电子电路与系统基础(1)
复习笔记

Sun2sky

2020 年 6 月 24 日

目录

第一章　电路基础

1.1　基本物理量

1.1.1　电流

带电粒子的运动形成**电流**(current)，记为i。单位时间内通过一横截面的电量就是此时刻的电流值

$$i = \frac{\Delta q}{\Delta t}$$

电流的实际方向与正载流子运动方向相同，负载流子运动方向相反。在求解电路时，不知道电流的实际方向，可以设定一个**参考方向**。例如，假设电流从A流向B，则此参考方向电流值为i_{AB}。如果电流的实际方向与参考方向相同，则$i_{AB} > 0$；若电流的实际方向与参考方向相反，则$i_{AB} < 0$。

方向、大小恒定的电流称为**直流电流**(DC Current)，方向变化、均值为0的电流称为**交流电流**(AC Current)。

1.1.2　电压与电动势

带电粒子稳定运动需要电场，有电场就有**电压**(voltage)，记为v。而维持电场，需要电动势(EMF)，记为ε。电场对单位电荷做的功就是此地的电压

$$v = \frac{W}{q}$$

参考地(GND)的电位为0，某点对GND的电压就是这一点的电位，即

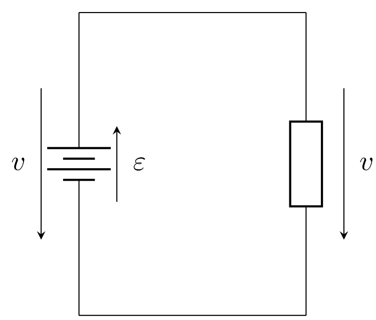
$$v_A = v_{AG}$$

规定电压的方向与电场方向相同，从高电位指向低电位。设定电压的参考方向AB，如果$v_a > v_B$，则电压为正；否则电压为负。

电动势的定义与电压类似，搬运单位电荷做的功就是电动势的大小

$$\varepsilon = \frac{\Delta E}{\Delta q}$$

在闭合电路中，电动势是其他能量转换为电能的桥梁，电压是电能转化为其他能量的桥梁。



1.1.3 功率

对于一个元件，设定好其电压与电流的参考方向，则其功率

$$p(t) = i(t)v(t)$$

特别地，在电阻中，我们可以得到

$$p = \frac{v^2}{R} = i^2 R$$

如果是交变电压或交变电流，则平均功率的计算中，电压和电流应该取均方根值

$$\bar{p} = \frac{v_{rms}^2}{R} = i_{rms}^2 R$$

如果元件按照**关联参考方向**定义，则$p > 0$时元件吸收能量，$p < 0$时元件释放能量。如果元件按照**源关联参考方向**定义，则$p > 0$时释放能量，$p < 0$时吸收能量。

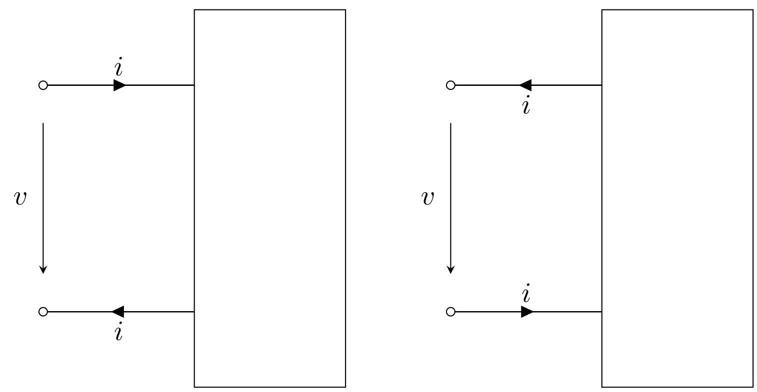
1.2 电路系统与网络

1.2.1 端口定义与网络描述

在由元件与导线连接而成的网络中引出两条导线，称为两个**端点**(terminal)。如果两个端点一个流出电流，一个流入电流，且二者时

刻相等，则两个端点满足**端口条件**，构成一个**端口**(port)。一个电路网络可以引出多个端口，不同端口可以共有端点。

对于大部分元件，常用**关联参考方向**定义；对于电源，常用**源关联参考方向**定义。



关联参考方向　　源关联参考方向

现有一个n端口网络，每个端口都有相应的电压和电流(v_j, i_j)，共有$2n$个物理量，其中只有n个是独立的。因此可以用n个物理量描述另外n个物理量，需要n个方程。这些方程称为元件约束条件或者**广义欧姆定律**(GOL)。

$$
\begin{aligned}
f_1(v_1, v_2, \cdots, v_n; i_1, i_2, \cdots, i_n) &= 0 \\
f_2(v_1, v_2, \cdots, v_n; i_1, i_2, \cdots, i_n) &= 0 \\
&\cdots \\
f_n(v_1, v_2, \cdots, v_n; i_1, i_2, \cdots, i_n) &= 0
\end{aligned}
$$

我们记$\boldsymbol{v} = (v_1, v_2, \cdots, v_n)^T$，$\boldsymbol{i} = (i_1, i_2, \cdots, i_n)^T$，$\boldsymbol{f} = (f_1, f_2, \cdots, f_n)^T$，则上述方程可以表示为

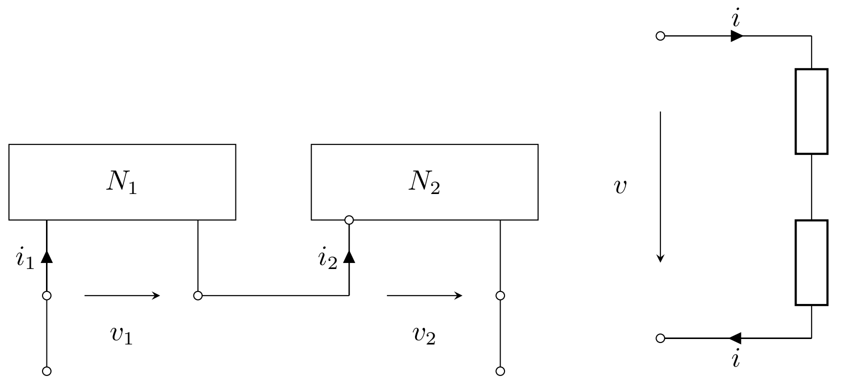
$$\boldsymbol{f}(\boldsymbol{v}, \boldsymbol{i}) = \boldsymbol{0}$$

如果从中解出$\boldsymbol{i} = \boldsymbol{f}_{iv}(\boldsymbol{v})$，则称此网络为**压控网络**(元件)；如果解出$\boldsymbol{v} = \boldsymbol{f}_{vi}(\boldsymbol{i})$，则称此网络为**流控网络**(元件)。也有可能解出由一部分电流电压解出另一部分电流电压的混合控制网络，或者无法解出这样的表示关系。

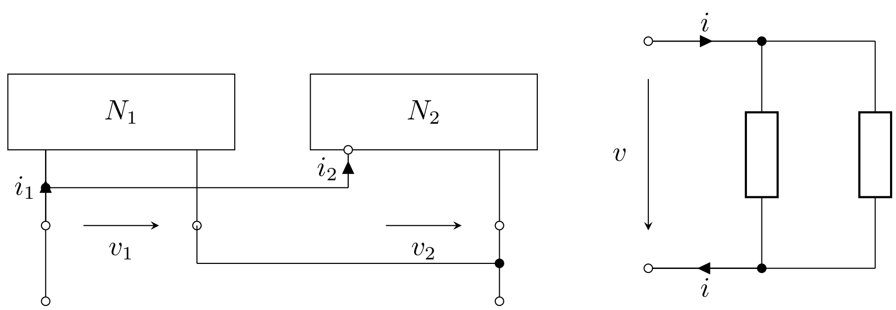
1.2.2 网络连接

对于单端口网络，其连接方式有**串联**与**并联**两种，此外可以得到特殊的连接方式——**对接**。

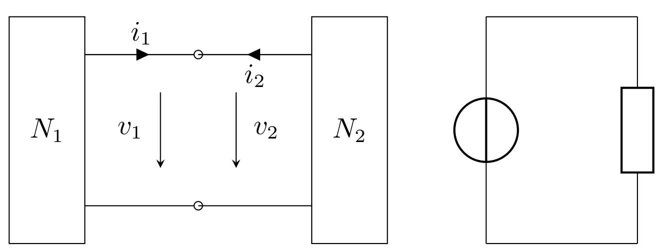
(1)串联，满足$i = i_1 = i_2$，$v = v_1 + v_2$。



(2)并联，满足$i = i_1 + i_2$，$v = v_1 = v_2$。

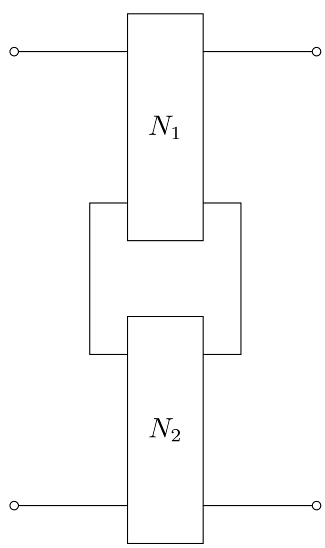


(3)对接。如图定义的两个元件对接，满足$v_1 = v_2$，$i_1 = -i_2$。如果是源关联参考方向与关联参考方向的元件对接，则$i_1 = i_2$，例如电源与电阻连接，就可以用图解法解决问题。



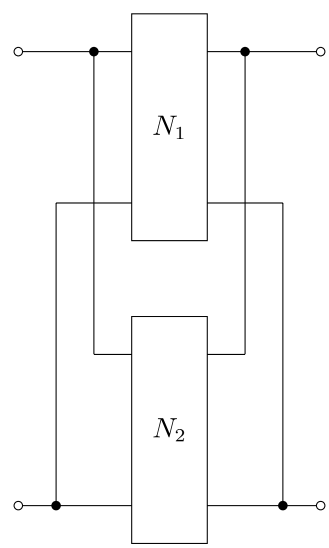
对接可以视为两个元件串联后端口短路，也可以视为两个元件并联后端口开路。两种情形下电压与电流满足的关系不相同。

对于二端口网络，则有串串连接、并并连接、串并连接、并串连接四种方式。而级联是一种常用的特殊连接方式。设网络N_1的电压电流有$(v_1^{(1)}, i_1^{(}1))$，$(v_2^{(1)}, i_2^{(1)})$；网络N_2的电压电流有$(v_1^{(2)}, i_1^{(2)})$，$(v_2^{(2)}, i_2^{(2)})$。最后总端口为(v_1, i_1) 和(v_2, i_2)。



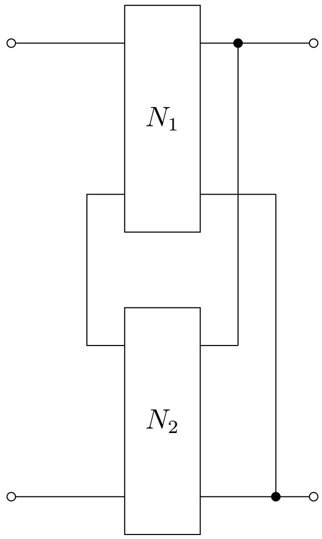
$i_1 = i_1^{(1)} = i_2^{(2)} \quad i_2 = i_2^{(1)} = i_2^{(2)}$

$v_1 = v_1^{(1)} + v_1^{(2)} \quad v_2 = v_2^{(1)} + v_2^{(2)}$



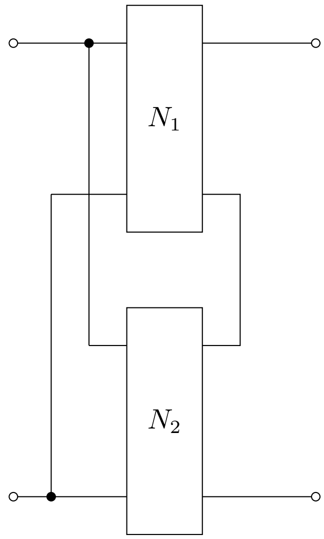
$i_1 = i_1^{(1)} + i_2^{(2)} \quad i_2 = i_2^{(1)} + i_2^{(2)}$

$v_1 = v_1^{(1)} = v_1^{(2)} \quad v_2 = v_2^{(1)} = v_2^{(2)}$



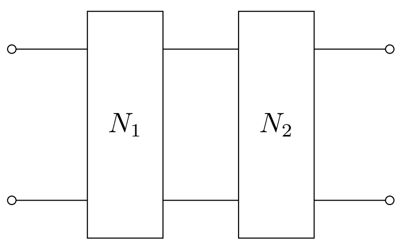
$i_1 = i_1^{(1)} = i_2^{(2)} \quad i_2 = i_2^{(1)} + i_2^{(2)}$

$v_1 = v_1^{(1)} + v_1^{(2)} \quad v_2 = v_2^{(1)} = v_2^{(2)}$



$i_1 = i_1^{(1)} + i_2^{(2)} \quad i_2 = i_2^{(1)} = i_2^{(2)}$

$v_1 = v_1^{(1)} = v_1^{(2)} \quad v_2 = v_2^{(1)} + v_2^{(2)}$



级联电路网络

1.2.3 电路系统

对于一个电路系统，给其一个输入$e(t)$，就可以得到输出$r(t)$，$r(t) = f(e(t))$。设$r_1 = f(e_1)$，$r_2 = f(e_2)$。下面的系统满足**叠加性**。

$$f(e_1 + e_2) = r_1 + r_2 = f(e_1) + f(e_2)$$

下面的系统满足**均匀性**。

$$f(\alpha e) = \alpha r = \alpha f(e)$$

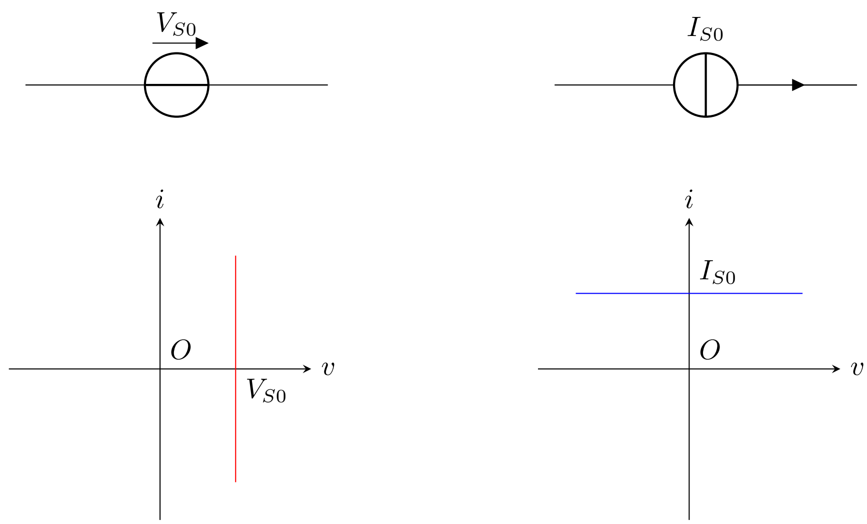
同时具备叠加性和均匀性的系统称为**线性系统**。

$$f(\alpha e_1 + \beta e_2) = \alpha r_1 + \beta r_2 = \alpha f(e_1) + \beta f(e_2)$$

1.3　基本元件

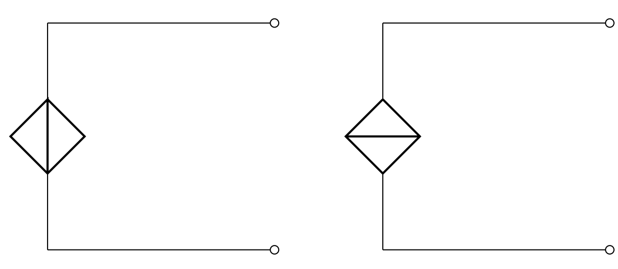
1.3.1　理想电源、电阻、电容与电感

对于理想电源，这里以恒压源与恒流源为例。恒压源两端的电压是固定的，而其电流在允许的范围内任意取值，实际取值受外界环境约束。恒流源的电流是恒定的，两端的电压不定。



如果V_{S0}，I_{S0}是随时间成正弦函数变化的，就可以得到理想正弦交流电电压源。

不受控制的电源是独立源，此外还有受到其他电压或电流控制的**受控源**。受控电压源、电流源的符号如图所示



下面是四种常用的受控源。

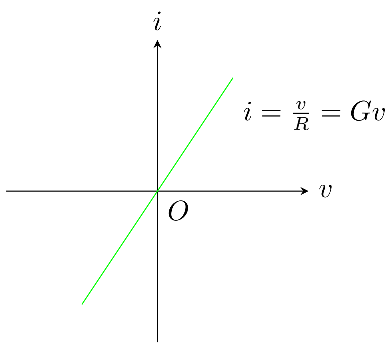
类别	简称	参量	表达式
压控压源	VCVS	电压控制系数A_v	$v_o = A_v v_i$
压控流源	VCCS	跨导控制系数G_m	$i_o = G_m v_i$
流控压源	CCVS	跨阻控制系数R_m	$v_o = R_m i_i$
流控流源	CCCS	电流控制系数A_i	$i_o = A_i i_i$

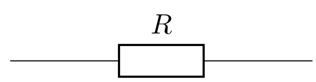
伏安特性过原点的曲线都可以称为电阻，而更常用的是线性电阻。线性电阻满足欧姆定律

$$v = Ri$$

$$i = Gv$$

其中R称为**电阻**，G称为**电导**，二者互为倒数。

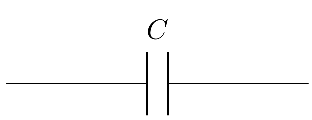


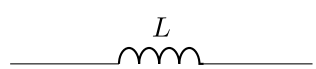


而电容和电感需要用微分方程描述，理想电容与电感的GOL方程为

$$i(t) = C\frac{\mathrm{d}v(t)}{\mathrm{d}t}$$

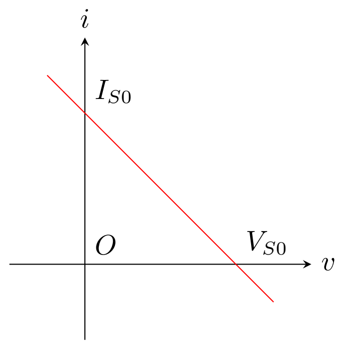
$$v(t) = L\frac{\mathrm{d}i(t)}{\mathrm{d}t}$$





1.3.2 更多电源

电源按照用途，可以分为power supply(电源)和signal sourse(信号源、信源)。交流发电机、化学电池、太阳能电池等都可以用作电源。一般的电源，其伏安特性曲线在v轴、i轴有两个正截距。一般的处理方法为化曲为直，通过割线或切线将其线性化，从而得到含有线性内阻的电源。



此时，电源的伏安特性可以被表述为

$$\frac{v}{V_{S0}}+\frac{i}{I_{S0}}=1$$

如果对上面的等式变形，就可以得到含线性电阻电源的两种等效方式。

(1)戴维南(Thevenin)电压源，这是一个流控元件，满足

$$v=V_{S0}-\frac{V_{S0}}{I_{S0}}i$$

$$R_S=\frac{V_{S0}}{I_{S0}}$$

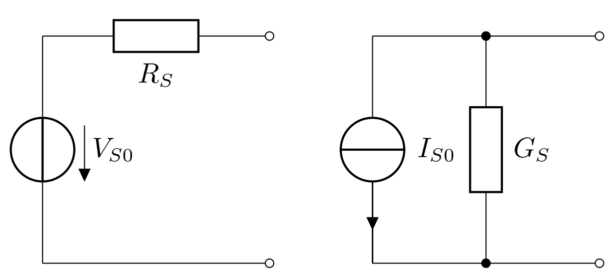
其中R_S称为电源的**内阻**。

(2)诺顿(Norton)电流源，这是一个压控元件，满足

$$i=I_{S0}-\frac{I_{S0}}{V_{S0}}v$$

$$G_S=\frac{I_{S0}}{V_{S0}}$$

两种形式相互等效，其等效电路图如图所示，二者可以相互转化。



$$V_{S0} = R_S I_{S0}$$

$$I_{S0} = G_S V_{S0}$$

$$G_{S0} R_{S0} = 1$$

可以求出，线性内阻电源对外释放的功率有最大值，称为**电源的额定功率**

$$p = vi \leqslant \frac{V_{S(,rms)}^2}{4R_S} = \frac{I_{S(,rms)}^2}{4G_S} = P_{S,max}$$

当且仅当负载电阻等于电源内阻时，负载电阻会全部吸收这些能量。这就是**(最大功率传输)匹配条件**

$$R_L = R_S$$

在射频情况下，电源直接输出其最大功率，经过一段时间到达负载，负载如果不匹配，只能吸收其中的部分能量，而将无法吸收的能量发生回去，我们定义**反射系数**

$$\Gamma = \frac{R_L - R_S}{R_L + R_S}$$

则吸收的功率与反射的功率为

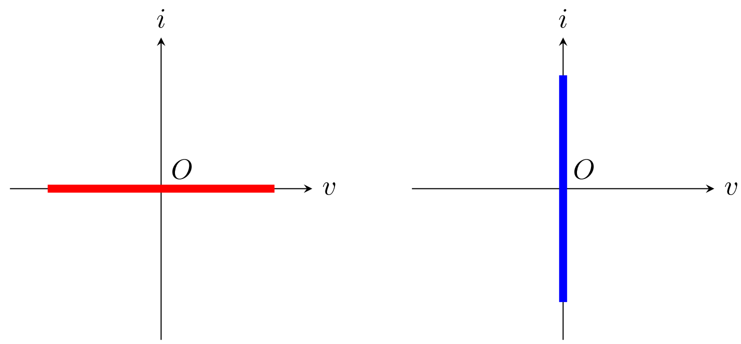
$$P_{reflect} = \Gamma^2 P_{S,max}$$

$$P_L = (1 - \Gamma^2) P_{S,max}$$

1.3.3 更多电阻

伏安特性曲线经过原点的元件都可以抽象为电阻元件，包括非线性电阻，以及开路、短路等。

两个端点若没有导线或元件连接，就形成了**开路**(open)，两端点之间电流为0，电压不定。两个端点直接用导线相连，就形成了**短路**(short)，两端点之间电流为0，电流不定。开路相当于无穷大电阻，或者零电导；短路相当于无穷大电导，或者零电阻。



在电子电路中，很少使用手动开关，常使用**受控开关**。当控制电压v_C满足一定条件时，开关闭合，相当于短路；满足另一条件时，开关断开，相当于开路。

二极管、晶体管于后文介绍，这里简单介绍隧道二极管(tunnel diode)与肖克利二极管(shockley diode)，其伏安特性曲线分别为N型和S型。其中的负阻区由于反馈调节机制，实际的工作点不会存在与这个区域。

进一步推广电阻概念，将电能转化为其他形式能量的器件都可以抽象为电阻元件，例如电灯、电机、电热器、发射天线等。其等效电阻值为

$$R = \frac{V^2}{P}$$

1.4 电路方程

1.4.1 基尔霍夫定律

基尔霍夫定律包括KCL方程和KVL方程，其中KCL方程来自电荷守恒定律，KVL方程来自能量守恒定律。

(1)KCL方程是指，流入同一节点的电流之和为0；或者流出同一节点的电流之和为0；或者流入节点的电流之和等于流出节点的电流之和。这里的“流入”“流出”，指的是电流的**参考方向**。

$$\sum_{k=1}^{n} i_k = 0$$

(2)KVL方程是指，在电路中绕任意回路一周，电压之和为0。具体而言，沿着回路，按照设定的电压参考方向(忽略实际方向)，下降取正值，上

升取负值，则电压降之和为0。

$$\sum_{k=1}^{n} v_k = 0$$

1.4.2 电路方程的基本列写方法

对于一个含有b条支路，n个节点的电路，要求其b条支路的电流和电压，就有2b个未知量，需要2b个方程。对于b条支路，需要b个GOL方程。对于n个节点，可以列写n个KCL方程，但是其中只有$n-1$个是独立的，那么再挑选$b-(n-1)=b-n+1$个独立回路，列写KVL方程。这样，我们用2b个方程求解出2b个未知量，这就是**支路电流电压法**，又称为“2b法”。

$$\text{2b个方程}\begin{cases} b\text{个GOL方程} \\ n-1\text{个KCL方程} \\ b-n+1\text{个KVL方程} \end{cases}$$

1.4.3 简化电路方程列写

为了降低方程的规模，可以采用下面三种方法。

(1)支路电流法：列写$n-1$个节点的KCL方程，对于剩下$b-n+1$个KVL方程，将GOL方程代入其中。这样，最终只需要b个方程。

(2)回路电流法：选定网孔(回路)，设定其中的回路电流，这样KCL方程实际上就蕴含其中，只需要列写KCL方程即可。这样，最终只需要$b-n+1$个方程。方程可以通过矩阵来体现

$$\begin{pmatrix} R_{11} & \cdots & R_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ R_{n1} & \cdots & R_{nn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_1 \\ \vdots \\ i_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \pm v_S \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}$$

其中矩阵$(R_{lk})_{n\times n}$是一个对称方阵，对角线上的元素R_{kk}称为环路电流i_k的**自阻**，将该回路上所有电阻相加即可；其余元素R_{lk}称为电流i_l与电流i_k的**互阻**，将两个环路电流共同经过的电阻按照下列规则相加：如果经过该电阻的两个电流同向，则取正号；如果经过该电阻的两个电阻反向，则取负号。如果回路中有电源，需要写在等号右侧，否则取0。求得环路电流后，就可以进一步求得支路电流与电压。

(3)节点电压法：设定各个节点的电压，这样KVL方程就蕴含在其中，只需列写$n-1$个KCL方程即可，最终只需要$n-1$个方程。方程也可以写成矩阵的形式

$$\begin{pmatrix} G_{11} & \cdots & G_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ G_{n1} & \cdots & G_{nn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_1 \\ \vdots \\ v_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \pm G_S v_S \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}$$

其中矩阵$(G_{lk})_{n\times n}$是一个对称方阵，对角线上的元素G_{kk}称为结点电压v_k的**自导**，将与该节点相连的电导相加即可；其余元素G_{lk}称为电压v_l与电压v_k的**互导**，等于两个节点之间电导和的相反数。如果回路中有电源，需要写在等号右侧，否则取0。求得节点电压后，就可以进一步求得支路电流与电压。

1.5 等效电路

1.5.1 等效电路的原则

对于两个网络，在一定的条件和范围内，如果二者的伏安特性完全相同，则认为两个电路网络是等效的。对于复杂网络，可以用简单的等效网络替代，从而降低电路的复杂性。对一个电路网络进行等效，既可以用电路语言来描述，也可以用数学语言来描述。

1.5.2 常用电路定理

(1)**替代定理**：假设两个网络A与B对接，二者除了对接外内部无任何联系，而网络A的端口电压电流为(V_p, I_p)，则网络B可以用电压为V_p的恒压源或者电流为I_p的恒流源替代。更进一步，网络B实际上可以用任意伏安特性曲线经过(V_p, I_p)一点的元件替代，但是要特别注意多解情况。

(2)**叠加定理**：对于线性时不变电阻电路，其中含有m个独立恒流源与n个独立恒压源，则电路中任一支路的电流或者电压必然可以表示为电源电压与电流的线性组合，且组合系数仅与网络自身有关，而与电源无关。

$$? = \sum_{l=1}^{m} P_l I_{Sl} + \sum_{k=1}^{n} Q_k V_{Sk}$$

(3)**对偶定理**：对于一个电路，可以按照对偶原则设计对偶电路：其对偶电路的拓扑图为原电路拓扑的对偶图，支路元件替换为对偶元件。原电

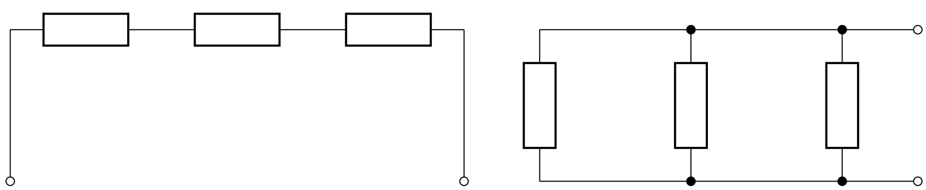
路有相应的电路方程，那么将方程的所有物理量换为对偶量，就是其对偶电路的电路方程。

1.5.3 基本等效电路例

(1)电阻串联和并联：串联用符号+表示，并联用符号||表示。串联电阻相加，并联电导相加，也就是

$$R_{eq} = \sum_{k=1}^{n} R_k \quad (\text{串联})$$

$$G_{eq} = \sum_{k=1}^{n} G_k \quad \frac{1}{R_{eq}} = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{R_k} \quad (\text{并联})$$



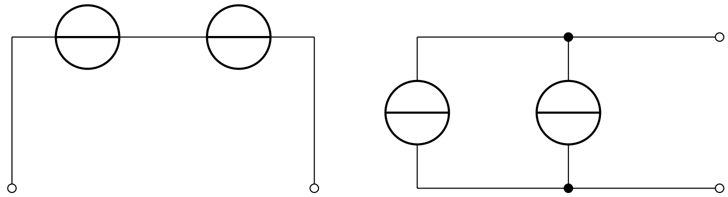
在串联电阻中，我们有

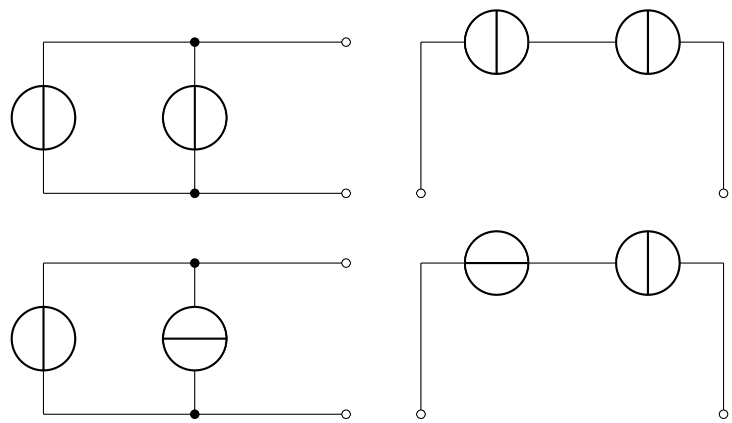
$$i = \frac{v}{\Sigma R}$$

在并联电阻中，我们有

$$v = \frac{i}{\Sigma G}$$

(2)理想电源串联和并联：两个恒压源串联，可以等效为一个恒压源，电压等于两个电源电压之和；两个恒流源并联，可以等效为一个恒流源，电流等于两个电源电流之和。两个电压相同的恒压源可以并联，但不同电压的恒压源不能并联；两个电流相同的恒流源可以串联，但不同的恒流源不能串联，实际上很少并联恒压源或串联恒流源。一个恒压源与一个恒流源并联，可以忽略恒流源的作用，将其开路；一个恒压源与一个恒流源串联，可以忽略恒压源的作用，将其短路。

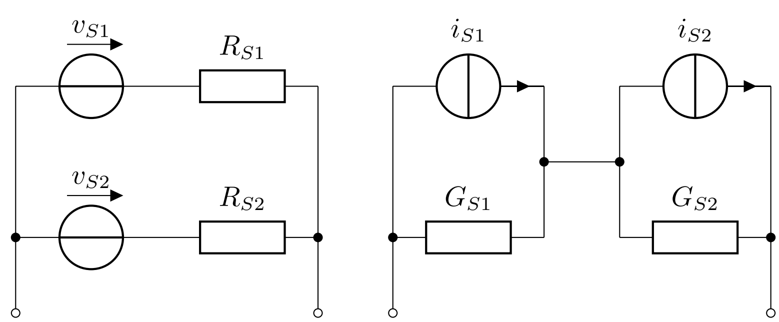




(3)戴维南电压源与诺顿电流源的串并联

两个戴维南电压源串联，得到一个新的戴维南源，其电压等于两个电压源电压之和，内阻等于两个电压源内阻之和。两个诺顿电流源并联，得到一个新的诺顿源，其电流等于两个电流源电流之和，内导等于两个电流源内导之和。

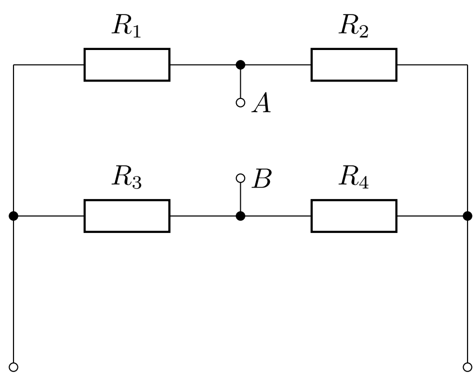
两个戴维南电压源并联，可以起到按照一定比例合成电压源信号的作用；两个诺顿电流源并联，可以起到按照一定比例合成电流源信号的作用。



$$v_S = \frac{R_{S2}}{R_{S1}+R_{S2}}v_{S1} + \frac{R_{S1}}{R_{S1}+R_{S2}}v_{S2}$$
$$i_S = \frac{G_{S2}}{G_{S1}+G_{S2}}i_{S1} + \frac{G_{S1}}{G_{S1}+G_{S2}}i_{S2}$$

(4)电桥

下图所示电路结构被称为**电桥**，其中A、B两点间可以开路、短路、连接其他器件。



如果四个电阻满足

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4}$$

也就是$R_1R_4 = R_2R_3$，称为**电桥平衡条件**，那么无论AB之间处于什么状态，都满足

$$i_{AB} = 0$$

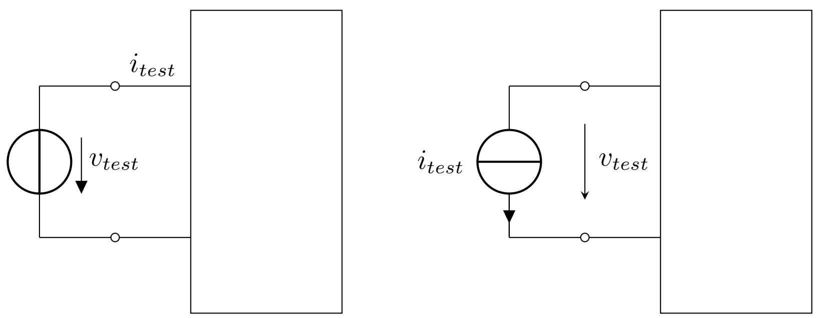
$$v_{AB} = 0$$

第二章　线性电阻电路

2.1　单端口线性电阻电路

2.1.1　基本方法

对于单端口网络，我们用关联参考方向来定义。为了得到端口的伏安特性，可以使用**加压求流法**或**加流求压法**，也就是在端口接恒压源或恒流源，测定端口电流或电压，得到伏安特性。



2.1.2　戴维南定理与诺顿定理

如果网络中含有线性电阻、独立恒流源、独立恒压源中的若干个，则根据叠加定理，测试电压与测试电流必然是线性关系

$$v_{test} = \alpha i_{test} + \beta$$

我们令$\alpha = R_{TH}$，$\beta = v_{TH}$，这样就将其等效为了戴维南电压源。

$$i_{test} = \alpha v_{test} + \beta$$

我们令$\alpha = G_N$，$\beta = i_N$，这样就将其等效为了诺顿电流源。

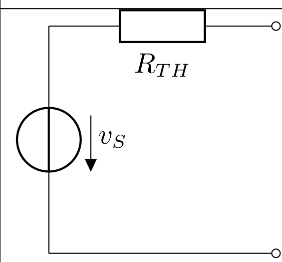
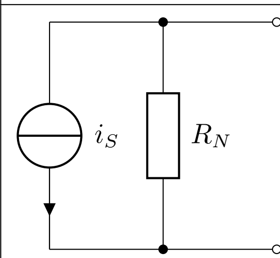
对于这样的单端口线性电阻网络，既可以等效为戴维南源，又可以等效为诺顿源，其关系为

$$R_{TH} = R_N$$

$$v_{TH} = R_{TH} i_N$$

由此我们可以得到戴维南定理和诺顿定理：一个包含独立电源的单端口线性电阻网络，其端口等效电路可表述为一个恒压源和一个电阻的串联，源电压为端口开路电压，串联电阻为电阻网络内所有独立电源置零时的端口等效电阻。一个包含独立电源的单端口线性电阻网络，其端口等效电路可表述为一个恒流源和一个电阻的并联，源电流为端口短路电流，并联电阻为电阻网络内所有独立电源置零时的端口等效电阻。

这里的“独立源置零”指的是，独立电压源短路处理，独立电流源开路处理，受控源保持不变。

表达式	$v = R_{TH} i + v_{TH}$	$i = G_N v + i_N$
等效电路图		

$$v_{TH} = v_{test}\big|_{i_{test}=0}$$

$$R_{TH} = \left.\frac{v_{test}}{i_{test}}\right|_{v_{TH}=0}$$

$$i_N = i_{test}\big|_{v_{test}=0}$$

$$G_N = \left.\frac{i_{test}}{v_{test}}\right|_{i_N=0}$$

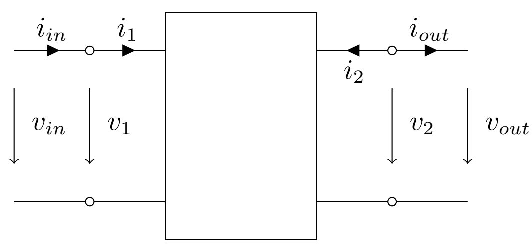
2.2　二端口线性电阻电路

2.2.1　基本方法

对于二端口网络，既可以定义为端口1和端口2，也可以定义为输入端口和输出端口。对于前者，两个端口都是用关联参考方向定义的；对于后

者，输入端口按照关联参考方向定义，输出端口按照源关联参考方向定义。其中的关系为

$$\begin{aligned} i_1 &= i_{in} \\ v_1 &= v_{in} \\ i_2 &= -i_{out} \\ v_2 &= v_{out} \end{aligned}$$



为了描述这个网络，同样需要加上测试电流、测试电压进行测定，并且有$\mathrm{C}_4^2 = 6$种表述方式，对应着二端口网络的6种参量。注意，测试电压的方向是由上到下(上高下低)，测试电流的方向是从下到上–但是二者的电流方向都是相同的。

2.2.2　六大参量

(1)$\boldsymbol{z}$参量

在端口1和端口2加上测试电流i_1与i_2，则根据叠加定理，有

$$\begin{aligned} v_1 &= z_{11}i_1 + z_{12}i_2 + v_{TH1} \\ v_2 &= z_{21}i_1 + z_{22}i_2 + v_{TH2} \end{aligned}$$

写成矩阵形式，为

$$\begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} z_{11} & z_{12} \\ z_{21} & z_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_1 \\ i_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} v_{TH1} \\ v_{TH2} \end{pmatrix}$$

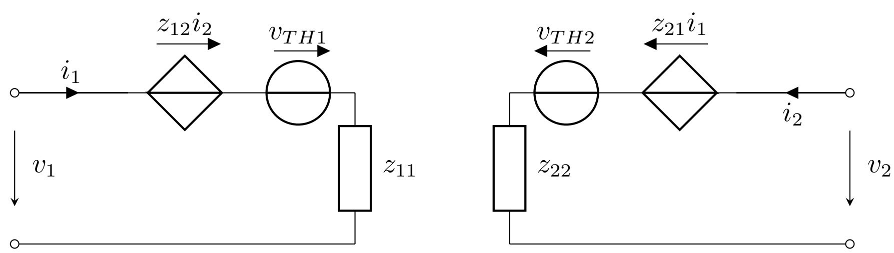
$$\boldsymbol{v} = \boldsymbol{z}\boldsymbol{i} + \boldsymbol{v}_{TH}$$

$$\boldsymbol{z} = \begin{pmatrix} z_{11} & z_{12} \\ z_{21} & z_{22} \end{pmatrix}$$

$\boldsymbol{z}$称为这个二端口网络的**阻抗参量**(impedance parameters)，其中四个元素都具备电阻量纲。将两个端口开路，测量开路电压就可以得到戴维南电压。而四个元素的求法为

$$z_{11} = \left.\frac{v_1}{i_1}\right|_{i_2=0, v_{TH1}=0} \qquad z_{12} = \left.\frac{v_1}{i_2}\right|_{i_1=0, v_{TH1}=0}$$
$$z_{21} = \left.\frac{v_2}{i_1}\right|_{i_2=0, v_{TH2}=0} \qquad z_{22} = \left.\frac{v_2}{i_2}\right|_{i_1=0, v_{TH2}=0}$$

由此可以得到下面的等效电路



(2)$\boldsymbol{y}$参量

在端口1和端口2加上测试电压v_1和v_2，则根据叠加定理，有

$$i_1 = y_{11}v_1 + y_{12}v_2 + i_{N1}$$
$$i_2 = y_{21}v_1 + y_{22}v_2 + i_{N2}$$

写成矩阵形式，为

$$\begin{pmatrix} i_1 \\ i_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y_{11} & y_{12} \\ y_{21} & y_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} i_{N1} \\ i_{N2} \end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{i} = \boldsymbol{y}\boldsymbol{v} + \boldsymbol{i}_N$$

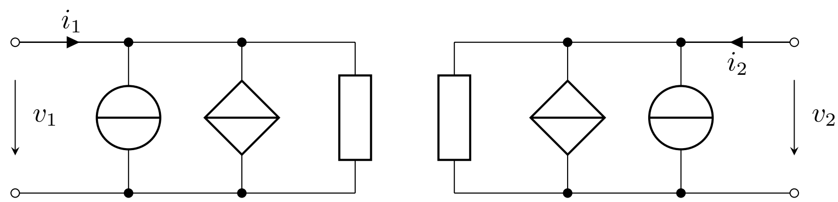
$$\boldsymbol{y} = \begin{pmatrix} y_{11} & y_{12} \\ y_{21} & y_{22} \end{pmatrix}$$

$\boldsymbol{y}$称为这个二端口网络的**导纳参量**(admittance parameters)，其中四个元素都具备电导量纲。将两个端口短路，测量短路电流就可以得到诺顿电

流。而四个元素的求法为

$$y_{11} = \left.\frac{i_1}{v_1}\right|_{v_2=0, i_{N1}=0} \qquad y_{12} = \left.\frac{i_1}{v_2}\right|_{v_1=0, i_{N1}=0}$$
$$y_{21} = \left.\frac{i_2}{v_1}\right|_{v_2=0, i_{N2}=0} \qquad y_{22} = \left.\frac{i_2}{v_2}\right|_{v_1=0, i_{N2}=0}$$

由此可以得到下面的等效电路



(3)$\boldsymbol{h}$参量

在端口1和端口2加上i_1与v_2，则根据叠加定理，有

$$v_1 = h_{11}i_1 + h_{12}v_2 + v_{TH1}$$
$$i_2 = h_{21}i_1 + h_{22}v_2 + i_{N2}$$

写成矩阵形式，为

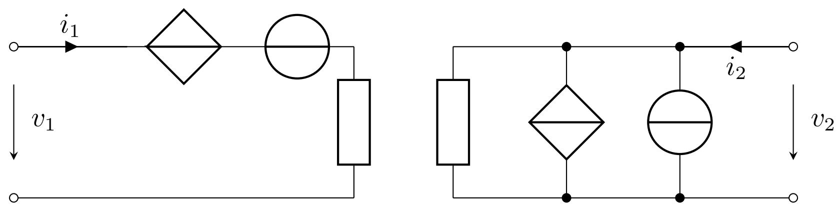
$$\begin{pmatrix} v_1 \\ i_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_1 \\ v_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} v_{TH1} \\ i_{N2} \end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{h} = \begin{pmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{pmatrix}$$

$\boldsymbol{h}$称为这个二端口网络的**混合参量**(hybrid parameters)，其中h_{11}具备电阻量纲，h_{22}具备电导量纲，其余两个元素无量纲。将端口1开路，端口2短路，就可以得到戴维南电压与诺顿电流。而四个元素的求法为

$$h_{11} = \left.\frac{v_1}{i_1}\right|_{v_2=0, v_{TH1}=0} \qquad h_{12} = \left.\frac{v_1}{v_2}\right|_{i_1=0, v_{TH1}=0}$$
$$h_{21} = \left.\frac{i_2}{i_1}\right|_{v_2=0, i_{N2}=0} \qquad h_{22} = \left.\frac{i_2}{v_2}\right|_{i_1=0, i_{N2}=0}$$

由此可以得到下面的等效电路



(4)$\boldsymbol{g}$参量

在端口1和端口2加上v_1与i_2，则根据叠加定理，有

$$i_1 = g_{11}v_1 + g_{12}i_2 + i_{N1}$$
$$v_2 = g_{21}v_1 + g_{22}i_2 + v_{TH2}$$

写成矩阵形式，为

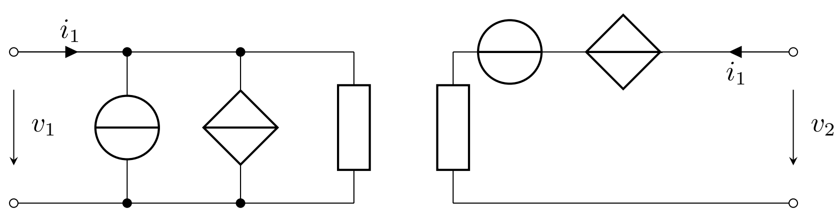
$$\begin{pmatrix} i_1 \\ v_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_1 \\ i_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} i_{N1} \\ v_{TH2} \end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{g} = \begin{pmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{pmatrix}$$

$\boldsymbol{g}$称为这个二端口网络的**逆混参量**(inverse hybrid parameters)，其中g_{11}具备电导量纲，g_{22}具备电阻量纲，其余两个元素无量纲。将端口1短路，端口2开路，就可以得到戴维南电压与诺顿电流。而四个元素的求法为

$$g_{11} = \left.\frac{i_1}{v_1}\right|_{i_2=0, i_{N1}=0} \qquad g_{12} = \left.\frac{i_1}{i_2}\right|_{v_1=0, i_{N1}=0}$$
$$g_{21} = \left.\frac{v_2}{v_1}\right|_{i_2=0, v_{TH2}=0} \qquad g_{22} = \left.\frac{v_2}{i_2}\right|_{v_1=0, v_{TH2}=0}$$

由此可以得到下面的等效电路



以上四个参量中，$(1,1)$元和$(2,2)$元反映了阻抗(导纳)特性，而$(2,1)$元反映了端口1对端口2的作用，被称为**增益**；而$(1,2)$元反映了端口2对端口1的作用，被称为**反馈**。上面是最为常用的四种参量。

(5) $\boldsymbol{T}$参量与$\boldsymbol{t}$参量

$\boldsymbol{T}$参量被称为**传输参量**(transmission parameters)或者ABCD参量，反映了输入端口对输出端口的作用。我们先忽略网络内部的独立源，在输入端口加恒压源或者恒流源激励，测量输出端口的开路电压或短路电流，其比值被称为**本征增益**。

$$
\begin{aligned}
&\text{本征电压增益} \qquad A_{v0} = \left.\frac{v_{out}}{v_{in}}\right|_{i_{out}=0} = \left.\frac{v_2}{v_1}\right|_{i_2=0} = g_{21} \\
&\text{本征跨导增益} \qquad G_{m0} = \left.\frac{i_{out}}{v_{in}}\right|_{v_{out}=0} = \left.\frac{-i_2}{v_1}\right|_{v_2=0} = -y_{21} \\
&\text{本征跨阻增益} \qquad R_{m0} = \left.\frac{v_{out}}{i_{in}}\right|_{i_{out}=0} = \left.\frac{v_2}{i_1}\right|_{i_2=0} = z_{21} \\
&\text{本征电流增益} \qquad A_{i0} = \left.\frac{i_{out}}{i_{in}}\right|_{v_{out}=0} = \left.\frac{-i_2}{i_1}\right|_{v_2=0} = -h_{21}
\end{aligned}
$$

为了导出$\boldsymbol{T}$参量，我们用(v_{out}, i_{out})表示(v_{in}, i_{in})，我们有

$$
\begin{aligned}
v_{in} &= Av_{out} + Bi_{out} + v_{TH} \\
i_{in} &= Cv_{out} + Di_{out} + i_N
\end{aligned}
$$

$$
\begin{pmatrix} v_{in} \\ i_{in} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{out} \\ i_{out} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} v_{TH} \\ i_N \end{pmatrix}
$$

$$
\boldsymbol{T} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}
$$

将独立源置零，由此可以解出

$$
\begin{aligned}
A &= \left.\frac{v_{in}}{v_{out}}\right|_{i_{out}=0} = \frac{1}{A_{v0}} \\
B &= \left.\frac{v_{in}}{i_{out}}\right|_{v_{out}=0} = \frac{1}{G_{m0}} \\
C &= \left.\frac{i_{in}}{v_{out}}\right|_{i_{out}=0} = \frac{1}{R_{m0}} \\
D &= \left.\frac{i_{in}}{i_{out}}\right|_{v_{out}=0} = \frac{1}{A_{i0}}
\end{aligned}
$$

因此

$$\begin{pmatrix} v_{in} \\ i_{in} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{A_{v0}} & \frac{1}{G_{m0}} \\ \frac{1}{R_{m0}} & \frac{1}{A_{i0}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{out} \\ i_{out} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{g_{21}} & -\frac{1}{y_{21}} \\ \frac{1}{z_{21}} & -\frac{1}{g_{21}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{out} \\ i_{out} \end{pmatrix}$$

而对于戴维南电压与诺顿电流，由于无法让一个端口同时既短路又开路，因而只能间接求出，例如

$$v_{TH} = -Av_{out}|_{v_{in}=0,i_{out}=0} = -\frac{v_{in}|_{v_{in}=0,i_{out}=0}}{A_{v0}}$$

但是，用$\boldsymbol{T}$参量描述的网络无法用电路器件等效。此外，我们还有类似的$\boldsymbol{t}$参量(abcd参量)，或者说**逆传参量**，但是很少使用。

$$\begin{pmatrix} v_2 \\ i_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_1 \\ -i_1 \end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{t} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$$

(6)参量转化与网络连接

以上是描述二端口网络的6种参量，当这些参量满足一定条件时，就可以相互转化，由一种参量求出另一种参量。可以先根据参量定义列出两个表达式，由此导出相应电压电流的比值，从而获得参量。此外，这些参量有下面的关系：

$$\boldsymbol{zy} = \boldsymbol{I}$$

$$\boldsymbol{hg} = \boldsymbol{I}$$

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A & -B \\ -C & D \end{pmatrix} = \boldsymbol{I}$$

当两个网络连接成一个网络时，可以用这两个网络的参量导出新网络的参量。五种连接方式对应五种参量：串串连接$\boldsymbol{z}$相加，并并连接$\boldsymbol{y}$相加，串并连接$\boldsymbol{h}$相加，串并连接$\boldsymbol{g}$相加，级联$\boldsymbol{T}$相乘。

$$\begin{pmatrix} v_{in,1} \\ i_{in,1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_1 & B_1 \\ C_1 & D_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{out,1} \\ i_{out,1} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} v_{in,2} \\ i_{in,2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_2 & B_2 \\ C_2 & D_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{out,2} \\ i_{out,2} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} v_{out,1} \\ i_{out,1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_{in,2} \\ i_{out,2} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} v_{in,1} \\ i_{in,1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_1 & B_1 \\ C_1 & D_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_2 & B_2 \\ C_2 & D_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{out,2} \\ i_{out,2} \end{pmatrix}$$

我们可以得到

串串　$\boldsymbol{z} = \boldsymbol{z}_1 + \boldsymbol{z}_2$

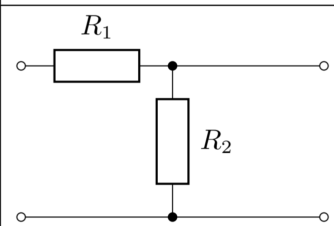
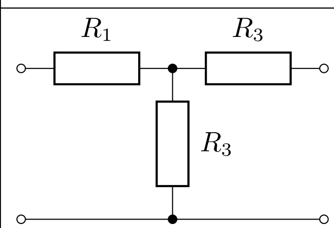
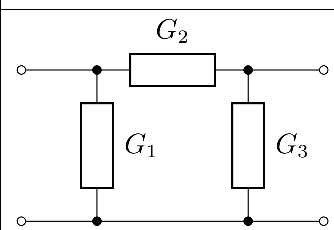
并并　$\boldsymbol{y} = \boldsymbol{y}_1 + \boldsymbol{y}_2$

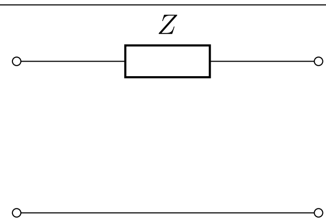
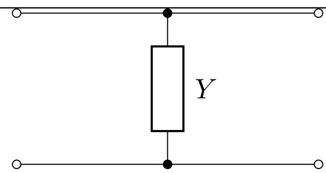
串并　$\boldsymbol{h} = \boldsymbol{h}_1 + \boldsymbol{h}_2$

并并　$\boldsymbol{g} = \boldsymbol{g}_1 + \boldsymbol{g}_2$

级联　$\boldsymbol{T} = \boldsymbol{T}_1 \boldsymbol{T}_2$

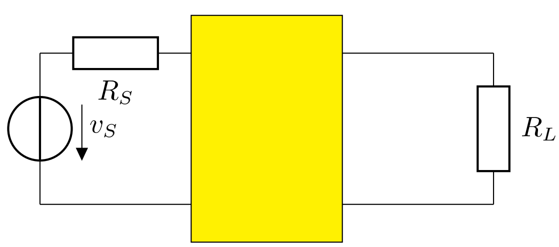
(7)常见电阻网络的参量

名称	电路图示意	相关参量
-		$\boldsymbol{z} = \begin{pmatrix} R_1 + R_2 & R_2 \\ R_2 & R_2 \end{pmatrix}$
T型衰减网络		$\boldsymbol{z} = \begin{pmatrix} R_1 + R_2 & R_2 \\ R_2 & R_2 + R_3 \end{pmatrix}$
π型衰减网络		$\boldsymbol{y} = \begin{pmatrix} G_1 + G_2 & -G_2 \\ -G_2 & G_2 + G_3 \end{pmatrix}$

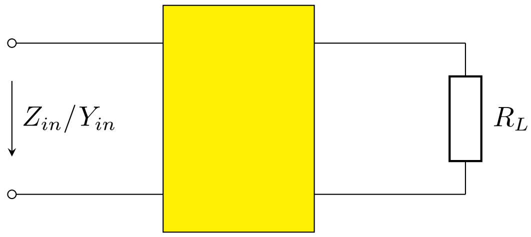
串臂阻抗		$\boldsymbol{T}=\begin{pmatrix}1 & Z\\ 0 & 1\end{pmatrix}$
并臂导纳		$\boldsymbol{T}=\begin{pmatrix}1 & 0\\ Y & 1\end{pmatrix}$

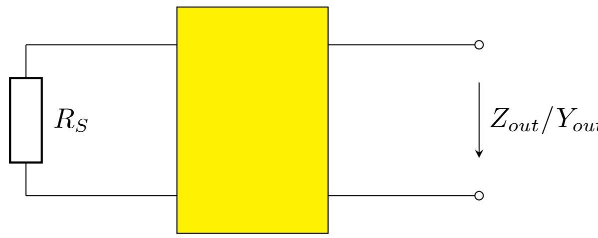
2.2.3 端口阻抗与特征阻抗

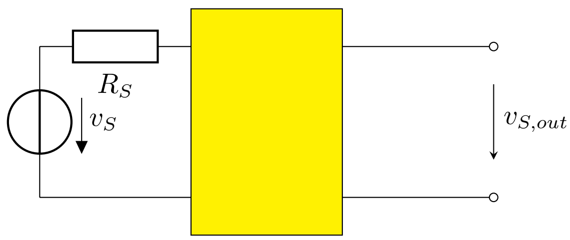
给二端口网络的输入端口加上戴维南源(或诺顿源)，输出端口对接负载电阻，那么，可以列写电路方程来求解支路电压与电流。但是由于两个端口的互相作用，求解方程较为繁琐。

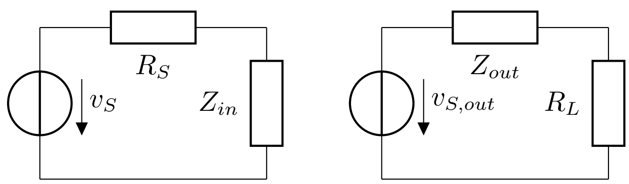


我们可以将其拆分为两个独立的电路。根据戴维南-诺顿定理，将端口1左侧激励源去除，测得端口电阻称为**输入阻抗**，这样端口2以及之后的部分就被等效为一个电阻；将端口2右侧电阻去除，开路电压就是等效的戴维南电压，去除恒压源后测得端口电阻就是**输出阻抗**。同样，也可以得到输入导纳、输出导纳以及诺顿电流。









经计算可以得到如下结果

参量	输入	输出
$\boldsymbol{z}$	$Z_{in} = z_{11} - \frac{z_{12}z_{21}}{z_{22}+R_L}$	$Z_{out} = z_{22} - \frac{z_{12}z_{21}}{z_{11}+R_S}$
$\boldsymbol{y}$	$Y_{in} = y_{11} - \frac{y_{12}y_{21}}{y_{22}+G_L}$	$Y_{out} = y_{22} - \frac{y_{12}y_{21}}{y_{11}+G_S}$
$\boldsymbol{h}$	$Z_{in} = h_{11} - \frac{h_{12}h_{21}}{h_{22}+G_L}$	$Y_{out} = h_{22} - \frac{h_{12}h_{21}}{h_{11}+R_S}$
$\boldsymbol{g}$	$Y_{in} = g_{11} - \frac{g_{12}g_{21}}{g_{22}+R_L}$	$Z_{out} = g_{22} - \frac{g_{12}g_{21}}{g_{11}+G_S}$

当两个二端口网络采取级联方式连接时，有时需要一个端口的功率完全传到另一个端口，这就要求满足匹配条件，两个端口的**特征阻抗**需要相等。特征阻抗不同于输入阻抗和输出阻抗，因为输入阻抗和输出阻抗与外界环境有关，特征阻抗仅与网络自身有关。

特征阻抗的计算方法是：对于n端口网络，设定其n个端口的特征阻抗为$Z_{01}, Z_{02}, \cdots, Z_{0n}$，对于第$i$个端口，让其余$i-1$各端口连接阻值与本端口特征阻抗相同的电阻，此时测得i端口的输入阻抗就是Z_{0i}。这样得到i个方程，将其联立，就可以得到各端口的特征阻抗。以二端口网络为例，两个端口的特征阻抗为

$$Z_{01} = \sqrt{\frac{z_{11}}{y_{11}}} = \sqrt{\frac{A}{D}}\sqrt{\frac{B}{C}}$$
$$Z_{02} = \sqrt{\frac{z_{22}}{y_{22}}} = \sqrt{\frac{D}{A}}\sqrt{\frac{B}{C}}$$

一般计算时，常用

$$Z_{01} = \sqrt{Z_{1,2short}Z_{1,2open}} = \sqrt{Z_1|_{R_L=0}Z_1|_{R_L=\infty}}$$
$$Z_{02} = \sqrt{Z_{2,1short}Z_{2,1open}} = \sqrt{Z_2|_{R_S=0}Z_2|_{R_S=\infty}}$$

因此，计算一个端口的特征阻抗时，可以将另一个端口短路，求得第一个输入阻抗；然后将另一个端口开路，求得第二个输入阻抗，两个阻抗的几何平均值就是这个端口的特征阻抗。

2.2.4 传递函数

(1)电压传递函数

将电压信号从输入端输入，输出端则会产生一个输出信号，这个输入与输出的比值(增益)就是**电压传递函数**。如果输入端接一个戴维南源，则传递函数定义为

$$H = \frac{v_L}{v_S}$$

我们可以解出

$$H = \frac{z_{21}R_L}{(z_{11}+R_S)(y_{22}+R_L) - z_{12}z_{21}}$$
$$H = \frac{y_{21}G_S}{y_{12}y_{21} - (y_{11}+G_S)(y_{22}+G_L)}$$
$$H = \frac{h_{21}}{h_{12}h_{21} - (h_{11}+R_S)(h_{22}+G_L)}$$
$$H = \frac{g_{21}G_SR_L}{(g_{11}+G_S)(g_{22}+R_L) - g_{12}g_{21}}$$

特别地，如果$(1,2)$元为0，也就是说没有反馈作用，只有端口1对端口2的单向作用，此时传递函数将十分简单、易算，可以分解为三步：从电源到输入端口、从输入端口到受控源、从受控源到输出端口。

$$
\begin{aligned}
H &= \frac{z_{21}R_L}{(z_{11}+R_S)(y_{22}+R_L)} = \frac{1}{z_{11}+R_S}z_{21}\frac{R_L}{z_{22}+R_L} \\
H &= -\frac{y_{21}G_S}{(y_{11}+G_S)(y_{22}+G_L)} = \frac{G_S}{y_{11}+G_S}y_{21}\left(-\frac{1}{y_{22}+G_L}\right) \\
H &= -\frac{h_{21}}{(h_{11}+R_S)(h_{22}+G_L)} = \frac{1}{h_{11}+R_S}h_{21}\left(-\frac{1}{h_{22}+G_L}\right) \\
H &= \frac{g_{21}G_SR_L}{(g_{11}+G_S)(g_{22}+R_L)} = \frac{G_S}{g_{11}+G_S}g_{21}\frac{R_L}{g_{22}+R_L}
\end{aligned}
$$

即使$(1,2)$元不为0，若满足下面的**单向化条件**，依然可以视为单向网络

$$
\begin{aligned}
|z_{12}z_{21}| &\ll |(z_{11}+R_S)(z_{22}+R_L)| \\
|y_{12}y_{21}| &\ll |(y_{11}+G_S)(y_{22}+G_L)| \\
|h_{12}h_{21}| &\ll |(h_{11}+R_S)(h_{22}+G_L)| \\
|g_{12}g_{21}| &\ll |(g_{11}+G_S)(g_{22}+R_L)|
\end{aligned}
$$

(2)功率传递函数

除了电压幅度的变化，有时也需要研究功率大小的变化，其比值称为**电压增益**，定义为负载电阻实际功率与信源额定功率之比(为了区分，这里H表示功率传递函数，用H_v表示电压传递函数)

$$G_T = \frac{P_L}{P_{S,max}} = \frac{4R_S}{R_L}\left(\frac{v_L}{v_S}\right)^2 = \frac{4R_S}{R_L}H_v^2$$

当然，有时需要用到电压均方值。我们将电压增益的平方根值定义为**功率传递函数**H

$$G_T = |H|^2$$

$$H = 2\sqrt{\frac{R_S}{R_L}}\frac{v_L}{v_S}$$

使用ABCD参量，可以得到

$$H = 2\left(A\sqrt{\frac{R_L}{R_S}} + B\sqrt{\frac{1}{R_SR_L}} + C\sqrt{R_SR_L} + D\sqrt{\frac{R_S}{R_L}}\right)^{-1}$$

由基本不等式可以得到，当$R_S = Z_{01}$，$R_L = Z_{02}$时，功率传递函数与功率增益最大，这实际上就是最大功率匹配条件，且这个最大功率增益为

$$G_{T,max} = \frac{1}{|\sqrt{AD} + \sqrt{BC}|^2}$$

无论是电压传函还是功率传函，经过多个网络后，其总传函可以通过各个分传函相乘而得到

$$H = \prod_{k=1}^{n} H_k$$

2.2.5 $\boldsymbol{s}$参量

假设二端口网络两端接有电阻R_1和R_2。首先在端口1再接上一恒压源v_S，那么其有一额定功率$P_{S,max}$。这一功率从电源发出、经过端口1、经过端口2，最后到达负载电阻，经过端口1、端口2的过程中可能会有功率损失，但我们重点研究负载电阻实际接收的功率，以及最终反射到电源的功率。此时我们定义

$$|s_{11}|^2 = \frac{P_1}{P_{S,max}}$$
$$|s_{21}|^2 = \frac{P_2}{P_{S,max}}$$

可以得到，在线性电阻电路中

$$s_{11} = \Gamma = \frac{Z_1 - R_1}{Z_1 + R_1}$$
$$s_{21} = H = 2\sqrt{\frac{R_1}{R_2}}\frac{v_2}{v_S}$$

同样，将电源接到端口2，可以得到

$$s_{12} = 2\sqrt{\frac{R_2}{R_1}}\frac{v_1}{v_S}$$
$$s_{22} = \frac{Z_2 - R_2}{Z_2 + R_2}$$

由此，就可以得到$\boldsymbol{s}$参量，也就是**散射参量**(scattering parameters)

$$\boldsymbol{s} = \begin{pmatrix} s_{11} & s_{12} \\ s_{21} & s_{22} \end{pmatrix}$$

2.3 线性电阻电路的综合应用

2.3.1 网络分类

(1)互易网络与非互易网络

激励和相应可以互换位置的网络就是互易网络，否则是非互易网络。互易网络的参量满足

$$\begin{aligned}
&z_{12} = z_{21} \qquad y_{12} = y_{21} \\
&h_{12} = -h_{21} \qquad g_{12} = -g_{21} \\
&\Delta_T = 1 \\
&s_{12} = s_{21}
\end{aligned}$$

(2)对称网络与非对称网络

当二端口网络对两个端口看入其端口电压电流关系毫无差别时，则是对称网络。如果从两个端口看存在可区分的差别，则为非对称网络。电对称网络未必物理对称，但物理对称的一定是电对称网络。线性二端口网络如果对称，则一定互易，而互易则未必对称。对称网络满足

$$\begin{aligned}
&z_{11} = z_{22} \qquad z_{12} = z_{21} \\
&y_{11} = y_{22} \qquad y_{12} = y_{21} \\
&\Delta_h = 1 \qquad h_{12} = -h_{21} \\
&A = D \qquad \Delta_T = 1
\end{aligned}$$

(3)有源网络与无源网络

阻性网络的有无源定义较为简单。其功率

$$p = \sum_k p_k = \sum_k v_k i_k = \boldsymbol{v}^T \boldsymbol{i}$$

$$\boldsymbol{f}(\boldsymbol{v}, \boldsymbol{i}) = 0$$

如果$\forall \boldsymbol{v}, \boldsymbol{i}$，都有$p = \boldsymbol{v}^T \boldsymbol{i} \geqslant 0$，则网络是无源的；如果$\exists \boldsymbol{v}_0, \boldsymbol{i}_0$，使得$p = \boldsymbol{v}_0^T \boldsymbol{i}_0 < 0$，则网络是有源的。。

(4)无损网络和有损网络

无损和有损是相对无源阻性网络而言的。无源网络不释放能量，如果其也不吸收能量，即$\boldsymbol{v}^T \boldsymbol{i} = 0$，则网络是无损的；如果$\boldsymbol{v}^T \boldsymbol{i} > 0$，则网络是有损的。

无损网络的四大参量是对角元全部为0的反对称矩阵，散射参量满足

$$|s_{11}|^2 + |s_{21}|^2 = 1$$

(5)双向网络与单向网络

两个端口互相作用的网络就是双向网络，而只有一方对另一方作用的则是单向网络。双向网络满足

$$\begin{aligned} &z_{12}z_{21} \neq 0 \\ &y_{12}y_{21} \neq 0 \\ &h_{12}h_{21} \neq 0 \\ &g_{12}g_{21} \neq 0 \\ &\Delta_T \neq 0 \end{aligned}$$

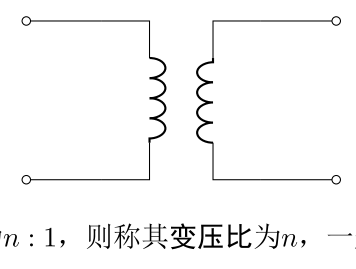
单向网络满足

$$\begin{aligned} &z_{12} = 0 \qquad z_{21} \neq 0 \\ &y_{12} = 0 \qquad y_{21} \neq 0 \\ &h_{12} = 0 \qquad h_{21} \neq 0 \\ &g_{12} = 0 \qquad g_{21} \neq 0 \\ &\Delta_T = 0 \\ &s_{12} = 0 \qquad s_{21} \neq 0 \end{aligned}$$

2.3.2 无源无损网络的应用

(1)理想变压器

理想变压器的表示如下图



假设两端匝数比为$n:1$，则称其**变压比**为n，一般用$\boldsymbol{T}$参量描述：

$$\begin{pmatrix} v_{in} \\ i_{in} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} n & 0 \\ 0 & \frac{1}{n} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{out} \\ i_{out} \end{pmatrix}$$

如果扭转输出端的线圈，则此参量矩阵取相反数，同时在符号中打点表示方向。理想变压器是互易网络、双向网络，无法用$\boldsymbol{z}$和$\boldsymbol{y}$参量表达，而其$\boldsymbol{h}$和$\boldsymbol{g}$参量为

$$\boldsymbol{h} = \begin{pmatrix} 0 & n \\ -n & 0 \end{pmatrix}$$
$$\boldsymbol{g} = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{n} \\ -\frac{1}{n} & 0 \end{pmatrix}$$

理想变压器可以实现源和阻的变换，利用戴维南定理，可以得到

$$Z_{in} = n^2 R_L$$
$$Z_{out} = \frac{R_S}{n^2}$$
$$v_{S,out} = \frac{v_S}{n}$$

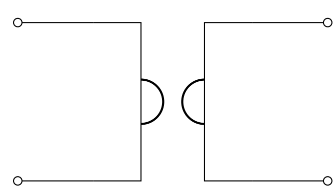
理想变压器可以实现单双端转换，也就是balance-unbalance(balun)的**巴伦变换**。对于一个端口，如果一端是接地的，则是单端，如果两端都不接地，则是悬浮，如果两端电势是相反数，则是双端。可以通过输入端线圈接地、输出端线圈正中央接地，恒压源中部接地等方式实现转换。

我们也有理想三端口变压器，三个端口的匝数为N_1,N_2,N_3，可以用下面的参量描述

$$\begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ i_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \frac{N_1}{N_3} \\ 0 & 0 & \frac{N_2}{N_3} \\ -\frac{N_1}{N_3} & -\frac{N_2}{N_3} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_1 \\ i_2 \\ v_3 \end{pmatrix}$$

(2)理想回旋器

理想回旋器的符号如下所示



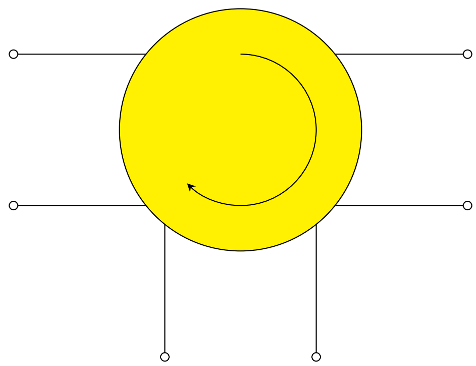
其传输参量为

$$\begin{pmatrix} v_{in} \\ i_{in} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & r \\ \frac{1}{r} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{out} \\ i_{out} \end{pmatrix}$$

利用理想回旋器，可以实现从一端到另一端的对偶变换。

(3)理想环行器

理想环行器是多端口的器件，以三端口为例，其三个端口均按照关联参考方向定义，符号如下



按照指针方向定义端口1,2,3，其参量矩阵为

$$\begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & R & -R \\ -R & 0 & R \\ R & -R & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{pmatrix}$$

三个端口的特征阻抗相同，满足

$$Z_{01} = Z_{02} = Z_{03} = R$$

而其$\boldsymbol{s}$参量更有助于我们了解其环行特性

$$\boldsymbol{s} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

由此可以得到理想环行器的特征，假设端口1接戴维南源：

(1)若端口1匹配，则端口1的功率全部被端口1吸收，没有反射，因此$s_{11} = 0$。

(2)端口1吸收这些功率后，全部送到端口2处，同时信号反相，因而$s_{21} = 0$。

(3)若端口2匹配，则功率全部送到端口2的负载电阻，没有反射，端口3无法接收功率。

理想环行器可以实现收发分离：在一个端口接电源，一个端口接天线，一个端口接接收机，可以实现信号收发分离。此外，在端口接负阻，可以实现负阻放大器特性。