تمارين للمراجعة نظرية أعداد (3)

1) إذا اخترنا 4 أعداد عشوائياً محصورة بين $n^2, (n+1)^2$ حيث $n > 2$ عدد صحيح موجب . فإن حاصل ضرب أي اثنين منهما لا يساوي حاصل ضرب الاثنين الآخرين .

2) العدد الصحيح الموجب الذي كل قوى عوامله الأولية أكبر من الواحد يسمى قوى عدد ، اثبت أنه يوجد عدد لانهائي من الأعداد الصحيحة الموجبة المختلفة بحيث كل منها ليس قوى عدد ومجموع أي عدد محدود محدود منها أيضاً ليس قوى عدد .

3) اثبت أن يوجد عدد لانهائي من الأعداد الصحيحة الموجبة n بحيث $n \mid (2^n + 1)$.

4) اثبت أن أي عدد صحيح موجب n يمكن كتابته كمجموع لأعداد صحيحة متتالية (اثنان على الأقل) إذا وفقط إذا كان n ليس من قوى العدد 2 .

5) اثبت أن يوجد عدد لانهائي من الأعداد الصحيحة الفردية m بحيث $8^m + 9m^2$ عدد مؤلف .

6) اثبت أن كل عدد صحيح موجب يمكن التعبير عنه بالصورة $a - b$ حيث a, b صحيحان موجبان ولهما نفس عدد العوامل الأولية المختلفة .

7) اثبت أن $a^{4b+d} - a^{4c+d}$ حيث a, b, c, d أعداد صحيحة موجبة .

8) لتكن a, b, c أعداد صحيحة تحقق $a + b + c = 0$ لتكن $d = a^{1999} + b^{1999} + c^{1999}$. اثبت أن $|d|$ عدد مؤلف .

9) بفرض أن x, y, z أعداد صحيحة تحقق أن $(x-y)(y-z)(z-x) = x + y + z$. اثبت أن $x + y + z$ تقبل القسمة على 27 .

10) باستخدام الأرقام $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$ كونا كل الأعداد المكونة من 7 أرقام بحيث يظهر كل رقم مرة واحدة بالضبط . اثبت أن لا يوجد عدد منها مضاعف للآخر .