

补充：不对称信息在公司金融中的应用

应用一：不对称信息对外部融资能力的影响

1. 净资产（Net Worth）的作用：信贷配给（credit rationing）模型

1.1 固定投资模型

假设某个企业家拥有一个项目需要投资，初始的投资量固定为 I ，该企业家手中拥有的资金为 $A < I$ ，因此该企业家需要从外部融得 $I - A$ 单位的资金来投资该项目。

项目：一旦被投资，以 p 的概率，该项目成功，收益为 $R > 0$ ；以 $1 - p$ 的概率失败，收益为 0 。该项目的回报受到道德风险的影响，具体来说，当企业家努力管理该项目，则该项目成功的概率为 p_H ，但是企业家的私人收益为 0 ；若企业家偷懒，则项目成功的概率为 $p_L < p_H$ ，但是企业家的私人收益为 B ；私人收益可以理解为企业家通过偷懒所剩下来的精力，令 $\Delta p = p_H - p_L$

假设 1: $p_H R - I > 0 > p_L R - I + B$

偏好以及债务合约：企业家（债务人）和外部投资者（债权人）都是风险中性的，但是企业家只承担有限责任。

投资者数量足够多，以使得企业家设定的债务合同只要保证投资者的预期回报与初始借款额度相等即可。

1.2 债务合同分析

假设债务合同规定，一旦项目成功，则支付给外部投资者 R_L ，若项目失败，则支付给外部投资者 0 ，则企业家选择努力管理项目当且仅当 $p_H(R - R_L) \geq p_L(R - R_L) + B$ ，化简可得 $R_L \leq R - \frac{B}{\Delta p}$

定义项目预期可担保的收益为 $\rho = p_H \left(R - \frac{B}{\Delta p} \right)$,

另外，当企业家努力管理项目时，只有 $p_H R_L \geq I - A$ 时，外部投资者才愿意借 $(I - A)$ 的资金给企业家。

只有当 $\rho = p_H \left(R - \frac{B}{\Delta p} \right) \geq I - A$ ，才能找到符合条件的 R_L 使得 $p_H R_L \geq I - A$ 和 $R_L \leq R - \frac{B}{\Delta p}$ 同时成立，也就是需要 $A \geq \bar{A} = p_H \frac{B}{\Delta p} - (p_H R - I)$ 。

1.3 企业家收益

当 $A \geq \bar{A} = p_H \frac{B}{\Delta p} - (p_H R - I)$ 时，企业家可以找到 R_L 使得 $p_H R_L \geq I - A$ 和 $R_L \leq R - \frac{B}{\Delta p}$ 同时成立，由于企业家希望 R_L 尽可能小，所以企业家选择 $R_L = \frac{I-A}{p_H}$ ，所以企业家可获得的预期收益为 $u_b = p_H \left(R - \frac{I-A}{p_H} \right) = p_H R - I + A > A$ ；

当 $A < \bar{A}$ 时，企业家无法找到 R_L 使得 $p_H R_L \geq I - A$ 和 $R_L \leq R - \frac{B}{\Delta p}$ 同时成立，因此企业家无法获得外部融资，因此企业家只能获得 $u_b = A$ 。

由以上可得，企业家的收益在点 \bar{A} 有一个突然的向上跳跃，说明借款者的净资产在 \bar{A} （自有资本）出每单位的影子价格大于 1，说明了一个直觉“我们总是想借钱给有钱人”。

2 外部融资能力：自有资本乘数

2.1 连续投资模型

假设每单位初始投资以 p 的概率，收益为 $R > 0$ ；以 $1-p$ 的概率，收益为 0。因此若总投资为 I ，则以 p 的概率，总收益为 $RI > 0$ ；以 $1-p$ 的概率，总收益为 0

若企业家努力管理项目则该项目成功的概率为 p_H ,但是企业家的私人收益为0;若企业家偷懒,则项目成功的概率为 $p_L < p_H$,但是企业家的私人收益为 BI ;

假设 2: $p_H R - 1 > 0 > p_L R - 1 + B$

2.2 债务合同分析

假设债务合同规定,一旦项目成功,则支付给外部投资者 R_L ,若项目失败,则支付给外部投资者 0,则企业家选择努力管理项目当且仅当 $p_H(RI - R_L) \geq p_L(RI - R_L) + BI$,化简可得 $R_L \leq \left(R - \frac{B}{\Delta p}\right)I$

另外,当企业家努力管理项目时,只有 $p_H R_L \geq I - A$ 时,外部投资者才愿意借 $(I - A)$ 的资金给企业家。

因此可得只有当 $p_H \left(R - \frac{B}{\Delta p}\right)I \geq I - A$ 时,可以找到 R_L 同时满足 $R_L \leq \left(R - \frac{B}{\Delta p}\right)I$ 和 $p_H R_L \geq I - A$,也就是需要 $I \leq kA$,其中 $k = \frac{1}{1 - p_H \left(R - \frac{B}{\Delta p}\right)} > 1$,进一步,定义 $d = k - 1 = \frac{1}{1 - p_H \left(R - \frac{B}{\Delta p}\right)} - 1$,因此企业家可以从外部借到的总资金,即外部融资能力为 dA 。

解释: $B \uparrow \Rightarrow d \downarrow$; 偷懒可获得私人收益较高,因此企业家道德风险的动机较强,所以外部融资能力下降;

$\frac{\Delta p}{p_H} \uparrow \Rightarrow d \uparrow$; 道德风险会造成项目收益损失较小,因此外部投资者更愿意借钱给企业家,所以企业家的外部融资能力上升。

2.3 企业家收益

当总投资 $I \leq kA$ 时，企业家希望 R_L 尽可能小，所以企业家会选择 $R_L = \frac{I-A}{p_H}$ ，此时企业家的收益为 $u_b = p_H \left(RI - \frac{I-A}{p_H} \right) = (p_H R - 1)I + A$ ，因此企业家希望投资尽可能大，所以 I 取最大值 kA ，由此可得 $u_b = (p_H R - 1)kA + A = [(p_H R - 1)k + 1]A = vA$ ，其中 $v = \frac{p_H \frac{B}{\Delta p}}{1 - p_H \left(R - \frac{B}{\Delta p} \right)} > 1$ 。

解释： $v > 1$ 说明自由资本的单位影子价格大于 1！

3 增加外部融资能力的方式之一：分散风险(diversification)

3.1 两个独立的项目

存在另一个项目可供企业家融资，每个项目的假设如 10.1.1 所设，同时假设这两个项目的收益相互独立。另外，企业家的自有资本为 $2A$ 。

3.2 共同担保

设债务合同规定：当两个项目都成功时，支付给外部投资者 R_2 ；当只有一个项目成功时，支付给外部投资者 R_1 ；当 2 个资产都失败时，支付给外部投资者 0。

因此当且仅当 $p_H^2(2R - R_2) + 2p_H(1 - p_H)(R - R_1) \geq p_L^2(2R - R_2) + 2p_L(1 - p_L)(R - R_1) + 2B$

只考虑 $R_1 = R$ 的债务合同。

此时可得上述条件可化为 $p_H^2(2R - R_2) \geq p_L^2(2R - R_2) + 2B$ ，等价于 $R_2 \leq 2R - \frac{2B}{\Delta p(p_H + p_L)}$ ；

而需要保证外部投资者借钱给企业家，需要 $p_H^2 R_2 + 2p_H(1 - p_H)R \geq 2(I - A)$

综上所述，可得只有当 $2R - \frac{2B}{\Delta p(p_H + p_L)} \geq \frac{2(I-A) - 2p_H(1-p_H)R}{p_H^2}$ 时，才可以知道符合条件的 R_2 ，此时需要 $A \geq \bar{A} = I - p_H R + \frac{B}{\Delta p} p_H d_2$ ，其中 $d_2 = \frac{p_H}{p_H + p_L} < 1$ 。

解释： $\bar{A} < \bar{A}$ ；通过同时投资 2 个项目，使得风险得到分散，因此使得公司破产，企业家无法偿还债务的概率下降，故需要给予外部投资者的补偿下降，也就是债务面值下降，此时债务面值下降又会降低企业家的道德风险动机。

4 增加外部融资能力的方式之二：提供抵押品(collateralization)

假设企业家可以向外部投资者提供抵押品，且该抵押品的价值对于企业家来说为 M ，一旦项目失败，则外部投资者获得该抵押品的使用权，外部投资者可以将抵押品变卖，获得 Q 单位的补偿；若项目成功，则抵押品将归还给企业家。

此时可知当且仅当 $p_H(R - R_L + M) \geq p_L(R - R_L + M) + B$ 时，企业家会选择努力管理项目，化简可得 $R_L \leq R - \frac{B}{\Delta p} + M$

要保证外部投资者愿意借钱给企业家，则需要 $p_H R_L + (1 - p_H)Q \geq I - A$

所以只有 $R - \frac{B}{\Delta p} + M \geq \frac{I - A - (1 - p_H)Q}{p_H}$ ，即 $A \geq A^C = p_H \frac{B}{\Delta p} - p_H R + I - (1 - p_H)Q - p_H M$ 。

解释： $A^C < \bar{A}$ ；抵押品减弱了企业家道德风险的动机，因为一旦企业家选择偷懒，则会增加失去抵押品的概率；同时抵押品在项目失败时又可以给予投资者一定的补偿，这使得需要给予投资者的债务面值下降，债务面值下降又会降低企业家的道德风险动机。

应用二：融资中的逆向选择问题

1 “柠檬”问题和市场“停摆”

假设企业家手中的自有资金 $A=0$ ，而企业家需要为新项目筹集 I 单位的初始投资金额，且项目一旦成功，回报为 R ，一旦失败，回报为 0 。企业家和外部投资者都是风险中性的，并且企业家只承担有限责任。

企业家手中的项目有两种可能的类型。一个好的企业家手中的项目成功的概率为 p ，而一个坏企业家手中项目成功的概率为 q ，且 $p > q, pR > I$ 。同时，好企业家的比例为 α ，坏企业家的比例为 $1 - \alpha$ ，令 $m = \alpha p + (1 - \alpha)q$

1.1 市场停摆和交叉补贴

1.1a 对称信息的情形

假设所有的外部投资者都知道企业家的类型，那么投资好企业家的投资者的债务回报为 R_L^G ，而向坏企业家投资的债务回报为 R_L^B ，因此只要 $pR_L^G = I$ 且 $qR_L^B = I$ 就可以向投资者借到 I 单位的资金使项目建成。由此可得 $R_L^G = \frac{I}{p} < R_L^B = \frac{I}{q}$

1.1b 不对称信息

在不对称信息下，每个企业家的类型都是企业家的私人信息，也就是外部投资者不知道企业家的类型，那么此时要保证外部投资者愿意借 I 单位的资金给企业家，则需要 $mR_L \geq I$ ，此时有两种情形：

i) 所有投资者都不投资，此时 $mR_L < I$ ，对于所有的 $R_L \in [0, R]$ 都成立。也就是 $mR < I$ ，且 $qR < I \Rightarrow \alpha < \alpha^*$ ，且 α^* 满足 $[\alpha^*p + (1 - \alpha^*)q]R = I$ ，此时好企业家受到一万点伤害，因为他们手中的项目的净现值为正（ $pR > I$ ），但是却由于坏企业家的存在，使得他们手中的好项目也没人投资者，最终导致信贷市场停摆，好企业家的投资不足。

ii)仍然存在借贷，此时 $mR \geq I$ ，因此可以找到 $R_L \in [0, R]$ 使得 $mR_L \geq I$ ，此时企业家只要保证 $mR_L = I$ 即可，而 $R_L = \frac{I}{m} R_L^G < R_L < R_L^B$ ，也就是，对于好企业家来说，他们需要支付更高的债务融资成本，而对于坏企业家来说，他们的融资成本下降，所以好企业家在向坏企业家进行补贴。

2.处理不对称信息所带来的问题：向市场传递信息

2.1 认证机构

在不对称信息的影响下，需要满足 $mR_L = I$ 才能向外部投资者借到资金。假设现在存在一家认证机构，该机构可以明确识别出企业家的类型，并且会如实地将企业家的类型的信息发布出去，但是需要申请认证的企业家支付 c 单位的认证费用，假设每个企业家手中的自有资金为 0.由于坏企业一定不愿意支付这笔认证费用，被识别为坏企业家，所以只可能好企业家会申请向该机构做认证，但是由于手中没有资金，所以认证费用也需要通过外部融资获得，设好企业家申请认证，并给予外部投资者的回报为：项目成功时为 \widehat{R}_L^G ，则需要 $p\widehat{R}_L^G = I + c$ ，因此只有当 $\widehat{R}_L^G < R_L$ 时，好企业家才会选择进行认证，化简可得 $\frac{c}{I+c} < (1 - \alpha)(\frac{p-q}{p})$.

从上式可知，当认证费用较低，好企业家更愿意进行认证；当不对称信息较重，即 $(1 - \alpha)$ 或 $(\frac{p-q}{p})$ 较大时，好企业家更愿意进行认证。

2.2 提供抵押品

假设企业家可以向外部投资者提供抵押品，且每单位的抵押品对于企业家的价值为 1，而对于外部投资者的价值为 $0 < \beta < 1$.

假设每个企业家的项目的净现值都为正，即 $pR - I > qR - I > 0$

假设好企业家愿意给外部投资者提供 C 单位的抵押品并且给予投资者的回报是：当项目成功时，回报为 R_L^G ；否则回报为 0。若坏企业家选择模仿好企业家并且被误当做好企业家的话，坏企业家也可以获得所需资金，则其收益为 $q(R - R_L^G) - (1 - q)C$ ；而若坏企业家选择不模仿好企业家，则其会被识别为坏企业家，因此坏企业家需要给予项目成功时投资者 $R_L^B = \frac{I}{q}$ 以获得资金 I 。如果要想让坏企业家没有模仿好企业家的动机，则需要 $q(R - R_L^G) - (1 - q)C \leq qR - I$ ，所以好企业家的的问题如下：

$$\begin{aligned} \max_{R_L^G, C} & p(R - R_L^G) - (1 - p)C \\ \text{s.t.} & pR_L^G + (1 - p)\beta C \geq I \\ & q(R - R_L^G) - (1 - q)C \leq qR - I \end{aligned}$$

假设第二个限制条件取严格小于号，则可知此时好企业家会取 $C=0$ ，而一旦 $C=0$ ，则根据之前推导可知，坏企业家会模仿好企业家给予投资者回报 R_L^G 获得融资，所以第二个条件一定取等号，同时第一个条件一定取等号，否则好企业家总可以降低 R_L^G 或 C 以提高自己的预期收益。

因此在 2 个限制条件同时取等号时，可以得到 $R_L^G = \left[\frac{(1-q)-\beta(1-p)}{p(1-q)-\beta q(1-p)} \right] I, C = \frac{I}{1+q(1-p)(1-\beta)/(p-q)} > 0$

决定好企业家的抵押品数量的因素：

(1)当 β 上升时， C 上升；也就是说当抵押品对于外部投资者来说价值越高时，企业家更喜欢用抵押品来弥补项目失败所带来的损失。原因在于抵押品不仅可以提高外部投资者的预期不报，还可以降低坏企业家模仿自己的动机；

(2) q 下降， C 上升；也就是说当不对称信息对于好企业家的不利影响越高时，好企业家更喜欢提高抵押品数量，以使得自己和坏企业家区分开；

