

## 第六章 垄断竞争

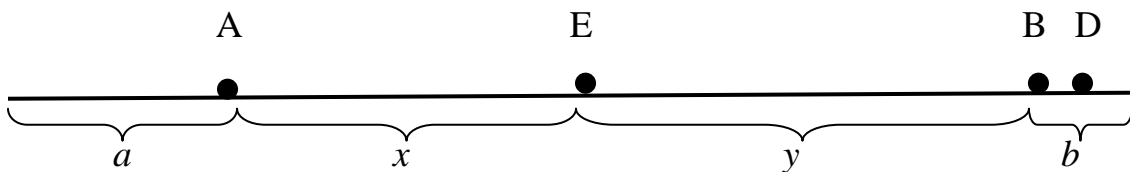
之前讨论的寡头的古诺(Cournot) 模型和 Bertrand 模型都假设不同厂商所生产的产品对于消费者而言是完美的替代品 (perfect substitutes), 本章讨论不同厂商的产品对于消费者而言是不完美替代品 (imperfect substitutes) 的情形, 此时每个厂商所生产的产品之间的存在差异和共性, 共性表明产品之间有替代性, 而差异性则表明这一替代性不完美。此时厂商之间的关系称作“垄断竞争(monopolistic competition)”。

### 1 Hotelling 模型 (横向的产品差异)

1.1 研究问题/研究动机: 在垄断竞争中, 不同产品的的生产厂商如何定价, 如何差异化自己的产品?

#### 1.2 模型设定

- 1) 商品的买家均匀地分布在长度为  $\ell$  的水平线上;
- 2) 距直线两端距离  $a$  和  $b$  处分别坐落着两家公司—公司 A 和公司 B;
- 3) 每个买家购买 1 单位的产品后需要支付运输成本将产品运送至自己所处的位置, 单位距离的运输成本为  $c$ ; 另外, 每个买家只会购买 1 单位的产品;
- 4)  $MC_A = MC_B = 0$



假设 1:  $\frac{5}{3}a + \frac{1}{3}b \leq \ell$

- 5) 公司 A 和 B 同时设定自己的产品价格, 记公司 A 的产品价格为  $p_1$ , 公司 B 的产品价格为  $p_2$ .

### 1.3 均衡/求解模型

在模型设定下，可知存在三类消费者群体：**A 的忠实客户**（位于 A 左边）、**意志不坚定的客户**（位于 AB 之间）、**B 的忠实客户**（位于 B 右边）。

给定 A, B 的定价  $p_1, p_2$ ，考虑不同客户群的选择：

对于 B 的忠实客户来说，例如消费者 D(如图)，其与 B 之间的距离  $|BD| = d_B$ ，其与 A 之间的距离  $|AD| = \ell - a - b + d_B$ ；因此 D 购买 B 的产品，需花费  $p_2 + cd_B$ ，而购买 A 的产品需花费  $p_1 + c(\ell - a - b + d_B)$ ，进而可知：若  $p_2 < p_1 + c(\ell - a - b)$ ，D 会购买 B 的产品；若  $p_2 = p_1 + c(\ell - a - b)$ ，D 对购买 A 或 B 的产品无差异；若  $p_2 > p_1 + c(\ell - a - b)$ ，D 会购买 A 的产品。

由于任何处于 B 右边的消费者与 A 的距离减去距 B 的距离都等于  $\ell - a - b$ ，且这部分消费者与 A 的距离和与 B 的距离之差是所有消费者中最大的，也就是说这部分消费者是最愿意购买 B 产品的客户，故称他们为 B 的忠实客户。因此若  $p_2 > p_1 + c(\ell - a - b)$ ，使得这部分消费者都不愿意购买 B 的产品，那么其他消费者都不会愿意购买 B 的产品，所以为了保证 B 的产品能卖出去，B 所设定的价格一定满足  $p_2 \leq p_1 + c(\ell - a - b)$ 。同理，为了保证 A 的产品能卖出去，A 所设定的价格一定满足  $p_1 \leq p_2 + c(\ell - a - b)$ 。

接下来讨论 A, B 对于意志不坚定客户群的争夺：假设处于 E（如图）的消费者对于购买 A 和 B 的产品无差异（找阈值——求解模型常用方法之一），则可得  $p_1 + cx = p_2 + cy$ ，且  $\ell - a - b = x + y$ ，因此可得：

$$\begin{cases} x = \frac{1}{2}(\ell - a - b + \frac{p_2 - p_1}{c}) \\ y = \frac{1}{2}(\ell - a - b + \frac{p_1 - p_2}{c}) \end{cases}$$

(不同的定价下，双方在意志不坚定客户群中所获得的市场份额)

解释：对于 A 来说，当  $p_2 \uparrow$  或者  $p_1 \downarrow$  时，A 的市场份额  $\uparrow$ ，因为此时购买 A 产品的花费相较于 B 来说更少；同理当  $p_1 \uparrow$  或者  $p_2 \downarrow$  时，B 的市场份额  $\uparrow$ 。说明厂商降低价格有利于占据更大的市场份额。

A 和 B 的利润分别为：

$$\pi_1 = p_1(a+x) = \frac{1}{2}(\ell + a - b)p_1 - \frac{p_1^2}{2c} + \frac{p_1 p_2}{2c}$$

$$\pi_2 = p_2(b+y) = \frac{1}{2}(\ell - a + b)p_2 - \frac{p_2^2}{2c} + \frac{p_1 p_2}{2c}$$

F.O.Cs

$$\frac{\partial \pi_1}{\partial p_1} = (a+x) + p_1 \frac{\partial(a+x)}{\partial p_1} = \frac{1}{2}(\ell + a - b) - \frac{p_1}{c} + \frac{p_2}{2c} = 0$$

$$\frac{\partial \pi_2}{\partial p_2} = (b+y) + p_2 \frac{\partial(b+y)}{\partial p_2} = \frac{1}{2}(\ell - a + b) + \frac{p_1}{2c} - \frac{p_2}{c} = 0$$

解释：对于 A 来说，升高  $p_1$  带来的好处是：每单位卖出的产品的获利增加，这一好处的边际效用等于  $(a+x)$ ；升高  $p_1$  带来的坏处是市场份额会下降，这一坏处的边际效用等于  $p_1 \frac{\partial(a+x)}{\partial p_1}$ 。因此，升高  $p_1$  对于 A 的利润的总影响等于两者的加总。同样的解释适用于 B。

由以上可解的：

$$\begin{cases} p_1 = c(\ell + \frac{a-b}{3}) \\ p_2 = c(\ell - \frac{a-b}{3}) \end{cases}$$

$$\text{进而可得：} \pi_1 = \frac{c}{2}(\ell + \frac{a-b}{3})^2, \pi_2 = \frac{c}{2}(\ell - \frac{a-b}{3})^2$$

解释：

1.若 $a > b$ ,则说明 A 的忠实客户数量大于 B 的忠实客户数量, 由于忠实客户并不会因为厂商提高价格而远离该厂商, 因此 A 提高价格可以从其忠实客户群中获得更高的利润, 所以 A 更愿意提高自己的价格, 则均衡时 $p_1 > p_2$ ;

2.当 $c \rightarrow 0$ 时,  $p_1 = p_2 \rightarrow 0$ .原因在于 $c > 0$  给予 A 和 B 一定的垄断力量, 因此当垄断力量逐渐消失时, 市场会趋向于完全竞争 (perfect competition), 而在完全竞争的市场中 $p_1 = p_2 = MC_A = MC_B = 0$ 。(注意: 若假设 $MC_A = MC_B = k > 0$ , 当 $c \rightarrow 0$ 时,  $p_1 = p_2 \rightarrow k$ ).

#### 1.4 讨论

**假设 1:**  $\frac{5}{3}a + \frac{1}{3}b \leq \ell$

假设 1 保证了均衡下 $p_1 \leq p_2 + c(\ell - a - b)$ 且 $p_2 \leq p_1 + c(\ell - a - b)$ , 原因在于在假设 1 成立的条件下, 意志不坚定的市场足够大, 使得 A 和 B 都愿意压低自己的价格已达到可以在这个市场中分一杯羹的目的。

#### 1.5 模型拓展

3.1.5a 若固定 A 的位置, 允许 B 可以事先选择自己的位置, 则均衡是怎演的?

解答: 由于均衡时 $\pi_2 = \frac{c}{2}(\ell - \frac{a-b}{3})^2$ , 所以 B 会选择最大的  $b$ , 即最优选择为 $b^* = \ell - a$ , 这意味着 B 会最大限度地向 A 靠近。

1.5b 若事先让 A, B 同时选择自己的位置, 则均衡如何?

解答: 由于在价格设定的博弈中, 均衡结果为 $\pi_1 = \frac{c}{2}(\ell + \frac{a-b}{3})^2$ ,  $\pi_2 = \frac{c}{2}(\ell - \frac{a-b}{3})^2$ , 且可行性要求 $\ell - a - b \geq 0$ , 因此在理性预期均衡 (Rational

Expectation Equilibrium) 下,  $a^E = \ell - b^E$ 。又由于 A, B 同质, 因此我们只考虑对称的均衡, 即  $a^E = b^E$ , 故可得  $a^E = b^E = \frac{1}{2}\ell$ 。

### 1.5c 讨论

以上结果出现的前提条件（假设）：

- 1) 双方的生产成本相同, 即没有任何一方相较于另一方有成本优势;
- 2) 意志不坚定的客户群体足够大。

### 1.5d 应用

- 1) 两种口味有差异但类似的产品, 口味趋同;
- 2) 竞选总统, 双方政策趋同;
- 3) 网红脸
- 4) 其他? 为了迎合大众而选择不做自己

### 1.6 思考

若双方中一方具有成本优势, 譬如  $MC_A = k > MC_B = 0$ , 均衡如何?

$$\frac{\partial \pi_1}{\partial p_1} = (a + x) + (p_1 - k) \frac{\partial(a + x)}{\partial p_1} = \frac{1}{2}(\ell + a - b) - \frac{p_1}{c} + \frac{p_2}{2c} + \frac{k}{2c} = 0$$

$$\frac{\partial \pi_2}{\partial p_2} = (b + y) + p_2 \frac{\partial(b + y)}{\partial p_2} = \frac{1}{2}(\ell - a + b) + \frac{p_1}{2c} - \frac{p_2}{c} = 0$$

可得:

$$\begin{cases} p_1 = c\left(\ell + \frac{a-b}{3}\right) + \frac{2}{3}k \\ p_2 = c\left(\ell - \frac{a-b}{3}\right) + \frac{1}{3}k \end{cases}$$

解释:相较于之前的均衡结果,发现 $p_1$ 上升了 $\frac{2}{3}k$  ( $\Delta p_1 = \frac{2}{3}k$ ), 而 $p_2$ 上升了 $\frac{1}{3}k$  ( $\Delta p_2 = \frac{1}{3}k$ ), 即 $p_1$ 上升的规模更大些。

由于 A 的成本相交之前升高, 因此通过提高 $p_1$ 导致意志不坚定市场份额下降所带来的利润损失较少, 即 $\left|(p_1 - k) \frac{\partial(a+x)}{\partial p_1}\right| < \left|p_1 \frac{\partial(a+x)}{\partial p_1}\right|$ , 因而 A 更有动机提高 $p_1$ ;

由于 A 的定价 $p_1$ 提高了, 那么在对意志不坚定的客户进行争夺的过程中, A 的竞争性下降, 因此 B 可以相应地提高要价而不至于使这部分客户流失的太多, 故 B 也会提高要价, 因此 $\Delta p_2 = \frac{1}{3}k$ ;

反之, 因为均衡时 B 的要价提高了, A 也有动机提高自己的要价而不至于使得意志不坚定的客户流失太多, 因此 A 的均衡要价受到成本上升作用和 B 要价升高作用的共同影响, 因此 $\Delta p_1 > \Delta p_2$ 。

## 2 Salop (1979)

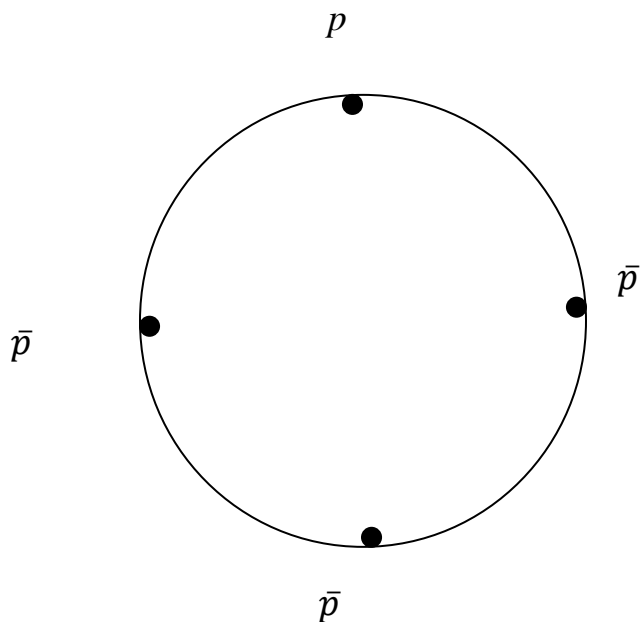
### 2.1 研究问题/研究动机:

在垄断竞争中加入自由进入(free entry) 条件后, 有差异的产品的生产商均衡数目由那些因素决定?

### 2.2 模型设定

- 1) 产品的买家均匀分布在周长为 1 的圆上;
- 2) 每个买家只需要购买 1 单位的产品;

- 3) 若公司总数量为  $n$ , 那么每个公司之间的距离为  $1/n$ ;
- 4) 单位距离的运输成本为  $c$ ;
- 5) 公司同时设定自己的家, 且生产成本为  $C(q)=kq+F$ ;
- 6) 自由进入(free entry): 公司允许自由进入该市场;



### 2.3 均衡/求解模型

给定市场中共有  $n$  个公司, 则对于其中任何一个公司  $i$  来说, 若其他公司所设定的价格都为  $\bar{p}$ , 则公司  $i$  设定价格  $p$  时可获得市场份额 (即卖出的产品总数)  $= 2x$  (如图所示), 其中  $x$  满足:  $p + cx = \bar{p} + c\left(\frac{1}{n} - x\right) \implies x = \frac{\bar{p}-p}{2c} + \frac{1}{2n}$  (找阈值)

因此公司  $i$  的利润为  $\pi = (p - k)\left(\frac{\bar{p}-p}{c} + \frac{1}{n}\right) - F$

$$\text{F.O.C } \frac{\partial \pi}{\partial p} = \frac{\bar{p}-p}{c} + \frac{1}{n} + (p - k)\left(\frac{-1}{c}\right) = 0$$

由于每个公司同质 (homogeneous), 所以只考虑对称均衡 (symmetric equilibrium), 即均衡时每个参与者的策略相同。在此模型中, 对称均衡下所有公司的定价相同, 因此  $p = \bar{p}$ , 进而可得  $p = k + \frac{c}{n}, \pi = \frac{c}{n^2} - F$ .

解释:

1.  $c \uparrow \Rightarrow p \uparrow, \frac{\partial p}{\partial c} = \frac{1}{n}$ . 原因在于:  $c \uparrow$  表明每个公司的垄断力量上升, 这有助于每个公司索要更高的价格, 同时当竞争对手的数量增多时, 市场被瓜分的更多, 即市场竞争较强, 故单个公司可施展的垄断力量较小, 进而导致垄断力量的上升对于价格的提高作用减弱。

2.  $k \uparrow \Rightarrow p \uparrow, \frac{\partial p}{\partial k} = 1$ . 原因在于:  $k \uparrow$  表明单位生产成本较高, 因此  $p \uparrow$  所导致的市场份额减小产生的利润损失较小, 因而每个公司更有动机提高价格。由于单位成本对于价格的作用不经过市场垄断竞争这一渠道, 因此单位成本对于价格的作用与市场中的公司数量无关。

3.  $n \uparrow \Rightarrow p \downarrow$ . 原因在于:  $n \uparrow$  表明市场被瓜分越多, 市场竞争越激烈, 因此每个公司索要的价格下降。

在自由进入的条件下:  $\pi = \frac{c}{n^2} \geq F$  时, 总会有公司进入市场。因此均衡时市场中的公司数目  $n^E$  满足:  $n^E = \left\lfloor \sqrt{\frac{c}{F}} \right\rfloor$  (小于等于  $\sqrt{\frac{c}{F}}$  的最大整数)。

解释:  $c \uparrow \Rightarrow n^E \uparrow$ . 原因在于:  $c \uparrow$  表明每个公司进入市场后的垄断力量较强, 因此可以索要更高的价格, 故进入市场的利润更高, 为了使得市场无利可图以使得公司停止进入市场, 则需要更多的公司来瓜分市场加大市场竞争力度, 故均衡时公司数目较高。

2.4 思考: 当  $C(q) = kq^2 + F$  时, 均衡时的公司数量与  $k$  之间的关系?



$$\pi = [p - k \left( \frac{\bar{p}-p}{c} + \frac{1}{n} \right)] \left( \frac{\bar{p}-p}{c} + \frac{1}{n} \right) - F$$

$$\text{F.O.C } \frac{\partial \pi}{\partial p} = \frac{\bar{p}-p}{c} + \frac{1}{n} - \frac{p}{c} + \frac{2k}{c} \left( \frac{\bar{p}-p}{c} + \frac{1}{n} \right) = 0$$