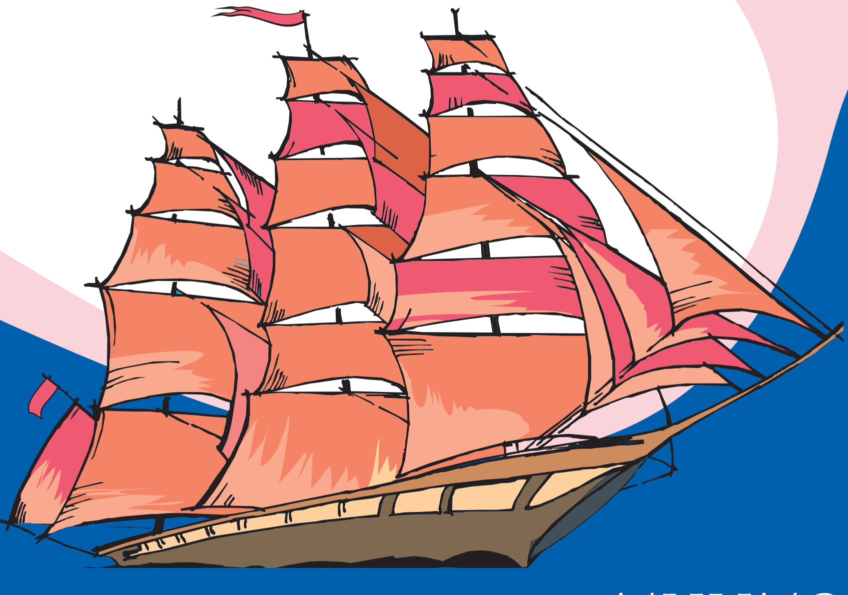
Московские математические регаты

Часть 1 • 1998–2006



МЦНМО

ЦЕНТР ПЕДАГОГИЧЕСКОГО МАСТЕРСТВА

МОСКОВСКИЕ МАТЕМАТИЧЕСКИЕ РЕГАТЫ

Часть 1

1998–2006

Составители

А. Д. Блинков, Е. С. Горская, В. М. Гуровиц

Электронное издание

Москва

Издательство МЦНМО

2016

УДК 51
ББК 22.1
М82

Московские математические регаты. Часть 1. 1998–2006
Сост. А. Д. Блинков, Е. С. Горская, В. М. Гуровиц.
Электронное издание.
М.: МЦНМО, 2016.
349 с.
ISBN 978-5-4439-2372-7

Математическая регата — соревнование для школьных команд, проводящееся ежегодно. В первой части книги собраны материалы всех московских математических регат по 2005/06 учебный год. Представлены также правила проведения регаты, описана технология ее проведения и особенности подготовки. В приложение включены материалы школьных математических регат и регат, проведенных на всероссийских фестивалях. Имеется рубрикатор задач. Книжка адресована учителям средней школы, методистам, школьникам и может быть интересна всем любителям математики.

Настоящая книга выходит в двух частях. Часть 1 воспроизводится без изменений по изданию: Московские математические регаты. М.: МЦНМО, 2007.

Подготовлено на основе книги: Московские математические регаты. Часть 1. 1998–2006 / Сост. А. Д. Блинков, Е. С. Горская, В. М. Гуровиц. — М.: МЦНМО, 2014. — 352 с. ISBN 978-5-4439-0327-9.

Издательство Московского центра
непрерывного математического образования
119002, Москва, Большой Власьевский пер., 11
тел. (499) 241–08–04
http://www.mccme.ru

ISBN 978-5-4439-2372-7

Оглавление

Предисловие

Математические регаты — сравнительно новая форма математических соревнований школьников. Тем не менее, со дня проведения первой Московской регаты прошло уже более десяти лет. За это время многократно совершенствовались правила, менялись места проведения регат, но самое главное — неизмеримо выросла их популярность.

Впервые межшкольные соревнования с таким названием были проведены на конференции старшеклассников в Московском энергофизическом лицее. В дальнейшем эту идею использовали преподаватели математики лицея № 1511 МИФИ для проведения школьных командных математических соревнований. Правила проведения регаты были существенно изменены, в частности, вместо проверки ответов (в устной форме) стали проверяться решения задач, которые предъявлялись в письменном виде. Это, естественным образом, повлияло и на содержание заданий.

Так как на тот момент в Москве практически отсутствовали массовые командные математические соревнования для старшеклассников, возможность их проведения в увлекательной и динамичной форме, напоминающей соревнования гребцов или яхтсменов, заинтересовала учителей математики еще нескольких школ. Особая привлекательность математических регат состоит в том, что они имеют ярко выраженную учебную направленность, так как решение школьниками задач, разбор различных способов их решений, апелляции, подведение итогов и награждение призеров — все это происходит в один день, в течение 2,5–3,5 часов. Можно провести следующую аналогию: математические регаты соотносятся с традиционными, «большими» математическими олимпиадами, как «быстрые» шахматы с классическими!

Весной 1996 года была проведена первая Московская межшкольная математическая регата для учащихся десятых классов, в которой участвовало восемь команд из четырех школ: № 109, № 218, № 1511 и № 1514. Наиболее существенный вклад в подготовку и проведение этой и нескольких последующих регат внесли учителя математики: А. Д. Блинков, А. А. Бучин, А. З. Гурвиц, П. В. Чулков, И. В. Ширстова. Школьникам и учителям, участвовавшим в первой регате, соревнования понравились, и в дальнейшем решено было сделать их традиционными. Для проведения последующих регат правила соревнований были еще раз переработаны, в частности, с учетом мнения большинства участников, начиная со второй регаты, было решено отказаться от системы возможного выбывания команд после классификационного и утешительного туров.

Начиная с 1998/99 учебного года, математические регаты стали составной частью Турниров Архимеда. С последующего учебного года и по настоящий момент в Москве стало ежегодно проводиться, по меньшей мере, пять регат (по одной для каждой параллели с 7 по 11 класс). Информация о сроках их проведения начала регулярно публиковаться в ежегодном календаре олимпиад для школьников г. Москвы, в приложении «Математика» к газете «Первое сентября» и на сервере Московского центра непрерывного математического образования (http://www.olimpiada.ru). Там же публиковались материалы прошедших регат и их полные результаты. В 2001 году в издательстве МЦНМО вышло первое издание книги, посвященной математическим регатам.

Первые регаты принимал на своей территории лицей № 1511. В последующие несколько лет различные регаты проходили также в московских школах № 5, № 7, № 109, № 152, № 218, № 235, № 1189, гимназиях № 1514 и № 1543. Организаторы регат благодарны директорам и педагогам этих образовательных учреждений.

Важной особенностью проведения регат (как и всех математических соревнований Турнира Архимеда) является их открытость как для школьников — для участия достаточно лишь вовремя подать заявку, так и для их преподавателей математики — любой из учителей имеет право участвовать как в подборе задач, так и в работе жюри. Поэтому количество школ, принимавших участие в регатах, ежегодно росло. Помимо московских команд, которых становилось все больше, для участия в регатах начали заявляться команды из Подмосковья. Такой рост популярности регат привел к тому, что ни один актовый зал школы уже не мог вместить всех желающих. На помощь пришла администрация Московского городского дворца детского (юношеского) творчества (директор — Д. Л. Монахов, зам. директора филиала — Г. В. Кондаков). Осенью 2001 года одна из регат впервые прошла в стенах Дворца, а впоследствии там стали проводится все московские математические регаты.

Одновременно с этим проведение регат получило финансовую поддержку Департамента Образования г. Москвы, а также организационную и техническую поддержку Московского центра непрерывного математического образования (исполнительный директор — И. В. Ященко). Кроме того, начиная с 1999 года, МЦНМО предоставлял и математическую литературу для награждения призеров регат.

Первые математические регаты готовились и проводились исключительно силами энтузиастов — учителей математики. Впоследствии в число организаторов регат и членов жюри вошли также сотрудники МЦНМО, МГДД(Ю)Т, ДНТТМа (дома научно-технического творчества молодежи), студенты МГУ и НМУ.

Помимо уже названных, большой вклад в подготовку и проведение математических регат различных лет внесли: А. В. Алферов, В. Д. Арнольд, Т. А. Баранова, Ю. А. Блинков, А. А. Волкова, Е. Б. Гладкова, Е. С. Горская, О. Р. Горская, В. М. Гуровиц, С. Е. Дубов, А. В. Иванищук, К. П. Кочетков, Н. А. Кулакова, О. Н. Кривошеева, Д. А. Мусатов, А. Г. Мякишев, Н. М. Нетрусова, Е. И. Нечаева, А. В. Семенов, А. В. Спивак, А. С. Тен, Б. Р. Френкин, Е. Ф. Шершнев.

Активно работали в жюри: А. В. Акопян, Е. П. Андреева, Ф. Б. Баранова, А. И. Балабанов, Е. Я. Барский, А. Л. Беленькая, М. А. Берштейн, С. С. Бирюкова, В. В. Вакулюк, С. И. Васянин, И. Н. Ващенко, Д. Н. Вельтищев, М. Н. Вельтищев, М. А. Волчкевич, Л. Н. Головко, О. Е. Данченко, А. А. Заславский, Г. А. Захарова, В. Ф. Зелицкая, А. Б. Зубов, Д. А. Калинин, А. Я. Канель-Белов, Т. В. Караваева, А. Н. Карпов, М. В. Козлов, Г. А. Колюцкий, А. Г. Королева, Ю. Г. Кудряшов, Р. М. Кузнец, Л. В. Курахтенков, К. Г. Куюмжиян, С. И. Липкин, Э. Х. Липкина, Ю. А. Маганова, Ю. К. Майоров, А. В. Максимов, А. А. Марачев, М. А. Мартиросян, И. А. Николаева, Е. А. Новодворская, А. С. Обрубов, А. Ф. Пенкин, А. В. Подобедов, Ю. О. Пукас, Ф. А. Пчелинцев, Т. Г. Рачкова, Ю. А. Светова, Т. С. Струков, В. В. Трушков, Л. Е. Федулкин, Т. Н. Харютина, А. В. Хачатурян, Б. И. Цорин, А. С. Чеботарев, Е. А. Чернышева, М. Д. Шангареев, Е. А. Шапарин, Н. В. Якунина и многие другие.

В настоящий момент в каждой московской регате участвует от 50 до 80 команд. За прошедшие десять лет участниками этих регат становились представители более ста образовательных учреждений города, четырнадцати городов Московской области, а также гости из Санкт-Петербурга, Витебска, Костромы, Переславля, Смоленска. Кроме того, ряд школ (в том числе, выездных) и математических кружков используют форму математической регаты в своей учебной деятельности. Математические регаты становятся частью некоторых всероссийских соревнований, в частности, они неоднократно проводились на летнем фестивале «Математика 6–9» имени А. П. Савина и на турнире российских регионов по математике (см. приложения).

В настоящее издание включены материалы всех московских математических регат по 2005/06 учебный год. Представлены также правила проведения регаты, описана технология ее проведения и особенности подготовки. В приложение включены материалы школьных математических регат и регат, проведенных на всероссийских фестивалях. Отдельно представлены библиография публикаций, посвященных регатам, и список литературы, использованной при подготовке регат. При подготовке книги к печати, помимо материалов организаторов регат, были использованы отдельные особо удачные решения школьников.

Составители сборника выражают особую благодарность О. Р. Горской, А. В. Иванищуку, А. Г. Мякишеву, Б. Р. Френкину и П. В. Чулкову, представившим решения некоторых задач, и Ю. А. Блинкову, сделавшему много ценных замечаний по текстам.

Правила математической регаты и технология ее проведения

1. В математической регате участвуют *команды учащихся одной параллели*. В составе каждой команды — 4 человека. Участие неполных команд согласовывается с организаторами перед началом регаты. Если школа (город, кружок) представлены на регате несколькими командами, то к названию команды добавляется буквенный индекс. В виде исключения допускается участие сборных команд, название которых сообщается организаторам заранее, и команд, составленных из школьников более младшей параллели.

2. Соревнование проводится в *четыре тура* (для учащихся 7–8 классов) или в *пять туров* (для учащихся 9–11 классов). Каждый тур представляет собой коллективное письменное решение *трех* задач. Любая задача оформляется и сдается в жюри на отдельном листе. Эти *листы раздаются* командам перед началом каждого тура. На каждом таком листе указаны: номер тура, «ценность» задач этого тура в баллах, время, отведенное командам для решения, *двойной индекс задачи и ее условие*. Получив листы с заданиями, команда вписывает на каждый из листов *свое название*, а затем приступает к решению задач. Каждая команда имеет право сдать *только по одному* варианту решения каждой из задач, *не подписанные работы — не проверяются*. Использование какой-либо математической литературы или калькуляторов *запрещено*. Мобильные телефоны должны быть *отключены*.

3. Проведением регаты руководит *группа координаторов*. Представители этой группы организуют раздачу заданий и сбор листов с решениями; отвечают на вопросы по условиям задач; проводят разбор задач и демонстрируют итоги проверки.

4. *Проверка решений* осуществляется жюри после окончания каждого тура. Жюри состоит из трех комиссий, специализирующихся на проверке задач № 1, № 2 и № 3 каждого тура. *Критерии проверки* каждая комиссия вырабатывает самостоятельно. В каждой комиссии выделяется *ответственный член жюри*, организующий работу этой комиссии. Он полномочен принимать окончательные решения в спорных ситуациях.

5. *Разбор задач* для учащихся осуществляется параллельно с проверкой. Итоги проверки объявляются только после окончания этого разбора. После объявления итогов тура, команды, не согласные с тем, как оценены их решения, имеют право подать заявки на апелляции. В случае получения такой заявки, комиссия проверявшая решение,

осуществляет повторную проверку, после которой может изменить свою оценку. Если оценка не изменена, то сам процесс апелляции эта же комиссия осуществляет после окончания всех туров регаты, но до окончательного подведения итогов. *В результате любой апелляции оценка решения может быть как повышена, так и понижена,* или же *оставлена без изменения*. В спорных случаях окончательное решение об итогах проверки принимает председатель жюри.

6. Команды — *победители и призеры регаты* определяются по сумме баллов, набранных каждой командой во всех турах. Награждение победителей и призеров происходит сразу после подведения итогов регаты.

Приведенные правила дают основное представление о том, как проходит регата. Имеет смысл добавить, что все команды и члены жюри находятся в одном помещении. В первые годы это был актовый зал школы, впоследствии — один из больших залов городского Дворца. Столы в этом помещении расставляются так, чтобы каждая команда сидела за отдельным столом, и учащиеся могли вести обсуждение, не мешая другим командам. Рассадка команд производится в соответствии с заранее заготовленными и расставленными на столах табличками с названиями команд, причем столы команд из одной школы не располагаются рядом. Члены жюри размещаются компактно (на некотором расстоянии от столов школьников), но для работы каждой из трех комиссий выделяются отдельные места. Для разбора решений задач и для демонстрации итогов проверки вначале использовались две классные доски. Впоследствии они были заменены ноутбуками, мультимедиа проекторами и экранами на штативах.

Жюри состоит большей частью из преподавателей участвующих школ и студентов математических факультетов вузов. В каждую комиссию жюри могут входить от 5 до 15 человек, в зависимости от количества участников регаты. Возглавляет комиссию, как правило, один из тех организаторов, кто готовил тексты решений. Председателем жюри является один из авторитетных членов жюри, по предварительной договоренности.

Численность группы координаторов колеблется от 6 до 12 человек (также в зависимости от количества участников регаты). Часть из них выполняет роль «ласточек», то есть раздает задания, собирает решения, следит за порядком. Три человека сидят за компьютерами. Из них двое отвечают за синхронную демонстрацию решений на двух экранах, а еще один — ведет электронный протокол регаты.

Обязанности основного ведущего регаты берет на себя один из организаторов, принимавших активное участие в подготовке задач. Наиболее ответственная часть его работы — подробный разбор решений задач для школьников (в некоторых случаях разбирается несколько возможных способов решения), который проводится после каждого тура и занимает от 10 до 20 минут. Этого времени обычно хватает комиссиям жюри, чтобы завершить проверку работ и внести результаты в отдельные протоколы. По мере завершения проверки, результаты команд по каждой из задач тура переносятся в электронный протокол и после окончания разбора задач демонстрируются командам. После появления на доске результатов проверки, команды, не согласные с оценкой их работы, могут заявить об этом поднятием табличек с названием (по команде ведущего). Эти апелляции первоначально рассматриваются комиссиями жюри без участия школьников, поскольку те в это время уже решают задачи следующего тура. Иногда какие-то из оценок изменяются на этом этапе, чаще — этого не происходит, но за командами остается право на личную апелляцию, которую по каждой из задач может осуществлять только один из представителей команды.

Для облегчения работы ведущего и членов жюри полные тексты решений всех задач готовятся заранее. Каждая комиссия жюри получает несколько экземпляров решений «своих» задач непосредственно перед началом первого тура регаты и имеет возможность обсудить предварительные критерии проверки. Полные тексты решений находятся только у ведущего (в распечатанном виде) и у ответственных за разбор задач (в виде компьютерной демонстрации).

Один из ответственных за разбор выполняет также роль второго ведущего. В его обязанности входит, в частности, фиксация времени, отведенного на каждый тур. Один из ведущих объявляет о начале и окончании каждого тура, а также предупреждает команды за две–три минуты до окончания тура (в течение тура часы демонстрируются на экранах). Ведущие также отвечают на вопросы учащихся по условию задач и взаимодействуют с жюри (по мере необходимости).

После того, как закончены все апелляции и внесены все изменения в протокол, происходит процедура награждения команд — победителей и призеров. По сложившейся традиции команды-призеры награждаются дипломами турнира Архимеда. Кроме того, члены каждой команды (в порядке занятых мест) подходят к этажерке с математической литературой и каждый школьник выбирает себе приз.

Количество награждаемых команд зависит прежде всего от успешности решения задач и составляет, как правило, 20–25 процентов от количества команд-участниц.

Подготовка регаты

Проведение регаты требует большой предварительной подготовки, как организационной, так и содержательной. Опишем систему подготовки, сложившуюся к настоящему моменту.

Регистрация заявок на регату осуществляется по телефону или электронной почте. Как правило, регистрация начинается за месяц и заканчивается за неделю до даты проведения регаты. Система предварительных заявок связана с тем, что как помещение для регаты, так и материалы должны быть подготовлены заранее. Количество команд от одного учебного заведения обычно не ограничивается, но школам, впервые участвующим в регате, как правило, рекомендуется выставить одну или две команды.

Обсуждение задач для конкретной регаты происходит в один из вечеров, примерно за месяц до даты ее проведения. Заседание является открытым, причем представители школ, традиционно участвующих в регатах, оповещаются об этом персонально. На это обсуждение каждый из заинтересованных учителей приезжает со списком задач, которые он хотел бы предложить. Кроме того существует постоянно пополняемый «банк задач», куда включены задачи, предлагавшиеся, но не использованные ранее. Так как организаторы регат преследуют, прежде всего, учебные цели, отсутствует стремление использовать исключительно «оригинальные» задачи: главное, чтобы участвующие школьники были не знакомы с ними. Поэтому задача отклоняется, если кто-то из присутствующих преподавателей говорит, что его ученики могут быть с ней знакомы. Также отклоняются и те задачи, решение которых требует знаний выходящих за пределы программы данного класса (при этом, организаторы стараются учитывать имеющееся многообразие программ и учебников). В остальном действует демократический механизм принятия решения о включении той или иной задачи. Принципиально важным является обсуждение условия каждой задачи вместе с ее предполагаемыми решениями, поскольку список задач (за редким исключением) должен быть утвержден в этот же день. Дальнейшая подготовительная деятельность осуществляется по электронной почте. На этой же встрече преподавателей решается и ряд организационных вопросов.

Исходя из опыта проведения регат, сформулируем основные принципы составления комплекта задач для каждой регаты:

- В каждом туре учащимся предлагается решить три задачи, относящиеся к различным разделам математики. Как правило, первая задача относится к алгебре или основам математического анализа, вторая — геометрическая, третья — логическая, комбинаторная или «числовая». Содержание задач должно максимально соответствовать возрасту участвующих школьников.
- Для таких соревнований пригодны только задачи, решение которых может быть изложено сравнительно кратко.
- Задачи каждого тура должны иметь различную тематику, но примерно одинаковый уровень сложности.
- Задания разных туров, имеющие одинаковый порядковый номер, как правило, относятся к одному разделу математики.
- Сложность заданий и время, выделяемое на их выполнение, увеличиваются от тура к туру[1].
- Распределение баллов по турам должно быть таким, чтобы «стоимость» задач последнего тура относилась к «стоимости» задач первого, как 3 : 2.
- Задания первого тура должны быть сравнительно простыми, чтобы они были решены большинством команд.

После того как утвержден список задач, преподаватели договариваются о распределении работы по подготовке решений. Черновые варианты решений готовят, как правило, три человека, специализируясь на задачах № 1, № 2 и № 3 соответственно. (Они же, обычно, впоследствии возглавляют соответствующие комиссии жюри.) Решения всех задач (в компьютерном виде) должны быть готовы не позднее чем за две недели до проведения регаты. Последующую редакцию текстов условий и решений непосредственно осуществляют два–три человека, один из которых впоследствии становится ведущим регаты. Подготовленный ими текст обсуждается по электронной почте, после этого задачи окончательно распределяются по турам и не позднее чем за неделю должны быть готовы окончательные тексты.

Такие сроки связаны с тем, что необходимо еще подготовить компьютерную демонстрацию решений. Кроме того, в последние несколько лет сложилась еще одна традиция регат, отражающая их учебную направленность. По окончании каждой регаты все ее участники и их учителя получают небольшую брошюру с текстами задач и решений

[1] В 2005/06 учебном году в регатах 9–11 классов было решено «поменять местами» IV и V туры.

только что состоявшейся регаты. Эти специальные выпуски регулярно готовятся коллективом редакции «Архимед» под руководством П. В. Чулкова (издание Института Логики, Когнитологии и Развития Личности). На издание этих брошюр также требуется время.

Таким образом, комплект распечатанных материалов для проведения регаты включает в себя:

- листы с заданиями для школьников, разложенные «по турам» и размноженные в соответствии с количеством участвующих команд (для удобства сбора листов и проверки каждому номеру задачи соответствует свой цвет листа);
- тексты условий и подробных решений задач, сгруппированных по нумерации, для работы жюри (два–три экземпляра для каждой из комиссий);
- полные тексты условий и решений задач для работы ведущего;
- три протокола — по одному для каждой из комиссий жюри;
- таблички с названиями участвующих команд;
- правила проведения регаты (размноженные в соответствии с количеством команд-участниц).

Подготовку помещения для проведения регаты, изготовление табличек и размножение материалов берут на себя представители группы координаторов регаты.

УСЛОВИЯ ЗАДАЧ

7 класс

1998/1999 учебный год

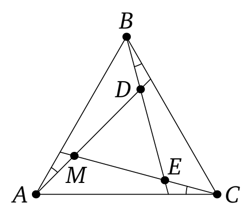
Первый тур (10 минут; каждая задача — 6 баллов)

1.1. Биссектриса угла ABC образует с его стороной угол, который равен углу, смежному с углом ABC. Найдите градусную меру угла ABC.

1.2. Среди уравнений, приведенных в пунктах а)–е), укажите уравнения, задающие параллельные прямые: а) $y = 3x - 5$; б) $2y = x + 6$; в) $y = -0{,}7x$; г) $y = \frac{6+x}{2}$; д) $y = \frac{x}{3}$; е) $y = \frac{4-7x}{10}$.

1.3. Вычислите сумму: $1 + 4 + 7 + \ldots + 97 + 100$.

Второй тур (15 минут; каждая задача — 7 баллов)



2.1. Треугольник ABC равносторонний. Лучи AD, BE и CM попарно пересекаются внутри треугольника, причем $\angle BAD = \angle CBE = \angle ACM$ (см. рисунок). Являются ли точки D, E и M вершинами равностороннего треугольника? Ответ обоснуйте.

2.2. Постройте график функции $y = \frac{x-5}{x-5}$.

2.3. К числу 43 справа и слева припишите по одной цифре так, чтобы полученное число делилось на 45.

Третий тур (20 минут; каждая задача — 8 баллов)

3.1. Из пункта A в пункт F ведет прямолинейная дорога длиной 35 км. Остановки автобуса расположены в точках B, C, D, E. Известно, что $AC = 12$ км, $BD = 11$ км, $CE = 12$ км, $DF = 16$ км. Найдите расстояния: AB, BC, CD, DE и EF.

3.2. На координатной плоскости построены пять прямых, каждая из которых является графиком прямой пропорциональности. Эти прямые проходят через точки: $A(-3; 7{,}5)$; $B(2; -2)$; $C(3,2; -6,4)$; $D(-2; -3)$; $E(5; 8)$. Задайте каждую из функций формулой.

3.3. Делится ли число $\underbrace{66\ldots6}_{1998 \text{ цифр}}$ на 9? Ответ обоснуйте.

Четвертый тур (25 минут; каждая задача — 9 баллов)

4.1. Верны ли следующие утверждения?

а) Если луч OA образует со сторонами угла BOC равные углы, то он является биссектрисой угла BOC.

б) Если два угла имеют общую вершину и их биссектрисы являются дополнительными лучами, то эти углы — вертикальные.

в) Если биссектрисы двух равных углов лежат на одной прямой, то эти углы — вертикальные.

Ответы обоснуйте.

4.2. Средний возраст одиннадцати футболистов — 22 года. Во время игры один из игроков получил травму и ушел с поля. Средний возраст оставшихся игроков стал 21 год. Сколько лет футболисту, ушедшему с поля?

4.3. Дано: $m = 44\ldots4$; $n = 33\ldots3$.

а) Можно ли подобрать такие m и n, чтобы число n было делителем числа m?

б) Можно ли подобрать такие m и n, чтобы число m было делителем числа n?

Ответы обоснуйте.

1999/2000 учебный год

Первый тур (10 минут; каждая задача — 6 баллов)

1.1. Решите уравнение

$$1-(2-(3-(\ldots(1998-(1999-(2000-x)))\ldots))) = 1000.$$

1.2. Даны два равнобедренных треугольника, в каждом из которых есть сторона, длина которой 6 см, и угол, градусная мера которого $100°$. Можно ли утверждать, что эти треугольники равны? Ответ обоснуйте.

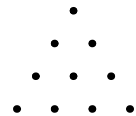
1.3. Представьте число 2001 в виде дроби, числителем которой является девятая степень какого-то целого числа, а знаменателем — десятая степень какого-то целого числа.

Второй тур (15 минут; каждая задача — 7 баллов)

2.1. Вместо знаков $*$ вставьте такие числа, чтобы равенство

$$(x^2+*\cdot x+2)\cdot(x+3) = (x+*)\cdot(x^2+*\cdot x+6)$$

стало тождеством.



2.2. Даны десять точек, расположенные в виде «равностороннего треугольника» (см. рисунок). Зачеркните некоторые из данных точек так, чтобы нельзя было построить ни одного равностороннего треугольника с вершинами в оставшихся точках. Постарайтесь зачеркнуть наименьшее количество точек.

2.3. Найдите значение выражения:

$$\frac{8+222\cdot 444\cdot 888+444\cdot 888\cdot 1776}{2\cdot 4\cdot 8+444\cdot 888\cdot 1776+888\cdot 1776\cdot 3552}.$$

Третий тур (20 минут; каждая задача — 8 баллов)

3.1. Докажите, что если число b является средним арифметическим чисел a и c, причем $a > c$, то выражение

$$ab+bc-ac-b^2$$

принимает только положительные значения.

3.2. В остроугольном треугольнике ABC проведены медиана BM и высота CH. Найдите длину AC, если $MH = 10$ см.

3.3. «Во время игры в шахматы у меня осталось фигур в три раза меньше, чем у соперника, и в шесть раз меньше, чем свободных клеток на доске, но все равно я выиграл эту партию!» — сказал Винтик Шпунтику. «А у меня, в одной из партий, фигур осталось в пять раз меньше, чем у соперника, и в десять раз меньше, чем свободных клеток на доске, и все-таки я сумел победить!» — в свою очередь рассказал Шпунтик. Чьему рассказу можно верить и почему?

Четвертый тур (25 минут; каждая задача — 9 баллов)

4.1. В автобусе имеются одноместные и двухместные сидения. Кондуктор заметил, что когда в автобусе сидело 13 человек, то 9 сидений были полностью свободными, а когда сидело 10 человек, то свободными были 6 сидений. Сколько сидений в автобусе?

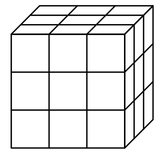
4.2. Какое наименьшее количество плоских разрезов необходимо сделать, чтобы разрезать куб на 64 маленьких кубика? После каждого разреза разрешается перекладывать образовавшиеся части в любое место.

4.3. Джон и Мэри живут в небоскребе, на каждом этаже которого 10 квартир. Номер этажа Джона равен номеру квартиры Мэри, а сумма номеров их квартир равна 239. В какой квартире живет Джон?

2000/2001 учебный год

Первый тур (10 минут; каждая задача — 6 баллов)

1.1. При каких значениях m уравнения $mx - 1000 = 1001$ и $1001x = m - 1000x$ имеют общий корень?



1.2. Куб сложен из 27 одинаковых кубиков (см. рисунок). Сравните площадь поверхности этого куба и площадь поверхности фигуры, которая получится, если из него вынуть все «угловые» кубики.

1.3. Назовем натуральное число «замечательным», если оно самое маленькое среди натуральных чисел с такой же, как у него, суммой цифр. Чему равна сумма цифр две тысячи первого замечательного числа?

Второй тур (15 минут; каждая задача — 7 баллов)

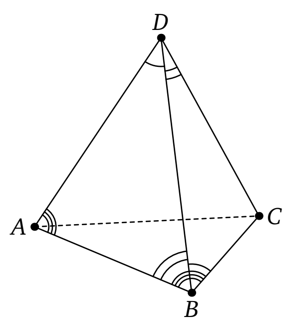
2.1. Докажите, что $\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \ldots + \frac{1}{98} - \frac{1}{99} + \frac{1}{100} > \frac{1}{5}$.

2.2. Через вершины A и C треугольника ABC проведены прямые, перпендикулярные биссектрисе угла ABC. Они пересекают прямые CB и BA в точках K и M соответственно. Найдите длину AB, если $BM = 8$ см, $KC = 1$ см и $AB > BC$.

2.3. В клетках шахматной доски записаны в произвольном порядке натуральные числа от 1 до 64 (в каждой клетке записано ровно одно число и каждое число записано ровно один раз). Может ли в ходе шахматной партии сложиться ситуация, когда сумма чисел, написанных в клетках, занятых фигурами, ровно вдвое меньше суммы чисел, записанных в клетках, свободных от фигур?

Третий тур (20 минут; каждая задача — 8 баллов)

3.1. Вася задумал три различные цифры, отличные от нуля. Петя записал все возможные двузначные числа, в десятичной записи которых использовались только эти цифры. Сумма записанных чисел равна 231. Найдите цифры, задуманные Васей.



3.2. Дана пирамида $ABCD$ (см. рисунок). Известно, что $\angle ADB = \angle DBC$; $\angle ABD = \angle BDC$; $\angle BAD = \angle ABC$. Найдите площадь поверхности пирамиды (сумму площадей четырех треугольников), если площадь треугольника ABC равна 10 см^2.

3.3. На острове проживают 1234 жителя, каждый из которых либо рыцарь (который всегда говорит правду) либо лжец (который всегда лжет). Однажды, все жители острова разбились на пары, и каждый про своего соседа по паре сказал: «Он — рыцарь!», либо «Он — лжец!». Могло ли в итоге оказаться, что тех и других фраз произнесено поровну?

Четвертый тур (25 минут; каждая задача — 9 баллов)

4.1. Расположите в порядке возрастания числа: 222^2; 22^{22}; 2^{222}; 22^{2^2}; 2^{22^2}; $2^{2^{22}}$; $2^{2^{2^2}}$. Ответ обоснуйте.

4.2. Отрезки AC и BD пересекаются в точке O. Периметр треугольника ABC равен периметру треугольника ABD, а периметр треугольника ACD равен периметру треугольника BCD. Найдите длину AO, если $BO = 10$ см.

4.3. Какое наибольшее количество прямоугольников 4×1 можно разместить в квадрате 6×6 (не нарушая границ клеток)?

2001/2002 учебный год

Первый тур (10 минут; каждая задача — 6 баллов)

1.1. Число 5 возвели в степень 2002. Как вы думаете, в получившемся числе больше, чем 2002 цифры или меньше? Ответ объясните.

1.2. Две стороны и высота, проведенная к третьей стороне одного треугольника соответственно равны двум сторонам и высоте, проведенной к третьей стороне другого треугольника. Можно ли утверждать, что треугольники равны? Ответ объясните.

1.3. Водитель дальнобойного грузовика взглянул на приборы своей машины и увидел, что спидометр показывает число 25 952. «Какое красивое число километров я проехал. Наверное, не скоро выпадет следующее красивое число», — подумал он. Однако, через 1 час 20 минут на спидометре высветилось следующее красивое число. С какой скоростью ехал грузовик?

Второй тур (15 минут; каждая задача — 7 баллов)

2.1. Известно, что $(a-b+2002)$, $(b-c+2002)$ и $(c-a+2002)$ — три последовательных целых числа. Найдите эти числа.

2.2. Можно ли расположить на плоскости (но не на одной прямой!) пять точек так, чтобы выполнялось условие: «если три точки являются вершинами треугольника, то этот треугольник прямоугольный»? Ответ объясните.

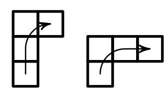
2.3. Автомат умеет от любого картонного прямоугольника отрезать квадрат со стороной, равной меньшей стороне прямоугольника. Петя разрезал имевшийся у него прямоугольник на 2 больших квадрата, 3 квадрата поменьше и 5 маленьких квадратов со стороной 10 см, используя только этот автомат. Найдите размеры Петиного прямоугольника.

Третий тур (20 минут; каждая задача — 8 баллов)

3.1. Может ли натуральное число иметь в полтора раза больше нечетных делителей, чем четных? Ответ объясните.

3.2. В треугольнике ABC H — точка пересечения высот AA_1 и BB_1. Найдите $\angle BAC$, если известно, что $AH = BC$.

3.3. Шахматный конь хочет попасть из левого нижнего угла в правый верхний угол на доске размером 2002×2003, делая ходы только вправо и вверх (см. рисунок). Сможет ли он это сделать? Ответ объясните.



Четвертый тур (25 минут; каждая задача — 9 баллов)

4.1. Докажите, что число $\underbrace{11\ldots1}_{2\cdot218} - \underbrace{22\ldots2}_{218}$ является квадратом некоторого натурального числа.

4.2. В треугольнике ABC: $\angle B = 20^\circ$, $\angle C = 40^\circ$, длина биссектрисы AM равна 2 см. Найдите разность сторон: $BC - AB$.

4.3. Дана последовательность, в которой пропущено ровно пять чисел: 102; 105; 111; 114; 120; 123; 129; ?; ?; ?; ?; ?; 201; 204; 210; 213; 219. Вставьте пропущенные числа.

2002/2003 учебный год

Первый тур (10 минут; каждая задача — 6 баллов)

1.1. Положительные числа a и b таковы, что $a^2 + b = b^2 + a$. Верно ли, что $a = b$?

1.2. В треугольнике ABC проведены высоты AP и CN, которые пересекаются в точке H, лежащей внутри треугольника. Может ли угол AHC оказаться острым?

1.3. У трех членов жюри спросили: «Сколько команд будет участвовать в математической регате?». Один сказал: «Меньше семидесяти двух». Другой: «Меньше семидесяти одной», а третий: «Меньше семидесяти трех». Сколько команд участвовало в регате, если правы были в точности двое членов жюри?

Второй тур (15 минут; каждая задача — 7 баллов)

2.1. На прямой отметили несколько точек. После этого между каждыми двумя соседними точками поставили еще по точке. Аналогичную операцию проделали еще три раза.

В результате, на прямой оказалось ровно 65 точек. Сколько точек было на прямой первоначально?

2.2. В треугольнике ABC проведены биссектрисы AM и CK, пересекающиеся в точке O. Может ли угол AOC оказаться острым?

2.3. Существует ли такое натуральное число, что сумма его цифр больше суммы цифр его квадрата?

Третий тур (20 минут; каждая задача — 8 баллов)

3.1. Говядина без костей стоит 90 рублей за килограмм, говядина с костями — 78 рублей за килограмм, а кости без говядины — 15 рублей за килограмм. Сколько костей в килограмме говядины?

3.2. Покажите, как разрезать прямоугольник 1×5 на пять частей и сложить из них квадрат.

3.3. Дан бесконечный ряд чисел: 2, 6, 12, 20, 30, 42, ... Укажите закономерность и найдите число, стоящее на 2003-м месте.

Четвертый тур (25 минут; каждая задача — 9 баллов)

4.1. Если идти вниз по движущемуся эскалатору, то на спуск потратишь 1 минуту. Если увеличить собственную скорость в два раза, то спустишься за 45 секунд. За какое время можно спуститься, стоя на этом эскалаторе неподвижно?

4.2. Даны точки A, B, C и D так, что отрезки AC и BD пересекаются в точке E. Отрезок AE на 1 см короче, чем отрезок AB, $AE=DC$, $AD=BE$, $\angle ADC = \angle DEC$. Найдите длину EC.

4.3. Шахматный турнир проводился по круговой системе (каждый участник должен сыграть с каждым из остальных по одной партии). Два участника, Вася и Петя, сыграв одинаковое количество партий, заболели и выбыли из турнира. Успели ли они сыграть между собой, если всего в турнире было сыграно 23 партии?

2003/2004 учебный год

Первый тур (10 минут; каждая задача — 6 баллов)

1.1. Вася перемножил квадрат и куб некоторого натурального числа, отличного от единицы. Мог ли он получить шестую степень какого-то натурального числа? Обоснуйте.

1.2. Известно, что треугольники ABC и ADC прямоугольные равнобедренные. Следует ли из этого, что $\angle ABC = \angle ADC$?

1.3. Существует ли треугольник, градусная мера каждого угла которого выражается простым числом?

Второй тур (15 минут; каждая задача — 7 баллов)

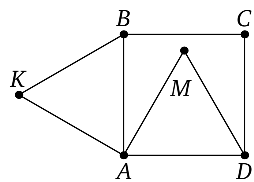
2.1. Известно, что $a = 3^{2004} + 2$. Верно ли, что $a^2 + 2$ — простое число? Обоснуйте.

2.2. В треугольнике ABC угол C в три раза больше угла A. На стороне AB взята такая точка D, что $BD = BC$. Найдите CD, если $AD = 4$.

2.3. Существуют ли четыре числа, попарные разности между которыми равны: 2, 2, 3, 4, 5, 6? Обоснуйте.

Третий тур (20 минут; каждая задача — 8 баллов)

3.1. Докажите, что если $xy+z=yz+x=zx+y$, то $(x-y)(y-z)(z-x)=0$.



3.2. $ABCD$ — квадрат. Треугольники AMD и AKB равносторонние (см. рисунок). Верно ли, что точки C, M и K лежат на одной прямой?

3.3. В трехзначном числе зачеркнули цифру в разряде сотен, затем полученное двухзначное число умножили на 7 и вновь получили исходное трехзначное число. Какое это число?

Четвертый тур (25 минут; каждая задача — 9 баллов)

4.1. Докажите, что число $1998\cdot2000\cdot2002\cdot2004+16$ является квадратом натурального числа.

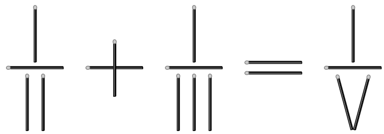
4.2. Треугольник, один из углов которого равен 40°, разрезали по его биссектрисам на шесть треугольников, среди которых есть прямоугольные. Какими могли быть остальные углы исходного треугольника?

4.3. Буратино зарыл на Поле Чудес золотую монету. Из нее выросло дерево, а на нем — две монеты: серебряная и золотая. Серебряную монету Буратино спрятал в карман, а золотую зарыл, и опять выросло дерево, и так далее. Каждый раз на дереве вырастали две монеты: либо две золотые, либо золотая и серебряная, либо две серебряные. Серебряные монеты Буратино складывал в карман, а золотые закапывал. Когда закапывать стало нечего, в кармане у Буратино было 2004 серебряные монеты. Сколько монет закопал Буратино?

2004/2005 учебный год

Первый тур (10 минут; каждая задача — 6 баллов)

1.1. Из спичек сложено неверное равенство:



Переложите одну спичку так, чтобы равенство стало верным.

1.2. Вася вырезал из картона треугольник, разрезал его на два треугольника и послал обе части Пете, который также сложил из них треугольник. Верно ли, что Петин треугольник обязательно равен Васиному?

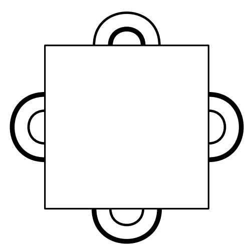
1.3. Средний рост восьми баскетболистов равен 195 см. Какое наибольшее количество из этих игроков может быть ниже, чем 191 см?

Второй тур (15 минут; каждая задача — 7 баллов)

2.1. Температуру можно измерять в градусах Цельсия и Фаренгейта. Известно, что вода замерзает при 0°C, что соответствует 32°F, а кипит при 100°C или при 212°F.

Сейчас на улице 5 градусов мороза по Цельсию. Какова температура по Фаренгейту?

2.2. На столе лежат шесть непересекающихся контуров из проволоки, частично накрытые листом бумаги (см. рисунок). Известно, что три контура сделаны из медной проволоки (она потолще), а три — из тонкой алюминиевой, причем один из контуров закрыт полностью, а пять других частично видны. Какой контур закрыт полностью, алюминиевый или медный?



Свой ответ достаточно проиллюстрировать рисунком, показывающим расположение всех шести контуров.

2.3. Найдите наименьшее составное число, которое не делится ни на одно из натуральных чисел от двух до десяти.

Третий тур (20 минут; каждая задача — 8 баллов)

3.1. Все акции компаний «Карабас» и «Барабас» вместе стоят 90 золотых монет. У Буратино есть 25 % акций компании «Карабас» и 75 %

акций компании «Барабас» общей стоимостью 30 золотых монет. Найдите стоимость всех акций каждой компании.

3.2. На плоскости расположены пять точек A, B, C, D и E так, что $AC = 5$ см, $AE = 4$ см; $BC = 14$ см, $BD = 2$ см, $DE = 3$ см. Найдите расстояние между серединами отрезков AB и CD.

3.3. В ряд выложили несколько апельсинов, мандаринов, яблок и груш. Известно, что рядом с фруктом каждого вида можно найти фрукт любого другого вида. Какое наименьшее количество фруктов могло быть выложено?

Четвертый тур (25 минут; каждая задача — 9 баллов)

4.1. Вася задумал число и прибавил к этому числу его сумму цифр. Петя также задумал число и тоже прибавил к нему его сумму цифр. В результате сложения у Васи и Пети получились одинаковые числа. Верно ли, что они задумывали одинаковые числа?

4.2. Квадрат со стороной 1 разрезали на прямоугольники периметра 2. Сколько прямоугольников могло получиться? (Укажите все возможные значения и обоснуйте).

4.3. В вершинах треугольника записаны числа 1, 2 и 3. Затем каждое из чисел одновременно заменили на сумму двух соседних. Эту операцию проделали еще некоторое количество раз. Могла ли сумма получившихся в итоге трех чисел оказаться равной 3 000 000?

2005/2006 учебный год

Первый тур (10 минут; каждая задача — 6 баллов)

1.1. Грузовик едет со скоростью 65 км/ч, а за ним едет легковой автомобиль — со скоростью 80 км/ч. На каком расстоянии друг от друга эти автомобили будут через две минуты после того, как легковой автомобиль догонит грузовик?

1.2. Покажите, как разрезать произвольный прямоугольник на три части и сложить из них неравнобедренный треугольник.

1.3. В архипелаге каждый остров соединен мостом ровно с семью другими. Сколько в этом архипелаге островов, если мостов — 84?

Второй тур (15 минут; каждая задача — 7 баллов)

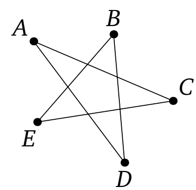
2.1. Используя только цифры 1 и 7 (каждую из них — не более четырех раз), знаки арифметических действий и скобки, составьте выражение, значение которого равно 2006.

2.2. Точка B лежит на отрезке AC, причем $AB = 2$ см, $BC = 1$ см. На прямой AB укажите все такие точки M, для которых $AM + BM = CM$.

2.3. Женя и Антон учатся в одном классе. У Антона одноклассников вчетверо больше, чем одноклассниц. А у Жени одноклассниц на 17 меньше, чем одноклассников. Кто Женя: девочка или мальчик?

Третий тур (20 минут; каждая задача — 8 баллов)

3.1. Каждый из двух мальчиков, Ваня и Витя, задумал по натуральному числу, возвел его в куб и вычел задуманное им число. Полученные ими разности оказались одинаковыми. Могло ли так случиться, что Ваня и Витя задумали различные числа?



3.2. В пятиугольной звезде, изображенной на рисунке, $\angle ACE = \angle ADB$ и $\angle DBE = \angle BEC$. Известно также, что $BD = CE$. Докажите, что $\angle ACD = \angle ADC$.

3.3. Двое по очереди ставят крестики в клетки доски размером 4×4. Проигрывает тот, после чьего хода образуется квадрат 2×2, в каждой клетке которого стоит крестик. Кто выиграет: начинающий или его партнер, и как нужно играть, чтобы выиграть?

Четвертый тур (25 минут; каждая задача — 9 баллов)

4.1. Учительница написала на доске три числа, отличные от нуля, и велела Диме одно из них уменьшить на треть, другое увеличить на четверть, а третье уменьшить на одну пятую и результаты записать в тетради. Оказалось, что в тетради Дима записал те же числа, что и на доске, но в другом порядке. Докажите, что Дима ошибся.

4.2. Можно ли разрезать произвольный треугольник на 10 треугольников так, чтобы никакие два из них не имели общей стороны?

4.3. Найдите наибольшее число, составленное из различных цифр (в десятичной записи) и делящееся на любую свою цифру.

Тематический указатель

Ссылки на регаты даются в следующем формате.

Основная часть: учебный год проведения, класс, двойной индекс задачи (например, 10–95/96–1.1 — регата 10 класса, 1995/1996 учебный год, задача 1.1).

Приложения: вид регаты (Ш — школьные регаты, Ф — фестиваль «Математика 6–9», Р — Турнир регионов), класс, учебный год проведения, двойной индекс задачи.

Арифметика, алгебра, числа и функции

Планиметрия

Стереометрия

Комбинаторная геометрия

Комбинаторика

Литература

(использованная при подготовке заданий)

[1] *Агаханов Н. Х., Подлипский О. К.* Математические олимпиады Московской области. М.: МФТИ, 2003.

[2] *Алфутова Н. Б., Устинов А. В.* Алгебра и теория чисел. Сборник задач для математических школ. М.: МЦНМО, 2002.

[3] *Блинков А. Д., Гурвиц А. З.* Интеллектуальный марафон в Северном округе г. Москвы. Приложение «Математика» к газете «Первое сентября», № 15, 1995.

[4] *Блинков А. Д., Чулков П. В.* Турниры Архимеда. М.: ИЛКиРЛ, 1997.

[5] *Гальперин Г. А., Толпыго А. К.* Московские математические олимпиады. М.: Просвещение, 1986.

[6] *Горбачёв Н. В.* Сборник олимпиадных задач по математике. М.: МЦНМО, 2005.

[7] *Гордин Р. К.* Геометрия. Планиметрия. 7–9. М.: МЦНМО, 2004.

[8] *Горнштейн П. И., Полонский В. Б., Якир М. С.* Задачи с параметрами. Киев: РИА «Текст», МП «ОКО», 1992.

[9] *Горнштейн П. И., Полонский В. Б., Якир М. С.* Экзамен по математике и его подводные рифы. М.; Харьков: Илекса, Гимназия, 1998.

[10] Задачи для внеклассной работы V–VI классах: Пособие для учителей / Сост. В. Ю. Сафонова. Под ред. Д. Б. Фукса, А. Л. Гайвронского. М.: МИРОС, 1993.

[11] Задачи Санкт-Петербургских олимпиад школьников по математике. СПб.: ГДТЮ, СПГУ, 1999–2003.

[12] *Иванов О. А.* Практикум по элементарной математике. М.: МЦНМО, 2001.

[13] *Ивлев Б. М. и др.* Задачи повышенной трудности по алгебре и началам анализа для 10–11 классов средней школы. М.: Просвещение, 1990.

[14] *Канель-Белов А. Я., Ковальджи А. К.* Как решают нестандартные задачи. М.: МЦНМО, 2004.

[15] *Клименченко Д. В.* Задачи по математике для любознательных: Книга для учащихся 5–6 кл. сред. шк. М.: Просвещение, 1992.

[16] *Колягин Ю. М. и др.* Сборник задач по алгебре для 6–8 классов. М.: Просвещение, 1975.

[17] *Лоповок Л. М.* Факультативные задания по геометрии для 7–11 классов. Киев, 1990.

[18] *Мерзляк А. Г., Полонский В. Б., Якир М. С.* Неожиданный шаг или сто тринадцать красивых задач. Киев: Агрофирма «Александрия», 1993.

[19] *Прасолов В. В.* Задачи по планиметрии. М.: Наука, Физматлит, 1995.

[20] *Прасолов В. В., Шарыгин И. Ф.* Задачи по стереометрии. М.: Наука, Физматлит, 1989.

[21] *Рукшин С. Е.* Математические соревнования в Ленинграде — Санкт-Петербурге. Первые пятьдесят лет. Ростов н/Д: МарТ, 2000.

[22] Сборник материалов четвертого костромского городского турнира математических боев (6–7 класс). Кострома: РЦ НИТ «Эврика-М», 1998.

[23] Сборник материалов пятого турнира «Математика 6–8» журнала «Квант». Кострома: РЦ НИТ «Эврика-М», 1999.

[24] *Фомин Д. В.* Санкт-Петербургские математические олимпиады. СПб.: Политехника, 1994.

[25] *Шарыгин И. Ф., Ерганжиева Л. Н.* Наглядная геометрия / Учебное пособие для учащихся V–VI классов. М.: МИРОС, 1992.

[26] Шесть фестивалей (материалы Российских фестивалей юных математиков). Краснодар: ГИНМЦ, 1996.

О математических регатах

(список публикаций)

[1] *Бучин А. А., Ширстова И. В.* Организация соревнований по математике (из опыта работы). Приложение «Математика» к газете «Первое сентября» № 10, 1997.

[2] *Блинков А. Д., Бучин А. А., Чулков П. В., Ширстова И. В.* Вторая межшкольная математическая регата. Приложение «Математика» к газете «Первое сентября» № 49, 1999.

[3] *Блинков А. Д., Кочетков К. П., Семенов А. В.* Школьные математические регаты. Приложение «Математика» к газете «Первое сентября» № 14, 2000.

[4] *Блинков А., Спиров В.* Математическая регата. Научно-популярный физико-математический журнал «Квант» № 3, 2000.

[5] *Блинков А. Д.* Командные математические соревнования между школами в Москве // Сб. материалов Всероссийской конференции «Математика и общество. Математическое образование на рубеже веков». М.: МЦНМО, 2000. С. 71–74.

[6] *Блинков А. Д.* Московские математические регаты. М.: МЦНМО, 2001. 96 с.

[7] *Блинков А. Д., Семенов А. В.* Турнир Архимеда. Московская математическая регата 9 классов (2000/01 уч. г.). Приложение «Математика» к газете «Первое сентября» № 17, 2001.

[8] *Блинков А. Д., Семенов А. В.* Турнир Архимеда. Московская математическая регата 11 классов (2000/01 уч. г.). Приложение «Математика» к газете «Первое сентября» № 18, 2001.

[9] *Блинков А. Д., Семенов А. В.* Турнир Архимеда. Московская математическая регата 7 классов (2000/01 уч. г.). Приложение «Математика» к газете «Первое сентября» № 25, 2001.

[10] *Блинков А. Д., Горская О. Р., Мякишев А. Г., Семенов А. В., Чулков П. В.* Турнир Архимеда. Московская математическая регата 10 классов (2000/01 уч. г.). Приложение «Математика» к газете «Первое сентября» № 34, 2001.

[11] *Блинков А. Д., Горская О. Р., Семенов А. В., Чулков П. В.* Турнир Архимеда. Московская математическая регата 8 классов (2000/01 уч. г.) Приложение «Математика» к газете «Первое сентября» № 35, 2001.

[12] *Блинков А. Д., Горская О. Р., Семенов А. В., Чулков П. В.* Математическая регата — VIII–IX, АРХИМЕД. Математические соревнования. Вып. 7. М.: АНО Институт логики, 2002.

[13] *Блинков А. Д., Волкова А. А., Горская О. Р., Гуровиц В. М., Иванищук А. В., Кузнец Р. М., Чулков П. В.* Турнир Архимеда. Московские математические регаты в первом полугодии 2001/02 учебного года. Приложение «Математика» к газете «Первое сентября» №№ 1–3, 2003.

[14] *Блинков А. Д., Волкова А. А., Гуровиц В. М., Мякишев А. Г., Подобедов А. В., Чеботарев А. С., Чулков П. В.* Турнир Архимеда. Московские математические регаты во втором полугодии 2001/02 учебного года. Приложение «Математика» к газете «Первое сентября» №№ 27–29, 31, 2003.

[15] *Блинков А. Д., Гуровиц В. М., Чеботарев А. С., Чулков П. В.* Турнир Архимеда. Московская математическая регата 9 классов (2002/03 уч. г.) Приложение «Математика» к газете «Первое сентября» № 38, 2003.

[16] *Блинков А. Д., Гуровиц В. М., Кочетков К. П., Чулков П. В.* Турнир Архимеда. Московская математическая регата 8 классов (2002/03 уч. г.) Приложение «Математика» к газете «Первое сентября» №№ 41/42, 2003.

[17] *Блинков А. Д., Горская О. Р., Иванищук А. В., Чулков П. В.* Турнир Архимеда. Московская математическая регата 11 классов (2002/03 уч. г.) Приложение «Математика» к газете «Первое сентября» № 46, 2003.

[18] *Блинков А. Д., Блинков Ю. А., Волкова А. А., Гуровиц В. М., Чулков П. В.* Турнир Архимеда. Московская математическая регата 7 классов (2002/03 уч. г.). Приложение «Математика» к газете «Первое сентября» № 10, 2004.

[19] *Блинков А. Д., Горская О. Р., Иванищук А. В., Чулков П. В.* Турнир Архимеда. Московская математическая регата 10 классов (2002/03 уч. г.). Приложение «Математика» к газете «Первое сентября» № 13, 2004.

[20] *Блинков А. Д., Блинков Ю. А., Гуровиц В. М., Чеботарев А. С.* Математическая регата на фестивале «Математика 6–8» 2002 года имени А. П. Савина. Приложение «Математика» к газете «Первое сентября» № 5, 2004.

[21] *Блинков А. Д., Гуровиц В. М., Чеботарев А. С.* Математическая регата на фестивале «Математика 6–9» 2003 года имени А. П. Савина. Приложение «Математика» к газете «Первое сентября» №№ 14/15, 2004.

[22] *Блинков А. Д., Горская О. Р., Гуровиц В. М., Чулков П. В.* Турнир Архимеда. Московская математическая регата 9 классов (2003/04 уч. г.). Приложение «Математика» к газете «Первое сентября» № 42, 2004.

[23] *Блинков А. Д., Горская О. Р., Гуровиц В. М., Иванищук А. В., Чулков П. В.* Турнир Архимеда. Московская математическая регата 11 классов (2003/04 уч. г.). Приложение «Математика» к газете «Первое сентября» № 43, 2004.

[24] *Блинков А. Д., Блинков Ю. А., Горская Е. С., Гуровиц В. М., Френкин Б. Р., Чернышёва Е. А., Чулков П. В.* Турнир Архимеда. Московская математическая регата 8 классов (2003/04 уч. г.). Приложение «Математика» к газете «Первое сентября» № 44, 2004.

[25] *Блинков А. Д., Горская Е. С., Гуровиц В. М., Мякишев А. Г., Чулков П. В.* Турнир Архимеда. Московская математическая регата 10 классов (2003/04 уч. г.). Приложение «Математика» к газете «Первое сентября» № 3, 2005.

[26] *Блинков А. Д., Блинков Ю. А., Горская Е. С., Гуровиц В. М., Чулков П. В.* Турнир Архимеда. Московская математическая регата 7 классов (2003/04 уч. г.). Приложение «Математика» к газете «Первое сентября» № 7, 2005.

[27] *Блинков А. Д., Горская Е. С., Иванищук А. В., Мякишев А. Г., Чулков П. В.* Турнир Архимеда. Московская математическая регата 9 классов (2004/05 уч. г.). Приложение «Математика» к газете «Первое сентября» № 19, 2005.

[28] *Блинков А. Д., Горская Е. С., Гуровиц В. М., Гурвиц А. З., Френкин Б. Р., Чулков П. В.* Турнир Архимеда. Московская математическая регата 11 классов (2004/05 уч. г.). Приложение «Математика» к газете «Первое сентября» № 22, 2005.

[29] *Блинков А. Д., Горская Е. С., Гуровиц В. М.* XI математический турнир имени А. П. Савина. Приложение «Математика» к газете «Первое сентября» №№ 1/2, 2006.

[30] *Блинков А. Д., Горская О. Р., Френкин Б. Р., Шершнев Е. Ф.* «Турнир Архимеда. Московская математическая регата 8 классов» (2004/05 уч. г.). Приложение «Математика» к газете «Первое сентября» № 23, 2005.

[31] *Блинков А. Д., Горская Е. С., Френкин Б. Р., Чулков П. В.* «Турнир Архимеда. Московская математическая регата 7 классов» (2004/05 уч. г.). Приложение «Математика» к газете «Первое сентября» № 5, 2006.

Магазин «Математическая книга»

Книги издательства МЦНМО можно приобрести в магазине «Математическая книга» в Москве по адресу: Б. Власьевский пер., д. 11; тел. (499) 241-72-85; `biblio.mccme.ru`

Книга — почтой: `http://biblio.mccme.ru/shop/order`

Книги в электронном виде: `http://www.litres.ru/mcnmo/`

Мы сотрудничаем с интернет-магазинами

- Книготорговая компания «Абрис»; тел. (495) 229-67-59, (812) 327-04-50; `www.umlit.ru`, `www.textbook.ru`, `абрис.рф`
- Интернет-магазин «Книга.ру»; тел. (495) 744-09-09; `www.kniga.ru`

Наши партнеры в Москве и Подмосковье

- Московский Дом Книги и его филиалы (работает интернет-магазин); тел. (495) 789-35-91; `www.mdk-arbat.ru`
- Магазин «Молодая Гвардия» (работает интернет-магазин): ул. Б. Полянка, д. 28; тел. (499) 238-50-01, (495) 780-33-70; `www.bookmg.ru`
- Магазин «Библио-Глобус» (работает интернет-магазин): ул. Мясницкая, д. 6/3, стр. 1; тел. (495) 781-19-00; `www.biblio-globus.ru`
- Спорткомплекс «Олимпийский», 5-й этаж, точка 62; тел. (903) 970-34-46
- Сеть киосков «Аргумент» в МГУ; тел. (495) 939-21-76, (495) 939-22-06; `www.arg.ru`
- Сеть магазинов «Мир школьника» (работает интернет-магазин); тел. (495) 715-31-36, (495) 715-59-63, (499) 182-67-07, (499) 179-57-17; `www.uchebnik.com`
- Сеть магазинов «Шаг к пятерке»; тел. (495) 728-33-09, (495) 346-00-10; `www.shkolkniga.ru`
- Издательская группа URSS, Нахимовский проспект, д. 56, Выставочный зал «Науку — Всем», тел. (499) 724-25-45, `www.urss.ru`
- Книжный магазин издательского дома «Интеллект» в г. Долгопрудный: МФТИ (новый корпус); тел. (495) 408-73-55

Наши партнеры в Санкт-Петербурге

- Санкт-Петербургский Дом книги: Невский пр-т, д. 62; тел. (812) 314-58-88
- Магазин «Мир науки и медицины»: Литейный пр-т, д. 64; тел. (812) 273-50-12
- Магазин «Новая техническая книга»: Измайловский пр-т, д. 29; тел. (812) 251-41-10
- Информационно-книготорговый центр «Академическая литература»: Васильевский остров, Менделеевская линия, д. 5
- Киоск в здании физического факультета СПбГУ в Петергофе; тел. (812) 328-96-91, (812) 329-24-70, (812) 329-24-71
- Издательство «Петроглиф»: Фарфоровская, 18, к. 1; тел. (812) 560-05-98, (812) 943-80-76; `k_i_@bk.ru`, `k_i_@petroglyph.ru`
- Сеть магазинов «Учебная литература»; тел. (812) 746-82-42, тел. (812) 764-94-88, тел. (812) 235-73-88 (доб. 223)

Наши партнеры в Челябинске

- Магазин «Библио-Глобус», ул. Молдавская, д. 16, `www.biblio-globus.ru`

Наши партнеры в Украине

- Александр Елисаветский. Рассылка книг наложенным платежом по Украине: тел. 067-136-37-35; `df-al-el@bk.ru`