西安电子科技大学

研 究 生 课 程 考 试 试 题

考试科目 工程优化方法

考试日期：2014 年____月____日　　考试时间：150 分钟

考试方式：（闭 卷）　　任课教师：__________

学生姓名：__________　　学　　号：__________

要求：1) 答案务必按照顺序写在答题纸上,否则按零分记.

2) 学术型研究生做第一到第八题；专业学位型研究生做第一至第六题和第九、十题.

一、（**10** 分）简述 **0.618** 法和下降迭代算法的基本思想和算法步骤.

二、**(10** 分**)** 设方向 $\boldsymbol{d} \in \boldsymbol{R}^n$ 是可微函数 $\boldsymbol{f}$ 在点 $\boldsymbol{x}$ 处的下降方向，$\nabla \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}) \neq 0$,

令 $\boldsymbol{H} = \boldsymbol{I} - \dfrac{\boldsymbol{d}\boldsymbol{d}^T}{\boldsymbol{d}^T \nabla \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})} - \dfrac{\nabla \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}) \nabla \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})^T}{\nabla \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})^T \nabla \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})}$，其中 $\boldsymbol{I}$ 为单位矩阵，证明方向 $\boldsymbol{p} = -\boldsymbol{H} \nabla \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})$ 也是函数 $\boldsymbol{f}$ 在点 $\boldsymbol{x}$ 处的下降方向.

三、（**10** 分）设 $\boldsymbol{S} \subseteq \boldsymbol{R}^n$ 为非空开凸集，$\boldsymbol{f}: \boldsymbol{S} \to \boldsymbol{R}$ 在 $\boldsymbol{S}$ 上可微，证明：$\boldsymbol{f}$ 为 $\boldsymbol{S}$ 上的凸函数的充要条件是 $\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}^2) \geq \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}^1) + \nabla \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}^1)^T (\boldsymbol{x}^2 - \boldsymbol{x}^1), \forall \boldsymbol{x}^1, \boldsymbol{x}^2 \in \boldsymbol{S}$.

四、（**20** 分）分别用 **FR** 共轭梯度法、**DFP** 算法和 **Newton** 法求解

$$\min\ \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}) = (\boldsymbol{x}_1 - \boldsymbol{x}_2 + \boldsymbol{x}_3)^2 + (-\boldsymbol{x}_1 + \boldsymbol{x}_2 + \boldsymbol{x}_3)^2 + (\boldsymbol{x}_1 + \boldsymbol{x}_2 - \boldsymbol{x}_3)^2$$

取初始点 $\boldsymbol{x}^1 = (\frac{1}{2}, 1, \frac{1}{2})^T$，要求各迭代两次．若给定 $\boldsymbol{\varepsilon} = 0.01$,判定是否还需进行迭代计算.

(**DFP** 校正公式：$\boldsymbol{H}_{k+1} = \boldsymbol{H}_k + \dfrac{\Delta \boldsymbol{x}^k (\Delta \boldsymbol{x}^k)^T}{(\Delta \boldsymbol{x}^k)^T \Delta \boldsymbol{g}^k} - \dfrac{\boldsymbol{H}_k \Delta \boldsymbol{g}^k (\Delta \boldsymbol{g}^k)^T \boldsymbol{H}_k}{(\Delta \boldsymbol{g}^k)^T \boldsymbol{H}_k \Delta \boldsymbol{g}^k}$，其中 $\Delta \boldsymbol{x}^k = \boldsymbol{x}^{k+1} - \boldsymbol{x}^k$，$\Delta \boldsymbol{g}^k = \nabla \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}^{k+1}) - \nabla \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}^k)$ **)**.

五、（**10** 分）分别用内点法和外点法求解下述非线性规划

$$\begin{aligned} \min\quad & \boldsymbol{x}_1 + 2\boldsymbol{x}_2 \\ s.t.\quad & -\boldsymbol{x}_1^2 + \boldsymbol{x}_2 \geq 0 \\ & \boldsymbol{x}_1 \geq 0. \end{aligned}$$

六、（**10** 分）某货运公司要将一些不同类型的货物装上一艘货船，这些货物的重量、体积、冷藏要求、可燃性指数以及价值不尽相同，详见下表：

货号	重量(kg)	体积(m^3)	冷藏要求	可燃性指数	价值
1	**20**	**1**	需要	**0.1**	**50**
2	**5**	**2**	不需要	**0.2**	**100**
3	**10**	**4**	不需要	**0.4**	**150**
4	**12**	**3**	需要	**0.1**	**100**
5	**25**	**2**	不需要	**0.3**	**250**
6	**50**	**5**	不需要	**0.9**	**250**

假定货船可以装载的总重量为 **400000kg**，总体积为 **50000**$\mathbf{m^3}$，可以冷藏的总体积为 **10000**$\mathbf{m^3}$，允许的可燃性指数的总和不能超过 **7.50**，装到船上的各种货物的件数只能是整数．试建立数学模型，使装载的货物取得最大价值（只建立模型，不需求解）.

七、（**20** 分，学术型研究生做）已知线性规划 $\begin{cases} \min f(x) = 2x_1 - x_2 + x_3 \\ s.t.\ \ 3x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 60 \\ \quad -x_1 + 2x_2 - 2x_3 \geq -10 \\ \quad x_1 + x_2 - x_3 \leq 20 \\ \quad x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0. \end{cases}$

（**1**）用单纯形法求解该线性规划问题的最优解和最优值;

（**2**）写出线性规划的对偶问题;

（**3**）用对偶单纯形法求解对偶问题的最优解和最优值.

八、（**10** 分，学术型研究生做）求解下列问题的 **K-T** 点

$$\begin{aligned} \min\ & -14x_1 + x_1^2 - 6x_2 + x_2^2 - 7 \\ s.t.\ & x_1 + x_2 \leq 2 \\ & x_1 + 2x_2 \leq 3. \end{aligned}$$

九、（**20** 分，专业学位型研究生做）已知线性规划 $\begin{cases} \min f(x) = 2x_1 - x_2 + x_3 \\ s.t.\ \ 3x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 60 \\ \quad -x_1 + 2x_2 - 2x_3 \geq -10 \\ \quad x_1 + x_2 - x_3 \leq 20 \\ \quad x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0. \end{cases}$

（**1**）用单纯形法求解该线性规划问题的最优解和最优值;

（**2**）写出线性规划的对偶问题;

（**3**）用大 **M** 法求解对偶问题的最优解和最优值.

十、（**10** 分，专业学位型研究生做）验证 $x = (1,1)^T$ 是否是下列问题的 **K-T** 点?

$$
\begin{aligned}
\min \quad & \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}) = (\boldsymbol{x}_1 - 2)^2 + 2(\boldsymbol{x}_2 - 1)^2 \\
\boldsymbol{s.t.} \quad & \boldsymbol{g}_1(\boldsymbol{x}) = -\boldsymbol{x}_1^2 + \boldsymbol{x}_2 \ge 0 \\
& \boldsymbol{g}_2\left(\boldsymbol{x}\right) = 2\boldsymbol{x}_1 + \boldsymbol{x}_2 - 3 \le 0 \\
& \boldsymbol{g}_3\left(\boldsymbol{x}\right) = -\boldsymbol{x}_1 + 3\boldsymbol{x}_2 - 1 \ge 0
\end{aligned}
$$