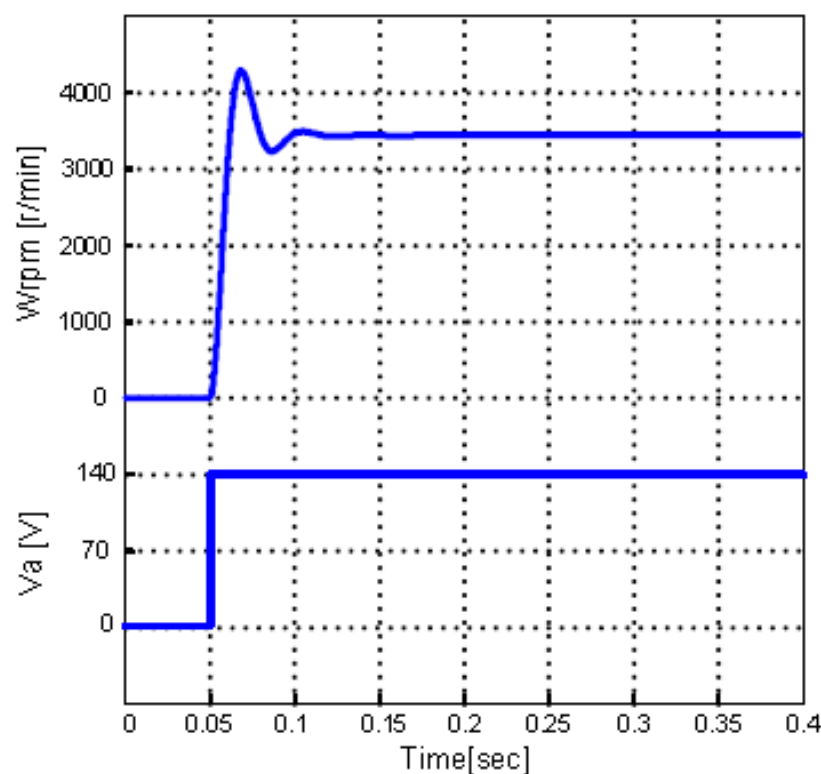
```
1      %-- DC Motor Parameters -----  
2 -    Power=3336;           % Power[W]  
3 -    Va_rated=140;         % Rated Voltage [V]  
4 -    Ia_rated=25;          % Rated Current [A]  
5 -    Wm_rated=3000*2*pi/60; % Rated Angular Velocity[rad/s]  
6 -    Te_rated=Power/Wm_rated; % Rated Torque [Nm]  
7  
8 -    Ra=0.26;              % Amature Resistance [Ohm]  
9 -    La=1.7e-3;            % Amature Inductance [H]  
10 -    J=.00252;            % Moment of Inertia [kg-m^2]  
11 -    B=.0;                % Coefficient of Viscous Friction [kgm^2/sec]  
12  
13 -    K=Te_rated/Ia_rated;   % Kt*Flux
```

그림 2.59 시뮬레이션에 사용된 m-file

그림 2.59에 보인 m-file의 제정수를 가지고 0.05초에 70 V와 140 V의 전기자 전압을 인가한 경우에 속도 특성을 보이는 시뮬레이션 결과가 그림 2.61(a)와 (b)에 각각 보인다.



(a) $V_a = 70 \text{ V}$



(b) $V_a = 140 \text{ V}$

그림 2.61 전기자 전압의 스텝 지령에 대한 속도와 토크 응답

그림 2.62 비례적분 전류 제어가 포함된 전체 구동시스템의 모델

Chapter 2

직류 전동기의 토크 제어

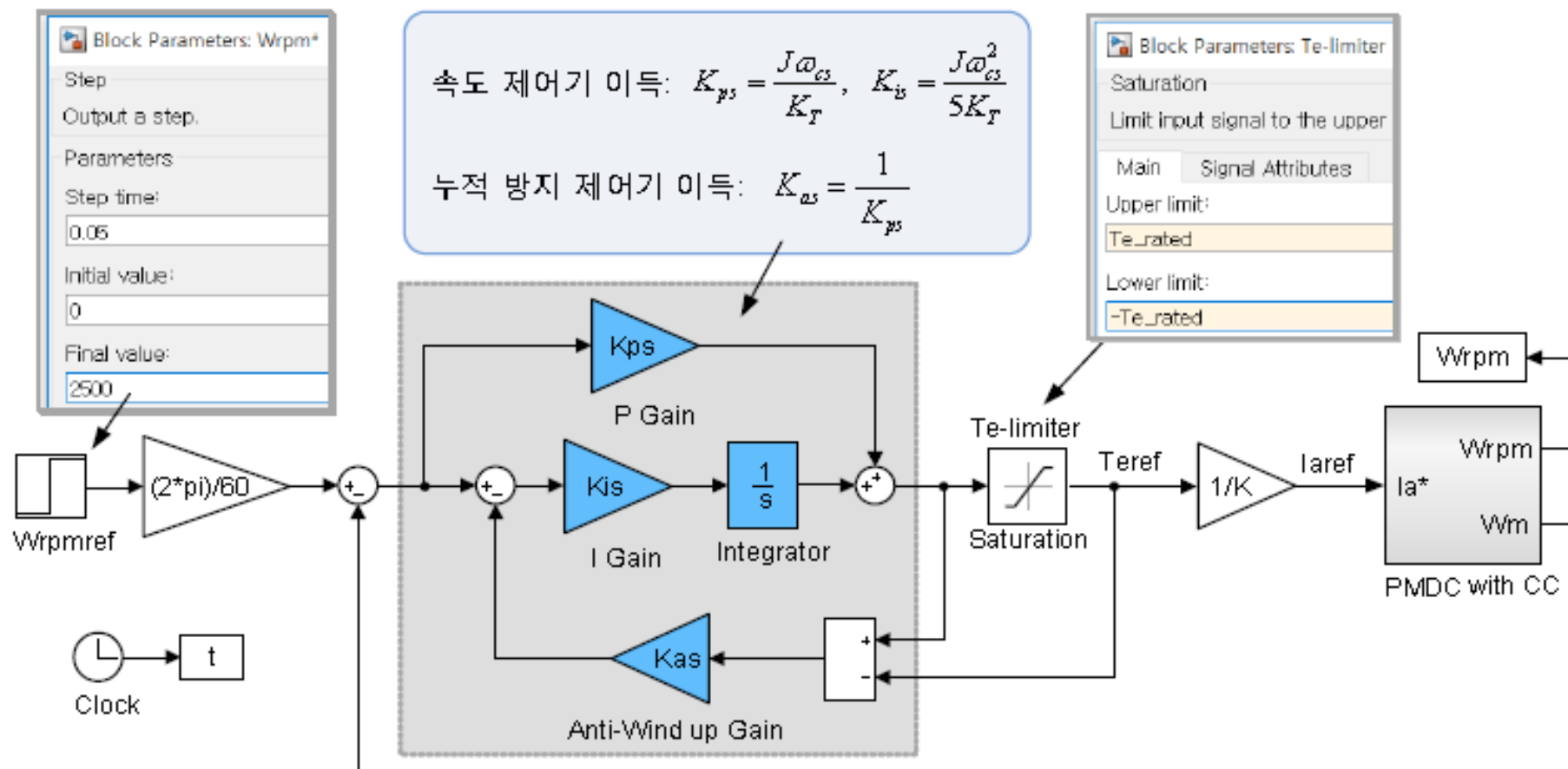
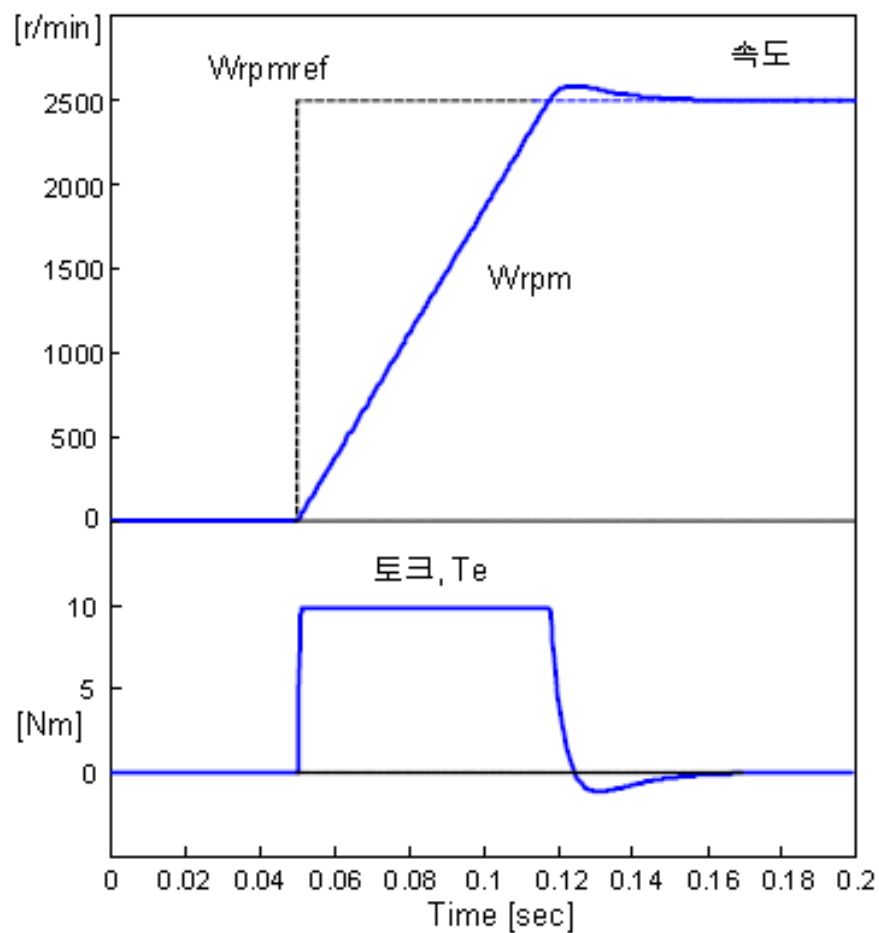


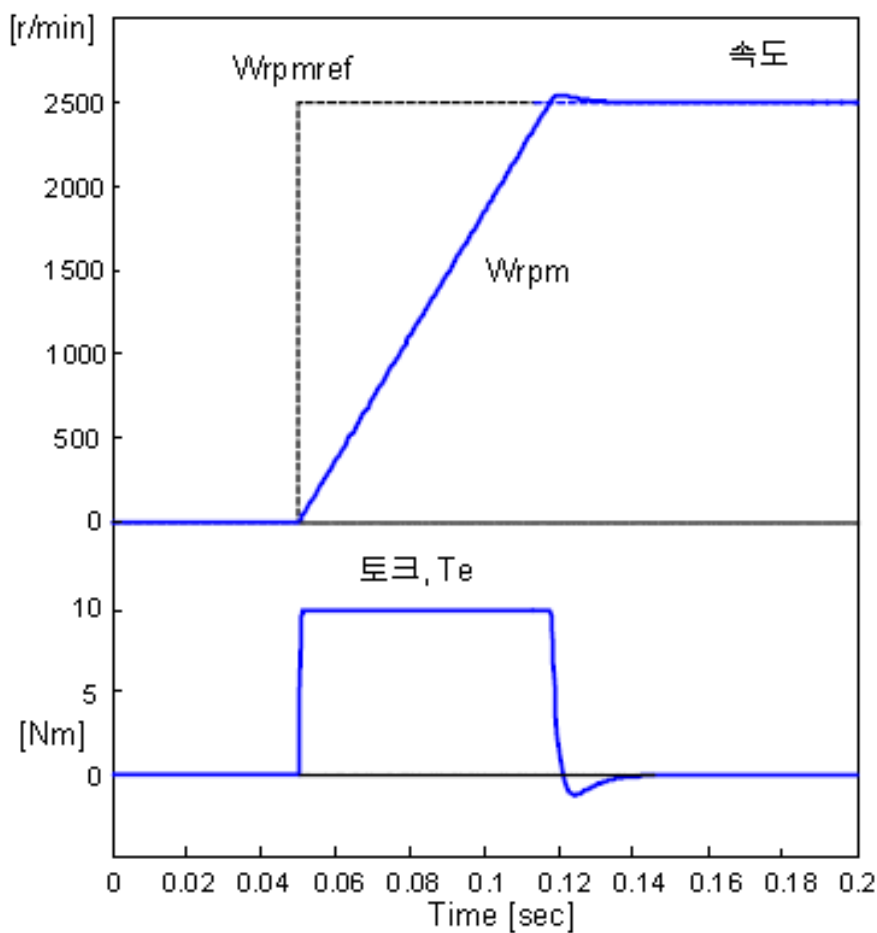
그림 2.64 비례적분 속도 제어 시스템 모델

Chapter 2

직류 전동기의 토크 제어



(a) $\omega_{cs} = 50$ Hz



(b) $\omega_{cs} = 100$ Hz

그림 2.65 속도 제어기의 대역폭에 따른 성능 비교

2.9.4 4상한 초퍼(Chopper) 구동 시스템

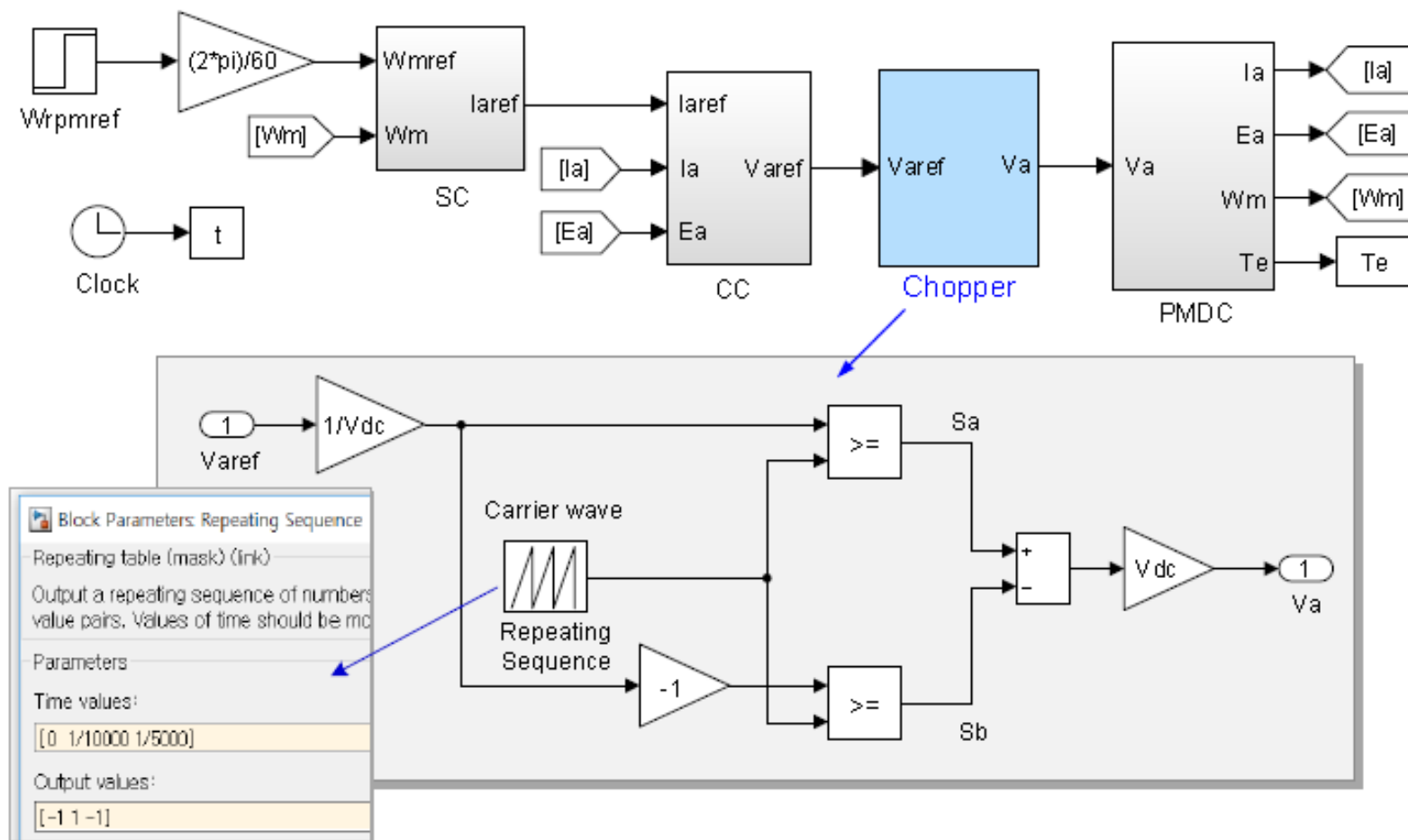
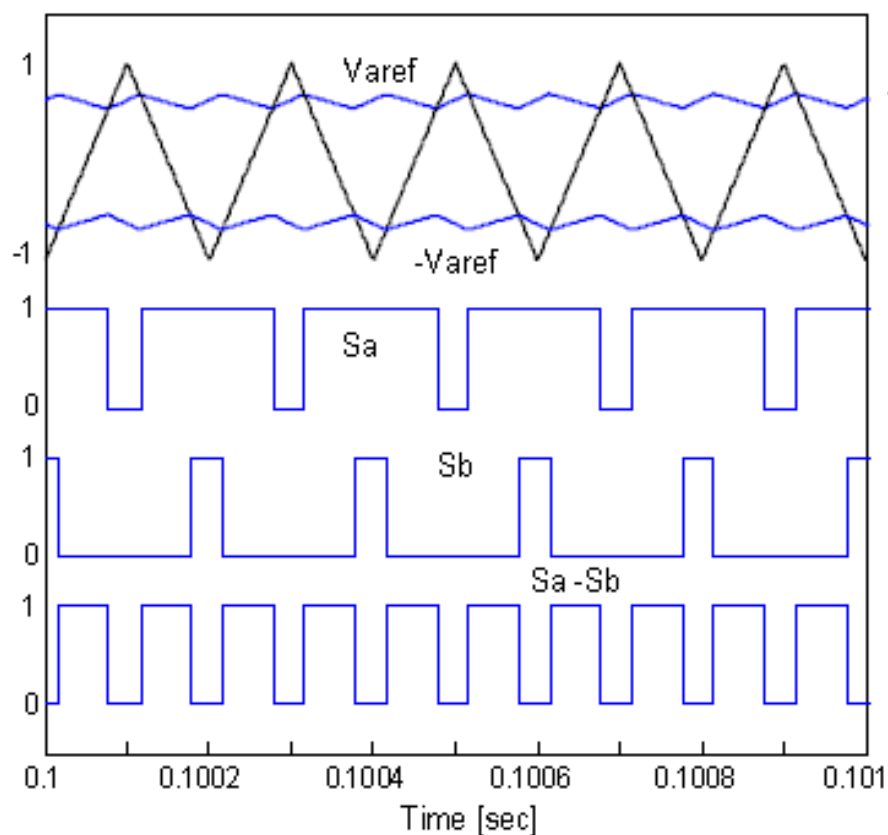


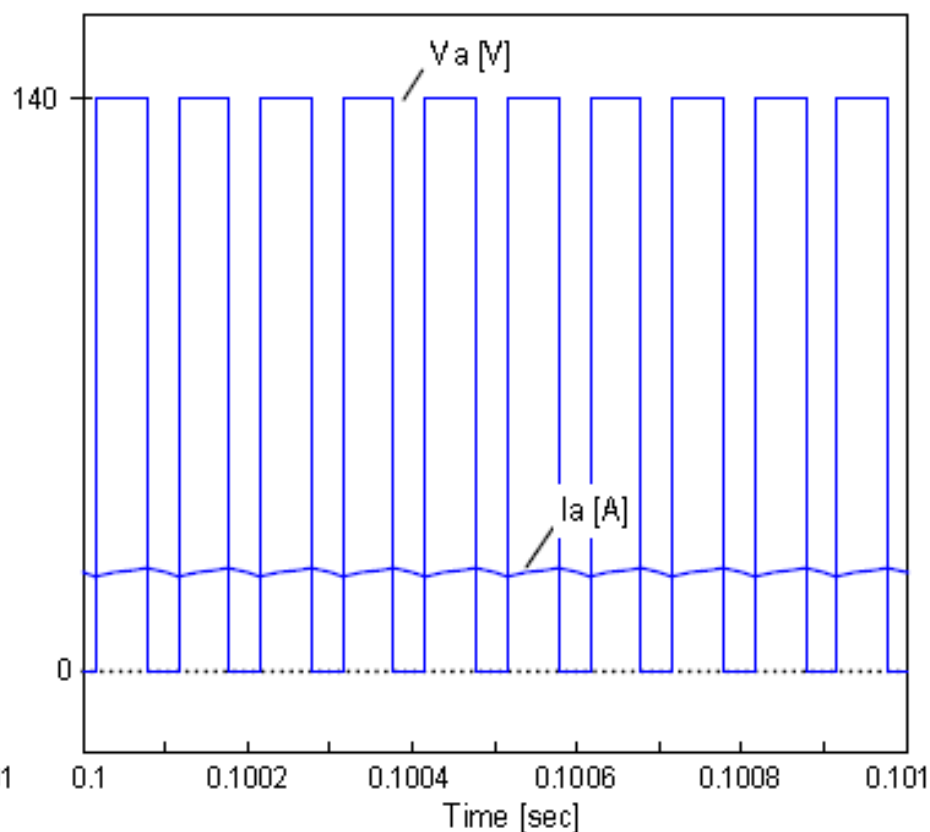
그림 2.66 4상한 초퍼의 시뮬레이션 모델

Chapter 2

직류 전동기의 토크 제어



(a) 유니폴라 PWM 스위칭



(b) 순시 출력 전압과 전류

그림 2.67 유니폴라 변조 방식에서의 파형

Chapter 2

직류 전동기의 토크 제어

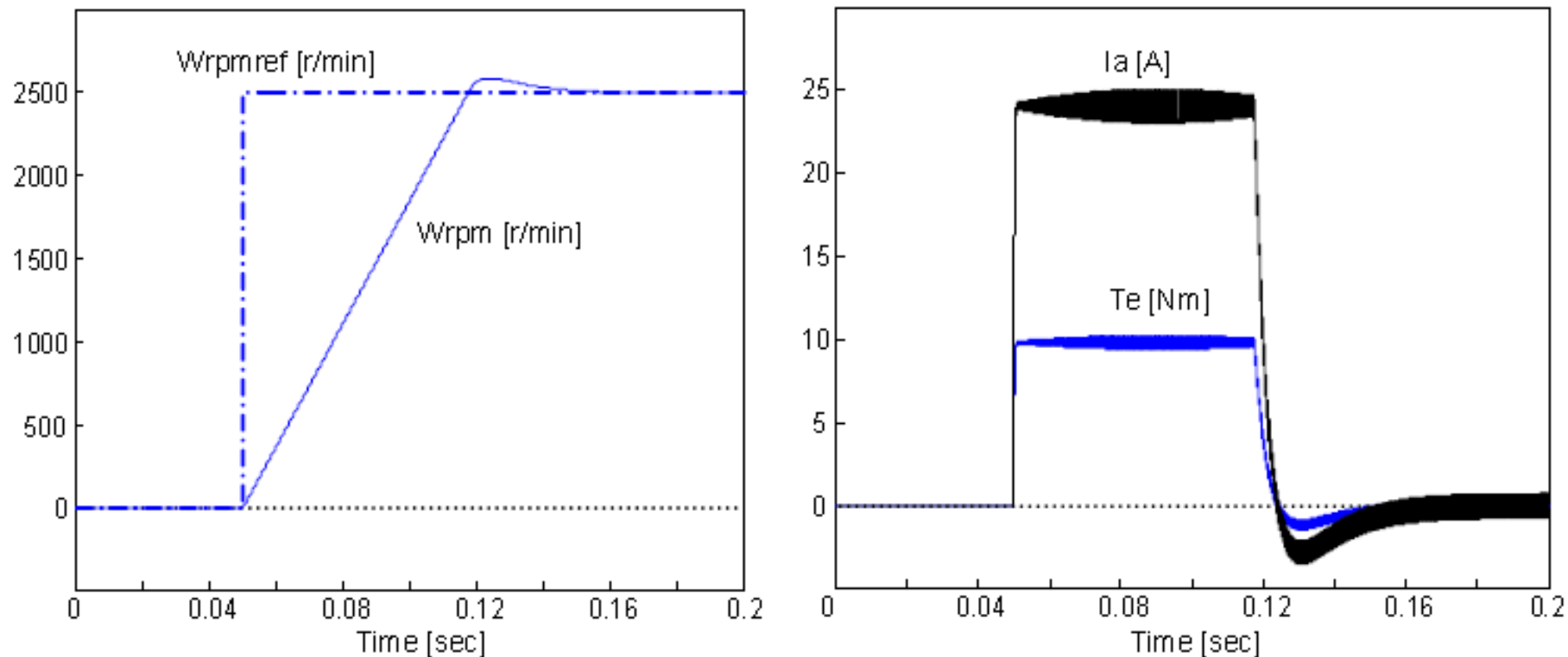


그림 2.68 초퍼를 사용한 경우 속도, 토크 및 전류 특성