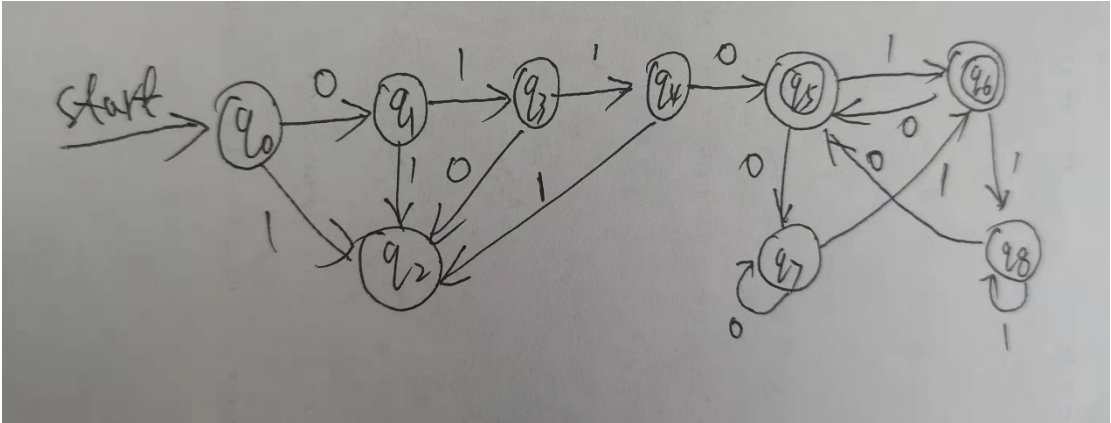


第一次作业答案

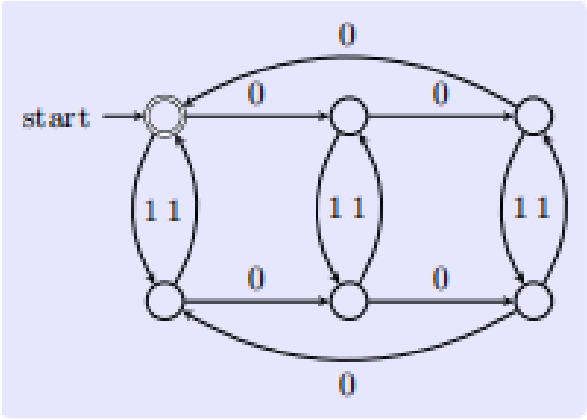
1. 请给出集合 $\{\epsilon, \Phi, \{\Phi\}, \{\Phi, \Phi\}\} = \{\epsilon, \Phi, \{\Phi\}\}$ 的幂集。

$\{\Phi, \{\epsilon\}, \{\Phi\}, \{\{\Phi\}\}, \{\{\Phi, \Phi\}\}, \{\epsilon, \Phi\}, \{\epsilon, \{\Phi\}\}, \{\epsilon, \{\Phi, \Phi\}\},$
 $\{\Phi, \{\Phi\}\}, \{\Phi, \{\Phi, \Phi\}\}, \{\{\Phi\}, \{\Phi, \Phi\}\}, \{\epsilon, \Phi, \{\Phi\}\}, \{\epsilon, \Phi, \{\Phi, \Phi\}\}, \{\epsilon,$
 $\{\Phi\}, \{\Phi, \Phi\}\}, \{\Phi, \{\Phi\}, \{\Phi, \Phi\}\}, \{\epsilon, \Phi, \{\Phi\}, \{\Phi, \Phi\}\}$
或
 $\{\Phi, \{\epsilon\}, \{\Phi\}, \{\{\Phi\}\}, \{\epsilon, \Phi\}, \{\epsilon, \{\Phi\}\}, \{\Phi, \{\Phi\}\}, \{\epsilon, \Phi, \{\Phi\}\}\}$

2. 请构造识别语言“由 0 和 1 组成、以 0110 开头且以 01 或 10 结尾的字符串（包含 0110）”的 DFA。



3. 请构造识别语言“由 0 和 1 组成、0 的个数被 3 整除，1 的个数被 2 整除的字符串”的 DFA。



第二次作业答案

1. $\Sigma = \{0,1\}$, 根据要求写出正则表达式

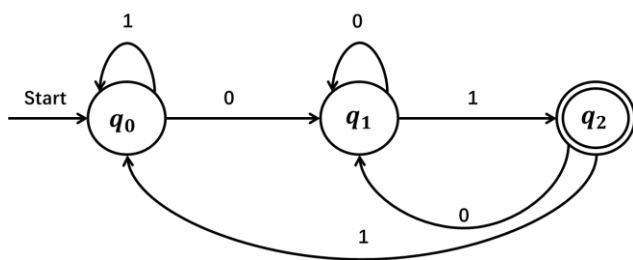
(a) $L = \{w \mid w \in \Sigma^*, w \text{ 第一个符号与最后一个符号不相同} \}$

$$(0(0+1)^*1 + 1(0+1)^*0)$$

(b) $L = \{w \mid w \in \Sigma^*, w \text{ 开头和结尾都不超过两个 } 1 \}$

$$(0 + 10 + 110)^*(\varepsilon + 1 + 11)$$

2. 将下图所示的 DFA 分别用递归构造法和状态消除法构造出等价的正则表达式。



(1) 递归构造法:

$$R_{13}^{(1)} = R_{13}^{(0)} + R_{11}^{(0)}(R_{11}^{(0)})^*R_{13}^{(0)} = \emptyset + \emptyset = \emptyset$$

$$R_{12}^{(1)} = R_{12}^{(0)} + R_{11}^{(0)}(R_{11}^{(0)})^*R_{12}^{(0)} = 0 + (\varepsilon + 1)(\varepsilon + 1)^*0 = 1^*0$$

$$R_{22}^{(1)} = R_{22}^{(0)} + R_{21}^{(0)}(R_{11}^{(0)})^*R_{12}^{(0)} = (\varepsilon + 0) + \emptyset = \varepsilon + 0$$

$$R_{23}^{(1)} = R_{23}^{(0)} + R_{21}^{(0)}(R_{11}^{(0)})^*R_{13}^{(0)} = 1 + \emptyset = 1$$

$$R_{33}^{(1)} = R_{33}^{(0)} + R_{31}^{(0)}(R_{11}^{(0)})^*R_{13}^{(0)} = \varepsilon + 1(\varepsilon + 1)^*\emptyset = \varepsilon$$

$$R_{32}^{(1)} = R_{32}^{(0)} + R_{31}^{(0)}(R_{11}^{(0)})^*R_{12}^{(0)} = 0 + 1(\varepsilon + 1)^*0 = 0 + 11^*0$$

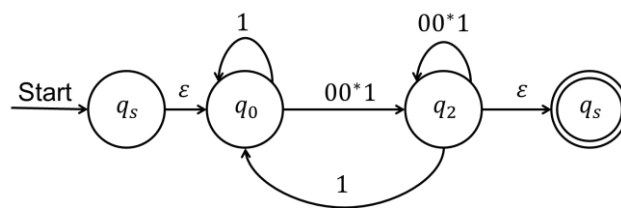
$$R_{13}^{(2)} = R_{13}^{(1)} + R_{12}^{(1)}(R_{22}^{(1)})^*R_{23}^{(1)} = \emptyset + (1^*0)(\varepsilon + 0)^*1 = 1^*00^*1$$

$$R_{33}^{(2)} = R_{33}^{(1)} + R_{32}^{(1)}(R_{22}^{(1)})^*R_{23}^{(1)} = \varepsilon + (0 + 11^*0)(\varepsilon + 0)^*1 = \varepsilon + (0 + 11^*0)0^*1$$

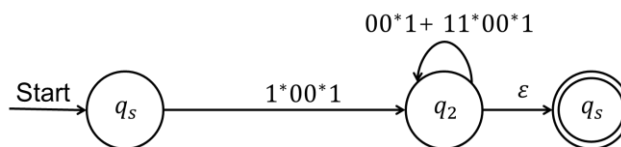
$$\begin{aligned} R_{13}^{(3)} &= R_{13}^{(2)} + R_{13}^{(2)}(R_{33}^{(2)})^*R_{33}^{(2)} \\ &= 1^*00^*1 + (1^*00^*1)(\varepsilon + (0 + 11^*0)0^*1)^*(\varepsilon + (0 + 11^*0)0^*1) \\ &= 1^*00^*1 + (1^*00^*1)((0 + 11^*0)0^*1)^* = (1^*00^*1)((0 + 11^*0)0^*1)^* \end{aligned}$$

(2) 状态消除法:

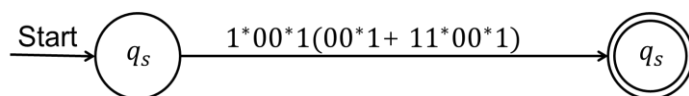
(a) 添加新的开始节点和终结状态节点, 并消除 q_1 ;



(b) 消除 q_0 ;



(c) 消除 q_2 ;



(d) 正则表达式为: $(1^*00^*1)((0 + 11^*0)0^*1)^*$

3. 证明 $L = \{a^c b^n c^{n-c} \mid n \geq c \geq 0, c \text{ 为常数}\}$ 不是正则语言。

证明:

- ◆ 假设 L 是正则的,
- ◆ 那么存在 $N \in \mathbb{Z}^+$, 对 $\forall w \in L (|w| \geq N)$ 满足泵引理,
- ◆ 从 L 中取 $w = a^c b^N c^{N-c}$, 则 $w \in L$ 且 $|w| = 2N > N$,
- ◆ 由泵引理, w 可被分为 $w = xyz$, 且 $|xy| \leq N$ 和 $y \neq \varepsilon$,
- ◆ 那么, 则 y 只可能有三种情况 ($m > 0, r > 0, s > 0$):
 - 1) $y = a^m$, 则 $xy^2z = a^{c+m} b^N c^{N-c} \notin L$;
 - 2) $y = b^m$, 则 $xy^2z = a^c b^{N+m} c^{N-c} \notin L$;
 - 3) $y = a^r b^s$, 则 $xy^2z = a^c b^s a^r b^N c^{N-c} \notin L$;
- ◆ 无论 y 为何种情况, xy^2z 都不可能在 L 中, 与泵引理矛盾, 假设不成立。

第三次作业答案

1. 请给出下列语言的一个上下文无关文法

$$L = \{a^n b^m c^m d^n | m \geq 1, n \geq 1\}$$

答案：

$$S \rightarrow aCd$$

$$C \rightarrow aCd \mid D$$

$$D \rightarrow bDc \mid bc$$

2. 请给出下列语言的一个上下文无关文法

$$L = \{a^m b^n | m \geq 0 \wedge n \geq 0 \wedge m \neq n\}$$

答案：

$$S \rightarrow aA \mid Bb$$

$$A \rightarrow aA \mid aAb \mid \epsilon$$

$$B \rightarrow Bb \mid aBb \mid \epsilon$$

3. 假设给定文法： $S \rightarrow 0S1 \mid A$, $A \rightarrow 1A0 \mid S \mid \epsilon$, 请构造一个以空栈方式接受同样语言的 PDA.

答案：

$(\{q\}, \{0,1\}, \{0,1,A,S\}, \delta, q, S)$, 其中 δ 定义如下：

$$\delta(q, \epsilon, S) = \{(q, 0S1), (q, A)\}$$

$$\delta(q, \epsilon, A) = \{(q, 1A0), (q, S), (q, \epsilon)\}$$

$$\delta(q, 0, 0) = \{(q, \epsilon)\}$$

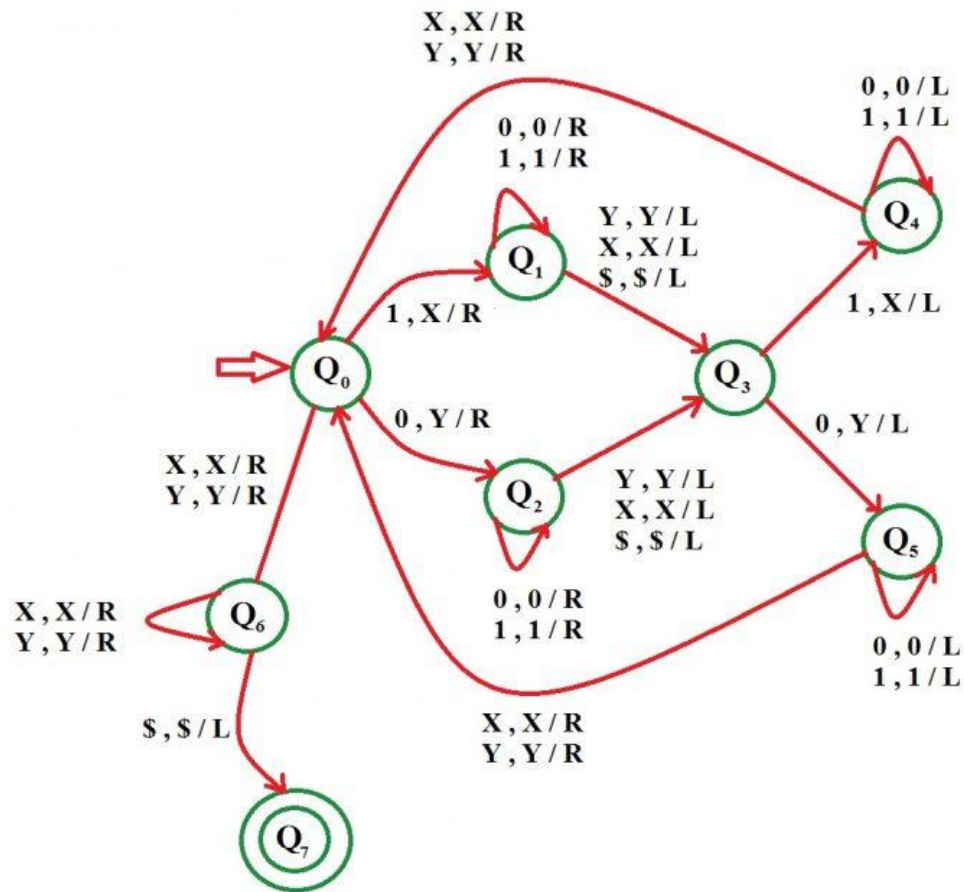
$$\delta(q, 1, 1) = \{(q, \epsilon)\}$$

第四次作业答案

1. 设计识别 $\{ww^r \mid w \in \{0,1\}^*\}$ 的图灵机。(字符串以 $\$$ 开始和结尾, w^r 是 w 的反向字符串)

步骤:

- (1) 处于 q_0 , 如果读入 0, 将 0 替换为 Y 并向右移动, 进入 q_2 ; 如果读入 1, 将 1 替换为 X 并向右移动, 进入 q_1
- (2) 向右移动并跳过所有的 0 和 1。如果到达 X、Y 或 $\$$, 进入 q_3
- (3) 如果读入 1, 将 1 替换为 X, 进入 q_4 ; 如果读入 0, 将 0 替换为 Y, 进入 q_5
- (4) 跳过所有 0 和 1 并向左移动
- (5) 到达 X 或 Y, 向右移动并进入 q_0
- (6) 到达 X 或 Y, 向右移动并进入 q_6 ; 否则回到步骤(1)
- (7) 到达 X 或 Y, 向右移动; 到达 $\$$ 则向左移动, 进入接受状态 q_7



2. 设计识别给定的语言 $L = \{a^i b^j c^k \mid i * j = k; i, j, k \geq 1\}$ 的图灵机, 其中“a”、“b”和“c”的每个字符串都有一定数量的 a, 然后是一定数量的 b, 然后是一定数量的 c。条件是这三个符号中的每一个都应至少出现一次。'a' 和 'b' 可以出现多次, 但 'c' 的出现次数必须等于 'a' 的出现次数和 'b' 的出现的次数乘积。假设字符串以“\$”结尾。

示例:

输入: aabbbcccccc

这里 $a = 2, b = 3, c = 2 * 3 = 6$

输出：接受

输入：aabbccc

这里 $a = 2, b = 2, c = 3$ 但 c 应该是 4

输出：不接受

具体步骤：

- (1) 首先，将“a”替换为“X”并向右移动 1 步。然后跳过所有的 a 并向右移动。
- (2) 当指针到达第一个'b'时停止。将一个“b”替换为“Y”，然后向右移动，跳过所有中间 b，并对应于被替换的“b”，现在将一个“c”替换为“Z”并向左移动。
- (3) 现在向左移动，跳过所有的“Z”和“b”。
- (4) 当指针到达最近的“Y”时向右移动。
- (5) 如果指针指向“b”，则重复步骤 2 到 4，否则如果指针指向“Z”，则向左移动，同时将所有“Y”替换为“b”并跳过所有 a。
- (6) 当指针指向最近的“X”时，向右移动一步。
- (7) 如果指针仍指向“a”，则重复上述所有步骤，否则如果指针位于“b”，则向右移动，跳过所有“b”和“Z”。
- (8) 当到达 \$ 然后向左移动。该字符串已被接受。

状态图：

