

벡터                  함수                  벡터

데이터 → 벡터의 형태로 들어가면 → 결과(벡터값)으로 산출

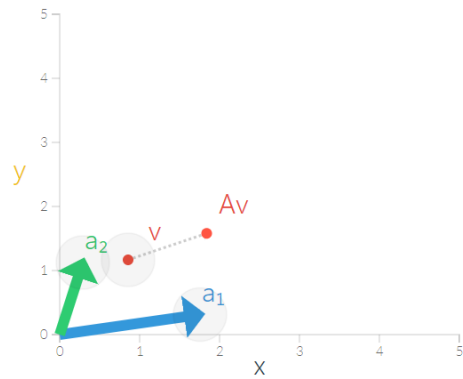
선형대수(Linear algebra)

- 행렬

$$\begin{pmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

- m 행 n 열, m by n 행렬, m X n 행렬
- 모든 데이터는 숫자로 되어 있고 이는 길게 벡터로 표현 가능
- 길게 생긴 벡터 : column vector(열/세로 벡터)
- 차원을 늘리고 점만 찍으면 됨

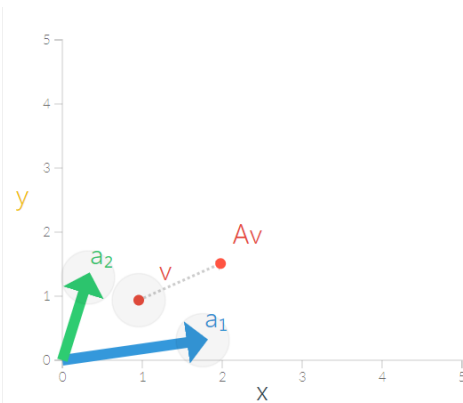
$$0.5 \begin{bmatrix} 6 \\ 8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix}$$



$$A = \begin{bmatrix} a_{1,x} & a_{2,x} \\ a_{1,y} & a_{2,y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.76 & 0.29 \\ 0.31 & 1.13 \end{bmatrix}$$

$$v = \begin{bmatrix} 0.86 \\ 1.17 \end{bmatrix}$$

$$Av = \begin{bmatrix} 1.84 \\ 1.58 \end{bmatrix}$$

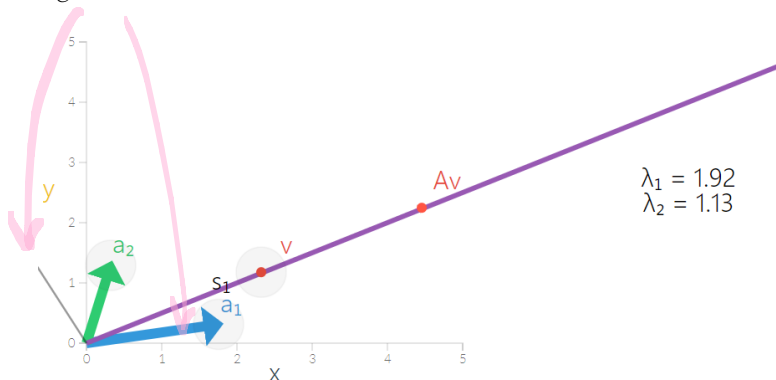


$$A = \begin{bmatrix} a_{1,x} & a_{2,x} \\ a_{1,y} & a_{2,y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.76 & 0.32 \\ 0.31 & 1.29 \end{bmatrix}$$

$$v = \begin{bmatrix} 0.96 \\ 0.94 \end{bmatrix}$$

$$Av = \begin{bmatrix} 1.98 \\ 1.51 \end{bmatrix}$$

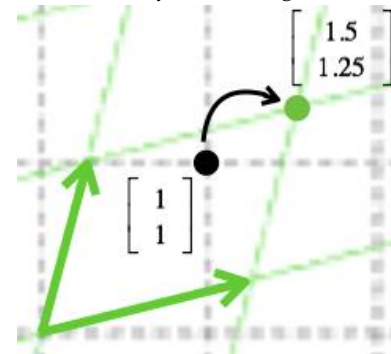
eigenvector 는 원점과 입력과 출력이 평행하는 순간이 생김



벡터라는 것은 matrix 의 한 형태, 숫자 열, (물리학적 개념에서) 방향이다

eigen vector(고유벡터)

- 주어진 행렬에 대해서 그 행렬의 eigenvector 는 무엇인가? 일치하는 그 방향에 속하는 것이 eigenvector 이며 이것의 집합을 eigenvector space 라고 일컬음
- 2 by 2 에서 eigen vector 는 2 개가 있음



- 한칸짜리 타일을 찢부러뜨려서 만든 grid
- eigenvector 는 2 방향이 있음
- a1 과 a2 column vector 2 개를 또 다른 2 개의 벡터로 바꾼 것 2 by 2 matrix 가 있고 이에 대해 2 개의 column vector 가 있는데 이를 다시 두 개의 eigenvector 로 바꾼 것
- 주어진 matrix 는 섞여 있지만 eigen analysis 를 하면 이걸 쪼개서 훨씬 unique 하고 고유한 것으로 만들어 줌  
cf. 통계 중 PCA 도 eigen vector 를 사용함

eigen value(고유값)

- eigenvector 의 원래 길이에서 확장되는 만큼의 ratio
- given matrix 에 대해 eigen vector 가 두 개가 있다면 eigen value 도 두개가 있다

null space

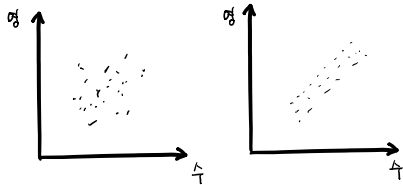
- 왜 필요한가

## 영어음성학

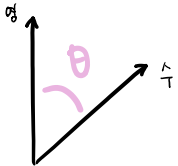
- ① 사람은 진화를 해오면서 null space 를 더 확보해왔음
- ② task 를 이루는데 전혀 지장은 없지만 이를 이루기 위해 돌아갈 수 있게끔 하기 위해 null space 가 필요했던 것
- ③ 인식되는 결과가 여러가지 다른 입력에도 하나만 나올 경우 이럴 때 입력(그림)이 많이 변해도 같은 카테고리에 속하는 경우 동일한 출력이 나오게 된다면 이 경우 null space 를 활용하고 있는 것

## 상관관계

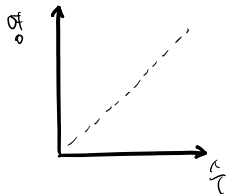
- 학생들의 영어, 수학 점수 80 개 씩



- 첫번째 그래프에서는 상관관계를 찾아보기 어려우나 두번째 그래프에서는 영어 점수와 수학 점수 함께 증가, (양의)상관관계를 보임
- 영어 벡터와 수학 벡터 각각 85 차원 존재, Q. 85 차원에서 한 차원은 무엇을 나타내는가? 한 사람

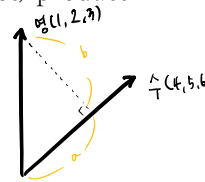


- 두 벡터값의 각도값에  $\cos$  붙이면  $r$  이 됨  
 $\cos \theta = r$
- 0 도이면  $r$  값 1, 90 도이면  $r$  값 0
- 만약 두 방향이 완전 상관관계에 있으면 일직선상에 존재하게 됨



- 음의 상관관계
- 얼마나 선상에 가까운지가  $r$  ( $-1 \leq r \leq 1$ )

## inner(dot) product

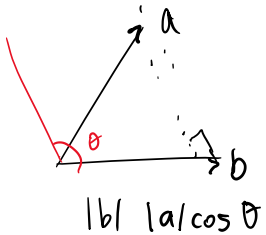


- $a$  라는 벡터의 길이와  $b$  라는 벡터의 길이를 곱하면 됨
- $a$  의 길이( $|a|$ )  $\times \cos \theta$   $\times b$  의 길이( $|b|$ )
- $a$  의 길이 =  $\sqrt{1^2 + 2^2 + 3^2}$
- $b$  의 길이 =  $\sqrt{4^2 + 5^2 + 6^2}$

## 스펙트로그램을 직접 만들기 위해 선형 대수 필요함

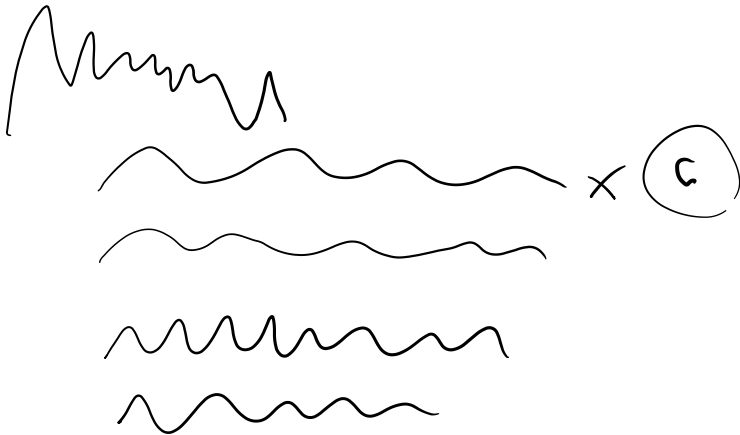
- 각각의 주파수 분석을 해야 함
- 소리 = 숫자 = 벡터
- 벡터에 사인 웨이브를 여러 개를 만들어서 inner product 를 해버리면 어떤 값( $a$  의 길이( $|a|$ )  $\times \cos \theta$   $\times b$  의 길이( $|b|$ ))이 나옴
- 상관관계가 높으면 inner product 값이 높게 나오고 상관관계가 적으면 값이 낮게 나옴

영어음성학  
2019-12-03



어떤 웨이브 속에 어떤 사인 성분이 많은가를 알아내는 것이 중요

아무리 복잡한 시그널일지라도 성분들의 합  
Fourier



어느정도 들어있는가를 파악해서 아는게 plotting 이고 spectrogram

이걸 하는데 inner product 의 기법을 사용함  
a 와 b 곱하면 c 를 알 수 있음 → c 만큼 성분이 들어있다

복잡한 시그널에 inner product 를 하면 됨

### 주의사항

두가지 phasor

(1) simple phasor

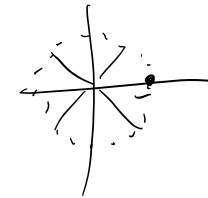
sin, cos

cf. 90 도를 이동했을 때 0 이 되는 이상한 경우 생길 수도 있음

target wave 에 대해서 여러가지 wave 들을 만들어서 probe 를 하는데 target 이 shift 하면서 probe 하는 값들이 phasor 에 따라서 민감하게 변함 따라서 phasor sensitivity 가 높아서 이 방법은 옳지 않음 → complex phasor 이용

(2) complex phasor

$$e^{j\theta}$$



결과값이 complex number 가 나올 수 있다는 점 유의  
inner product 할 때는 두개의 dimension 이 똑같아야함  
probing 할 때  
만약



에 대해서 probing 할건데 sample 이 30 개면  
이거에 대응해서 30 개를 만들어줘야함



inner product 의 결과로 complex number 가 생김 → 플랏팅이 불가능함 이걸 어떻게 처리? 절댓값을 씌움, 이걸 구해서 각 frequency 별 에너지를 알 수 있음

# Fourier tranform

amp에는 절대 허수 없음!

왜 횡단복의에 들어있음

sample rate nFFT  
단위에서 시작

sample rate를 loop  
loop

```

nFFT = nSamp
amp = []
for n in range(0, nFFT):
    omega = 2*np.pi*n/nFFT # angular velocity
    z = np.exp(omega*1j) ** (np.arange(0, nSamp))
    amp.append(np.abs(np.dot(s, z)))
    
```

amp리스트에 값 추가

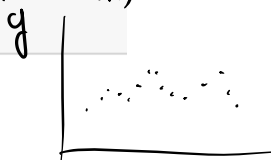
정확하지

등값하기

```

fig = plt.figure()
ax = fig.add_subplot(111)
freq = np.arange(1, nFFT+1)*sr/nFFT;
ax.plot(freq, amp)
ax.set_xlabel('frequency (Hz)')
ax.set_ylabel('amplitude')
    
```

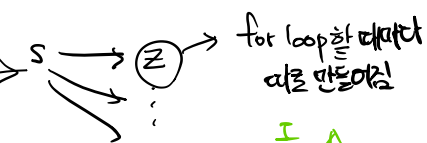
남에 해당하는 값 위에서 반등 (amp 각 프레임이 샘플에 대한 에너지값)



$$e^{wix} [0 \dots 100]$$

$$[2\pi \times 0 \dots [0 \dots 1]];$$

$$[0 \dots -4\pi];$$



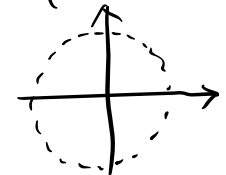
for loop할 때마다  
이름 만들어짐

-7+ 0i



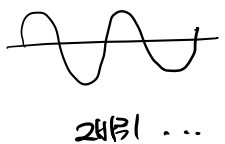
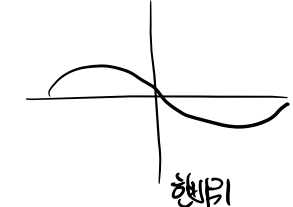
잘못값 취하면 complex 값 넣어도  
그에 값 취할수있음

original signal에  
inner product 시작될



변수(?)

n 샘플 만큼

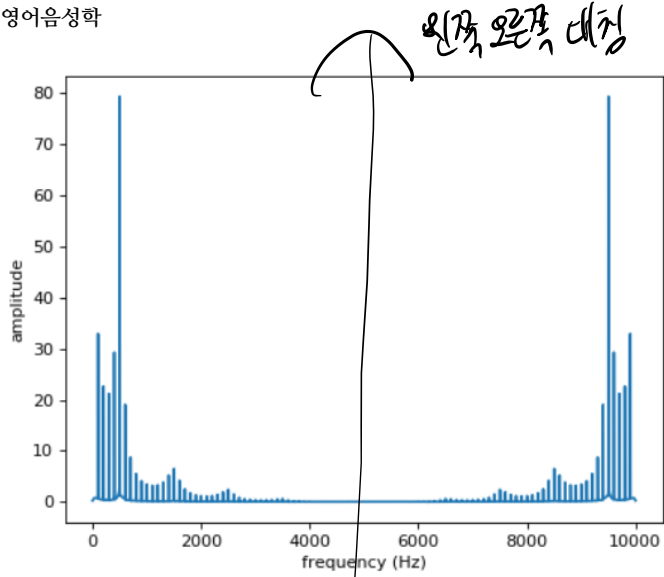


1에 해당하는 것 무엇?

[numpy에서 1부터 샘플 개수 (nFFT) 까지 벡터 하나 만들고 × sampling rate / 샘플 개수 ]

→ [ 100 ... 10000 ] 개수 100씩, 총 100개의 벡터

$$\frac{100}{1000}$$



bar의 개수 = sample 개수

해당 frequency에 에너지 얼마나 있느냐

sampling rate 절반만 필요

시간축 x  
주파수축

스펙트로그램

