Probabilidad y Estadística (DIIT-UNLaM) 2020

Esta guía pretende ser una ayuda para recordar algunas definiciones y propiedades importantes. No debe ser tomada como resumen de todos los temas de la materia.

1 Cálculo combinatorio

Consideremos n elementos distintos. Una variación $V_{n,m}$ cuenta la cantidad de subgrupos de m elementos ordenados que puedan extraerse de estos n elementos. En particular, si $n = m$, se tiene la permutación de n elementos: P_n.

La combinatoria $C_{n,m}$ cuenta la cantidad de subgrupos de m elementos que pueden extraerse de los n elementos totales.

si contamos con orden:		si no considero orden:
$V_{n,m} = \dfrac{n!}{(n-m)!}$	$P_n = n!$	$C_{n,m} = \binom{n}{m} = \dfrac{n!}{m!(n-m)!}$

2 Sucesos o eventos aleatorios

Dado un espacio muestral E en el cual consideramos una probabilidad P, se tiene que si $A, B, ..$ son sucesos en E:

$P(A^c) = 1 - P(A)$ donde A^c o $\bar{A}$ es el complemento de A
$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(A \cap C) - P(B \cap C) + P(A \cap B \cap C)$

2.1 Probabilidad condicional

Se define, para A, B sucesos en E con $P(B) \neq 0 : P(A \mid B) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(B)}$

Valen los axiomas de probabilidad para la probabilidad condicionada a un evento fijo: $P(... \mid B)$, con lo cual también sus propiedades.

Además, se tiene:

→ = P(A) . P(B) (si son indep.)
= P(A) . P(B/A)

$P(A \cap B) = P(A \mid B) * P(B)$
$P(A \cap B \cap C) = P(A \mid (B \cap C)) * P(B \mid C) * P(C)$

3 Variables aleatorias

Notamos las variables aleatorias (v.a.) con letras mayúsculas $(X, Y, ...$etc) y con minúsculas $(x, ..)$ los valores que toma la variable.

Para una variable aleatoria **de cualquier tipo**, su función distribución se define como $F(x) = P(X \leq x)$.

Si X es v.a.discreta:	Si X es v.a. continua
• La f.p. es $p(x) = P(X = x) \geq 0$ tal que $\sum_x p(x) = 1$	La densidad es $f(x) \geq 0$ tal que $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = 1$
• media o esperanza de $X : E[X] = \mu_X = \sum_x x * p(x)$	$E[X] = \mu_X = \int_{-\infty}^{+\infty} x * f(x)dx$
varianza de $X : Var(X) = \sigma_X^2 = \sum_x (x - \mu_X)^2 * p(x)$	$Var(X) = \sigma_X^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - \mu_X)^2 * f(x)dx$
• media de una función de $X : E[\varphi(X)] = \sum_x \varphi(x) * p(x)$	$E[\varphi(X)] = \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi(x) * f(x)dx$

Con cambio de variable

Nota: Si se necesita aclarar que corresponde a la variable X, notamos $F_X(x), f_X(x), p_X(x)$, etc.

Algunas propiedades de media y varianza para una v.a. X de cualquier tipo:

$$Var(X) = E[(X - \mu_X)^2] = E[X^2] - E[X]^2$$
$$E[aX + b] = aE[X] + b$$
$$Var[aX + b] = a^2 Var[X]$$

⇒ para $Y(x)$ lineal en todo el interv.

• Desvío: igual que la varianza pero con raíz cuadrada toda la fórm.

$F(X=x) = \int_{-\infty} f(X=x)dx$ | $F(X=x) = \sum_{-\infty} P(X=x)$

Mezcla de dos variables aleatorias

Se dice que la v.a. X_M es mezcla de las variables X_1 y X_2 cuando X/M_1 corresponde a X_1 y X/M_2 corresponde a X_2. Se tiene entonces

$$\begin{aligned} F_X(x) &= P(X \leq x) = P(X \leq x \mid M_1) * P(M_1) + P(X \leq x \mid M_2) * P(M_2) = \\ &= F_{X_1}(x) * P(M_1) + F_{X_2}(x) * P(M_2) \end{aligned}$$

Vale también:

$$E[X_M] = E[X_1] * P(M_1) + E[X_2] * P(M_2)$$
$$Var[X_M] = Var[X_1] * P(M_1) + Var[X_2] * P(M_2) + (E[X_1] - E[X_2])^2 * P(M_1) * P(M_2)$$

5 Variables aleatorias en un Proceso Bernoulli

Se repiten de modo independiente experiencias dicotómicas, donde p es la probabilidad de éxito.

- Si X indica si ocurrió éxito en una experiencia, $X \sim Bernoulli(p)$ con $p \in (0,1)$

$p_X(x) = P(X=x) = \begin{cases} p & \text{si } x=1 \\ 1-p & \text{si } x=0 \end{cases}$	$Rango(X) = \{0,1\}$	$E[X] = p$	$Var[X] = p(1-p)$

↳ con reposición

- Si X : # éxitos en n experiencias, $X \sim Binomial(n,p)$ con $n \in \mathbb{N}$ y $p \in (0,1)$

$p_X(x) = P(X=x) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}$	$Rango(X) = \{0,1,...,n\}$	$E[X] = np$	$Var[X] = np(1-p)$

↳ esperanza/media

- Si N : # experiencias hasta observar el primer éxito, $N \sim Geométrica(p)$ con $p \in (0,1)$ (geometric I)

$p_N(n) = P(N=n) = (1-p)^{n-1}p$	$Rango(N) = \{1,2,...\infty\}$	$E[N] = \frac{1}{p}$	$Var[N] = \frac{(1-p)}{p^2}$

- Si M : # experiencias hasta observar el $r-ésimo$ éxito, $M \sim Pascal(r,p)$ con $r \in \mathbb{N}$ y $p \in (0,1)$ (negative Binomial I)

$p_M(m) = P(M=m) = \binom{m-1}{r-1}(1-p)^{m-r}p^r$	$Rango(M) = \{r, r+1, r+2, ...\infty\}$	$E[M] = \frac{r}{p}$	$Var[M] = r\frac{(1-p)}{p^2}$

Dos cuentas

5.1 Propiedades

1. $X \sim Binomial(n,p) \iff X = \sum_{i=1}^{n} X_i$ donde X_i son v.a. independientes e igualmente distribuídas (iid) $Bernoulli(p)$
2. Si se tiene $X_j \sim Binomial(n_j, p)$ v.a. independientes, $j = 1,..m$, entonces $\sum_{i=1}^{m} X_j \sim Binomial(n,p)$, con $n = n_1 + .. + n_m$
3. Si $N \sim Geométrica(p)$, entonces $P(N > n) = (1-p)^n$
4. Falta de memoria: Si $N \sim Geométrica(p)$, entonces $P(N > n+m \mid N > n) = P(N > m)$
5. Si $M \sim Pascal(r,p)$: $M = \sum_{i=1}^{r} N_i$ donde N_i son v.a. iid $Geométrica(p)$
6. Si $M \sim Pascal(r,p)$: $P(M > m) = P(X \leq r-1)$ donde $X \sim Binomial(m,p)$

λ = # éxitos / continuo 't'

Variables aleatorias en un Proceso Poisson

Se observan arribos o marcas en la recta $\boldsymbol{R}$ los que se producen con tasa $\lambda > 0$.

Se dice que se tiene un proceso Poisson si se cumplen dos condiciones:

a) La cantidad de arribos en intervalos disjuntos corresponde a v.a. independientes

$(\lambda ; t)$

b) Si notamos $K_{(a,b)}$: # arribos o marcas en un intervalo (a, b), entonces $K_{(a,b)} \sim Poisson(\mu)$ con $\mu = \lambda(b-a)$.

La distribución Poisson, de modo general, está dada por $K \sim Poisson(\mu)$, con $\mu > 0$:

$P(K=k) = \frac{\mu^k}{k!}e^{-\mu}$	$Rango(K) = \{0, 1, \ldots\}$	$E[X] = \mu$	$Var[X] = \mu$

$\lambda . t$

Si los arribos ocurren según un proceso Poisson y se fija un punto de inicio, se tiene también:

- Si T : longitud del continuo hasta observar el primer arribo, $T \sim Exponencial(\lambda)$, con $\lambda > 0$,

$f_T(t) = \lambda e^{-\lambda t}$	$Rango(T) = (0, \infty)$	$E[T] = \frac{1}{\lambda}$	$Var[T] = \frac{1}{\lambda^2}$	$F_T(t) = 1 - e^{-\lambda t}$ en $t \geq 0$; 0 en otro t

- Si T : longitud del continuo hasta observar el $k-ésimo$ arribo, $T \sim Gamma(k, \lambda)$, con $k \in \mathbb{N}$ y $\lambda > 0$,

$f_T(t) = \lambda^k \frac{t^{k-1}}{(k-1)!}e^{-\lambda t}$	$Rango(T) = (0, \infty)$	$E[T] = \frac{k}{\lambda}$	$Var[T] = \frac{k}{\lambda^2}$

$K = \alpha$
$\lambda \quad \beta$

Nota: En todos los casos se asume que la función densidad es 0 fuera del rango de la variable.

6.1 Propiedades

1. Si $T \sim Exponencial(\lambda)$: $P(T > t) = P(K_{(0,t)} = 0)$
2. Falta de memoria: Si $T \sim Exponencial(\lambda)$, entonces $P(T > t + h \mid T > t) = P(T > h)$
3. Si $T \sim Gamma(k, \lambda)$: $T = \sum_{i=1}^{k} T_i$ donde T_i son v.a. iid $Exponencial(\lambda)$
4. Si $T \sim Gamma(k, \lambda)$: $P(T > t) = P(K_{(0,t)} \leq k-1)$ donde $K_{(0,t)} \sim Poisson(\lambda t)$
5. Si $K_1 \sim Poisson(\mu_1)$ y $K_2 \sim Poisson(\mu_2)$, v.a. independientes, entonces $K_1 + K_2 \sim Poisson(\mu_1 + \mu_2)$

7 Distribución Normal

$X \sim Normal(\mu, \sigma)$ con $\sigma > 0, \mu \in \boldsymbol{R}$

$f_X(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}e^{-\frac{1}{2}(\frac{x-\mu}{\sigma})^2}$	$Rango(X) = (-\infty, \infty)$	$E[X] = \mu$	$Var[X] = \sigma^2$

Se asume que la densidad es 0 fuera del rango de la variable.

En particular, si $\mu = 0$ y $\sigma^2 = 1$, se tiene la distribución Normal Estándar: $Z \sim Normal(0, 1)$

7.1 Propiedades

1. Si $X \sim Normal(\mu, \sigma) \Longrightarrow \frac{X - \mu_X}{\sigma_X} = Z \sim Normal(0, 1)$
2. Si $X \sim Normal(\mu, \sigma)$ y $W = aX + b \Longrightarrow W \sim Normal(a\mu + b, \sqrt{a^2\sigma^2})$
3. Si $X_1 \sim Normal(\mu_1, \sigma_1)$ y $X_2 \sim Normal(\mu_2, \sigma_2)$ son v.a. independientes $\Longrightarrow X_1 + X_2 \sim Normal(\mu_1 + \mu_2, \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2})$

$10 . \mu_X$ $\qquad$ $10 . \sigma^2$

Otras distribuciones

→ sin reposición

$r \leq n$

- $X \sim Hipergeométrica(N, R, n, r)$ con N, R, n números naturales y r también número natural, $r \geq 0$

$P(X = r) = \frac{\binom{R}{r}\binom{N-R}{n-r}}{\binom{N}{n}}$	$Rango(X) = \{r / 0 \leq r \leq R; 0 \leq n - r \leq N - R\}$	$E[X] = \frac{nR}{N}$

max → min

N: # total elem

R: # de elem con la caract. de interés

n: # de elem de la muestra

- $X \sim Uniforme(a, b)$ con $b > a$

$f_X(x) = \frac{1}{b-a}$	$Rango(X) = (a, b)$	$E[X] = \frac{a+b}{2}$	$Var[X] = \frac{(b-a)^2}{12}$

$F(X=x) \to \frac{x-a}{b-a}$

- $X \sim Beta(n, r)$

$f_X(x) = \frac{(n+1)!}{r!(n-r)!} x^r (1-x)^{n-r}$	$Rango(X) = (0, 1)$	$E[X] = \frac{r+1}{n+2}$	$Var[X] = \frac{(r+1)(n-r+1)}{(n+2)^2(n+3)}$

9 Variables aleatorias bidimensionales

Sean X, Y v.a., consideremos dos situaciones:

Si (X, Y) son **v.a.discretas:**	Si (X, Y) son **v.a. continuas**
La f.p. es $p(x, y) = P(X = x, Y = y) \geq 0$ tal que $\sum\limits_{x,y} p(x, y) = 1$	La densidad es $f(x, y) \geq 0$ tal que $\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} f(x, y) dx dy = 1$
f.p.marginal de X : $p_X(x) = P(X = x) = \sum\limits_{y} p(x, y)$	f.d.marginal de X : $f_X(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x, y) dy$
f.p.condicional de Y dado $X = x$: $P(Y = y \mid X = x) = \frac{p(x, y)}{p_X(x)}$	f.d.condicional de Y dado $X = x$: $f_{Y/x} = \frac{f(x, y)}{f_X(x)}$
media de una función de X : $E[\varphi(X, Y)] = \sum\limits_{x,y} \varphi(x, y) * p(x, y)$	$E[\varphi(X, Y)] = \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} \varphi(x, y) f(x, y) dx dy$

9.1 Covarianza y coeficiente de correlación

Dadas dos variables aleatorias X, Y, se define

covarianza: $C(X, Y) = E[(X - \mu_X)(Y - \mu_Y)]$ **coef de correlación**: $\rho = \frac{C(X, Y)}{\sqrt{\sigma_X^2 \sigma_Y^2}}$

ALGUNAS PROPIEDADES de esperanzas, varianzas y covarianzas (X, Y, W son v.a. y a, b, c constantes):

$E(aX + bY) = aE(X) + bE(Y)$
$C(X, Y) = E[XY] - E[X]E[Y]$
$C(X, Y) = C(Y, X)$
$C(aX + bW, cY) = acC(X, Y) + bcC(W, Y)$
$C(X, X) = Var(X)$
$Var(aX + bY) = a^2Var(X) + b^2Var(Y)$ si X, Y son independientes
$0 \leq \rho \leq 1$

9.2 Curva o línea de regresión de Y dado X:

Se define como

$$\mu_{Y/x} = E[Y \mid X = x]$$

Es una función de x que calcula la media de la v.a. Y condicionada a cada valor x.

- Para el caso discreto: $\mu_{Y/x} = \sum\limits_{y} y * P(Y = y \mid X = x)$.
- Para el caso continuo: $\mu_{Y/x} = \int_{-\infty}^{+\infty} y * f_{Y/x}(y) dy$

Estimación

Si $X_1 \ldots X_n$ es una muestra aleatoria de X, esto es, son variables independientes e igualmente distribuídas que X (iid), se define las variables:

media muestral: $\overline{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$ *varianza muestral:* $S_{n-1}^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \overline{X})^2$

Observación:
$S_{n-1}^2 = \frac{1}{n-1}\left[\sum_{i=1}^{n} X_i^2 - n\overline{X}^2\right]$

10.1 Propiedades.

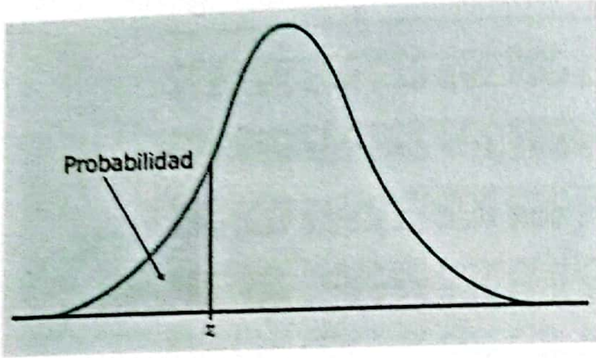
Sean $X_1 \ldots X_n$ es una muestra aleatoria de $X \sim Normal(\mu, \sigma)$

- $\dfrac{(n-1)S_{n-1}^2}{\sigma^2} \sim \chi_{n-1}^2$, esto es, sigue una distribución *'chi cuadrado'* con $n-1$ grados de libertad.
- La variable aleatoria $\dfrac{\overline{X} - \mu}{S_{n-1}}\sqrt{n} \sim t_{n-1}$, esto es, sigue una distribución *'t'* con $n-1$ grados de libertad.

Parámetro Poblacional	Estimador	Estimación Puntual	Estimación por Intervalo de Confianza (IC)
μ = Media de una v.a.	$\bar{X}$	$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i)}{n}$ $\bar{X}_{obs}$ n → # de elem de la muestra	lim inf / lim sup (1) $LI = \left(\bar{X} - Z_{NC} \cdot \frac{\sigma_X}{\sqrt{n}}\right)$; $LS = \left(\bar{X} + Z_{NC} \cdot \frac{\sigma_X}{\sqrt{n}}\right)$ $\bar{X}_{obs}$ $Z_{NC} \cdot \frac{\sigma_X}{\sqrt{n}}$ → Error (2) $LI = \left(\bar{X} - T_{NC} \cdot \frac{S_{n-1}}{\sqrt{n}}\right)$; $LS = \left(\bar{X} + T_{NC} \cdot \frac{S_{n-1}}{\sqrt{n}}\right)$
δ^2 = Varianza de una v.a.	S_{n-1}^2	$S_{n-1}^2 = \frac{1}{n-1} \cdot \left(\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{X})^2\right)$ $S_{n-1}^2 = \frac{1}{n-1} \cdot \left[\left(\sum_{i=1}^{n}(X_i)^2\right) - n.(\bar{X}^2)\right]$	$LI = \frac{(n-1).S_{n-1}^2}{X_{Sup}^2}$ → Sup $LS = \frac{(n-1).S_{n-1}^2}{X_{Inf}^2}$ → inf
δ = Desvío de una v.a.	S_{n-1}	$S_{n-1} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \cdot \left(\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{X})^2\right)}$ $S_{n-1} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \cdot \left[\left(\sum_{i=1}^{n}(X_i)^2\right) - n.(\bar{X}^2)\right]}$	$LI = \sqrt{\frac{(n-1).S_{n-1}^2}{X_{Sup}^2}}$ $LS = \sqrt{\frac{(n-1).S_{n-1}^2}{X_{Inf}^2}}$
[illegible] ← p = Proporción	$\hat{p}$	$\hat{p} = \frac{r}{n} = \frac{\text{Cantidad Total de éxitos}}{\text{Cantidad Total de Observaciones}}$	$LI = \left(\hat{p} - Z_{NC} \cdot \sqrt{\frac{p.(1-p)}{n}}\right)$; $\hat{P}_{obs}$ $Z_{NC} \cdot \sqrt{\frac{p.(1-p)}{n}}$ → Error $LS = \left(\hat{p} + Z_{NC} \cdot \sqrt{\frac{p.(1-p)}{n}}\right)$

Diferencia entre (1) y (2)
En (1) se utiliza la Variable Z mientras que en (2) se utiliza la Variable T de Student.
La 2da. Aproximación (2) se utiliza cuando la V.A. es Normal, el desvío poblacional es desconocido y la muestra es chica.

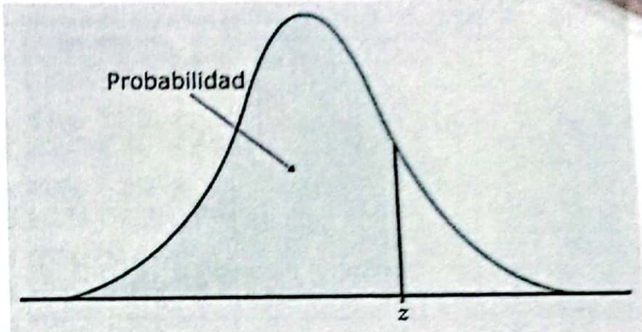
IC → Intervalo de confianza
NC → nivel de confianza



El valor de la tabla para z es el área bajo la curva de la normal estándar a la izquierda de z

TABLA A: Probabilidades de la normal estándar

z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
−3.4	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0002
−3.3	.0005	.0005	.0005	.0004	.0004	.0004	.0004	.0004	.0004	.0003
−3.2	.0007	.0007	.0006	.0006	.0006	.0006	.0006	.0005	.0005	.0005
−3.1	.0010	.0009	.0009	.0009	.0008	.0008	.0008	.0008	.0007	.0007
−3.0	.0013	.0013	.0013	.0012	.0012	.0011	.0011	.0011	.0010	.0010
−2.9	.0019	.0018	.0018	.0017	.0016	.0016	.0015	.0015	.0014	.0014
−2.8	.0026	.0025	.0024	.0023	.0023	.0022	.0021	.0021	.0020	.0019
−2.7	.0035	.0034	.0033	.0032	.0031	.0030	.0029	.0028	.0027	.0026
−2.6	.0047	.0045	.0044	.0043	.0041	.0040	.0039	.0038	.0037	.0036
−2.5	.0062	.0060	.0059	.0057	.0055	.0054	.0052	.0051	.0049	.0048
−2.4	.0082	.0080	.0078	.0075	.0073	.0071	.0069	.0068	.0066	.0064
−2.3	.0107	.0104	.0102	.0099	.0096	.0094	.0091	.0089	.0087	.0084
−2.2	.0139	.0136	.0132	.0129	.0125	.0122	.0119	.0116	.0113	.0110
−2.1	.0179	.0174	.0170	.0166	.0162	.0158	.0154	.0150	.0146	.0143
−2.0	.0228	.0222	.0217	.0212	.0207	.0202	.0197	.0192	.0188	.0183
−1.9	.0287	.0281	.0274	.0268	.0262	.0256	.0250	.0244	.0239	.0233
−1.8	.0359	.0351	.0344	.0336	.0329	.0322	.0314	.0307	.0301	.0294
−1.7	.0446	.0436	.0427	.0418	.0409	.0401	.0392	.0384	.0375	.0367
−1.6	.0548	.0537	.0526	.0516	.0505	.0495	.0485	.0475	.0465	.0455
−1.5	.0668	.0655	.0643	.0630	.0618	.0606	.0594	.0582	.0571	.0559
−1.4	.0808	.0793	.0778	.0764	.0749	.0735	.0721	.0708	.0694	.0681
−1.3	.0968	.0951	.0934	.0918	.0901	.0885	.0869	.0853	.0838	.0823
−1.2	.1151	.1131	.1112	.1093	.1075	.1056	.1038	.1020	.1003	.0985
−1.1	.1357	.1335	.1314	.1292	.1271	.1251	.1230	.1210	.1190	.1170
−1.0	.1587	.1562	.1539	.1515	.1492	.1469	.1446	.1423	.1401	.1379
−0.9	.1841	.1814	.1788	.1762	.1736	.1711	.1685	.1660	.1635	.1611
−0.8	.2119	.2090	.2061	.2033	.2005	.1977	.1949	.1922	.1894	.1867
−0.7	.2420	.2389	.2358	.2327	.2296	.2266	.2236	.2206	.2177	.2148
−0.6	.2743	.2709	.2676	.2643	.2611	.2578	.2546	.2514	.2483	.2451
−0.5	.3085	.3050	.3015	.2981	.2946	.2912	.2877	.2843	.2810	.2776
−0.4	.3446	.3409	.3372	.3336	.3300	.3264	.3228	.3192	.3156	.3121
−0.3	.3821	.3783	.3745	.3707	.3669	.3632	.3594	.3557	.3520	.3483
−0.2	.4207	.4168	.4129	.4090	.4052	.4013	.3974	.3936	.3897	.3859
−0.1	.4602	.4562	.4522	.4483	.4443	.4404	.4364	.4325	.4286	.4247
−0.0	.5000	.4960	.4920	.4880	.4840	.4801	.4761	.4721	.4681	.4641



El valor de la tabla para z es el área bajo la curva de la normal estándar a la izquierda de z

TABLA A: Probabilidades de la normal estándar (cont.)

z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.5000	.5040	.5080	.5120	.5160	.5199	.5239	.5279	.5319	.5359
0.1	.5398	.5438	.5478	.5517	.5557	.5596	.5636	.5675	.5714	.5753
0.2	.5793	.5832	.5871	.5910	.5948	.5987	.6026	.6064	.6103	.6141
0.3	.6179	.6217	.6255	.6293	.6331	.6368	.6406	.6443	.6480	.6517
0.4	.6554	.6591	.6628	.6664	.6700	.6736	.6772	.6808	.6844	.6879
0.5	.6915	.6950	.6985	.7019	.7054	.7088	.7123	.7157	.7190	.7224
0.6	.7257	.7291	.7324	.7357	.7389	.7422	.7454	.7486	.7517	.7549
0.7	.7580	.7611	.7642	.7673	.7704	.7734	.7764	.7794	.7823	.7852
0.8	.7881	.7910	.7939	.7967	.7995	.8023	.8051	.8078	.8106	.8133
0.9	.8159	.8186	.8212	.8238	.8264	.8289	.8315	.8340	.8365	.8389
1.0	.8413	.8438	.8461	.8485	.8508	.8531	.8554	.8577	.8599	.8621
1.1	.8643	.8665	.8686	.8708	.8729	.8749	.8770	.8790	.8810	.8830
1.2	.8849	.8869	.8888	.8907	.8925	.8944	.8962	.8980	.8997	.9015
1.3	.9032	.9049	.9066	.9082	.9099	.9115	.9131	.9147	.9162	.9177
1.4	.9192	.9207	.9222	.9236	.9251	.9265	.9279	.9292	.9306	.9319
1.5	.9332	.9345	.9357	.9370	.9382	.9394	.9406	.9418	.9429	.9441
1.6	.9452	.9463	.9474	.9484	.9495	.9505	.9515	.9525	.9535	.9545
1.7	.9554	.9564	.9573	.9582	.9591	.9599	.9608	.9616	.9625	.9633
1.8	.9641	.9649	.9656	.9664	.9671	.9678	.9686	.9693	.9699	.9706
1.9	.9713	.9719	.9726	.9732	.9738	.9744	.9750	.9756	.9761	.9767
2.0	.9772	.9778	.9783	.9788	.9793	.9798	.9803	.9808	.9812	.9817
2.1	.9821	.9826	.9830	.9834	.9838	.9842	.9846	.9850	.9854	.9857
2.2	.9861	.9864	.9868	.9871	.9875	.9878	.9881	.9884	.9887	.9890
2.3	.9893	.9896	.9898	.9901	.9904	.9906	.9909	.9911	.9913	.9916
2.4	.9918	.9920	.9922	.9925	.9927	.9929	.9931	.9932	.9934	.9936
2.5	.9938	.9940	.9941	.9943	.9945	.9946	.9948	.9949	.9951	.9952
2.6	.9953	.9955	.9956	.9957	.9959	.9960	.9961	.9962	.9963	.9964
2.7	.9965	.9966	.9967	.9968	.9969	.9970	.9971	.9972	.9973	.9974
2.8	.9974	.9975	.9976	.9977	.9977	.9978	.9979	.9979	.9980	.9981
2.9	.9981	.9982	.9982	.9983	.9984	.9984	.9985	.9985	.9986	.9986
3.0	.9987	.9987	.9987	.9988	.9988	.9989	.9989	.9989	.9990	.9990
3.1	.9990	.9991	.9991	.9991	.9992	.9992	.9992	.9992	.9993	.9993
3.2	.9993	.9993	.9994	.9994	.9994	.9994	.9994	.9995	.9995	.9995
3.3	.9995	.9995	.9995	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9997
3.4	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9998

Distribución Z

ución F de Snedecor

Se tabula la función de distribución inversa de la variable $X \sim F$ de Snedecor con ν_1 y ν_2 grados de libertad (para cada par ν_1, ν_2 se presentan, de arriba hacia abajo, los casos de $p = 0{,}05$; $0{,}025$ y $0{,}01$):

$$F(x) = P(X \leq x) = p = \frac{\Gamma\left(\frac{1}{2}\nu_1 + \frac{1}{2}\nu_2\right)}{\Gamma\left(\frac{1}{2}\nu_1\right)\Gamma\left(\frac{1}{2}\nu_2\right)} \nu_1^{\frac{1}{2}\nu_1} \nu_2^{\frac{1}{2}\nu_2} \int_0^x u^{\frac{1}{2}\nu_1 - 1} (\nu_2 + \nu_1 u)^{-\frac{1}{2}(\nu_1 + \nu_2)} du$$

	ν_1															
ν_2	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	25	50	100	
1	161 648 4052	199 799 5000	216 864 5403	225 900 5625	230 922 5764	234 937 5859	237 948 5928	239 957 5981	241 963 6022	242 969 6056	244 977 6106	246 985 6157	248 993 6209	249 998 6240	252 1008 6303	253 1013 6334	1
2	18,51 38,51 98,50	19,00 39,00 99,00	19,16 39,17 99,17	19,25 39,25 99,25	19,30 39,30 99,30	19,33 39,33 99,33	19,35 39,36 99,36	19,37 39,37 99,37	19,38 39,39 99,39	19,40 39,40 99,40	19,41 39,41 99,42	19,43 39,43 99,43	19,45 39,45 99,45	19,46 39,46 99,46	19,48 39,48 99,48	19,49 39,49 99,49	2
3	10,13 17,44 34,12	9,55 16,04 30,82	9,28 15,44 29,46	9,12 15,10 28,71	9,01 14,88 28,24	8,94 14,73 27,91	8,89 14,62 27,67	8,85 14,54 27,49	8,81 14,47 27,35	8,79 14,42 27,23	8,74 14,34 27,05	8,70 14,25 26,87	8,66 14,17 26,69	8,63 14,12 26,58	8,58 14,01 26,35	8,55 13,96 26,24	3
4	7,71 12,22 21,20	6,94 10,65 18,00	6,59 9,98 16,69	6,39 9,60 15,98	6,26 9,36 15,52	6,16 9,20 15,21	6,09 9,07 14,98	6,04 8,98 14,80	6,00 8,90 14,66	5,96 8,84 14,55	5,91 8,75 14,37	5,86 8,66 14,20	5,80 8,56 14,02	5,77 8,50 13,91	5,70 8,38 13,69	5,66 8,32 13,58	4
5	6,61 10,01 16,26	5,79 8,43 13,27	5,41 7,76 12,06	5,19 7,39 11,39	5,05 7,15 10,97	4,95 6,98 10,67	4,88 6,85 10,46	4,82 6,76 10,29	4,77 6,68 10,16	4,74 6,62 10,05	4,68 6,52 9,89	4,62 6,43 9,72	4,56 6,33 9,55	4,52 6,27 9,45	4,44 6,14 9,24	4,41 6,08 9,13	5
6	5,99 8,81 13,75	5,14 7,26 10,92	4,76 6,60 9,78	4,53 6,23 9,15	4,39 5,99 8,75	4,28 5,82 8,47	4,21 5,70 8,26	4,15 5,60 8,10	4,10 5,52 7,98	4,06 5,46 7,87	4,00 5,37 7,72	3,94 5,27 7,56	3,87 5,17 7,40	3,83 5,11 7,30	3,75 4,98 7,09	3,71 4,92 6,99	6
7	5,59 8,07 12,25	4,74 6,54 9,55	4,35 5,89 8,45	4,12 5,52 7,85	3,97 5,29 7,46	3,87 5,12 7,19	3,79 4,99 6,99	3,73 4,90 6,84	3,68 4,82 6,72	3,64 4,76 6,62	3,57 4,67 6,47	3,51 4,57 6,31	3,44 4,47 6,16	3,40 4,40 6,06	3,32 4,28 5,86	3,27 4,21 5,75	7
8	5,32 7,57 11,26	4,46 6,06 8,65	4,07 5,42 7,59	3,84 5,05 7,01	3,69 4,82 6,63	3,58 4,65 6,37	3,50 4,53 6,18	3,44 4,43 6,03	3,39 4,36 5,91	3,35 4,30 5,81	3,28 4,20 5,67	3,22 4,10 5,52	3,15 4,00 5,36	3,11 3,94 5,26	3,02 3,81 5,07	2,97 3,74 4,96	8
9	5,12 7,21 10,56	4,26 5,71 8,02	3,86 5,08 6,99	3,63 4,72 6,42	3,48 4,48 6,06	3,37 4,32 5,80	3,29 4,20 5,61	3,23 4,10 5,47	3,18 4,03 5,35	3,14 3,96 5,26	3,07 3,87 5,11	3,01 3,77 4,96	2,94 3,67 4,81	2,89 3,60 4,71	2,80 3,47 4,52	2,76 3,40 4,41	9
10	4,96 6,94 10,04	4,10 5,46 7,56	3,71 4,83 6,55	3,48 4,47 5,99	3,33 4,24 5,64	3,22 4,07 5,39	3,14 3,95 5,20	3,07 3,85 5,06	3,02 3,78 4,94	2,98 3,72 4,85	2,91 3,62 4,71	2,85 3,52 4,56	2,77 3,42 4,41	2,73 3,35 4,31	2,64 3,22 4,12	2,59 3,15 4,01	10
12	4,75 6,55 9,33	3,89 5,10 6,93	3,49 4,47 5,95	3,26 4,12 5,41	3,11 3,89 5,06	3,00 3,73 4,82	2,91 3,61 4,64	2,85 3,51 4,50	2,80 3,44 4,39	2,75 3,37 4,30	2,69 3,28 4,16	2,62 3,18 4,01	2,54 3,07 3,86	2,50 3,01 3,76	2,40 2,87 3,57	2,35 2,80 3,47	12
15	4,54 6,20 8,68	3,68 4,77 6,36	3,29 4,15 5,42	3,06 3,80 4,89	2,90 3,58 4,56	2,79 3,41 4,32	2,71 3,29 4,14	2,64 3,20 4,00	2,59 3,12 3,89	2,54 3,06 3,80	2,48 2,96 3,67	2,40 2,86 3,52	2,33 2,76 3,37	2,28 2,69 3,28	2,18 2,55 3,08	2,12 2,47 2,98	15
20	4,35 5,87 8,10	3,49 4,46 5,85	3,10 3,86 4,94	2,87 3,51 4,43	2,71 3,29 4,10	2,60 3,13 3,87	2,51 3,01 3,70	2,45 2,91 3,56	2,39 2,84 3,46	2,35 2,77 3,37	2,28 2,68 3,23	2,20 2,57 3,09	2,12 2,46 2,94	2,07 2,40 2,84	1,97 2,25 2,64	1,91 2,17 2,54	20
25	4,24 5,69 7,77	3,39 4,29 5,57	2,99 3,69 4,68	2,76 3,35 4,18	2,60 3,13 3,85	2,49 2,97 3,63	2,40 2,85 3,46	2,34 2,75 3,32	2,28 2,68 3,22	2,24 2,61 3,13	2,16 2,51 2,99	2,09 2,41 2,85	2,01 2,30 2,70	1,96 2,23 2,60	1,84 2,08 2,40	1,78 2,00 2,29	25
50	4,03 5,34 7,17	3,18 3,97 5,06	2,79 3,39 4,20	2,56 3,05 3,72	2,40 2,83 3,41	2,29 2,67 3,19	2,20 2,55 3,02	2,13 2,46 2,89	2,07 2,38 2,78	2,03 2,32 2,70	1,95 2,22 2,56	1,87 2,11 2,42	1,78 1,99 2,27	1,73 1,92 2,17	1,60 1,75 1,95	1,52 1,66 1,82	50
100	3,94 5,18 6,90	3,09 3,83 4,82	2,70 3,25 3,98	2,46 2,92 3,51	2,31 2,70 3,21	2,19 2,54 2,99	2,10 2,42 2,82	2,03 2,32 2,69	1,97 2,24 2,59	1,93 2,18 2,50	1,85 2,08 2,37	1,77 1,97 2,22	1,68 1,85 2,07	1,62 1,77 1,97	1,48 1,59 1,74	1,39 1,48 1,60	100

bución χ^2 → chi cuadrado

tabula la la función de distribución inversa de la variable $X \sim \chi^2$ con ν grados de libertad.

$$F(x) = P(X \leq x) = p = \frac{1}{2^{\nu/2}\Gamma\left(\frac{1}{2}\nu\right)} \int_0^x x^{\frac{1}{2}\nu - 1} e^{-\frac{1}{2}x} dx$$

$n = \#$ de la muestra

$\nu = n - 1$

$p = NC + \frac{1 - NC}{2}$

	p								
ν	0,005	0,01	0,025	0,05	0,950	0,975	0,990	0,995	0,999
1	$3{,}93 \cdot 10^{-5}$	$1{,}57 \cdot 10^{-4}$	$9{,}82 \cdot 10^{-4}$	0,00393	3,841	5,024	6,635	7,879	10,828
2	0,010003	0,02010	0,05064	0,1026	5,991	7,378	9,210	10,597	13,816
3	0,07172	0,1148	0,2158	0,3518	7,815	9,348	11,345	12,838	16,266
4	0,2070	0,2971	0,4844	0,7107	9,488	11,143	13,277	14,860	18,467
5	0,4117	0,5543	0,8312	1,145	11,070	12,832	15,086	16,750	20,515
6	0,6757	0,8721	1,237	1,635	12,592	14,449	16,812	18,548	22,458
7	0,9893	1,239	1,690	2,167	14,067	16,013	18,475	20,278	24,322
8	1,344	1,646	2,180	2,733	15,507	17,535	20,090	21,955	26,124
9	1,735	2,088	2,700	3,325	16,919	19,023	21,666	23,589	27,877
10	2,156	2,558	3,247	3,940	18,307	20,483	23,209	25,188	29,588
11	2,603	3,053	3,816	4,575	19,675	21,920	24,725	26,757	31,264
12	3,074	3,571	4,404	5,226	21,026	23,337	26,217	28,300	32,909
13	3,565	4,107	5,009	5,892	22,362	24,736	27,688	29,819	34,528
14	4,075	4,660	5,629	6,571	23,685	26,119	29,141	31,319	36,123
15	4,601	5,229	6,262	7,261	24,996	27,488	30,578	32,801	37,697
16	5,142	5,812	6,908	7,962	26,296	28,845	32,000	34,267	39,252
17	5,697	6,408	7,564	8,672	27,587	30,191	33,409	35,718	40,790
18	6,265	7,015	8,231	9,390	28,869	31,526	34,805	37,156	42,312
19	6,844	7,633	8,907	10,117	30,144	32,852	36,191	38,582	43,820
20	7,434	8,260	9,591	10,851	31,410	34,170	37,566	39,997	45,315
21	8,034	8,897	10,283	11,591	32,671	35,479	38,932	41,401	46,797
22	8,643	9,542	10,982	12,338	33,924	36,781	40,289	42,796	48,268
23	9,260	10,196	11,689	13,091	35,172	38,076	41,638	44,181	49,728
24	9,886	10,856	12,401	13,848	36,415	39,364	42,980	45,559	51,179
25	10,520	11,524	13,120	14,611	37,652	40,646	44,314	46,928	52,620
26	11,160	12,198	13,844	15,379	38,885	41,923	45,642	48,290	54,052
27	11,808	12,879	14,573	16,151	40,113	43,195	46,963	49,645	55,476
28	12,461	13,565	15,308	16,928	41,337	44,461	48,278	50,993	56,892
29	13,121	14,256	16,047	17,708	42,557	45,722	49,588	52,336	58,301
30	13,787	14,953	16,791	18,493	43,773	46,979	50,892	53,672	59,703
40	20,707	22,164	24,433	26,509	55,758	59,342	63,691	66,766	73,402
50	27,991	29,707	32,357	34,764	67,505	71,420	76,154	79,490	86,661
60	35,534	37,485	40,482	43,188	79,082	83,298	88,379	91,952	99,607
70	43,275	45,442	48,758	51,739	90,531	95,023	100,425	104,215	112,317
80	51,172	53,540	57,153	60,391	101,879	106,629	112,329	116,321	124,839
90	59,196	61,754	65,647	69,126	113,145	118,136	124,116	128,299	137,208
100	67,328	70,065	74,222	77,920	124,342	129,561	135,807	140,169	149,449

...bución t de Student

...s valores tabulados corresponden a la función de distribución inversa de la variable $X \sim t$ de Student con ν ...dos de libertad:

$$F(x) = P(X \leq x) = p = \frac{1}{\sqrt{\nu\pi}} \frac{\Gamma(\frac{1}{2}\nu + \frac{1}{2})}{\Gamma(\frac{1}{2}\nu)} \int_{-\infty}^{x} (1 + x^2/\nu)^{-\frac{1}{2}(\nu+1)} dx$$

n = # de la muestra

- $\nu = n - 1$
- $p = NC + \dfrac{1 - NC}{2}$

$NC \downarrow$ no como porcentaje

ν \ p	0,90	0,95	0,975	0,990	0,995	0,999	0,9995
1	3,078	6,314	12,706	31,821	63,657	318,302	636,619
2	1,886	2,920	4,303	6,965	9,925	22,327	31,598
3	1,638	2,353	3,182	4,541	5,841	10,215	12,941
4	1,533	2,132	2,776	3,747	4,604	7,173	8,610
5	1,476	2,015	2,571	3,365	4,032	5,894	6,859
6	1,440	1,943	2,447	3,143	3,707	5,208	5,959
7	1,415	1,895	2,365	2,998	3,499	4,785	5,405
8	1,397	1,860	2,306	2,896	3,355	4,501	5,041
9	1,383	1,833	2,262	2,821	3,250	4,297	4,781
10	1,372	1,812	2,228	2,764	3,169	4,144	4,587
11	1,363	1,796	2,201	2,718	3,106	4,025	4,437
12	1,356	1,782	2,179	2,681	3,055	3,930	4,318
13	1,350	1,771	2,160	2,650	3,012	3,852	4,221
14	1,345	1,761	2,145	2,624	2,977	3,787	4,140
15	1,341	1,753	2,131	2,602	2,947	3,733	4,073
16	1,337	1,746	2,120	2,583	2,921	3,686	4,015
17	1,333	1,740	2,110	2,567	2,898	3,646	3,965
18	1,330	1,734	2,101	2,552	2,878	3,611	3,922
19	1,328	1,729	2,093	2,539	2,861	3,579	3,883
20	1,325	1,725	2,086	2,528	2,845	3,552	3,850
24	1,318	1,711	2,064	2,492	2,797	3,467	3,745
30	1,310	1,697	2,042	2,457	2,750	3,385	3,646
40	1,303	1,684	2,021	2,423	2,704	3,307	3,551
50	1,299	1,676	2,009	2,403	2,678	3,261	3,496
60	1,296	1,671	2,000	2,390	2,660	3,232	3,460
80	1,292	1,664	1,990	2,374	2,639	3,195	3,416
100	1,290	1,660	1,984	2,364	2,626	3,174	3,391
200	1,286	1,653	1,972	2,345	2,601	3,131	3,340
∞	1,282	1,645	1,960	2,326	2,576	3,090	3,291

bución Normal Estándar

s valores tabulados corresponden a la función de distribución inversa de la variable $Z \sim$ Normal $(0,1)$, es

$$F(z) = P(Z \leq z) = p = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\text{inf}}^{z} e^{-\frac{t^2}{2}} dt$$

p	0,000	0,001	0,002	0,003	0,004	0,005	0,006	0,007	0,008	0,009
0,5	$-1{,}39E-16$	0,0025	0,0050	0,0075	0,0100	0,0125	0,0150	0,0175	0,0200	0,0225
0,51	0,0250	0,0275	0,0300	0,0325	0,0351	0,0376	0,0401	0,0426	0,0451	0,0476
0,52	0,0501	0,0526	0,0551	0,0576	0,0601	0,0627	0,0652	0,0677	0,0702	0,0727
0,53	0,0752	0,0777	0,0802	0,0828	0,0853	0,0878	0,0903	0,0928	0,0953	0,0979
0,54	0,1004	0,1029	0,1054	0,1079	0,1105	0,1130	0,1155	0,1180	0,1206	0,1231
0,55	0,1256	0,1281	0,1307	0,1332	0,1357	0,1383	0,1408	0,1433	0,1459	0,1484
0,56	0,1509	0,1535	0,1560	0,1585	0,1611	0,1636	0,1661	0,1687	0,1712	0,1738
0,57	0,1763	0,1789	0,1814	0,1840	0,1865	0,1891	0,1916	0,1942	0,1967	0,1993
0,58	0,2018	0,2044	0,2070	0,2095	0,2121	0,2147	0,2172	0,2198	0,2224	0,2249
0,59	0,2275	0,2301	0,2326	0,2352	0,2378	0,2404	0,2430	0,2455	0,2481	0,2507
0,6	0,2533	0,2559	0,2585	0,2611	0,2637	0,2663	0,2689	0,2715	0,2741	0,2767
0,61	0,2793	0,2819	0,2845	0,2871	0,2897	0,2923	0,2949	0,2976	0,3002	0,3028
0,62	0,3054	0,3081	0,3107	0,3133	0,3160	0,3186	0,3212	0,3239	0,3265	0,3292
0,63	0,3318	0,3345	0,3371	0,3398	0,3424	0,3451	0,3477	0,3504	0,3531	0,3557
0,64	0,3584	0,3611	0,3638	0,3664	0,3691	0,3718	0,3745	0,3772	0,3799	0,3826
0,65	0,3853	0,3880	0,3907	0,3934	0,3961	0,3988	0,4015	0,4042	0,4070	0,4097
0,66	0,4124	0,4151	0,4179	0,4206	0,4234	0,4261	0,4288	0,4316	0,4343	0,4371
0,67	0,4399	0,4426	0,4454	0,4482	0,4509	0,4537	0,4565	0,4593	0,4621	0,4649
0,68	0,4676	0,4704	0,4732	0,4761	0,4789	0,4817	0,4845	0,4873	0,4901	0,4930
0,69	0,4958	0,4986	0,5015	0,5043	0,5072	0,5100	0,5129	0,5157	0,5186	0,5215
0,7	0,5244	0,5272	0,5301	0,5330	0,5359	0,5388	0,5417	0,5446	0,5475	0,5504
0,71	0,5533	0,5563	0,5592	0,5621	0,5651	0,5680	0,5709	0,5739	0,5769	0,5798
0,72	0,5828	0,5858	0,5887	0,5917	0,5947	0,5977	0,6007	0,6037	0,6067	0,6097
0,73	0,6128	0,6158	0,6188	0,6219	0,6249	0,6280	0,6310	0,6341	0,6371	0,6402
0,74	0,6433	0,6464	0,6495	0,6526	0,6557	0,6588	0,6619	0,6650	0,6682	0,6713
0,75	0,6744	0,6776	0,6807	0,6839	0,6871	0,6903	0,6934	0,6966	0,6998	0,7030
0,76	0,7063	0,7095	0,7127	0,7159	0,7192	0,7224	0,7257	0,7290	0,7322	0,7355
0,77	0,7388	0,7421	0,7454	0,7487	0,7520	0,7554	0,7587	0,7621	0,7654	0,7688
0,78	0,7721	0,7755	0,7789	0,7823	0,7857	0,7891	0,7926	0,7960	0,7995	0,8029
0,79	0,8064	0,8098	0,8133	0,8168	0,8203	0,8238	0,8274	0,8309	0,8344	0,8380
0,8	0,8416	0,8451	0,8487	0,8523	0,8559	0,8596	0,8632	0,8668	0,8705	0,8742
0,81	0,8778	0,8815	0,8852	0,8890	0,8927	0,8964	0,9002	0,9039	0,9077	0,9115
0,82	0,9153	0,9191	0,9230	0,9268	0,9307	0,9345	0,9384	0,9423	0,9462	0,9502
0,83	0,9541	0,9581	0,9620	0,9660	0,9700	0,9741	0,9781	0,9822	0,9862	0,9903
0,84	0,9944	0,9985	1,0027	1,0068	1,0110	1,0152	1,0194	1,0236	1,0278	1,0321
0,85	1,0364	1,0407	1,0450	1,0493	1,0537	1,0581	1,0625	1,0669	1,0713	1,0758
0,86	1,0803	1,0848	1,0893	1,0938	1,0984	1,1030	1,1076	1,1123	1,1169	1,1216
0,87	1,1263	1,1311	1,1358	1,1406	1,1455	1,1503	1,1552	1,1601	1,1650	1,1700
0,88	1,1749	1,1800	1,1850	1,1901	1,1952	1,2003	1,2055	1,2107	1,2159	1,2212
0,89	1,2265	1,2318	1,2372	1,2426	1,2480	1,2535	1,2590	1,2646	1,2702	1,2758
0,9	1,2815	1,2872	1,2930	1,2988	1,3046	1,3105	1,3165	1,3225	1,3285	1,3346
0,91	1,3407	1,3469	1,3531	1,3594	1,3658	1,3722	1,3786	1,3851	1,3917	1,3983
0,92	1,4050	1,4118	1,4186	1,4255	1,4325	1,4395	1,4466	1,4538	1,4610	1,4683
0,93	1,4757	1,4832	1,4908	1,4985	1,5062	1,5141	1,5220	1,5300	1,5381	1,5464
0,94	1,5547	1,5632	1,5717	1,5804	1,5892	1,5981	1,6072	1,6164	1,6257	1,6352
0,95	1,6448	1,6546	1,6645	1,6746	1,6849	1,6953	1,7060	1,7168	1,7279	1,7391
0,96	1,7506	1,7624	1,7743	1,7866	1,7991	1,8119	1,8250	1,8384	1,8521	1,8662
0,97	1,8807	1,8956	1,9110	1,9268	1,9431	1,9599	1,9773	1,9953	2,0140	2,0335
0,98	2,0537	2,0748	2,0969	2,1200	2,1444	2,1700	2,1972	2,2262	2,2571	2,2903
0,99	2,3263	2,3656	2,4089	2,4572	2,5121	2,5758	2,6520	2,7477	2,8781	3,0902

Estimadores (fórmulas para ensayo de hipótesis)

- Estimador de μ_x: $n = \#$ o tam muestra

V.A. $\bar{X} \approx$ normal $\begin{cases} \mu_{\bar{x}} = \mu_x \\ \sigma^2_{\bar{x}} = \sigma^2_x / n \\ \sigma_{\bar{x}} = \dfrac{\sigma_x}{\sqrt{n}} \end{cases}$

$\bar{X} \neq \boxed{\bar{X}_{obs}} \to \mu_{\bar{x}} = \mu_x$ $= \dfrac{\sum_{i=1}^{n} (x_i)}{n}$

$\bar{X}$ ↓ Estimador

$\bar{X}_{obs}$ → Estimación puntual (a partir de una muestra).

- $\hat{p} \approx$ normal $\begin{cases} \mu_{\hat{p}} = p \\ \sigma^2_{\hat{p}} = \dfrac{p \cdot (1-p)}{n} \\ \sigma_{\hat{p}} = \sqrt{\dfrac{p \cdot (1-p)}{n}} \end{cases}$

$\hat{p}$ ↓ estimador de p.

$\hat{p} \neq \boxed{\hat{p}_{obs}} \to \mu_{\hat{p}} = p$

$\hat{p}$ ↓ Estimador

$\hat{p}_{obs}$ → Estimación puntual (a partir de una muestra)

$\hat{p}_{obs} = \dfrac{r}{n} = \dfrac{\# \text{ de éxitos}}{\# \text{ total de observaciones}}$

- Si σ_x es desconocido (usado en ejemplo de ensayo de hipótesis)

$$\frac{\bar{X} - \mu_0}{S_{n-1}/\sqrt{n}} \sim T_{n-1} \to \boxed{T_{obs}}$$

$\bar{X}$ → $\bar{x}_{obs}$; μ_0 → de H_0 (hip. nula); S_{n-1} → S_{obs}

→

p Valor:
- Si pvalor > α → no rechazamos Ho
- Si pvalor < α → rechazamos Ho

- con = y ≠ → pvalor = 2 . P(variable > | variable$_{obs}$|)
- con ≤ y > → pvalor = P(var > var$_{obs}$) → 1 − P(var menor)
- con ≥ y < → pvalor = P(var < var$_{obs}$)

$$\Rightarrow P\left(\bar{X} < \frac{\bar{x}_{obs} - \mu_x}{\sigma_{\bar{x}}}\right)$$

→ el de Ho

Errores:

- Tipo I → P(rechazar Ho / Ho es verdadero)
  ↘ α es el máximo
- Tipo II: → P(no rechazar Ho / Ho es falsa)

———o———

V.A. bidi - continuas:

- Para tener en cuenta: (si no tengo la función de densidad de prob. conjunta)

Si el enunciado me dice que ambas variables están distribuidas uniformemente (por ej, en una región dada) la función de densidad de prob. conjunta será <u>CONSTANTE</u> dentro de esa región

Por ej: si me dan la región (en este caso triangular)

$0 < x < 4$ y $0 < y < 8-2x$ la fdp conjunta se obtiene:

$$\int_{x=0}^{x=4} \int_{y=0}^{y=8-2x} k \, dy \, dx = 1$$

→ Esta integral dará el valor de k para la distribución uniforme en la región triangular dada

k ↓ constante

NOTA

Propiedades de la normal:

$X_1, X_2, \dots X_n$ donde $X \sim$ normal

I) $Z \sim N(\mu_Z = n \cdot \mu_X \; ; \; \sigma_Z^2 = n \cdot \sigma_X^2)$ → por suma de normales

$\downarrow$

$Z = \varphi(X_1 \dots X_n) = X_1 + X_2 + \dots + X_n$

II) $W = \varphi(X_1) = a \cdot X_1 + b$

$W \sim N(\mu_W = a \cdot \mu_X + b \; ; \; \sigma_W^2 = a^2 \cdot \sigma^2_X)$

↓ Por combinación lineal de normales.

III) $D = X - Y \qquad Y \sim N$

$D \sim$ normal $\left(\mu_D = \mu_X - \mu_Y \; ; \; \sigma_D = \sqrt{\sigma^2_X + \sigma^2_Y}\right)$

↓ Por diferencia de normales.

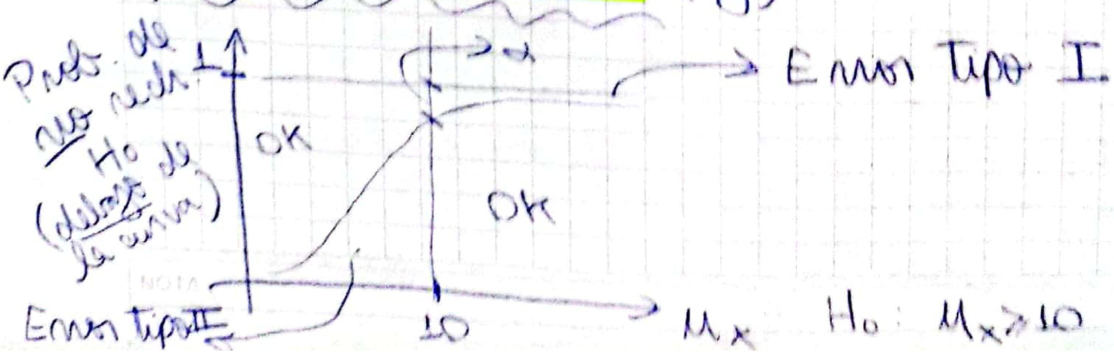
- TCL → a partir de 30 variables
  ↓ en el caso de la variable uniforme, a partir de 10 variables.

- Bivariante:

$$f(x/y) = \frac{f(x,y)}{f(y)}$$

$$f(y/x) = \frac{f(x,y)}{f(x)}$$

- Curva característica (ej):



$H_0: \mu_x \geq 10$