### 第九章 外部性和公共品

# 1. 外部性(Externality)

定义 1.1: 当某个参与人的收益或效用受到其他参与人行为的**直接**影响时, 我们就称存在外部性。

注意:我们这里定义的是"直接影响",意味着不包括由价格变动导致的影响,价格变动所导致的影响,称作"金钱上的外部性(pecuniary externality)"。

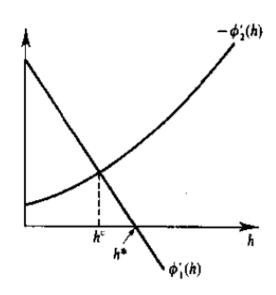
假设 2 个参与者,i=1,2,其效用分别为 $\phi_i(h)$ ,i=1,2,其中 h 对两者的效用都有影响,若有参与者 1 来选择 h,则参与者 1 所选择的最优的 $h^*$ 满足 $\phi_1'(h^*)=0$ .

然而,社会最优的 $h^{FB}$ 应该为下式的解:

$$max_{h\geq 0}\phi_1(h) + \phi_2(h)$$

因此可得:  $\phi'_1(h^{FB}) + \phi'_2(h^{FB}) = 0$ .

假设 $\phi_2'(.)$  < 0则可知参与者 1 的行为会对 2 的效用产生负向的影响,即存在负外部性,此时可得 $h^{FB} < h^*$ .



2.外部性的处理方法 将外部性内部化

#### 2.1. 处理外部性的方法之一

#### ——抽税或补贴

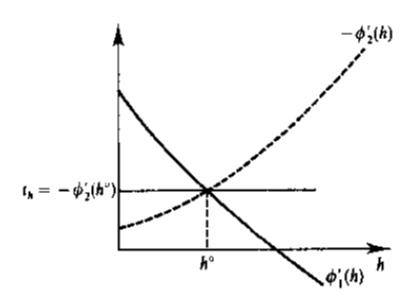
现规定参与人 1 每单位的 h 都需要缴纳 $t_h = -\phi_2'(h^{FB})$ 的单位税,则对于参与者 1 来说,其最大化问题如下:

$$max_{h\geq 0}\phi_1(h) - t_h h$$

则一阶条件要求 $\phi'_1(h) = t_h$ .

因此,可知 $h = h^{FB}$ 满足上述条件。

解释:这里所抽的单位税率正好等于参与人行为对于其他人效用在社会最优解处的边际影响,也就是通过抽税,我们将外部性内部化。同样的,当参与者 1 的行为对参与者 2 会产生正外部性时,我们可以通过补贴的方式来得到社会最优的结果。



### 2.2 处理外部性的方法之二

### ——明确界定产权

假设我们将拥有 h=0 环境的权利赋予参与者 2,则 2 个参与者可以就此进行议价(bargain),具体过称为:参与者 2 制定一个合同(h,T),规定参与者 1 可以选择 h,但是需要向参与者 2 交付 T 单位的补偿;在观察到这一合同之后,参与者 1 决定是否接受,如果拒绝,则议价结束,h 仍就为 0。

因此对于参与者 2 来说,他需要制定最优的合同(h,T)以最大化自己的效用:

$$\max_{h \ge 0, T} \phi_2(h) + T$$
  
s.t  $\phi_1(h) - T \ge \phi_1(0)$ 

最优解一定满足 $T = \phi_1(h) - \phi_1(0)$ ,代入目标函数可得:

$$max_{h\geq 0}, \phi_2(h) + \phi_1(h) - \phi_1(0)$$

故可得最优解为 $h = h^{FB}$ 。

## 2.3 处理外部性的方法之三

## ——完全市场

假设生产h的权利可以在完全竞争市场中进行交易,每单位的价格为 $p_h$ ,则对于参与者1来说,其所面临的问题如下:

$$max_{h_1 \ge 0} \phi_1(h_1) - p_h h_1$$

可得 $\phi_1'(h_1) = p_h$ 

给定价格 $p_h$ ,参与者 2 所面临的问题如下:

$$max_{h_2\geq 0}\phi_2(h_2)+p_hh_2$$

可得 $\phi_2'(h_2) = -p_h$ 

为了市场出清,需要  $h_1=h_2=h^E>0$ , s.t  $\phi_1'(h^E)+\phi_2'(h^E)=0$ ,  $p_h^E=\phi_1'(h^E)$ 。

## 3.公共品(Public Good)

定义 3.1: 如果某些人使用一种商品不会排斥其他人使用该种商品,即没有排他性,则这种商品被称作公共品。

#### 3.1 社会最优的公共品供应量

假设有 I 个消费者,每个消费者 i 从公共品消费中获得的效用为 $\phi_i$ (.),其中  $\phi_i'(.) > 0, \phi_i''(.) < 0, \forall i = 1, ... I,$ 且公共品的生产成本为c(.), c'(.) > 0, c''(.) > 0。

社会最优的公共品供给量应该为以下问题的解:

$$\max_{q\geq 0} \sum_{i=1}^{I} \phi_i(q) - c(q)$$

一阶条件要求

$$\sum_{i=1}^{I} \phi_i'(q^{FB}) - c'(q^{FB}) = 0$$

## 3.2 私人供应公共品的无效性

给定公共品的市场价格 $p^*$ ,每个消费者 i 购买公共品数量 $x_i^*$ 为如下问题的解:

$$\max_{x_i \ge 0} \phi_i(x_i + \sum_{k \ne i} x_k^*) - p^* x_i$$

若 $\phi_i'(\sum_{k\neq i} x_k^*) \leq p^*$ , $x_i^* = 0$ ;若 $\phi_i'(\sum_{k\neq i} x_k^*) > p^*$ , $\phi_i'(x_i^* + \sum_{k\neq i} x_k^*) = p^*$ 。

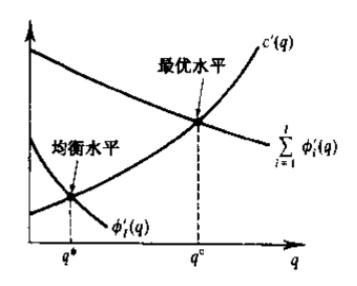
给定价格 $p^*$ ,公司供给的公共品数量 $q^*$ 满足如下条件:

$$p^* = c'(q^*)$$

在竞争均衡中,市场出清要求 $q^* = \sum_i x_i^*$ 。

假设所有消费者的效用函数满足 $\phi_1'(x) < \phi_2'(x) < \cdots < \phi_I'(x), \forall x$ 

因此可知 $x_I^* > 0$ 且 $x_j^* = 0$ ,  $\forall j \neq I$ 。



- 4. 公共品供应的解决方法
- 4.1 方法之一
- ——由政府供给

# 4.2 方法之二

——补贴

假设 I=2,政府对于消费者 i 每单位的公共品购买进行 $s_i$ 单位的补助,因此给定对手的公共品消费量 $\hat{x_j}$ ,消费者选择的消费量 $\hat{x_i}$ 满足如下条件:

$$\phi_i'(\widehat{x}_i + \widehat{x}_j) + s_i = \hat{p}$$

令 $s_i = \phi_j'(q^{FB})$ ,则可得到社会最优的公共品供给量 $q^{FB}$ 。