

随机过程的基本概念和分类 Fundamental concepts & classification

随机过程简介

在概率论中，我们对单个**随机变量** (random variables, r.v.) 进行了研究。进一步地，由参数 t 作为“索引”的一组随机变量则称为**随机过程** (stochastic processes)，记为 $X = \{X(t) : t \in T\}$ 。这里 T 是指标集，对于指标集中的每一个 t ，对应的 $X(t)$ 都是一个单独的随机变量。因此，随机过程就是往随机变量中引入了“空间”的概念。在大部分场合中，指标 t 经常代指“时间”。

随机过程有多种产生或描述方式。例如，一种常见的描述方式是 $X(t) \sim \mathcal{P}(\theta(t))$ ，其中 \mathcal{P} 是某个分布族，而 θ 是该分布族的参数。这表明在任意时间点 t ，随机变量 $X(t)$ 服从分布 \mathcal{P} ，且该分布的参数与 t 有关。

例如，随机过程 $X(t) \sim \mathcal{N}(t, 1)$ ，表明每一点 $X(t)$ 都服从正态分布，且均值就是 t 。

还有一种方式是基于对某个确定函数的改造：给定一个确定的函数 $f: T \rightarrow \mathbb{R}$ ，和一个随机变量 $\xi \sim \mathcal{P}(\theta)$ ，定义 $X(t) = f(h(t, \xi))$ ，则这这也是一个随机过程。

常见的例子就是随机相移：例如考虑 $f(t)$ 是一个确定函数，而 $u \sim \mathcal{U}[0, T_0]$ ，则 $f(t+u)$ 向原来的函数 f 引入了一个随机相移，这便是一个随机过程。

随机过程的数字特征

随机过程分类