k) $\mu_x = \int_{x=0}^{x=1} x \cdot \left(\frac{4x+3}{5}\right) dx = \frac{17}{30}$ ✓

$\sigma_x^2 = \int_{x=0}^{x=1} (x - 17/30)^2 \cdot \left(\frac{4x+3}{5}\right) dx = \frac{71}{900}$ ✓

l) Idem k) pero para Y.

21/9

$\boxed{\text{Estimación de parámetros}}$ → Requisito fundamental para trabajar con esto:

- El parámetro tiene que ser "desconocido".
- Se necesita una muestra.

3 formas de hacerlo:

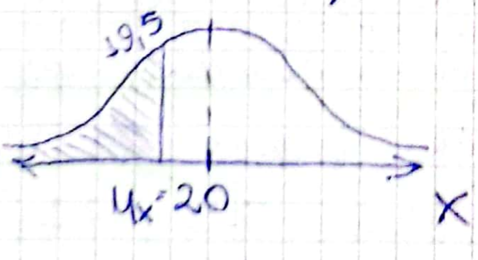
- Estimadores puntuales
- Intervalos de confianza.
- Test o ensayo de hipótesis

→ Ej:

X = Peso de las frutillas (grs).

$X \sim \text{normal} (\mu_x = 20 ; \sigma_x = 1)$

$P(X < 19,5)$ → esto lo puedo estandarizar con Z por el <, sino sería 1 − Prob



$P(X < 19,5) = P\left(Z < \frac{19,5 - 20}{1}\right)$

bien $= F(Z = -0,5)$

En la tabla → estos son los decimales después de −0,5 que en este caso es −0,50

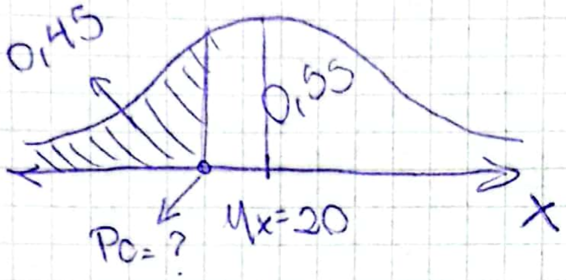
Z	0,00	0,01	0,02	0,03
...				
...				
−0,5				

Acá estaría el resultado

$P(X < 19,5) = 0,3085$

→ punto crítico

$P(x \leq PC) = 0,45$



En la tabla ahora se hace al revés, busco la celda que tiene el valor 0,45

Por la cercanía, según la tabla será:

$P(Z \leq -0,13) \cong 0,45$ (que en realidad es en la tabla 0,4483 que es lo más cerca).

———o———

3) X = Peso de las frutillas (grs).

$X \sim$ normal $(\mu_x = ? \ ; \ \sigma_x = 1)$ no tengo el valor de la media.

$P(X \leq 18) =$

Estoy frente a una situación de estimación de parámetro. Se necesita una muestra.

———o———

Ejercicio:

Un productor de manzanas tomó una muestra correspondiente a la producción obtenida en 10 árboles y los pesos observados fueron los sigs:

64, 75, 81, 73, 70, 83, 62, 75, 71 y 74

Asumiendo que el peso de la producción de los árboles de manzana es una V.A. normal expresada en kgs. y cuyo desvío es 5,8:

A) Hallar un intervalo de confianza para la media, varianza y desvío con un NC del 90% →

↳ nivel de confianza

IC = Intervalo de confianza.
NC = nivel de Confianza

⇒ B) ¿cuántas producciones de árboles deberán pesarse si se quiere reducir la amplitud del IC calculado en el ítem A para estimar la media en un 15% sin modificar el NC?

X = peso de la producción obtenida de 10 árboles (kgrs).

$X \sim$ normal ($\mu_x = ?$; $\sigma_x = 5{,}8$)

→ dato desconocido. Debemos estimar la media

→ Parámetro poblacional

$n = 10$ (árboles)

1) Estimador de μ_x:

→ V.A. $\bar{X} \sim$ normal $\begin{cases} \mu_{\bar{x}} = \mu_x \\ \sigma^2_{\bar{x}} = \sigma^2_x / n \\ \sigma_{\bar{x}} = \dfrac{\sigma_x}{\sqrt{n}} \end{cases}$

Estimador puntual de μ_x → nº puntual

$n = 10$ → del ejercicio

$$\bar{X}_{obs} = \frac{\sum_{i=1}^{n=10} (x_i)}{n} = \hat{\mu}_x \rightarrow \text{estimador de } \mu_x$$

↓ Observado

En este caso $\bar{X}_{obs} = 72{,}8$ kgr.

$X_1 = 64$, $X_2 = 75$ ..., $X_{10} = 74$

En la calc:
1) modo stat
2) 1 - var , se van cargando con el nº y = , al final AC
3) shift + 1 → resultado (sigue atrás)

4) Elegir "var"

5) En este caso "$\bar{x}$" (hay otros para los otros estimadores)

6) Apretar "="

$S_{n-1} = 6,56$ kg

$S^2_{n-1} = (6,56)^2 = 43,06 \text{ kg}^2$

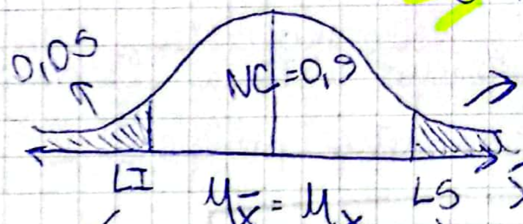
$\bar{X}_{obs} = 72,8$ kg

Estimadores puntuales

• **Intervalo de confianza:** (rango de 2 valores)

IC para μ_x con $N_C = 90\%$

→ tenemos un 90% de confianza que la media se encontrará entre esos LI y LS



lím. inf.

lím. sup.

$\frac{1-0,9}{2}$

esto no lo conozco pero se estimó/aproximó con $\bar{x}$ en 72,8

$\bar{X}_{obs} = 72,8$

$\mu_x \cong 72,8$

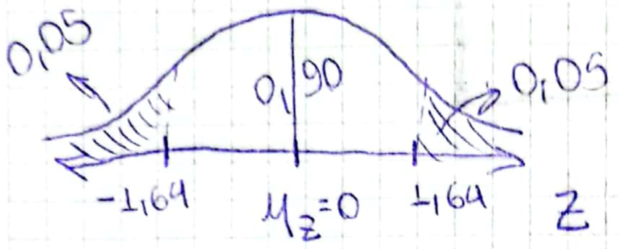
Amplitud del intervalo

Error Error

$$LI/LS = \left(\bar{X}_{obs} \pm \underbrace{Z_{NC} \cdot \frac{\sigma_x}{\sqrt{n}}}_{\text{Error (desplazamiento a izq. o a derecha)}}\right)$$

$$LI = \bar{X}_{obs} - Z_{NC} \cdot \frac{\sigma_x}{\sqrt{n}} \rightarrow$$

NOTA



Según la tabla (mirando adentro en las celdas)
0,05 = −1,64 (que en la tabla está con 0,0505)
esto busco en las celdas → Z

O para ser más exactos $\underbrace{z = -1,645}$ → esto me importa más que el signo en este caso.

Entonces:

- $LI = 72,8 - 1,645 \cdot \frac{5,8}{\sqrt{10}}$

$LI = 72,8 - 3,01$ → Error

$LI = 69,79$

- $LS = 72,8 + 3,01$

$LS = 75,81$

Rta:
IC para μ_x con NC = 90% $[69,79 ; 75,81]$
Hay un 90% de confianza puesta de que ese intervalo contenga el peso medio exacto de una producción de 10 árboles.

La otra forma según hoja de inf. clásica:
(con la T): $\boxed{\text{T de student}}$
Para usar esas fórmulas de LI y LS los requisitos: (simultáneos)
— V.A. es normal
— σ_x es desconocido
— n (muestra) Tiene que ser chica $(n < 30)$.

⇒

$\boxed{\text{Con T la tabla sería: } V = \text{grados de libertad} = \underset{\substack{\downarrow \\ \text{muestra}}}{n} - 1}$

En este caso • $V = 10 - 1 = 9$

~~[illegible]~~

• $p = 0{,}9 + 0{,}05$

$\hookrightarrow \dfrac{1 - 0{,}9}{2}$ ← del 90% NC

Con ese v y p, $T = 1{,}833$

$$LI = \bar{X}_{obs} - T_{NC} \cdot \frac{S_{n-1}}{\sqrt{n}} = 72{,}8 - 1{,}833 \cdot \frac{6{,}56}{\sqrt{10}}$$

B) Error $= 3{,}01$ (antes calculado) NC $= 90\%$

Amplitud $= 6{,}02$ (Error $\times$ 2)

Se pide reducir la amplitud en un 15%

Es decir, cambiar el tamaño de la muestra

$$\boxed{\text{Error} = Z_{NC} \cdot \frac{\sigma x}{\sqrt{n}}}$$

$\sqrt{n}$ → incógnita

$$\underset{\text{(error nuevo)}}{2{,}559} = 1{,}645 \cdot \frac{5{,}8}{\sqrt{n}}$$

$$\sqrt{n} = \frac{1{,}645 \cdot 5{,}8}{2{,}559}$$

$$\sqrt{n} = 3{,}728$$

$$n = (3{,}728)^2$$

$$\boxed{n = 13{,}897}$$

$$\boxed{n \cong 14}$$ → muestra de 14 producciones de 10 árboles c/u (siempre se redondea para el siguiente).

CA:

Amplitud Ⓐ $= 6{,}02$

Amplitud nueva $= 6{,}02 \cdot 0{,}85$

$= 5{,}117$

Error nuevo $= \dfrac{5{,}117}{2} = 2{,}559$

NOTA

Escaneado con CamScanner

Volviendo a lo que faltó del ítem (A):

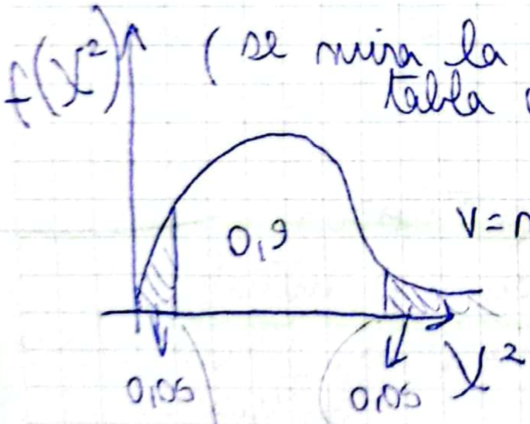
• IC para σ^2_x con NC = 90%:

$$\frac{(n-1).S^2_{n-1}}{\chi^2_{sup}} \leq \hat{\sigma}^2_x \leq \frac{(n-1).S^2_{n-1}}{\chi^2_{inf}}$$

chi cuadrado

$$\frac{43,06.(9)}{16,919} \leq \hat{\sigma}^2_x \leq \frac{43,06.(9)}{3,325}$$

$$22,90 \leq \hat{\sigma}^2_x \leq 116,55$$



(se mira la tabla correspondiente)

$v = n-1 = 10-1 = 9$

$\chi^2_{sup} = 16,919 \rightarrow$ con $v=9$ y $p=0,95$

$\chi^2_{inf} = 3,325$

↳ con $v=9$ y $p=0,05$

Entonces: IC para σ^2_x con NC = 90% $[22,90; 116,5$

• IC para σ_x con NC = 90%:

$$\sqrt{22,90} \leq \hat{\sigma}_x \leq \sqrt{116,55}$$

$$4,785 \leq \hat{\sigma}_x \leq 10,795$$

Entonces: IC para σ_x con NC = 90% $[4,785 , 10,795]$

Ejercicio:

Una dietética verifica virtualmente el diam de los garbanzos para controlar q' cumplan con las especific. La norma plantea que el diam. de los mismos ~~tiene una~~ debe oscilar entre 6 y 8 mm. Para ello toman muestras aleatorias de 10 garbanzos, donde se observan cierta cant. que no cumplen con las especific.

A) Realizar el IC para la prop. de garbanzos (p, que es otro parám poblacional) que no cumplan con las especific. a un NC del 93%.

$n = 10$

$NC = 93\% \rightarrow 0{,}93$

p = proporción de garbanzos defectuosos

$\hat{p}$ = estimador de p. Estimación puntual

$\hookrightarrow \dfrac{\#\text{ casos favorables}}{\#\text{ casos totales}}$ (para nosotros, serían los defectuosos)

• $\hat{p} \approx$ normal $\begin{cases} \mu_{\hat{p}} = p \\ \sigma^2_{\hat{p}} = \dfrac{p \cdot (1-p)}{n} \\ \sigma_{\hat{p}} = \sqrt{\dfrac{p \cdot (1-p)}{n}} \end{cases}$

En este caso:

$\hat{p}_{obs} = \dfrac{3}{10} = 0{,}3$ (en mi muestra)

$= \dfrac{4}{10} = 0{,}4$ (muestra del profe)

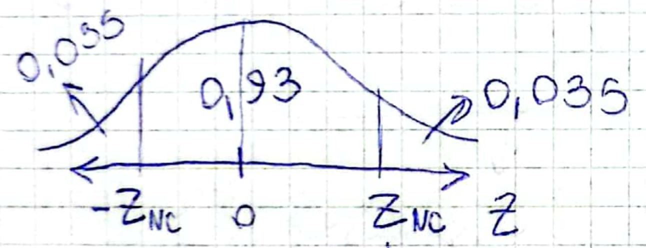
NOTA

IC para $\hat{p}$ con NC = 93%

$$L_{inf, sup} = \hat{p} \pm Z_{NC} \cdot \sqrt{\frac{\hat{p}\cdot(1-p)}{n}}$$

$$= 0,4 + 1,81 \cdot \sqrt{\frac{0,4 \cdot 0,6}{10}}$$

$$= 0,4 \pm \underbrace{0,2807}_{Error}$$



Si quiero buscar esto:

$$P(Z < Z_{NC}) = 0,93 + 0,035$$
$$= 0,965$$

$$Z_{NC} = 1,81$$

$LI = 0,1193$

$LS = 0,6807$

Informe del IC:

Hay un NC del 93% en el intervalo [0,1193; 0,6807] de que contenga la proporción de garbanzos defectuosos

B) ¿Cuántos garbanzos se deberían controlar para reducir la amplitud del IC a la 3ra parte e incrementar el NC al 96%?

$E_{mn} = 0{,}2807$ $\qquad n = 10$ $\qquad n_f = ?$

$A_0 = 2 \cdot 0{,}2807$ $\qquad NC = 93\%$ (anterior)

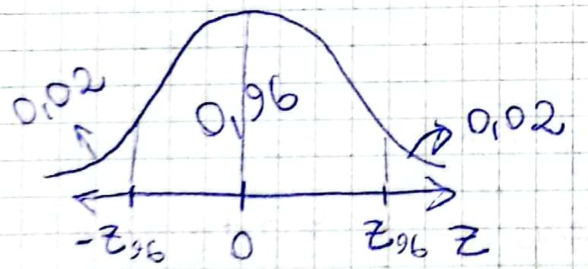
A_0: la primer amplitud

$NC = 96\%$ (nuevo)

$$A_f = \frac{1}{3} \cdot A_0 = \frac{1}{3} \cdot 2 \cdot 0{,}2807$$

$$A_f = 2 \cdot z_{96} \cdot \sqrt{\frac{p\cdot(1-p)}{n_f}}$$

$$\frac{1}{3} \cdot 2 \cdot 0{,}2807 = 2 \cdot z_{96} \cdot \sqrt{\frac{0{,}4 \cdot 0{,}6}{n_f}} = 2 \cdot 2{,}05 \cdot \sqrt{\frac{0{,}4 \cdot 0{,}6}{n_f}}$$



$$n_f = 115{,}2 \Rightarrow n_f = 116$$

$$P(Z < z_{96}) = 0{,}98$$

$$z_{96} = 2{,}05$$

Informe:

Se deben controlar 116 garbanzos.

c) Estimar la probabilidad de que algún garbanzo de la muestra no cumpla con las especificaciones.

$n = 10$

R_{10} = # de garbanzos defectuosos en una muestra de 10.

$R_{10} \sim \text{Binomial}(p = ?,\ n = 10)$

$$P(R_{10} \geq 1) = 1 - P(R_{10} = 0)$$
$$= 1 - \binom{10}{0} \cdot p^0 \cdot (1-p)^{10-0}$$

NOTA

Como me pide la prob. estimada puedo usar $\hat{p}$.
Aproximamos p con $\hat{p}_{obs}$ en la muestra.
Entonces: → prob. estimada

$\hat{P}(R_{10} \geq 1)$

$= 1 - \hat{P}(R_{10} = 0)$

$= 1 - \binom{10}{0} \cdot \hat{p}_{obs}^{\,0} \cdot (1-\hat{p}_{obs})^{10-0}$

$= 1 - \binom{10}{0} \cdot (0{,}4)^0 \cdot (1-0{,}4)^{10-0}$

$= 1 - (0{,}6)^{10}$

$= 0{,}994$

Ejercicio Parcial 17/11/22

Un empresario adquirió una máq. para producir chocolatines. Tomó una muestra y los pesos observados fueron los sigs:

19, 15, 16, 12, 14, 13, 14, 16, 17, 12.

Asumiendo que el peso de los chocolatines es una V.A. normal en grs:

A) Indique cuál es el peso que debería figurar en el envase para q' el 97% de los chocolatines lo cumpla aprox.

B) Indique cuál fue el NC utilizado para estimar el peso medio de los chocolatines si el IC fue [13,27 ; 16,33]

A) $n = 10$

$X \sim \text{normal}(\mu_X = ?\ ;\ \sigma_X = ?)$ →

X = peso de un chocolatín (grs)

28/10

Ensayo de Hipótesis:

2^{do} parcial a cuaderno abierto y con hojas de fórmulas + 4 carillas que podemos tener con las anotaciones que queramos (pero todo esto abrochado). y el recuperatorio con la misma modalidad

→ 2 ½ hs. Temas: bivariante, TCL, estimación, hipótesis de param.

→ Tomar decisiones analizando riesgos

→ Objetivo: someter a prueba el valor de un parámetro desconocido.

→ Hay alguna afirmación / sospecha para realizar el ensayo.

EJ:

X = contenido de los paquetes de cereal (grs)

$X \sim \text{normal}\ (\mu_x = ?\ ;\ \sigma_x = 50)$ → desconocido

- Las máquinas están calibradas para descargar 250 grs. para llenar los paquetes de cereal en "media". El encargado de control de calidad sospecha que la máquina está descargando más de 250 grs, por lo cual decide controlar 64 paquetes para tomar la decisión de parar la prod. y llamar al técnico para que repare la máq.

Diseñe un test de hipótesis con un nivel de significación del 5% que le ayude a concluir al encargado.
En este caso, se hará ensayo para saber si hay que llamar al técnico o no.

Paso 1:

Establecer las hipótesis en conflicto.

algo que podría ser, pero hay que probarlo

En los ensayos hay media o prop. desconocida.

Datos:

- x = contenido de los paquetes de cereal (grs.)
  $x \sim$ normal ($\mu_x = ?$; $\sigma_x = 50$)
  desconocido.
- muestra (n) = 64
- α = nivel de significación = 5%

Hipótesis en conflicto → solo son 2 y son dicotómicas

- H_0 = Hipótesis nula → lo normal: Situación de "status quo"
- H_1 = Hipótesis alternativa → Situación del cambio
  lo nuevo, lo que no es habitual

Se comienza el ensayo considerando H_0 (y por lo tanto eso no se somete a prueba) [lo que se prueba es la situación de H_1]

En el ej:

$H_0: \mu_x \leq 250$ $H_1: \mu_x > 250$

siempre está el = en la hip. nula, ~~...~~ o bien $\geq$, $\leq$

→

H_0 y H_1 van a ser opuestas y complementarias.
Otros casos serán (siempre se aplica alguna de estas 3).

- $H_0: \mu_x = 250$ — $H_1: \mu_x \neq 250$
- $H_0: \mu_x \geq 250$ — $H_1: \mu_x < 250$
- $H_0: \mu_x \leq 250$ — $H_1: \mu_x > 250$

En este ejercicio, nos hallamos ante el 3er caso.

Entonces:

$H_0: \mu_x \leq 250$ $\quad$ $H_1: \mu_x > 250$

Paso 2:

Elegir la variable aleatoria de decisión → estimador

① Si μ_x es desc
② Si σ_x es desc
③ Si p es desc

- Si tenemos μ_x → $\bar{X}$ (promedio) ① o → T de Student ②

- Si tenemos p → $\hat{p}$ o frecuencia relativa ③

Así utilizaremos $\bar{X}$:

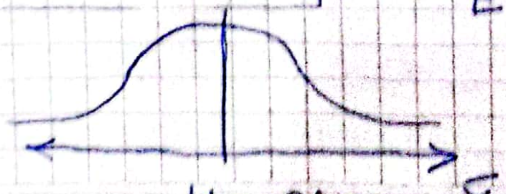
$$\bar{X} \sim \text{normal} \begin{cases} \boxed{\mu_{\bar{x}} = \mu_x} \\ \sigma^2_{\bar{x}} = \sigma^2_x / n \\ \sigma_{\bar{x}} = \sigma_x / \sqrt{n} = \dfrac{50}{\sqrt{64}} = 6{,}25 \end{cases}$$

Paso 3

Gráfico de la variable aleatoria elegida (acá es $\bar{X}$)

$\boxed{\text{Si } \mu_x = 250}$ → de H_0

Esta campana representa la situación de la realidad que indica que la máquina empaqueta el peso medio correcto



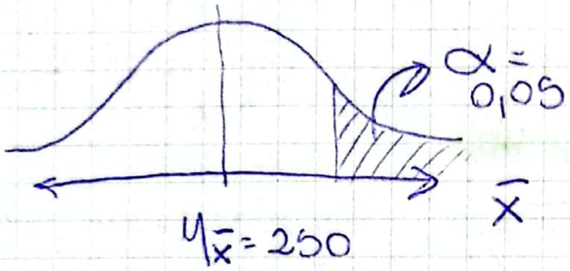
$\mu_{\bar{x}} = 250$ $\quad$ $\bar{x}$

→

Paso 4

Sombrear el nivel de significación (α) en la campana

Si $\mu_x = 250$



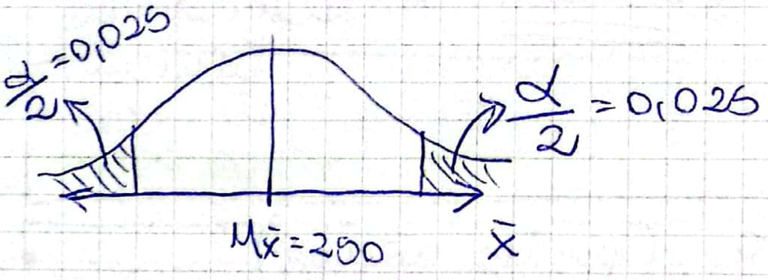
Ensayo unilateral a derecha

Sabemos que la normal estaría en ≤ 250. me corro un poco del lado que no iría, y en el extremo ubico el α

---o---

- Si el caso hubiera sido así:

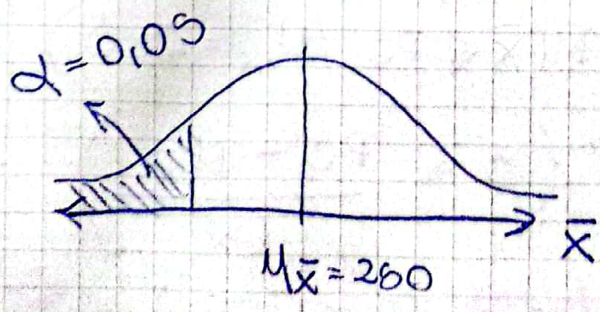
$H_0: \mu_x = 250 \qquad H_1: \mu_x \neq 250$



Ensayo bilateral

- Si el caso hubiera sido así:

$H_0: \mu_x \geq 250 \qquad H_1: \mu_x < 250$



Ensayo unilateral a izquierda.

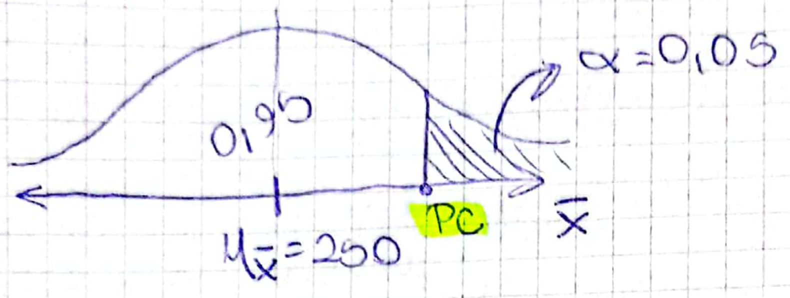
---o---

Paso 5

Establecer la región crítica o de rechazo.

→

Si $\mu_x = 250$



no rechazo H_0 | Rechazo H_0

no encontré evidencia. → no llamar al técnico.

Encontré evidencia → llamar al técnico

Decisión

Paso 6

Calcular el / los PC (puntos críticos).

$$P(\bar{x} > PC \;/\; \mu_x = 250) =$$

$$= 1 - P(\bar{x} \leq PC \;/\; \mu_x = 250)$$

$$= 1 - P\left(Z \leq \frac{PC - \mu_{\bar{x}}}{\sigma_{\bar{x}}}\right)$$

$$= 1 - P\left(Z \leq \frac{PC - 250}{6{,}25}\right)$$

$$\underbrace{P\left(Z \leq \frac{PC - 250}{6{,}25}\right)}_{Z = 1{,}645} = 0{,}95$$

$Z = 1{,}645 \rightarrow PC = 1{,}645 \cdot 6{,}25 + 250$

$$\boxed{PC = 260{,}28}$$

→

HOJA N°

FECHA

Paso 7:

Escribir el criterio de decisión

1 → Describir el muestreo (qué tiene que hacer y con qué tamaño de muestra).
2 → mencionar decisión en c/ región
3 → Especificar el error que se comete con este test (α asociado).

1 Tomar muestra de 64 paquetes y pesarlos.

$\overline{X}_{obs} = \mu_x$ ej: $\overline{X}_{obs} = 273,5$ grs
↳ $> 260,28$ grs (llamar al técnico)

2 ~~[illegible]~~

Si te da menor a 260,28 grs, no hará falta llamar al técnico. Si te da mayor, sí.

3 $\boxed{\bullet \text{ Error de Tipo I}: \ P\left(\begin{matrix}\text{rechazar}\\ H_0\end{matrix} \middle/ \begin{matrix}H_0 \text{ es}\\ \text{verdadero}\end{matrix}\right)}$

$\boxed{\bullet \text{ Error de Tipo II}: (\beta)\ P\left(\begin{matrix}\text{no rechazar}\\ H_0\end{matrix} \middle/ \begin{matrix}H_0 \text{ es}\\ \text{falsa}\end{matrix}\right)}$

→ $P\left(\begin{matrix}\text{rechazar}\\ H_0\end{matrix} \middle/ \begin{matrix}H_0 \text{ es}\\ \text{verdadera}\end{matrix}\right) = P(\overline{X} > PC / \mu_x = 250)$

$= 0,05 = \alpha$
↓
El nivel de significación es un error

→ $P\left(\begin{matrix}\text{no rechazar}\\ H_0\end{matrix} \middle/ \begin{matrix}H_0 \text{ es}\\ \text{falsa}\end{matrix}\right) = P(\overline{X} \leq PC / \mu_x = 280)$
↓ ej.

En este caso existe un 5% de riesgo de equivocarnos con este ensayo ~~[illegible]~~ al decidir que tiene que llamar al técnico si empaqueta más de 250 grs en el caso de que en realidad esté empaquetando bien.

NOTA

→

Escaneado con CamScanner

Decisión	H_0 (anda OK) $\mu_x \leq 250$	H_1 (anda mal) $\mu_x > 250$
Llamar al técnico (rechazar H_0)	✗ Error tipo I	✓
no llamar al técnico (no rechazar H_0)	✓	✗ Error Tipo II

✗ : me equivoqué.
✓ : no me equivoqué

Ejercicio:

Una consultora de marketing desea comprobar si el programa de debates televisivos será visto por al menos el 30% de la audiencia, para ello se encuesta a 60 hogares registrando la intención de voto.

R_{60} = # de personas que van a mirar el programa en 60 encuestados.

$R_{60} \sim \text{Binomial}(n = 60 ; \underbrace{p = ?}_{\text{parámetro poblacional desconocido}})$

- $n = 60$
- $p \geq 0,3 \rightarrow H_0 \rightarrow$ "El programa va a tener la audiencia deseada"
  $p < 0,3 \rightarrow H_1 \rightarrow$ "El programa lo va a ver poca gente"

A) Armar un criterio de decisión teniendo un nivel de significación del 5%

→

NOTA

~~El programa va~~	H_0 $p \geq 0,3$	H_1 $p < 0,3$
El programa va a tener la audiencia deseada (no rechazar H_0)	✓	Error tipo II β
El programa lo va a ver poca gente (rechazar H_0)	Error Tipo I α	✓

Errores:

- Tipo I: $P(\text{Rechazar } H_0 / H_0 \text{ es Verd.}) \to \alpha$
- Tipo II: $P(\text{no rechazar } H_0 / H_0 \text{ es falsa}) \to \beta$

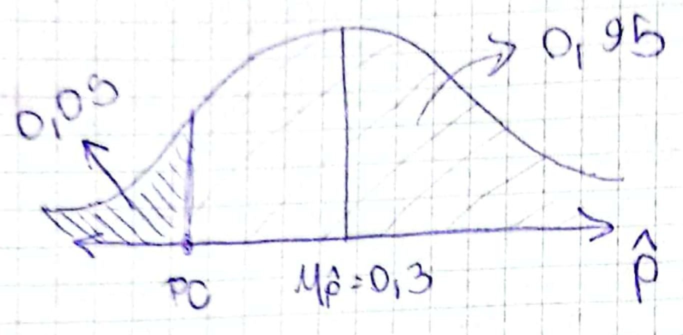
P (parámetro poblacional)	(Rechazar H_0) El prog. lo va a ver poca gente	(no rechazar H_0) El programa va a tener la audiencia deseada
0,10	✓	β
0,20	✓	β
0,30	α Error tipo I (máx)	✓
0,40	Error tipo I	✓
0,50	Error tipo I	✓

~~[illegible]~~ $\hat{p} \approx \text{normal}\left(\mu_{\hat{p}} = p \, ; \, \sigma_{\hat{p}} = \sqrt{\frac{p \cdot (1-p)}{n}}\right)$

→

Escaneado con CamScanner

$\boxed{\text{Si } p = 0{,}30}$ → lo que Tomo como verdad, lo habitual



Rechazar H_0 ↓ El prog. lo va a ver poca gente

No rechazar H_0 ↓ El prog. va a tener la audiencia deseada

→ pues esta es la realidad planteada en el gráfico

$$P(\hat{p} < Pc \,/\, p = 0{,}3) = 0{,}05$$

$$P\left(Z < \frac{Pc - 0{,}3}{\sqrt{\frac{0{,}3 \cdot 0{,}7}{60}}}\right) = 0{,}05$$

$$\frac{Pc - 0{,}3}{\sqrt{\frac{0{,}3 \cdot 0{,}7}{60}}} = -1{,}645$$

$$\boxed{Pc = 0{,}2026}$$

Informe de criterio de decisión:

1. Muestreo
2. Decisiones
3. Error.

→

NOTA

① Levantar el Teléfono, llamar a 60 hogares y calcular la proporción observada ($\hat{p}_{obs}$) de personas que verán el programa.

② Si $\hat{p}_{obs}$ es mayor a 0,2026 el programa tendrá la audiencia deseada. Caso contrario, lo verá poca gente.

③ Existe un riesgo de 5% de decir que el programa lo va a ver poca gente, cuando en realidad la proporción de personas que van a ver el programa, es de ==exactamente== 0,3.

B) La encuesta dio como resultado que 24 personas van a ver el programa.

$$\hat{p}_{obs} = \frac{\#\text{ casos favorables}}{\#\text{ casos totales}} = \frac{24}{60} = 0{,}4$$

Rta: Con $\hat{p}_{obs}$ en 0,4, que es mayor a 0,2026, creemos que el programa tendrá la audiencia deseada.

→ ejemplo importante

C) En otra encuesta de 100 personas se observaron que 31 tuvieron un voto positivo respecto al programa. ¿Qué decisión se debe Tomar?

Rta: no podemos tomar una decisión porque el ensayo realizado fue para una muestra de 60 personas.

no hace falta hacer todo el ensayo, pero si cambiaría algo, lo que cambiaría es el resultado del PC porque solo cambia el n.

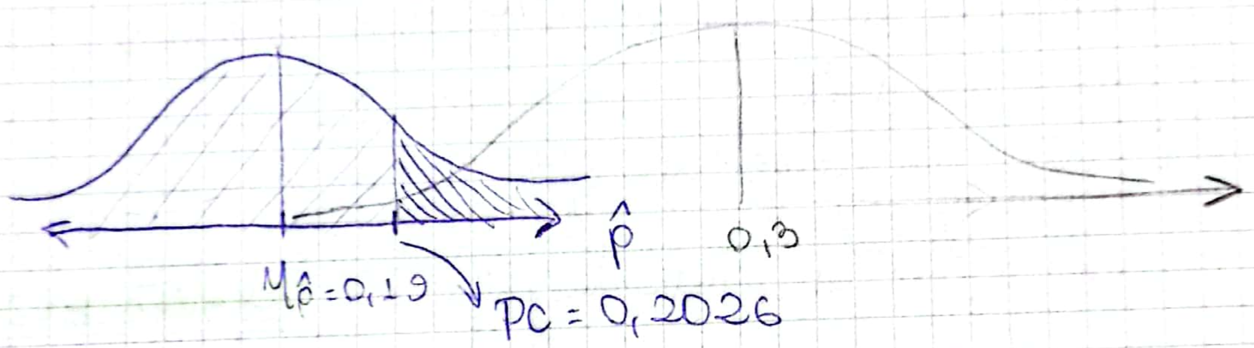
y al ser 100 > 60, el desvío va a ser menor →

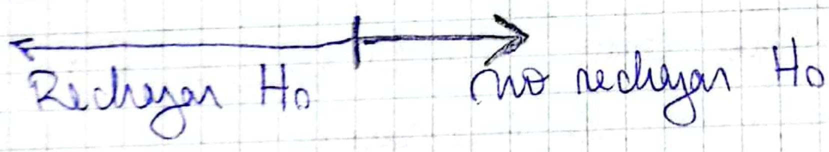
Escaneado con CamScanner

→ ejemplo importante

D) ¿Cuál es la prob. de cometer un error, cuando la prop. de personas que van a mirar el programa es de 0,19?

Si $p = 0{,}19$





$$P(\hat{p} > PC/\underset{p=0{,}19}{\,}) = P(\hat{p} > 0{,}2026 \,/\, p = 0{,}19)$$

no rechazar H_0 / H_0 es falsa

$$= 1 - P(\hat{p} \leq 0{,}2026 \,/\, p = 0{,}19)$$

$$= 1 - P\left(Z \leq \frac{0{,}2026 - 0{,}19}{\sqrt{\frac{0{,}19 \cdot 0{,}81}{60}}}\right)$$

$$= 1 - P(Z \leq 0{,}25)$$

$$= 1 - 0{,}5987$$

$$= 0{,}4013$$

RTA: Hay un riesgo del 40,13% de decir que el programa va a tener una audiencia deseada cuando en realidad la prop. de personas que va a ver el programa es 0,19.

4/11

Ejercicio:

Una compañía cinematográfica lleva a cabo rodajes en ≠ países, el director asegura que el tiempo medio de rodaje es de 11 hs diarias. Si el tiempo medio es ≠ de lo que dice el director los actores se van a quejar, lo cual generaría problemas. Se midieron los tiempos de rodaje durante 9 días y se puede suponer que el tiempo de rodaje se distribuye en forma normal.

10,5 / 10,7 / 9 / 9,3 / 12 / 12,7 / 10 / 8,5 / 9,2.

A) Diseñar un criterio de decisión que permita tomar una decisión acerca de la afirmación del director si se desea q' la prob. de rechazarlo cuando el tiempo medio de rodaje ~~sea~~ es de 11 hs diarias sea de 0,01.

X = tiempo de rodaje diario (hs).

$X \sim$ normal $(\mu_x = ? \,;\, \sigma_x = ?)$

$H_0 = \mu_x = 11$ $\quad$ $H_1 = \mu_x \neq 11$

"El director tiene razón" $\quad$ "El director se equivoca".

• Si σ_x es conocido:

$\bar{x} \sim$ normal $\begin{cases} \mu_{\bar{x}} = \mu_x \\ \sigma_{\bar{x}} = \dfrac{\sigma_x}{\sqrt{n}} \end{cases}$

→

• Si σ_x es desconocido:

$$\frac{\bar{X} - \mu_0}{S_{n-1}/\sqrt{n}} \sim T_{n-1}$$

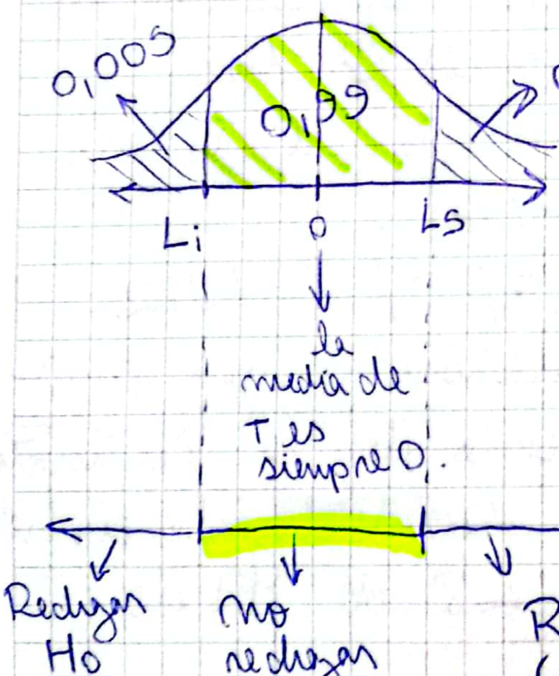
μ_0 → el valor de la hipótesis nula.

Vamos a tener que calcular 2 cosas: $\bar{X}$ y S_{n-1}

Gráfico:

Asumimos $\mu_x = 11$

→ 0,01/2



$$\frac{\bar{X} - 11}{S_{n-1}/\sqrt{9}} \sim T_{9-1}$$

Rechazar Ho ("el director se equivoca")

$$P(T \leq L_s) = 0{,}995$$

0,995 → 0,005 + 0,99

→ p = 0,995

$v = n - 1$

$v = 9 - 1 = 8$

→ viendo la tabla

$L_s = 3{,}355$

$L_i = -3{,}355$

→

Criterio de decisión

- Muestreo:

Se mide tiempo de rodaje durante 9 días.
Luego se calcula:

$$T_{obs} = \frac{X_{obs} - 11}{S_{obs} / \sqrt{9}}$$

- Decisiones:

Si el T_{obs} se encuentra en el intervalo de $-3,355$ y $3,355$ no hay evidencia para rechazar que el tiempo medio de rodaje es de exactamente 11 hs. Creemos que el director tiene la razón.

Si el T_{obs} no está en el intervalo entre $-3,355$ y $3,355$ se encuentra evidencia para rechazar q' el tiempo medio no es de 11 hs. diarias. Creemos que el director está equivocado.

- Error:

Hay un riesgo del 1% de equivocarse al creer que el tiempo de rodaje es $\neq$ de 11 hs diarias cuando en realidad es exactamente 11 hs →

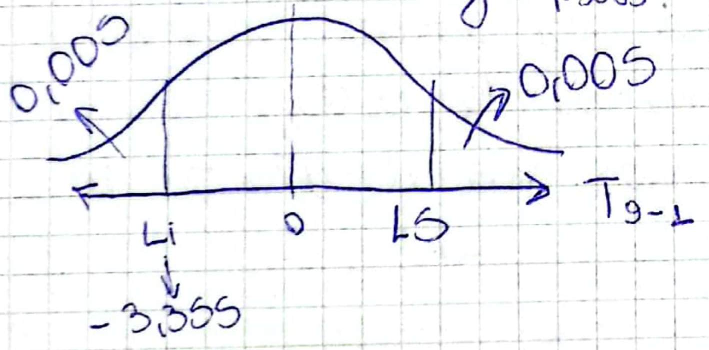
b) Tomar una decisión en base a la muestra.
Calculamos $\bar{X}_{obs} = 10,21$ y $S_{obs} = 1,42$.

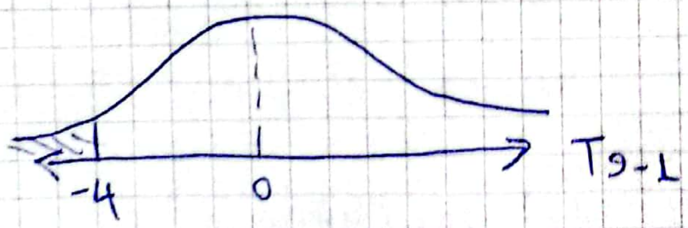
$$t_{obs} = \frac{10,21 - 11}{1,42/\sqrt{9}} = -1,669$$

Rta:
Dado que el t_{obs} se encuentra entre los límites de $-3,355$ y $3,355$, el director tiene la razón.

Otra forma: Usando P valor

Ejemplos:





c) Criterio de decisión con p valor:

- Si el p valor es > NS (nivel de significación) → no rechazamos Ho
- Si el p valor es < NS → Rechazo Ho

→ para poder obtener lo de acuerdo al NC (los 2 pedazos).

• P valor $= P(T > |T_{obs}|) \cdot 2$

$= P(T > |-1,66|) \cdot 2$

$= 2 \cdot (1 - P(T \leq 1,66))$

$= 2 \cdot (1 - 0,95)$ → Según tabla de T-Student.

$\boxed{= 0,1}$ → $0,1 > NC$

$0,1 > 0,01$ entonces no rechazo Ho.

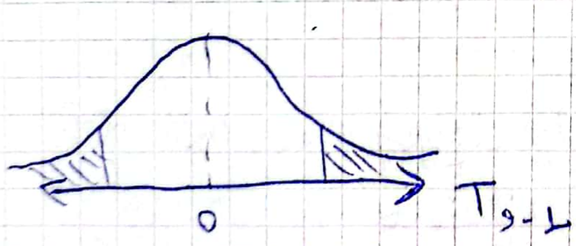
El resultado de p valor debe llevarme a la misma conclusión que la que llegué en base a la muestra. → El director tiene la razón.

El mismo criterio de decisión también.

Cómo calcular el pvalor en distintos casos:

1) $H_0: \mu_x = 11$

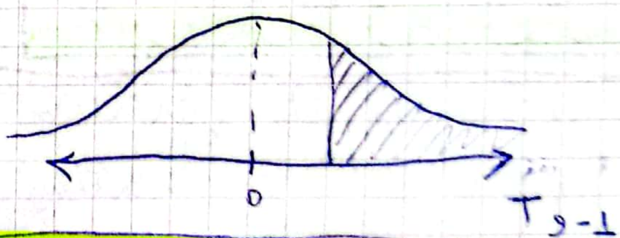
$H_1: \mu_x \neq 11$



$\boxed{\text{p valor} = 2 \cdot P(T > |T_{obs}|)}$ (*)

2) $H_0: \mu_x \leq 11$

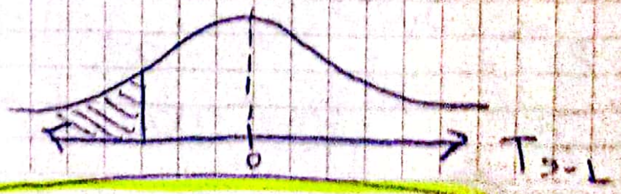
$H_1: \mu_x > 11$



$\boxed{\text{p valor} = P(T > T_{obs})}$ (*)

3) $H_0: \mu_x \geq 11$

$H_1: \mu_x < 11$



$\boxed{\text{p valor} = P(T < T_{obs})}$

(*) $P(T > T_{obs})$

$= 1 - P(T \leq T_{obs})$

→

μ_x	no rechaza Ho "El director tiene razon"	Rechaza Ho "El director se equivoca"
10	Tipo II	✓
11	✓	Tipo I
12	Tipo II	✓

↳ Aplica a ensayo bilateral con desvío conocido porque con T no hay errores de Tipo II. Esta tabla de ejemplo es solo para notar que en ensayos bilaterales hay infinitos valores de Tipo II y uno solo de Tipo I.

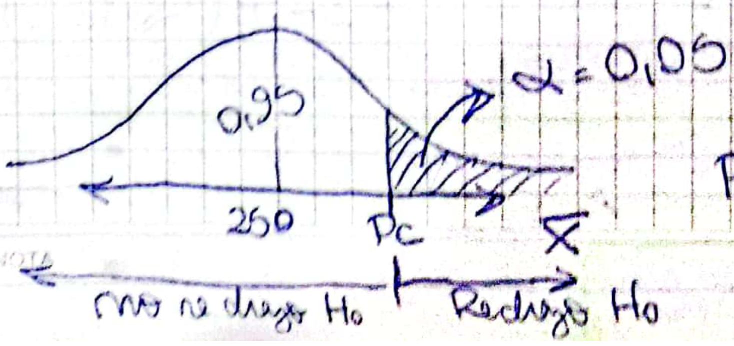
$\boxed{\text{Curva característica:}}$

Usamos el ejercicio de la clase pasada del peso de los cereales (con desvío conocido).

X = peso del contenido del paquete de cereal (grs.)

$X \sim \text{Normal}(\mu_x = ? \,;\, \sigma_x = 50)$

$H_0: \mu_x \leq 250 \qquad H_1: \mu_x > 250$



n = 64

Pc = 260,28

Rechazo H_0 → llamar al técnico

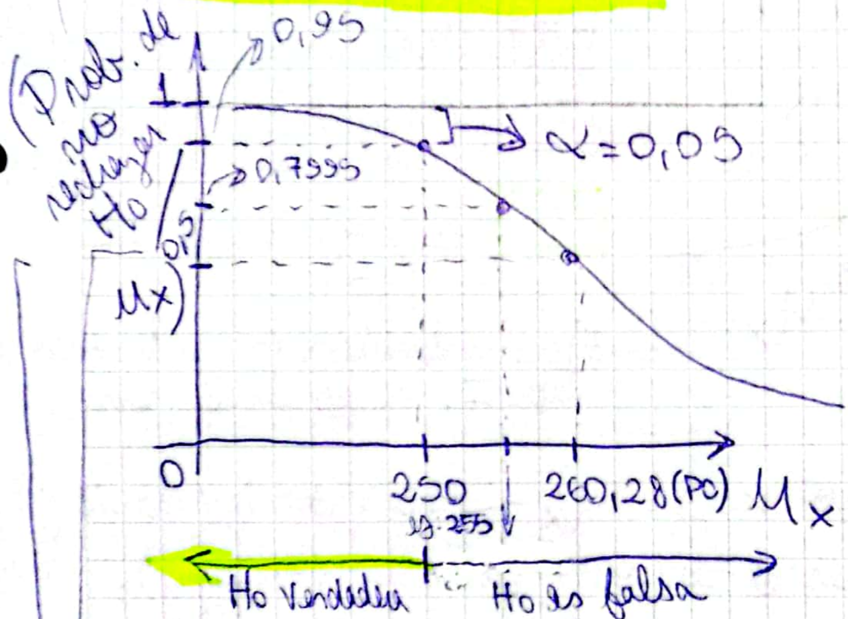
no rechazo H_0 → no llamar al técnico

Ej (situaríamos la muestra para calcular):

$\bar{X}_{obs} = 270$ grs → > PC → llamar al técnico

Curva característica:

P(no rechazar H_0 / μ_x) → no llamar al técnico, empaqueta bien la máq.



(porque es un ensayo de media)

→ la prob. para el PC = 260,28 es 0,5 porque si el gráfico de la campana se dibujara con el PC en el p medio, las prob. quedan distribuidas en 0,50 y 0,50.

→ Todo lo que está por debajo de la curva es la prob. de no llamar al técnico.

$\mu_x = 255$ grs.

↳ Error de tipo II

$\beta[\mu_x = 255]$

$= P(\bar{X} \le \underbrace{260,28}_{PC} / \mu_x = 255)$

o con la P

$0\bar{X}$ ← $= F\left(z = \frac{260,28 - 255}{50/\sqrt{64}}\right) = F(z = 0,845) = 0,7995$

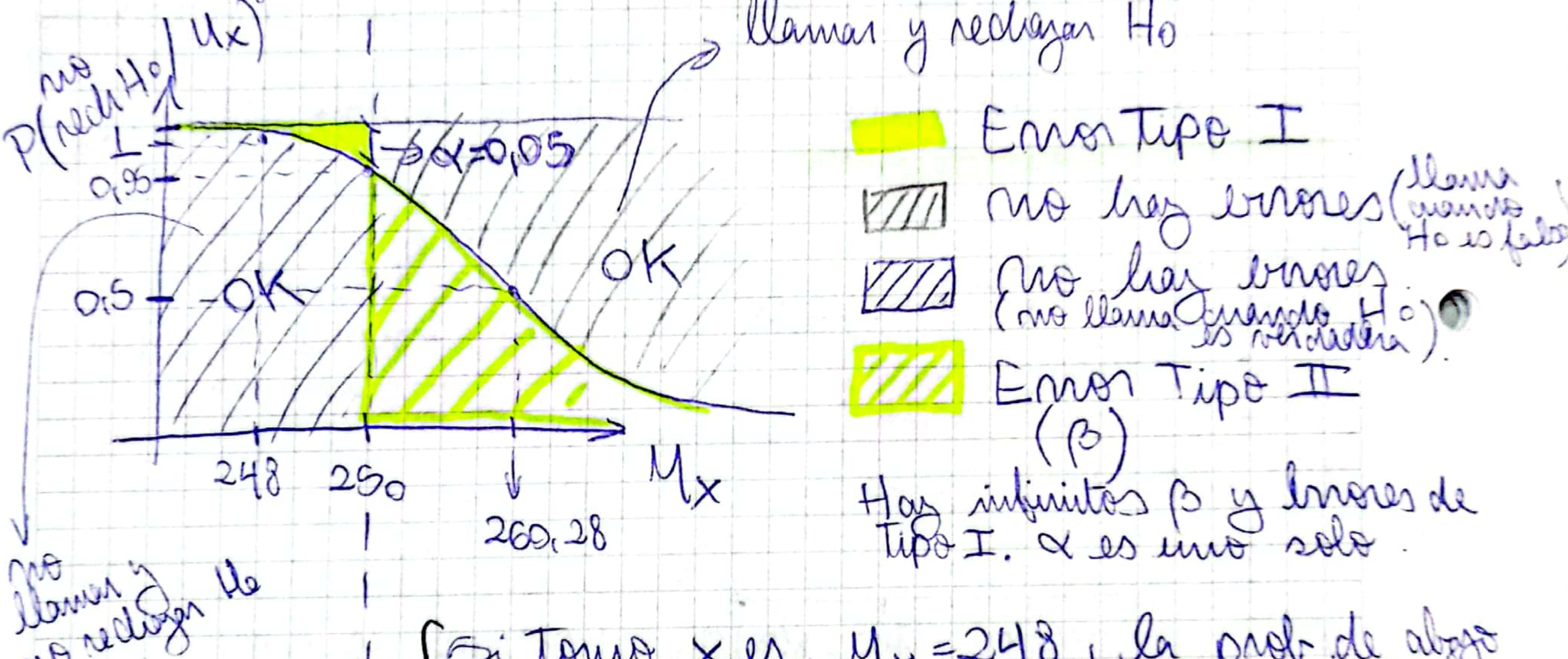
Error tipo I (α)

P(rechazar H_0 / H_0 es verd.)

Error tipo II: (β)

P(no rechazar H_0 / H_0 es falsa)

- Hay una prob. de 0,7995 de equivocarnos (no llamar al técnico) cuando en realidad el peso de los paquetes es de 255 grs.
- La prob. de llamar al técnico con un peso de 255grs sería 1 - 0,7995



Hay infinitos β y errores de Tipo I. α es uno solo.

IMPORT. → { Si tomo x ej. $\mu_x = 248$, la prob. de abajo de la curva no es el error (pues 248<250), entonces en este caso la prob. que vale es la que está arriba de la curva. }

- ¿Cuál es la prob. de cometer un error si el peso medio de los paquetes de cereal es de 248 grs? → es error, la prob. es lo que está arriba de la curva (tipo I).
- ¿Cuál es la prob. de que no se llame al técnico si el peso medio de los paquetes de cereal es de 248 grs? ¿Considera que es un error?
  ↳ <u>no</u> es error, la prob. es lo que está debajo de la curva.

$\mu_x = 263$ grs

$\bar{X}_{obs} = 263$ grs → "Se tomó una muestra..."

Escaneado con CamScanner

$\mu_x = 263$

$P(\text{llamar} / \mu_x = 263)$

$= P(\text{rechazar } H_0 / \underbrace{\mu_x = 263}_{H_0 \text{ es falsa}})$ . . . .

Ahora, para terminar y cerrar el tema:

- p valor $= P(\bar{X} > 270 / \mu_x = 250)$

$\hookrightarrow \bar{X}_{obs}$

$\rightarrow > 260{,}82$, hay evidencia para rechazar H_0

$= \underbrace{1 - P(\bar{X} \leq 270 / \mu_x = 250)}$

$\hookrightarrow$ debería dar menor a 0,05 para rechazar H_0 por ser 270 (ej. de $\bar{X}_{obs}$) mayor al PC en el contexto del ejercicio, ... que al menos

Ejercicio: