

## 第一次作业答案

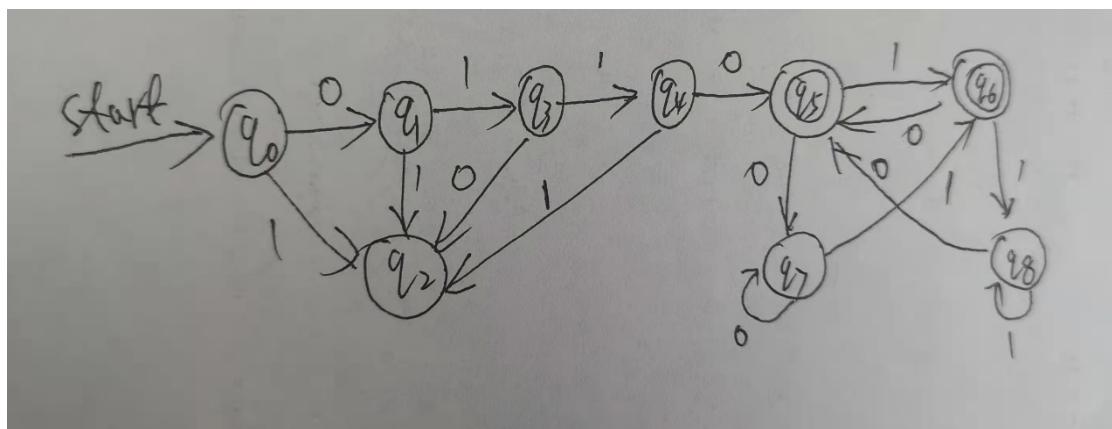
1. 请给出集合  $\{\varepsilon, \Phi, \{\Phi\}, \{\Phi, \Phi\}\} = \{\varepsilon, \Phi, \{\Phi\}\}$  的幂集。

$$\begin{aligned} & \{\Phi, \{\varepsilon\}, \{\Phi\}, \{\{\Phi\}\}, \{\{\Phi, \Phi\}\}, \{\varepsilon, \Phi\}, \{\varepsilon, \{\Phi\}\}, \{\varepsilon, \{\Phi, \Phi\}\}, \\ & \{\Phi, \{\Phi\}\}, \{\Phi, \{\Phi, \Phi\}\}, \{\{\Phi\}, \{\Phi, \Phi\}\}, \{\varepsilon, \Phi, \{\Phi\}\}, \{\varepsilon, \Phi, \{\Phi, \Phi\}\}, \{\varepsilon, \\ & \{\Phi\}, \{\Phi, \Phi\}\}, \{\Phi, \{\Phi\}, \{\Phi, \Phi\}\}, \{\varepsilon, \Phi, \{\Phi\}, \{\Phi, \Phi\}\} \end{aligned}$$

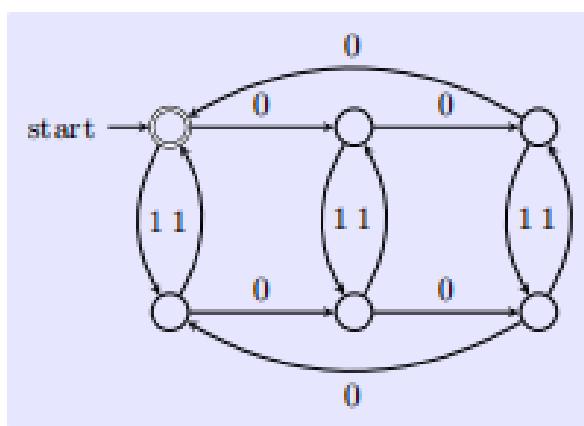
或

$$\{\Phi, \{\varepsilon\}, \{\Phi\}, \{\{\Phi\}\}, \{\varepsilon, \Phi\}, \{\varepsilon, \{\Phi\}\}, \{\Phi, \{\Phi\}\}, \{\varepsilon, \Phi, \{\Phi\}\}\}$$

2. 请构造识别语言“由 0 和 1 组成、以 0110 开头且以 01 或 10 结尾的字符串（包含 0110）”的 DFA。



3. 请构造识别语言“由 0 和 1 组成、0 的个数被 3 整除，1 的个数被 2 整除的字符串”的 DFA。



## 第二次作业答案

1.  $\Sigma = \{0,1\}$ , 根据要求写出正则表达式

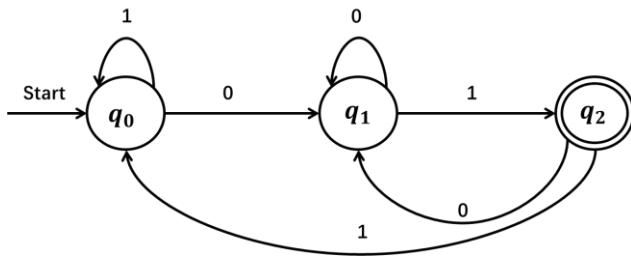
(a)  $L = \{w \mid w \in \Sigma^*, w \text{第一个符号与最后一个符号不相同}\}$

$$(0(0+1)^*1 + 1(0+1)^*0)$$

(b)  $L = \{w \mid w \in \Sigma^*, w \text{开头和结尾都不超过两个 } 1\}$

$$(0+10+110)^*(\varepsilon+1+11)$$

2. 将下图所示的 DFA 分别用递归构造法和状态消除法构造出等价的正则表达式。



(1) 递归构造法:

$$R_{13}^{(1)} = R_{13}^{(0)} + R_{11}^{(0)}(R_{11}^{(0)})^*R_{13}^{(0)} = \emptyset + \emptyset = \emptyset$$

$$R_{12}^{(1)} = R_{12}^{(0)} + R_{11}^{(0)}(R_{11}^{(0)})^*R_{12}^{(0)} = 0 + (\varepsilon+1)(\varepsilon+1)^*0 = 1^*0$$

$$R_{22}^{(1)} = R_{22}^{(0)} + R_{21}^{(0)}(R_{11}^{(0)})^*R_{12}^{(0)} = (\varepsilon+0) + \emptyset = \varepsilon+0$$

$$R_{23}^{(1)} = R_{23}^{(0)} + R_{21}^{(0)}(R_{11}^{(0)})^*R_{13}^{(0)} = 1 + \emptyset = 1$$

$$R_{33}^{(1)} = R_{33}^{(0)} + R_{31}^{(0)}(R_{11}^{(0)})^*R_{13}^{(0)} = \varepsilon + 1(\varepsilon+1)^*\emptyset = \varepsilon$$

$$R_{32}^{(1)} = R_{32}^{(0)} + R_{31}^{(0)}(R_{11}^{(0)})^*R_{12}^{(0)} = 0 + 1(\varepsilon+1)^*0 = 0 + 11^*0$$

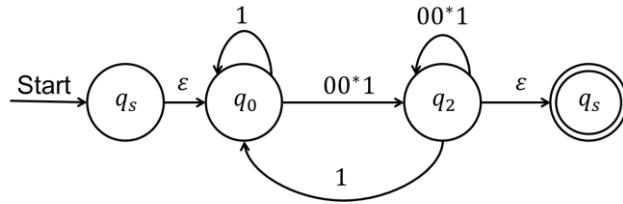
$$R_{13}^{(2)} = R_{13}^{(1)} + R_{12}^{(1)}(R_{22}^{(1)})^*R_{23}^{(1)} = \emptyset + (1^*0)(\varepsilon+0)^*1 = 1^*00^*1$$

$$R_{33}^{(2)} = R_{33}^{(1)} + R_{32}^{(1)}(R_{22}^{(1)})^*R_{23}^{(1)} = \varepsilon + (0+11^*0)(\varepsilon+0)^*1 = \varepsilon + (0+11^*0)0^*1$$

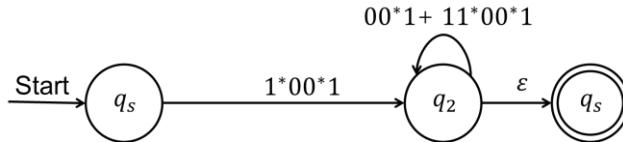
$$\begin{aligned} R_{13}^{(3)} &= R_{13}^{(2)} + R_{13}^{(2)}(R_{33}^{(2)})^*R_{33}^{(2)} \\ &= 1^*00^*1 + (1^*00^*1)(\varepsilon+(0+11^*0)0^*1)^*(\varepsilon+(0+11^*0)0^*1) \\ &= 1^*00^*1 + (1^*00^*1)((0+11^*0)0^*1)^* = (1^*00^*1)((0+11^*0)0^*1)^* \end{aligned}$$

(2) 状态消除法:

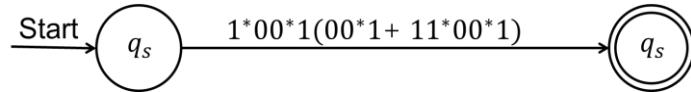
(a) 添加新的开始节点和终结状态节点, 并消除  $q_1$ ;



(b) 消除 $q_0$ ;



(c) 消除 $q_2$ ;



(d) 正则表达式为:  $(1^*00^*)((0 + 11^*)0^*)^*$

3. 证明 $L = \{a^c b^n c^{n-c} \mid n \geq C, C \text{ 为常数}\}$ 不是正则语言。

证明:

- ◆ 假设 $L$ 是正则的,
- ◆ 那么存在 $N \in \mathbb{Z}^+$ , 对 $\forall w \in L(|w| \geq N)$ 满足泵引理,
- ◆ 从 $L$ 中取 $w = a^c b^N c^{N-c}$ , 则 $w \in L$ 且 $|w| = 2N > N$ ,
- ◆ 由泵引理,  $w$ 可被分为 $w = xyz$ , 且 $|xy| \leq N$ 和 $y \neq \epsilon$ ,
- ◆ 那么, 则 $y$ 只可能有三种情况 ( $m > 0, r > 0, s > 0$ ) :

  - 1)  $y = a^m$ , 则 $xy^2z = a^{c+m}b^Nc^{N-c} \notin L$ ;
  - 2)  $y = b^m$ , 则 $xy^2z = a^cb^{N+m}c^{N-c} \notin L$ ;
  - 3)  $y = a^r b^s$ , 则 $xy^2z = a^c b^s a^r b^N c^{N-c} \notin L$ ;

- ◆ 无论 $y$ 为何种情况,  $xy^2z$ 都不可能在 $L$ 中, 与泵引理矛盾, 假设不成立。

### 第三次作业答案

1. 请给出下列语言的一个上下文无关文法

$$L = \{a^n b^m c^m d^n \mid m \geq 1, n \geq 1\}$$

答案：

$$\begin{aligned}S &\rightarrow aCd \\C &\rightarrow aCd \mid D \\D &\rightarrow bDc \mid bc\end{aligned}$$

2. 请给出下列语言的一个上下文无关文法

$$L = \{a^m b^n \mid m \geq 0 \wedge n \geq 0 \wedge m \neq n\}$$

答案：

$$\begin{aligned}S &\rightarrow aA \mid Bb \\A &\rightarrow aA \mid aAb \mid \epsilon \\B &\rightarrow Bb \mid aBb \mid \epsilon\end{aligned}$$

3. 假设给定文法： $S \rightarrow 0S1|A$ ,  $A \rightarrow 1A0|S|\varepsilon$ , 请构造一个以空栈方式接受同样语言的 PDA.

答案：

$(\{q\}, \{0, 1\}, \{0, 1, A, S\}, \delta, q, S)$ ， 其中  $\delta$  定义如下：

$$\delta(q, \varepsilon, S) = \{(q, 0S1), (q, A)\}$$

$$\delta(q, \varepsilon, A) = \{(q, 1A0), (q, S), (q, \varepsilon)\}$$

$$\delta(q, 0, 0) = \{(q, \varepsilon)\}$$

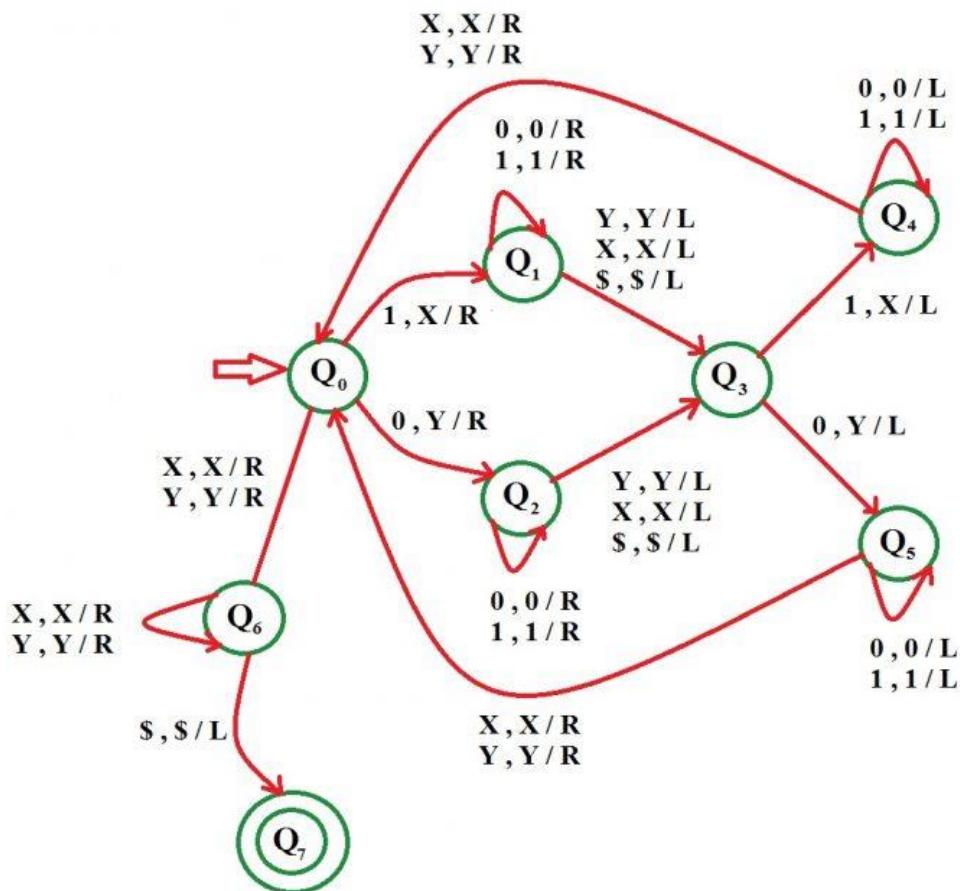
$$\delta(q, 1, 1) = \{(q, \varepsilon)\}$$

## 第四次作业答案

1. 设计识别  $\{ww^r \mid w \in \{0,1\}^*\}$  的图灵机。(字符串以 \$ 开始和结尾,  $w^r$  是  $w$  的反向字符串)

步骤:

- (1) 处于  $q_0$ , 如果读入 0, 将 0 替换为 Y 并向右移动, 进入  $q_2$ ; 如果读入 1, 将 1 替换为 X 并向右移动, 进入  $q_1$
- (2) 向右移动并跳过所有的 0 和 1。如果到达 X、Y 或 \$, 进入  $q_3$
- (3) 如果读入 1, 将 1 替换为 X, 进入  $q_4$ ; 如果读入 0, 将 0 替换为 Y, 进入  $q_5$
- (4) 跳过所有 0 和 1 并向左移动
- (5) 到达 X 或 Y, 向右移动并进入  $q_0$
- (6) 到达 X 或 Y, 向右移动并进入  $q_6$ ; 否则回到步骤(1)
- (7) 到达 X 或 Y, 向右移动; 到达 \$ 则向左移动, 进入接受状态  $q_7$



2. 设计识别给定的语言  $L = \{a^i b^j c^k \mid i * j = k; i, j, k \geq 1\}$  的图灵机, 其中“a”、“b”和“c”的每个字符串都有一定数量的 a, 然后是一定数量的 b, 然后是一定数量的 c。条件是这三个符号中的每一个都应至少出现一次。'a' 和 'b' 可以出现多次, 但 'c' 的出现次数必须等于 'a' 的出现次数和 'b' 的出现的次数乘积。假设字符串以“\$”结尾。

示例:

输入: aabbccccc

这里  $a = 2, b = 3, c = 2 * 3 = 6$

输出：接受

输入：aabbbccc

这里  $a = 2, b = 2, c = 3$  但  $c$  应该是 4

输出：不接受

### 具体步骤：

- (1) 首先，将“a”替换为“X”并向右移动 1 步。然后跳过所有的 a 并向右移动。
- (2) 当指针到达第一个'b'时停止。将一个“b”替换为“Y”，然后向右移动，跳过所有中间 b，并对应于被替换的“b”，现在将一个“c”替换为“Z”并向左移动。
- (3) 现在向左移动，跳过所有的“Z”和“b”。
- (4) 当指针到达最近的“Y”时向右移动。
- (5) 如果指针指向“b”，则重复步骤 2 到 4，否则如果指针指向“Z”，则向左移动，同时将所有“Y”替换为“b”并跳过所有 a。
- (6) 当指针指向最近的“X”时，向右移动一步。
- (7) 如果指针仍指向“a”，则重复上述所有步骤，否则如果指针位于“b”，则向右移动，跳过所有“b”和“Z”。
- (8) 当到达 \$ 然后向左移动。该字符串已被接受。

### 状态图：

