

# 第三章 CDMA原理和应用

## 3.4 多用户检测

# 必读文章

---

**1.A.Duel-Hallen,et al, Multiuser Detection for CDMA Systems, IEEE Personal Communications, April 1995, pp.46-58 (mud.pdf)**

**2. Shimon Moshavi Multi-User Detection for DS-CDMA Communications, IEEE Communications Magazine October 1996**

**pp.124-136 (Moshavi\_MUD.pdf)**

**3.Lee, W.C.Y. The most spectrum-efficient duplexing system: CDD, IEEE Communications Magazine , Volume: 40 Issue: 3 , March 2002 Page(s): 163 -166 )**

# 作业

---

**3.6 MUD的基本原理是什么？最大程度能增加多少系统容量？**

**3.7 并行干扰抵消和串行干扰抵消有什么差别？**

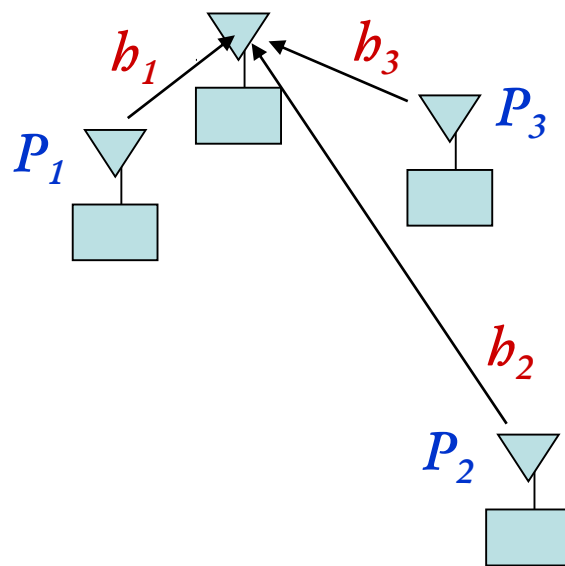
# 本节内容

---

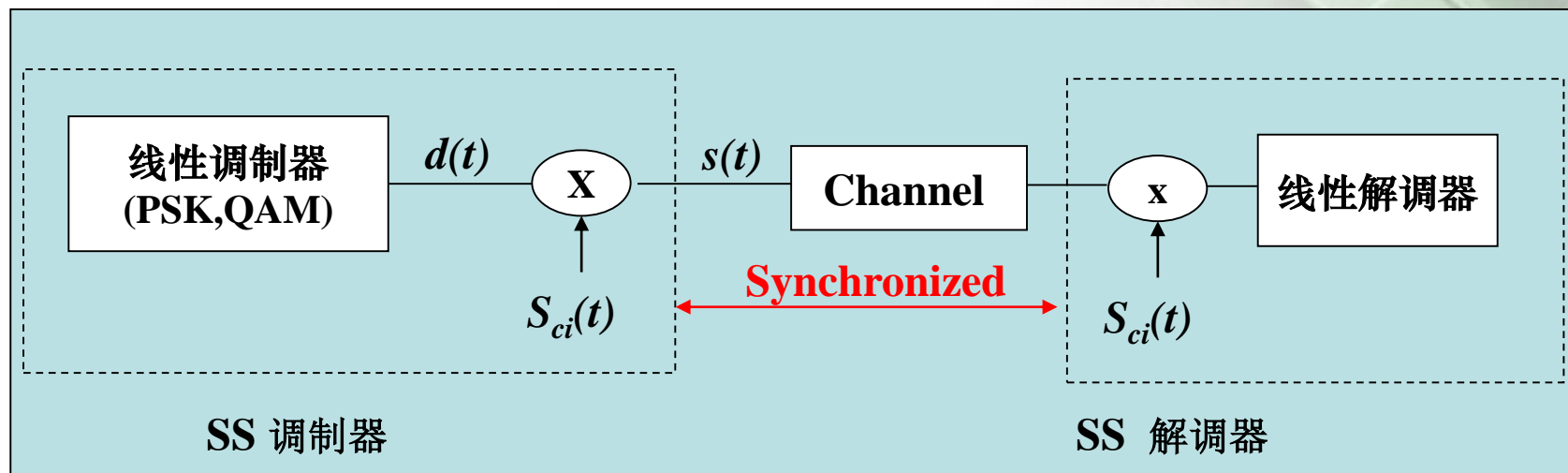
- **DS/CDMA系统概述**
- **多用户检测 (MUD)的概念**
- **MUD 算法**
- **MUD 的局限性**
- **MUD 的结论**

# DS CDMA 系统

- 习惯上DS CDMA系统把每个用户都当作一个单独的信号来处理，采用匹配滤波的方法接收有用信号，而其他用户的信号被看作是噪声或MAI——多址接入干扰。



# DS CDMA 系统



- 所有用户接收到的信号（不计多径）：

$$r(t) = \sum_{j=1}^M s_j(t - \tau_j) = \sum_{j=1}^M d_j(t - \tau_j) s_{cj}(t - \tau_j)$$

# DS CDMA 系统

- 解扩以后的接收信号：

$$r(t)s_{ci}(t) = d_i(t)s_{ci}^2(t) + \sum_{j=1, j \neq i}^M d_j(t - \tau_j)s_{cj}(t - \tau_j)s_{ci}(t)$$

- 在解调器中，将接收信号在一个码元周期内积分（**匹配滤波**），因而第二部分变成：

$$\sum_{j=1, j \neq i}^M d_j(t - \tau_j)\rho_{ij}(\tau_j)$$

$$\rho_{ij}(\tau) = \frac{1}{T_s} \int_0^{T_s} s_{ci}(t)s_{cj}(t - \tau)dt$$

互相关函数



# 多用户检测

- 多用户检测 (MUD) 认为**所有用户的信号都是有  
用信号** (而不是干扰信号) → **联合检测**。
  - 减少干扰就意味着增加系统容量。
  - 减轻远近问题的影响。

- 多址接入信道**可以支持的用户总数**:

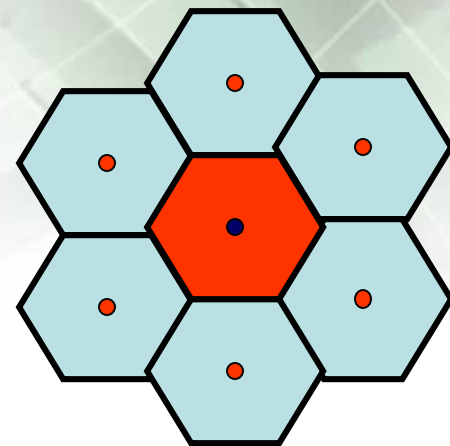
$$M = 1 + \frac{3}{2} \frac{G}{(1+K)\alpha} \left( \left[ \frac{E_b}{\eta_0} \right]_{reqd}^{-1} - \frac{\eta_0}{E_b} \right) \approx \frac{3}{2} \frac{G}{(1+K)\alpha} \frac{1}{\left[ \frac{E_b}{\eta_0} \right]_{reqd}}$$

# 多用户检测

- MUD可以用在基站、移动台或者二者同时使用。
- 在一个蜂窝系统中，基站（BS）有**所有**码片序列的信息。所以MUD目前被**预想在上行链路**中使用（移动台到基站）。

# MUD 的最大增益

如果忽略背景噪声，一个没有多用户检测的系统中的**全部干扰**为  $I = I_{MAI} + f \times I_{MAI}$ ，这里  $I_{MAI}$  是同小区用户的多址干扰， $f$  是其他小区的多址干扰与同小区的多址干扰的比率（也被称为**溢出率**）。



对于一个同小区多址干扰都被抑制的理想系统中，全部干扰就剩下  $I = f \times I_{MAI}$ 。由于用户数量大致和干扰成比例，**最大容量增益因子**是  $(1 + f)/f$ 。蜂窝系统中  $f$  的典型值是 0.55；换算成最大容量增益因子为 **2.8**。

# MUD 的概念

## • 简化系统模型 (BPSK)

– 第 $k$ 个用户的基带信号为:

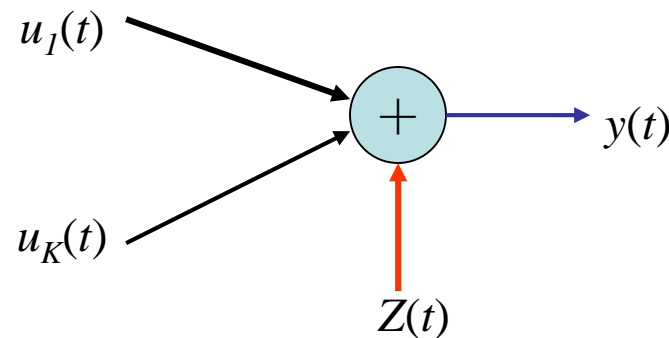
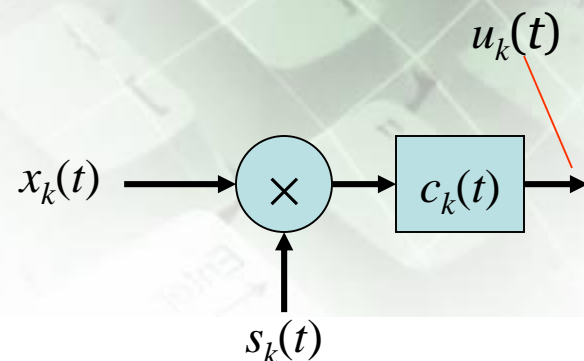
$$u_k(t) = \sum_{i=0}^{\infty} x_k(i) \cdot c_k(i) \cdot s_k(t - iT - \tau_k)$$

- $x_k(i)$ 是第 $k$ 个用户的第 $i$ 个输入符号
- $c_k(i)$ 是实的、正的信道增益
- $s_k(t)$ 是包含PN序列的信号波形
- $\tau_k$ 是传输时延；在同步CDMA系统中所有用户的  $\tau_k=0$

– 基带的接收信号为:

$$y(t) = \sum_{k=1}^K u_k(t) + z(t)$$

- $K$ 是用户数
- $z(t)$ 是复的白噪声



# MUD 的概念

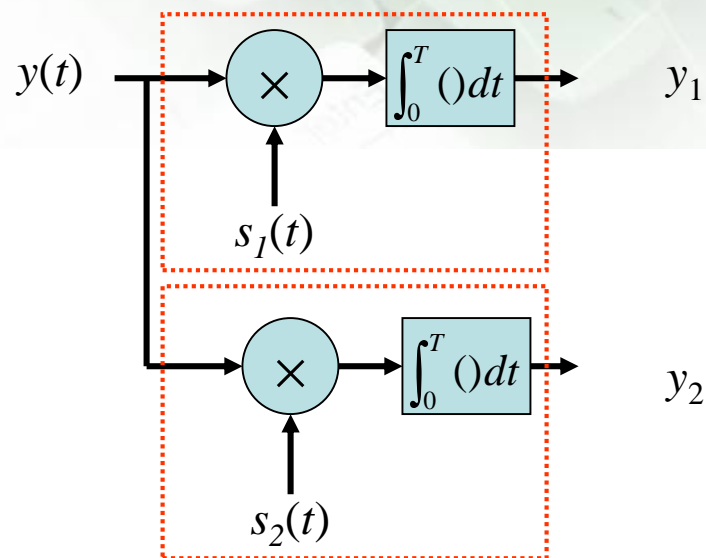
$$u_k(t) = \sum_{i=0}^{\infty} x_k(i) \cdot c_k(i) \cdot s_k(t - iT - \tau_k)$$

- 第 $k$ 个用户经过匹配滤波器的采样输出：

$$y(t) = \sum_{k=1}^K u_k(t) + z(t)$$

$$y_k = \int_0^T y(t) s_k(t) dt$$

$$= \underbrace{c_k x_k}_{\text{想要的信息}} + \underbrace{\sum_{j \neq k}^K x_j c_j \int_0^T s_k(t) s_j(t) dt}_{\text{MAI}} + \underbrace{\int_0^T s_k(t) z(t) dt}_{\text{噪声}}$$



- 假设只有两个用户的情况 ( $K=2$ ) 及互相关系数为：

$$r = \int_0^T s_1(t) s_2(t) dt$$

# MUD 的概念

- 匹配滤波器的输出是：

$$y_k = c_k x_k + \sum_{j \neq k}^K x_j c_j \int_0^T s_k(t) s_j(t) dt + \int_0^T s_k(t) z(t) dt$$

$$y_1 = c_1 x_1 + r c_2 x_2 + z_1 \quad y_2 = c_2 x_2 + r c_1 x_1 + z_2$$

- 用户k的检测符号为： $\hat{x}_k = \text{sgn}(y_k)$
- 如果**用户1的功率远大于用户2**（远近效应），用户2的信号中的MAI部分 $r c_1 x_1$  就会很大

- 串行干扰消除法**

- 先对较强的用户1作判决： $\hat{x}_1 = \text{sgn}(y_1)$
- 从较弱信号中减去MAI的估计值：

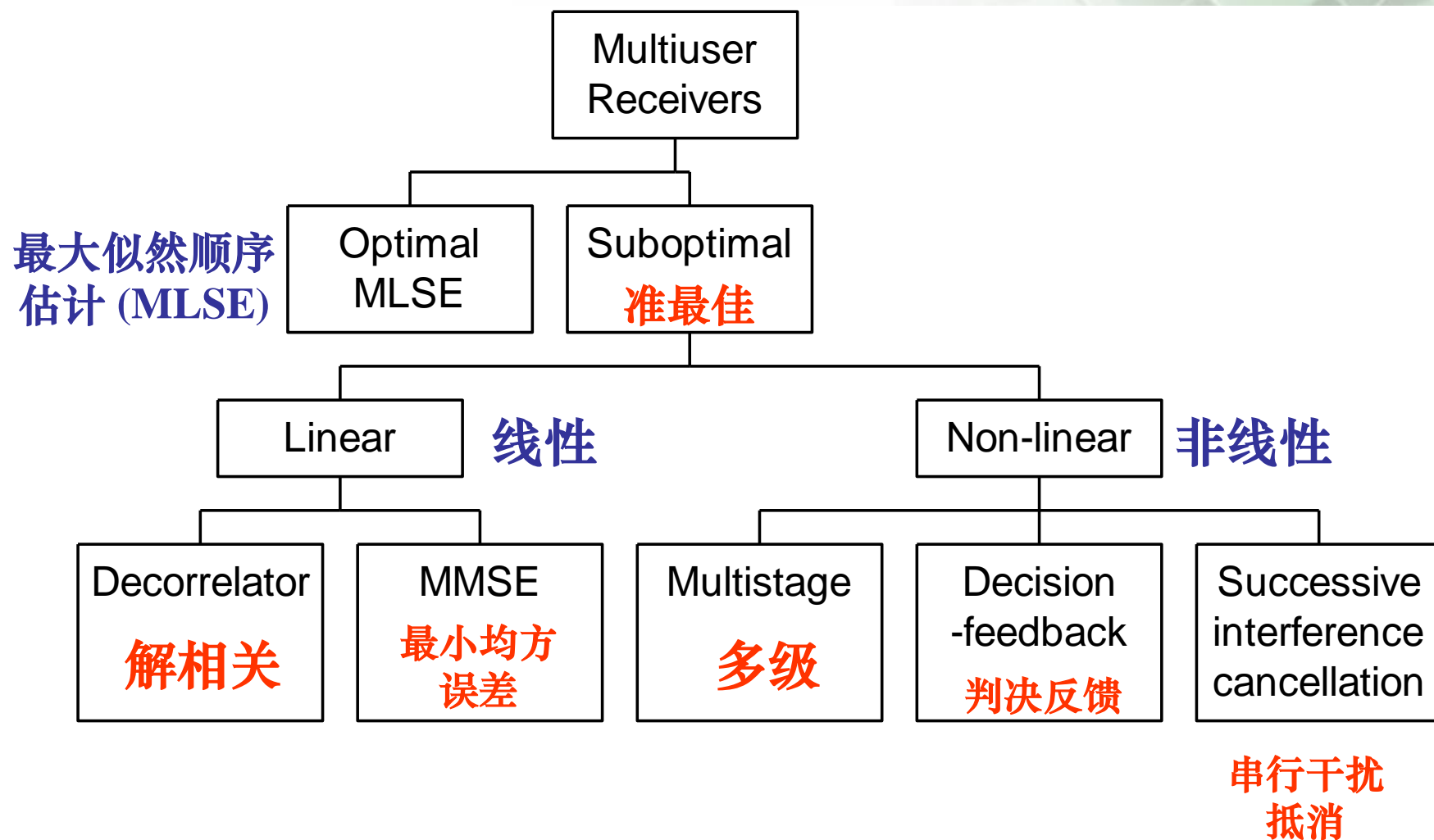
$$\begin{aligned} \hat{x}_2 &= \text{sgn}(y_2 - r c_1 \hat{x}_1) \\ &= \text{sgn}(c_2 x_2 + r c_1 (x_1 - \hat{x}_1) + z_2) \end{aligned}$$

- 如果估计是准确的，所有的MAI都可以从用户2的信号中减去。
- MAI被消除，远近效应被削弱

# MUD的概念

- **MUD的优势：**
  1. 可以有效地减弱和消除多径干扰、多址干扰和远近效应；
  2. 简化功率控制；
  3. 减少正交扩频码互相关性不理想所带来的消极影响；
  4. 改善系统性能、提高系统容量、增加小区覆盖范围。

# MUD 算法分类





# 最佳接收机

关心第 $k$ 个用户的一个序列（长为 $N$ ）：

$$\mathbf{x}_k = [x_k(0) \quad x_k(1) \quad \cdots \quad x_k(N-1)]^T$$

**最佳接收机**定义为：给定  $0 \leq t \leq NT$  内的接收信号  $y(t)$ （**同步系统**），选择出最有可能的比特序列

$$\{x_k(n), 0 \leq n \leq N-1, 1 \leq k \leq K\}$$

考虑任一个符号区间（如：第一个区间内， $0 \leq t \leq T$ ）符号的接收过程

$$u_k(t) = x_k(0) \cdot c_k(0) \cdot s_k(t) \quad 0 \leq t \leq T$$

$$y(t) = \sum_{k=1}^K u_k(t) + z(t)$$

# 最佳接收机

$$y_1 = c_1 x_1 + r c_2 x_2 + z_1$$

$$y_2 = c_2 x_2 + r c_1 x_1 + z_2$$

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & r \\ r & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_1 & 0 \\ 0 & c_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix}$$

- 信号的矩阵表达式  $\underline{y} = \mathbf{R}\mathbf{C}\underline{x} + \underline{z}$

- ◆ 这里  $\underline{y}=[y_1, y_2, \dots, y_K]^T$ ,  $\mathbf{R}$  和  $\mathbf{C}$  是  $K \times K$  矩阵。

- $\mathbf{R}$  的各组成部分由  $s_k(t)$  的互相关系数得到。

$$R_{k,j} = \int_0^T s_k(t) s_j(t) dt$$

- $\mathbf{C}$  是对角矩阵，其对角线元素  $C_{k,k}$  由第  $k$  个用户的信道增益  $c_k$  确定。

- $\underline{z}$  是**有色**高斯噪声向量。

# 最佳接收机

最佳的极大似然函数接收机计算下面的**对数似然函数**：

$$\ln \left\{ p[y(t) \mid \sum_{k=1}^K u_k(t)] \right\} \xrightarrow{\text{AWGN}} \Lambda(\mathbf{x}) = -\int_0^T \left[ y(t) - \sum_{k=1}^K u_k(t) \right]^2 dt$$

并选择信息序列  $\{x_k(0), 1 \leq k \leq K\}$  是**使 $\Lambda(\mathbf{x})$ 最大**。

$$\Lambda(\mathbf{x}) = - \left\{ \int_0^T y^2(t) dt - 2 \sum_{k=1}^K x_k(0) c_k(0) \int_0^T y(t) s_k(t) dt + \sum_{j=1}^K \sum_{k=1}^K x_j(0) x_k(0) c_j(0) c_k(0) \int_0^T s_k(t) s_j(t) dt \right\}$$

$$\text{令 } y_k = \int_0^T y(t) s_k(t) dt, \quad R_{jk}(0) = \int_0^T s_k(t) s_j(t) dt$$

# 最佳接收机

$$\Lambda(\mathbf{x}) = - \left\{ \begin{aligned} &\int_0^T y^2(t) dt - 2 \sum_{k=1}^K x_k(0) c_k(0) y_k \\ &+ \sum_{j=1}^K \sum_{k=1}^K x_j(0) x_k(0) c_j(0) c_k(0) R_{jk}(0) \end{aligned} \right\}$$

对所有可能的序列都是一样的

$$\text{Max}[\Lambda(\mathbf{x})] \iff \text{Max} \left[ 2 \sum_{k=1}^K x_k(0) c_k(0) y_k - \sum_{j=1}^K \sum_{k=1}^K x_j(0) x_k(0) c_j(0) c_k(0) R_{jk}(0) \right]$$

$$C_R(\mathbf{y}_K, \mathbf{x}_K)$$

# 最佳接收机

$$C_R(\mathbf{y}_K, \mathbf{x}_K) = 2 \sum_{k=1}^K x_k(0) c_k(0) y_k - \sum_{j=1}^K \sum_{k=1}^K x_j(0) x_k(0) c_j(0) c_k(0) R_{jk}(0)$$

$$\mathbf{y}_K = [y_1 \quad y_2 \quad \cdots \quad y_K]^T$$
$$\mathbf{x}_K = [x_1(0) \quad x_2(0) \quad \cdots \quad x_K(0)]^T$$

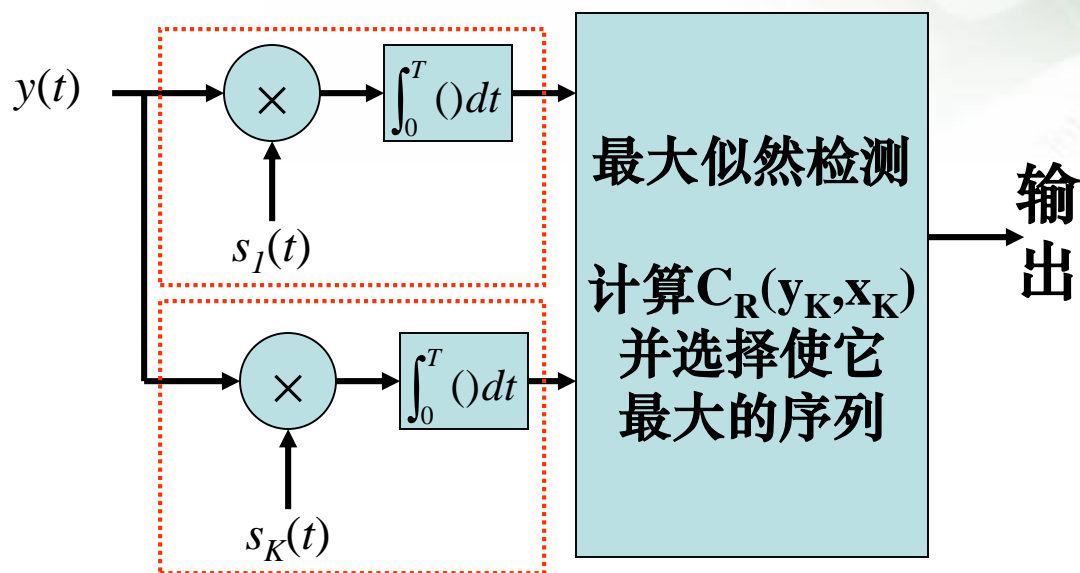
$\mathbf{C}$  是  $K \times K$  的信道矩阵

$$C_R(\mathbf{y}_K, \mathbf{x}_K) = 2\mathbf{y}^T \mathbf{C} \mathbf{x}_K - \mathbf{x}_K^T \mathbf{C} \mathbf{R} \mathbf{C} \mathbf{x}_K$$

$$\hat{\mathbf{x}}_K = \arg \left\{ \max_{x_k \in \{-1, +1\}^K} \left[ 2\mathbf{y}^T \mathbf{C} \mathbf{x}_K - \mathbf{x}_K^T \mathbf{C} \mathbf{R} \mathbf{C} \mathbf{x}_K \right] \right\}$$

对于同步CDMA系统，需要在  $2^K$  个可能的比特组合中寻找使上式最大的序列。

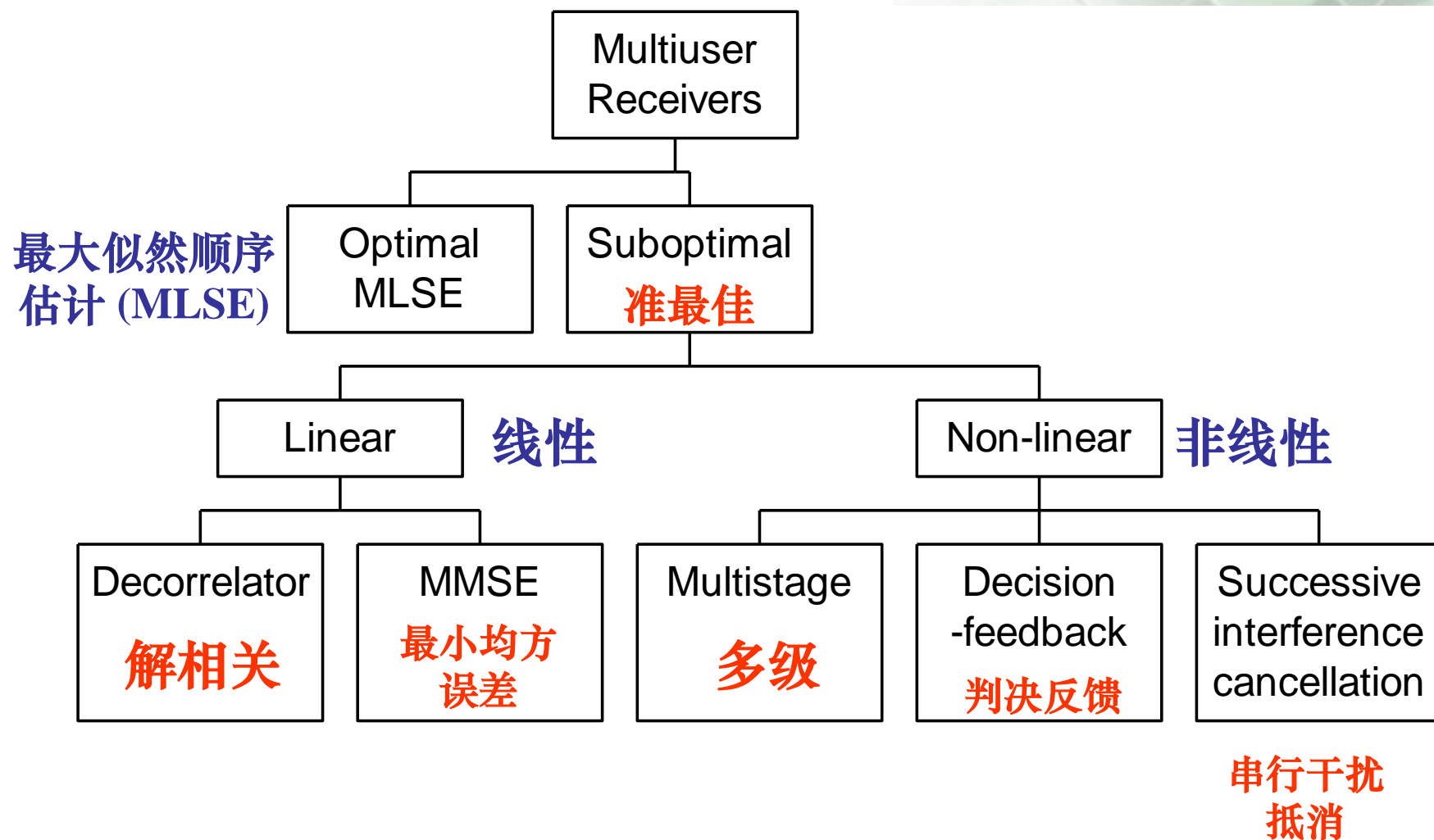
# 最佳接收机



同步CDMA的最佳多用户接收机结构

**Ref: Proakis, Digital Communications,  
Fourth Edition, 2001**

# MUD 算法分类



# 解相关算法

$$y_1 = c_1 x_1 + r c_2 x_2 + z_1$$

$$y_2 = c_2 x_2 + r c_1 x_1 + z_2$$

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & r \\ r & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_1 & 0 \\ 0 & c_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix}$$

- 信号的矩阵表达式  $\underline{y} = \mathbf{R}\mathbf{C}\underline{x} + \underline{z}$

◆ 这里  $\underline{y}=[y_1, y_2, \dots, y_K]^T$ ,  $\mathbf{R}$  和  $\mathbf{C}$  是  $K \times K$  矩阵。

–  $\mathbf{R}$  的各组成部分由  $s_k(t)$  的互相关系数得到。

$$R_{k,j} = \int_0^T s_k(t) s_j(t) dt$$

–  $\mathbf{C}$  是对角矩阵，其对角线元素  $C_{k,k}$  由第  $k$  个用户的信道增益  $c_k$  确定。

–  $\underline{z}$  是**有色**高斯噪声向量。

- **解相关算法**：两边乘以  $\mathbf{R}$  的逆阵就能解出  $\underline{x}$

$$\tilde{\underline{y}} = \mathbf{R}^{-1} \underline{y} = \mathbf{C} \underline{x} + \mathbf{R}^{-1} \underline{z} \quad \Rightarrow \quad \tilde{y}_k = c_k x_k + \tilde{z} \quad \Rightarrow \quad \hat{x}_k = \text{sgn}(\tilde{y}_k)$$

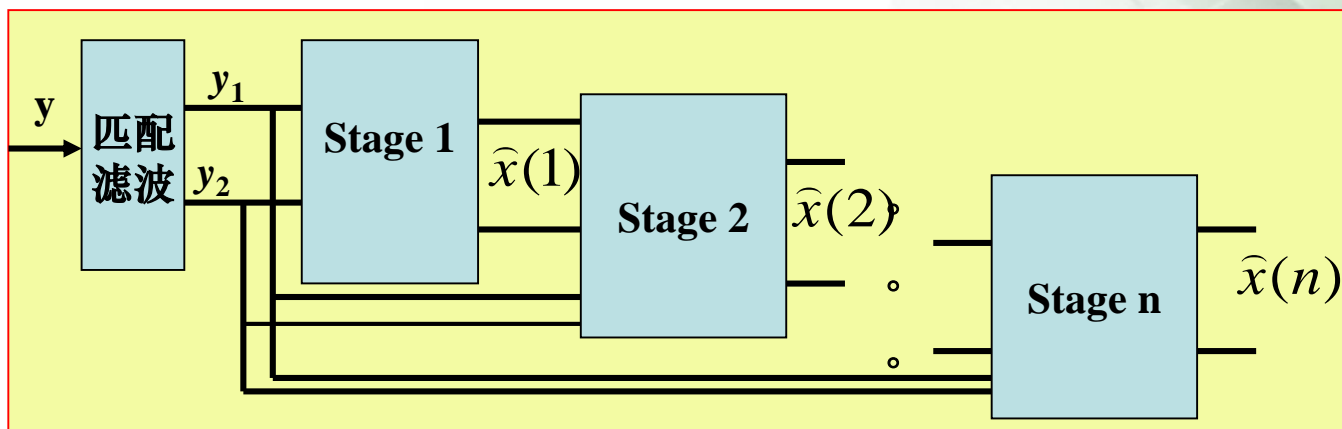
- 优点：不需要知道用户的功率大小。

- 缺点：噪声增大  $N_o(\mathbf{R}^{-1})_{k,k}$  (两用户：  $N_o/(1-r^2)$ )



# 多级检测算法

- 由第一级（匹配滤波）得到的判决是： $\hat{x}_k(1) = \text{sgn}[y_k], k = 1, 2$



第n级将利用第n-1级的判决结果来消除多址干扰

如果只有两级，则第二级的判决为：

$$\hat{x}_k(n) = \arg \left\{ \max_{\substack{x_k \in \{-1, +1\} \\ x_l = \hat{x}_l(n-1), l \neq k}} \left[ 2\mathbf{y}^T \mathbf{C} \mathbf{x}_K - \mathbf{x}_K^T \mathbf{C} \mathbf{R} \mathbf{C} \mathbf{x}_K \right] \right\}$$

$$\hat{x}_1(2) = \text{sgn}[y_1 - rc_2 \hat{x}_2(1)]$$

$$\hat{x}_2(2) = \text{sgn}[y_2 - rc_1 \hat{x}_1(1)]$$

其判决的性能取决于两路信号的相对信号强度

- 如何选择第一级算法
- 如何选择其后各级的处理算法

# 判决反馈检测 (DFD) 算法

- 此算法包括两个矩阵变换：前向滤波器和反馈滤波器。
- $R = F^T F$ ，白化滤波器  $\{(F^T)^{-1}\}$  产生一个下三角的MAI矩阵。
- 此算法性能类似于解相关算法。

$$y_1 = c_1 x_1 + r c_2 x_2 + z_1$$

$$y_2 = c_2 x_2 + r c_1 x_1 + z_2$$

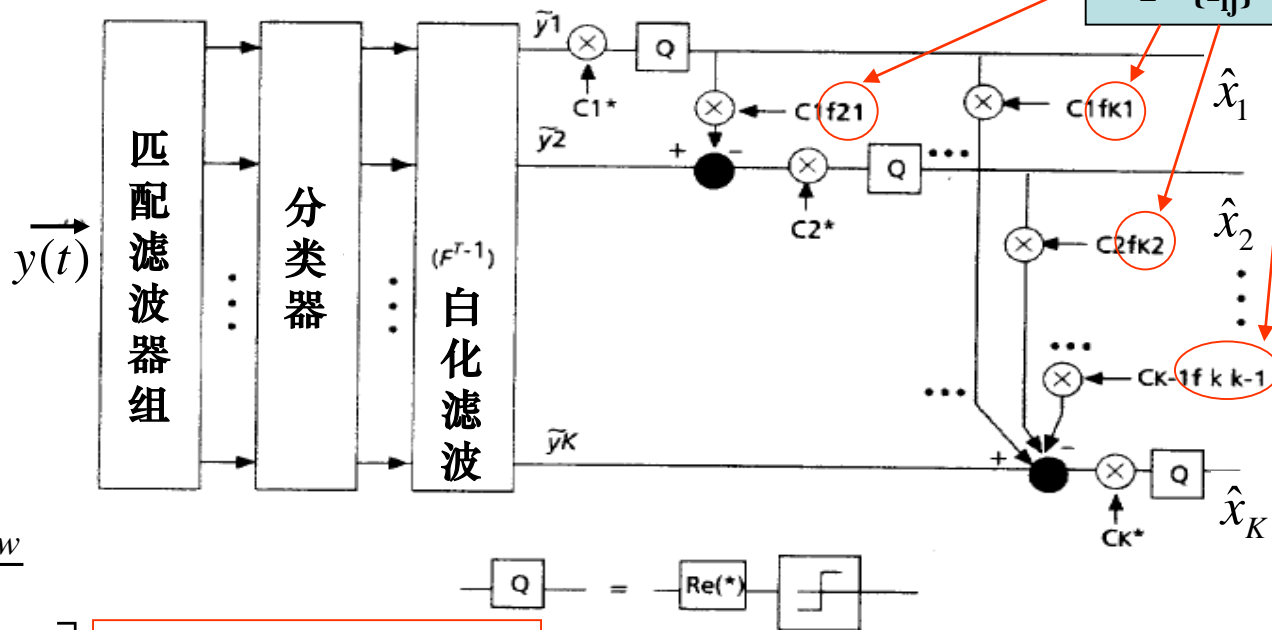
$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & r \\ r & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_1 & 0 \\ 0 & c_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix}$$

$$\underline{y} = \mathbf{RC}\underline{x} + \underline{z}$$

$$(\mathbf{F}^T)^{-1} \underline{y} = \tilde{\underline{y}} = \mathbf{FC}\underline{x} + \underline{z}_w$$

$$\hat{x}_k = \text{sgn} \left[ C_k^* \left( \tilde{y}_k - \sum_{i=1}^{k-1} f_{ki} C_i \hat{x}_i \right) \right]$$

$$k = 2, \dots, K$$



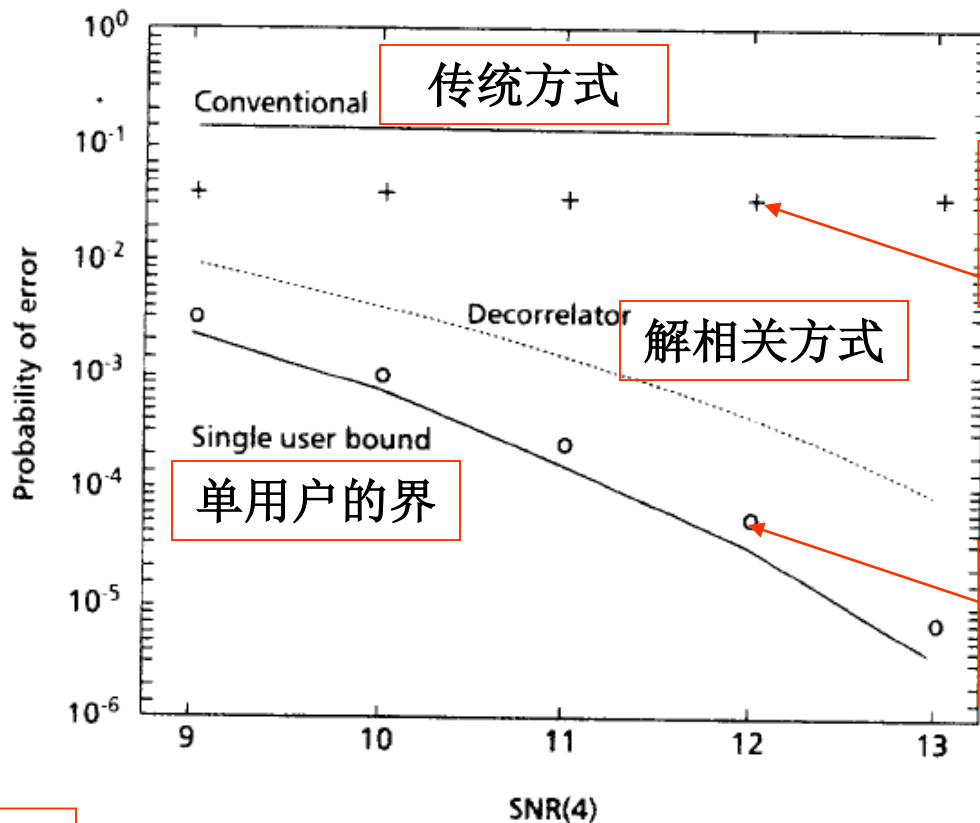
信号最强的用户没有多址干扰或多址干扰很小，可以先解调。

back detector for Synchronous CDMA.

# DFD的性能

4用户的  
系统

错误概率



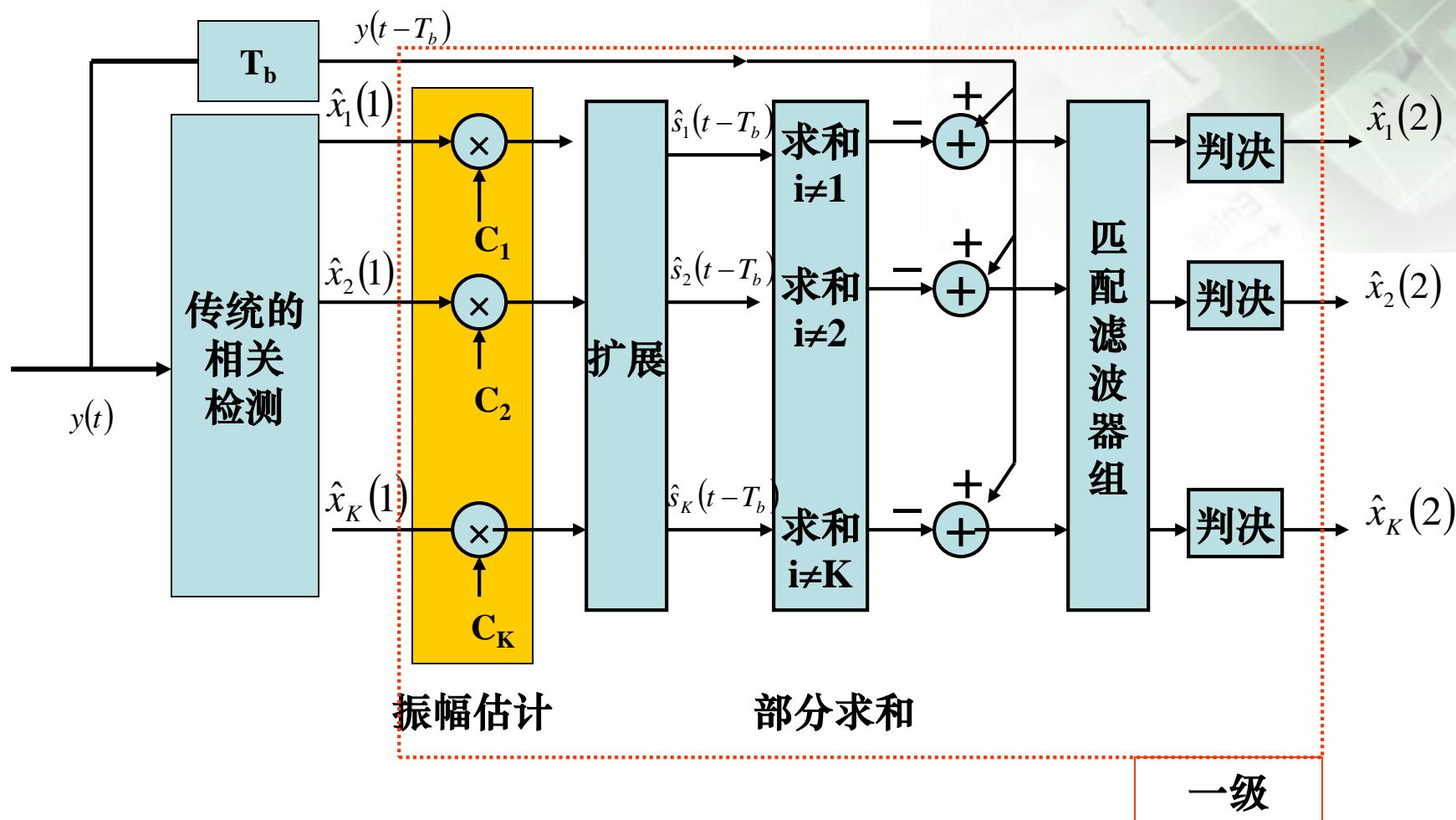
各用户的功率分配:

$SNR(3) = SNR(4) + 3 \text{ dB}$ ,  $SNR(2) = SNR(4) + 4 \text{ dB}$ ,  $SNR(1) = SNR(4) + 5 \text{ dB}$ .

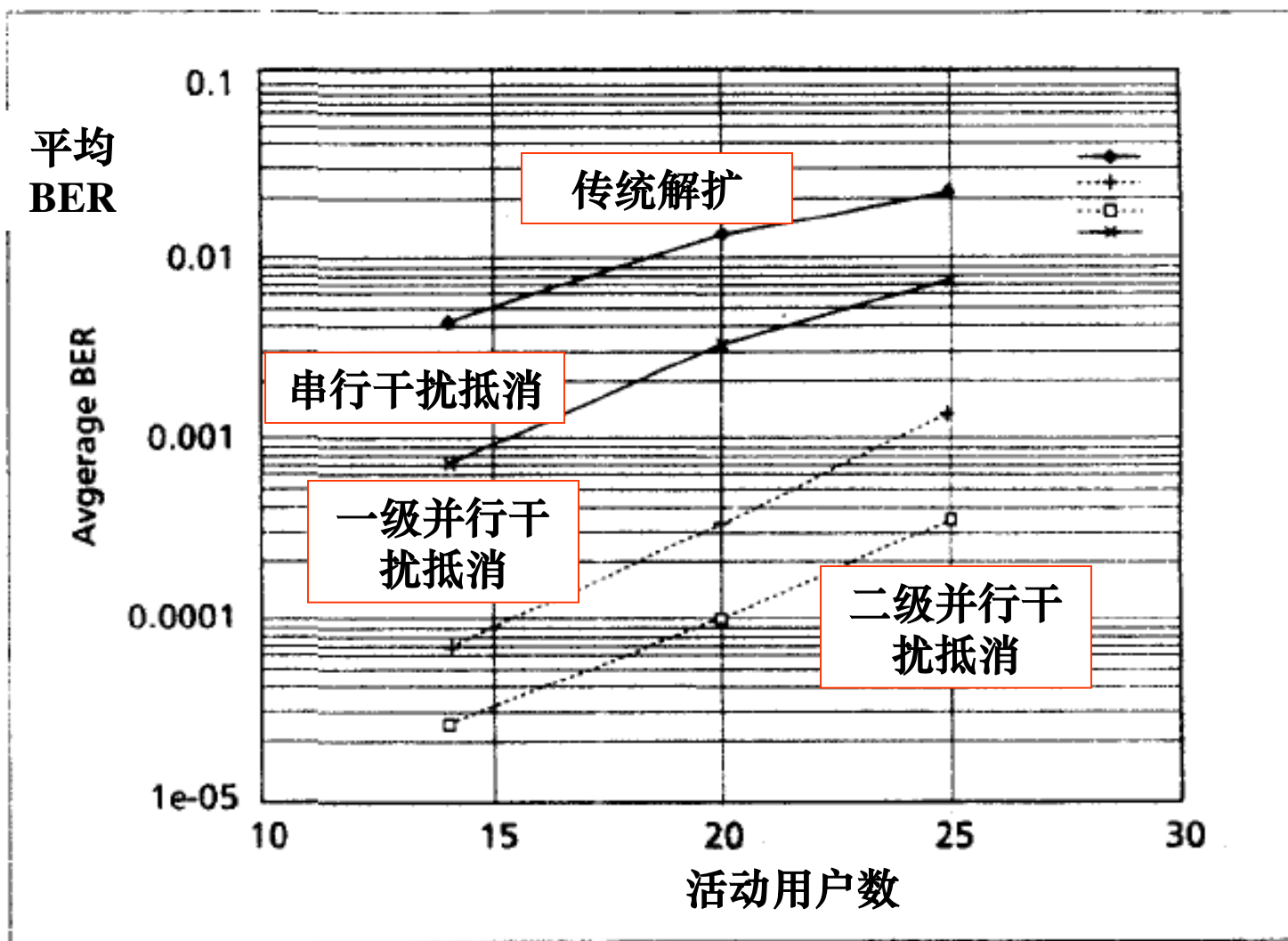
..... df: decision-feedback detector  
+ + 2-stage df, 1st stage - conventional  
o o 2-stage df, 1st stage - decorrelator

Figure 5. Error rates for user 4 in the four-user system of [31].

# 并行干扰消除算法



# MUD 的性能(理想功率控制)



■ Figure 6. BER vs. no. of active users under ideal power control (asynchronous).

# MUD 的性能（瑞利衰落）

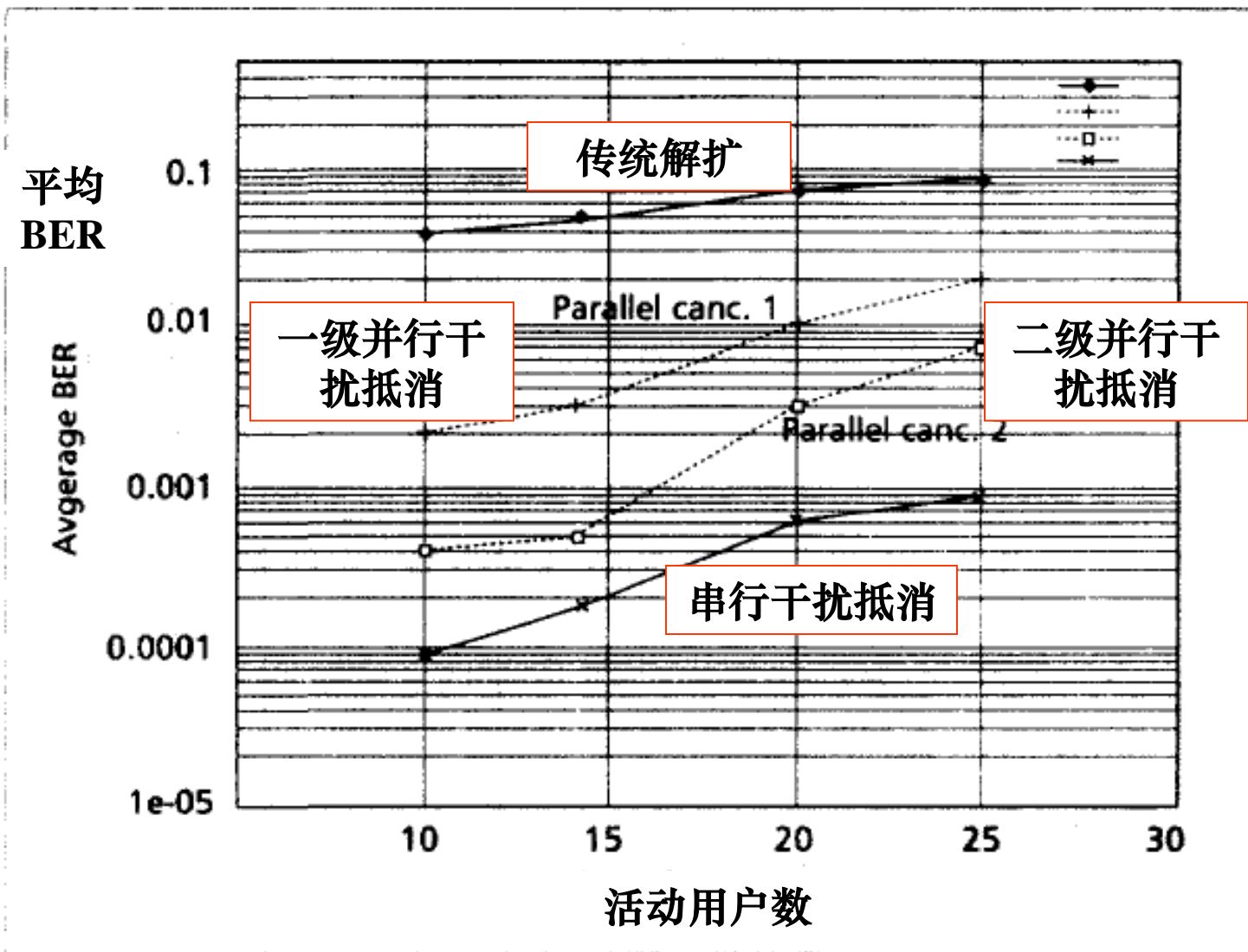


Figure 7. BER vs. no. of active users under Rayleigh fading (asynchronous).

# MUD的局限性

- 实际应用中的问题
  - 处理的复杂性
  - 处理时延
  - 灵敏度和鲁棒性
- MUD的局限
  - 蜂窝系统容量的扩展性不大，但是却很重要（2.8x 上行带宽upper bound）。
  - 仅仅是上行链路的容量增加不一定能带来同等的系统总体容量的增加。
  - 使用MUD的开销必须尽可能的小，因此就有一个在使用/开销和好的性能之间的权衡问题。



# 减轻MAI的影响

编码波形设计——这一方法的目的是使得设计出来的扩频码具有**好的互相关**特性。理想的情况下，如果码字都是正交的，则有 $\rho_{i,j} = 0$ ，这时系统不受MAI的影响。

但是，由于实际中大部分信道都有某种程度的不同步性，因此想要设计出通过所有可能的延迟都能保持正交性的码字是不可能的。所以我们寻找**近似（准）正交的**码字来代替，也就是说，这种码字有尽可能小的互相关系数。



# 减轻MAI的影响

功率控制——使用功率控制能保证所有用户的信号都以**近似相等的功率**（幅度）到达接收端，因此每个用户和其余用户相比都是平等的。

**例如：**在IS-95标准中，**移动台**用两种方法调整他们的功率。**一种方法**是移动台根据他们从基站接收到的信号的功率大小成反比例地调整他们的传输功率（**开环功率控制**）。**另一种方法**是基站根据从移动台接收到的信号功率大小，发送功率控制**指令**到移动台（**闭环功率控制**）。

# 减轻MAI的影响

**FEC 编码——设计更加有效的前向纠错编码  
(FEC) 可以使在更低的信号干扰比的情况下达到可以接受的误码率。**

# 减轻MAI的影响

扇形/自适应天线——使用定向天线，这种天线能够将很窄的接收角度范围对准接收方向。因此，有用信号和一些MAI被放大（通过天线增益），同时来自旁瓣方向的干扰信号被削弱。

天线的方向可以固定或者**动态**的调整。后一种情况中，利用自适应信号处理调整天线的主瓣方向和需要接收的用户方向一致。

