

Meccanica Razionale

- Moto di un punto: velocità e accelerazione. Legge oraria e traiettoria. Terna intrinseca. Componenti di velocità e accelerazione su terna intrinseca.
- Corpo rigido. Spazio solidale, vettori solidali e terna solidale. Matrice di rotazione. Angolo di rotazione. Asse dei nodi. Rotazioni. Angoli di Eulero (nessuna formula, solo idee generali e definizioni).
- Dimostrazione del Teorema di Poisson e introduzione della velocità angolare. Deduzione della distribuzione delle velocità nel moto rigido.
- Atto di moto e atto di moto rigido. Deduzione delle proprietà dell'atto di moto rigido. Invariante scalare cinematico. Dimostrazione del Teorema del Mozzi, definizione dell'asse di moto e sue proprietà. Atto di moto rotatorio e asse di istantanea rotazione. Moto rigido piano. Velocità angolare nel caso piano. Centro di istantanea rotazione. Teorema di Chasles ed esempio.
- Legge di distribuzione delle accelerazioni nel moto rigido.
- Cinematica Relativa. Deduzione della relazione fra le derivate rispetto al tempo di un vettore calcolate da due osservatori diversi. Dimostrazione di: (1) Teorema di Galileo (legge di composizione delle velocità); (2) Teorema di Coriolis (legge di composizione delle accelerazioni); (3) Legge di composizione delle velocità angolari.
- Vincoli e coordinate libere. Esempio di vincolo mobile. Atto di moto virtuale e velocità virtuali. Sistemi labili.
- Definizione ed esempio di vincolo anolonomo: disco che rotola senza strisciare su un piano fisso. Vincoli anolonomi e caratteristiche cinetiche. Spostamento elementare. Vettore di rotazione infinitesimo. Spostamento virtuale. Espressione analitica di velocità effettiva, spostamento elementare, velocità virtuale e spostamento virtuale per un sistema con N coordinate libere.
- Centri di massa: definizione e alcune loro proprietà (ND). Proprietà di simmetria del centro di massa (ND).
- Momenti d'inerzia: definizione per punti, sistemi discreti e sistemi continui. Teorema di Huygens-Steiner per assi paralleli. Deduzione della formula per i momenti d'inerzia per assi concorrenti in un punto con definizione e proprietà del tensore d'inerzia (con richiamo sul prodotto tensore fra due vettori).
- Significato delle componenti del tensore d'inerzia. Prodotti d'inerzia. Assi e terna principale d'inerzia, momenti principali d'inerzia (autospazi, autovettori e autovalori del tensore d'inerzia). Assi principali d'inerzia e piani di simmetria materiale. Ellissoide d'inerzia: definizione e proprietà.
- Forze. Momento di una forza e sue proprietà. Momento assiale. Sistemi di forze: risultante e momento risultante. Deduzione della legge del cambiamento di polo e proprietà conseguenti. Invariante. Coppie. Asse centrale. Sistemi equipollenti. Riduzione di un sistema di forze: i quattro casi possibili. Retta di applicazione del risultante. Forze concorrenti. Sistemi piani di forze. Forze parallele e deduzione della definizione e proprietà del centro di forze parallele.

- Potenza e lavoro elementare di un sistema di forze e deduzione della loro espressione per un corpo rigido e un sistema con N coordinate libere. Forze conservative e potenziale Lagrangiano.
- Leggi della meccanica. Principi di Newton. Deduzione dell'annullarsi del risultante e momento delle forze interne. Annullarsi della potenza e del lavoro delle forze interne per sistemi rigidi.
- Classificazione delle forze: esterne e interne, attive e reattive. Vincoli ideali, perfetti o non dissipativi. Legge dell'attrito statico. Legge dell'attrito dinamico.
- Sforzi interni nelle aste e nei fili: momento torcente e flettente, sforzo assiale e di taglio. Caso piano. Tensione nei fili.
- Deduzione delle equazioni cardinali della statica e loro significato.
- Principio dei lavori virtuali. Deduzione delle equazioni pure di equilibrio per sistemi olonomi. Componenti della sollecitazione attiva secondo la coordinata libera k -esima. Deduzione del principio di stazionarietà del potenziale.
- Quantità di moto. Dimostrazione del Teorema della quantità di moto. Momento delle quantità di moto e dimostrazione della legge del cambiamento di polo. Dimostrazione del Teorema di decomposizione delle quantità di moto. Calcolo del momento delle quantità di moto rispetto al baricentro. Deduzione dell'espressione del momento delle quantità di moto per un atto di moto rotatorio (rispetto a un punto dell'asse di istantanea rotazione). Condizione di parallelismo fra velocità angolare e momento delle quantità di moto. Formula per il calcolo delle momento delle quantità di moto per un atto di moto rigido.
- Espressione del momento delle quantità di moto in un atto di moto rotatorio utilizzando la terna principale d'inerzia. Caso piano.
- Energia cinetica. Caso di un atto di moto traslatorio. Dimostrazione del Teorema di König. Energia cinetica per un atto di moto rotatorio e deduzione delle sue diverse espressioni. Applicazione al corpo rigido. Caso piano.
- Equazioni cardinali della dinamica. Teorema di moto del baricentro. Polo fisso e polo mobile per la seconda equazione cardinale.
- Teorema dell'energia cinetica nella prima e seconda forma (Teorema del lavoro). Caso di corpo rigido (potenza forze interne nulla). Caso di sistema con vincoli ideali bilateri e fissi (potenza delle reazioni vincolari nulla)
- Formula per la derivata del momento delle quantità di moto. Deduzione del teorema dell'energia cinetica dalle equazioni cardinali, per un corpo rigido.
- Equazione simbolica della dinamica. Le due identità necessarie per la deduzione delle equazioni di Lagrange. Derivazione delle equazioni di Lagrange per sistemi olonomi. Forma conservativa e forma non conservativa. Momenti cinetici e integrale dei momenti cinetici.
- Funzione di Hamilton. Relazione con la derivata parziale della Lagrangiana rispetto al tempo.
- Spazio degli stati e orbite. Enunciato e dimostrazione del Teorema di Dirichlet. Deduzione dell'equazione delle piccole oscillazioni con un grado di libertà.

- Meccanica relativa. Deduzione della definizione delle forze apparenti: forza di trascinamento e forza di Coriolis. Dimostrazione dei teoremi sul risultante delle forze apparenti. Forza centrifuga. Potenziale della forza centrifuga.
- Esempio di problema di statica relativa: asta pesante in un piano ruotante. Posizioni di equilibrio relativo stabili e instabili. Diagramma di biforcazione. Punto di applicazione del risultante delle forze centrifughe (in questo caso).
- Corpo rigido soggetto al solo peso. Moto del suo baricentro. Deduzione della condizione per il fenomeno delle rotazioni permanenti.
- Dimostrazione della stabilità delle rotazioni permanenti intorno agli assi con momenti principali d'inerzia maggiore e minore. Instabilità delle rotazioni permanenti rispetto all'asse con momento principale d'inerzia intermedio (solo idea e motivazione senza dimostrazione).

Meccanica dei Continui

- Introduzione alla cinematica dei continui. Configurazione di riferimento e configurazione attuale. Deformazioni e gradiente di deformazione. Tensori di Cauchy-Green. Radice quadrata di un tensore simmetrico definito positivo (ND). Teorema di decomposizione polare (ND).
- Deformazioni omogenee. Deformazioni omogenee che lasciano fisso un punto. Rotazioni. Deformazioni pure. Applicazione del teorema di decomposizione polare. Stiramenti e calcolo dei coefficienti di stiramento. Variazioni d'angolo e scorrimenti. Direzioni principali di deformazione.
- Angolo di scorrimento. Campi spaziali e campi materiali. Descrizione spaziale e descrizione materiale di un campo. Formula per il cambiamento di variabili in un integrale.
- Densità di massa e equazione di conservazione della massa. Gradiente spaziale e gradiente materiale e loro relazione.
- Deformazioni infinitesime. Tensore di deformazione infinitesima e sue proprietà. Variazioni di lunghezza, d'angolo e di volume per deformazioni infinitesime.
- Moti di un corpo continuo. Velocità e accelerazione.
- Approssimazione del determinante di $I+H$ (ND). Derivata del determinante di $F(t)$ (ND).
- Derivata del volume di una parte. Moti isocori e loro caratterizzazione. Vincolo di incomprimibilità.
- Derivate temporali parziali e materiali di campi spaziali e materiali. Deduzione del campo spaziale delle accelerazioni dal campo delle velocità.
- Tensori antisimmetrici e vettori. Tensore gradiente della velocità L . Tensore di vorticità W . Tensore velocità di deformazione D . Moto rigido e relazione della velocità angolare con il tensore di vorticità W . Velocità di stiramento e velocità di scorrimento e loro deduzione dal tensore D .
- Circuitazione della velocità lungo una curva materiale chiusa e sua derivata rispetto al tempo e conseguenze. Caso in cui l'accelerazione sia un gradiente.
- Deduzione della equazione di evoluzione della vorticità e sue conseguenze.

- Derivata dell'integrale di un campo spaziale per unità di massa. Equazione di continuità nelle sue diverse forme. Quantità di moto e momento delle quantità di moto e loro derivate.
- Forze di volume e forze di contatto. Ipotesi di Cauchy. Postulati della meccanica dei continui: validità delle equazioni cardinali per ogni parte di corpo.
- Enunciato e dimostrazione del Teorema di Cauchy. Tensore degli sforzi di Cauchy. Teorema della divergenza per campi tensoriali. Prima equazione cardinale e deduzione della prima equazione indefinita della meccanica dei continui. Simmetria del tensore degli sforzi (ND).
- Cubo degli sforzi. Direzioni e sforzi principali. Teorema dell'energia cinetica per corpi continui e espressione della potenza delle forze interne.
- Relazioni costitutive dei fluidi ideali. Moti stazionari e irrotazionali e deduzione del trinomio e del teorema di Bernoulli.
- Relazione costitutiva per i fluidi viscosi Newtoniani incomprimibili. Deduzione delle equazioni di Navier-Stokes. Numero di Reynolds e sua utilità.