1. $\Sigma = \{0,1\}$，根据要求写出正则表达式

(a) $L = \{w | w \in \Sigma^*, w$第一个符号与最后一个符号不相同$\}$

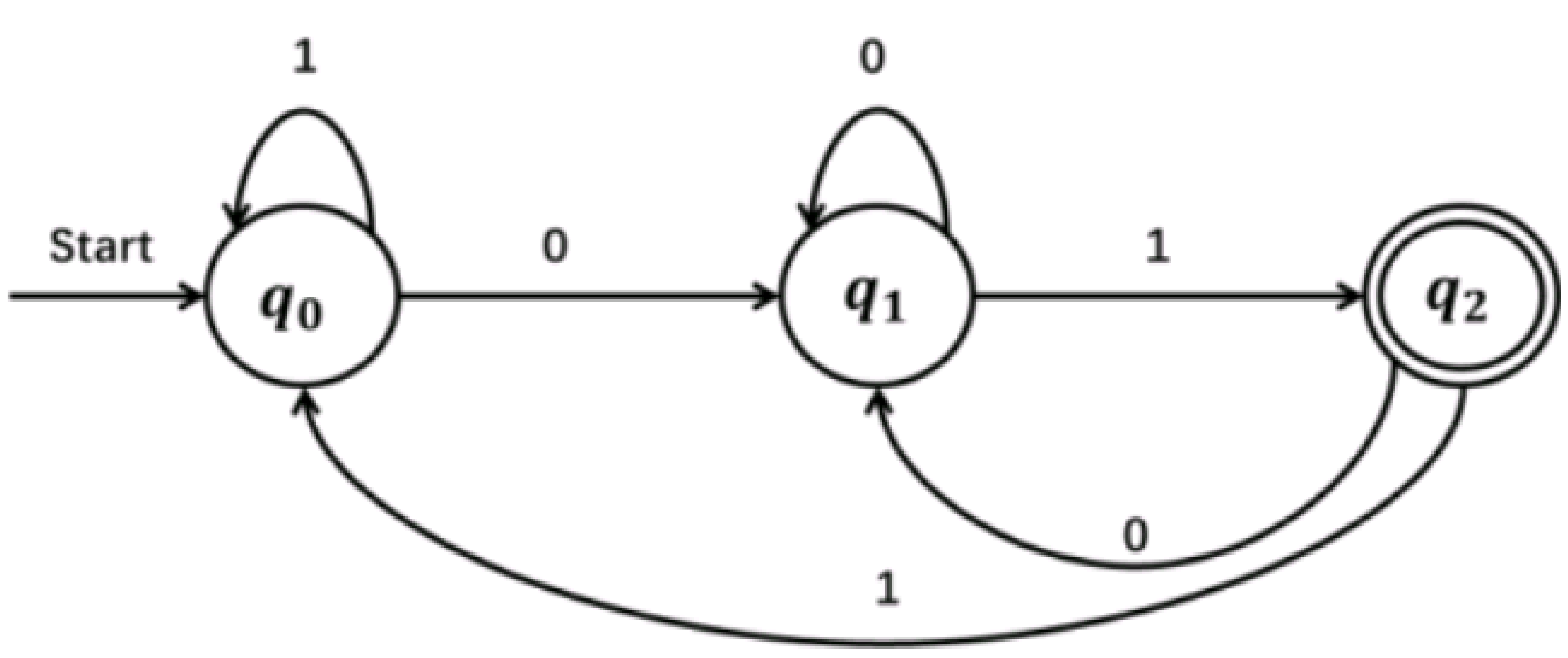
(b) $L = \{w | w \in \Sigma^*, w$开头和结尾都不超过两个 $1\}$

解：

(a) $0(0+1)^*1 + 1(0+1)^*0$

(b) $(10+0)(0+1)^*(01+0) + \varepsilon + 0 + 1 + 10 + 01 + 101$

2. 将下图所示的 DFA 用递归构造法造出等价的正则表达式。



解：设 $R_{ij}^{k} = \{x \mid \hat{\delta}(i,x)=j$, x经过的状态除两端外都不超过k (用k表示状态q_k)$\}$

则与本题DFA等价的正则表达式为：R_{02}^{2}

计算 R_{ij}^{-1}：

R_{ij}^{k}	R_{00}^{-1}	R_{01}^{-1}	R_{02}^{-1}	R_{10}^{-1}	R_{11}^{-1}	R_{12}^{-1}	R_{20}^{-1}	R_{21}^{-1}	R_{22}^{-1}
$k=-1$	$\varepsilon+1$	0	$\emptyset$	$\emptyset$	$\varepsilon+0$	1	1	0	ε

计算 $R_{ij}^{0} = R_{ij}^{-1} + R_{i0}^{-1}(R_{00}^{-1})^* R_{0j}^{-1}$

R_{ij}^{k}	R_{00}^{0}	R_{01}^{0}	R_{02}^{0}	R_{10}^{0}	R_{11}^{0}	R_{12}^{0}	R_{20}^{0}	R_{21}^{0}	R_{22}^{0}
$k=0$	1^*	1^*0	$\emptyset$	$\emptyset$	$\varepsilon+0$	1	1^+	1^*0	ε

计算 $R_{ij}^{1} = R_{ij}^{0} + R_{i1}^{0}(R_{11}^{0})^* R_{1j}^{0}$

R_{ij}^{k}	R_{02}^{1}	R_{22}^{1}
$k=1$	1^*0^+1	$\varepsilon+1^*0^+1$

计算 $R_{02}^{2} = R_{02}^{1} + R_{02}^{1}(R_{22}^{1})^* R_{22}^{1}$

$$= 1^*0^+1 + 1^*0^+1(\varepsilon+1^*0^+1)^+$$

$$= 1^*0^+1 + (1^*0^+1)^+$$

$$= (1^*0^+1)^+$$

3. 证明$L=\{a^Cb^nc^{n-C}|n\geq C\geq 0, C$为常数$\}$不是正则语言。

解：假设 L 是正则的，那么，存在 $N\in Z^+$，对

$\forall w\in L$，$|w|\geqslant N$，满足泵引理

从 L 中取 $w=a^Cb^Nc^{N-C}$，$|w|=2N\geqslant N$

由泵引理，w 可被分为 $w=xyz$，且 $|xy|\leq N$，

$y\neq\varepsilon$，那么，y 只可能有 2 种情况

① $y=b^m\ (0<m\leq N)$，则 $xy^2z=a^Cb^{N+m}c^{N-C}\notin L$

② $y=a^mb^N\ (0<m\leq C)$，则 $xy^2z=a^Cb^Na^mb^Nc^{N-C}\notin L$

∴ 无论 y 为何种情况，xy^2z 都不可能在 L 中，与泵引理矛盾，所以假设不成立，L 不是正则语言