### 计量经济学

May 17, 2025

# Lecture 5 Asymptotic Theory for Least Squares

#### 1.1 几种统计概念

- 1. 依概率:  $\lim P[\|Z_n Z\| \leq \delta] = 1$
- 2. 依分布:  $F_n(u) = p[Z_n \leq u]$
- 3. 大数定律:  $\bar{Y} \to E[Y]$
- 4. 中心极限定理 (CLT):  $\sqrt{n}(\bar{Y}-u) \rightarrow N(0,V)$
- 5. 连续映射定理:  $Z_n \to c, g(Z_n) \to g(c)$
- 6. Delta Method: $\sqrt{n}(g(\hat{u}-g(u))) \rightarrow G'\xi, G = \nabla g(u)$

### 1.2 OSL estimator 与 bets linear projection 的关系

- $\frac{1}{n}\sum_{i}X_{i}X'_{i} \rightarrow E[XX']$
- $\frac{1}{n}\sum_{i}X_{i}Y_{i} \rightarrow E[XY]$
- 可以说, OLS estimator $\hat{\beta}$  依概率收敛到 projection coefficient $\beta$ .

### 1.3 Asymptotic Normality

• 
$$\hat{Q}_{XX} = n^{-1} \sum_{i} X_{i} X'_{i} \quad Q_{XX} = E[XX']$$

• 
$$\Omega = E[(Xe)(Xe)'] = E[XX'e^2]$$

• 
$$\frac{1}{\sqrt{n}}\sum_{i}X_{i}e_{i} \rightarrow N(0,\Omega)$$

• 
$$\sqrt{n}(\hat{\beta} - \beta) = (\frac{1}{n} \sum_{i} X_i X_i')^{-1} (\frac{1}{\sqrt{n}} \sum_{i} X_i e_i) \to Q_{XX}^{-1} N(0, \Omega)$$

- $V_{\beta} = Q_{XX}^{-1} \Omega Q_{XX}^{-1}$ , is the asymptotic variance of  $\sqrt{n}(\hat{\beta} \beta)$
- $V_{\hat{\beta}} = \operatorname{var}[\hat{\beta}|X]$   $nV_{\hat{\beta}} \rightarrow V_{\beta}; \ V_{\hat{\beta}}^0 = (X'X)^{-1}\sigma^2$
- 同方差下:  $\Omega=E[XX']E[e^2]=Q_{XX}\sigma^2$ ,则  $V_\beta=Q_{XX}^{-1}\sigma^2=V_\beta^0$

### 1.4 Consistency of Error Variance Estimators

1. 
$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n} \sum_i \hat{e}_i^2$$
  $s^2 = (n-k)^{-1} \sum_i \hat{e}_i^2$   $n^{-1} \sum_i e_i^2 \to \sigma^2$ 

2. 证明 
$$\hat{\sigma}^2 \to \sigma^2$$
,就需利用  $\hat{e}_i = e_i - X_i'(\hat{\beta} - \beta)$  平方可得。同时也有  $s^2 \to \sigma^2$ 

### 1.5 同方差、异方差协方差矩阵估计

1. 
$$\hat{V}^0_{\hat{\beta}} = (X'X)^{-1}s^2$$

2. 
$$\hat{V}_{\beta}^{0} = Q_{XX}^{-1} s^{2}$$
 收敛到  $V_{\beta}^{0}$ 

3. 
$$\hat{\Omega}=n^{-1}\sum_{i}X_{i}X_{i}'\hat{e}_{i}^{2}$$
  $\hat{V}_{\beta}^{HC0}=\hat{Q}_{XX}^{-1}\hat{\Omega}\hat{Q}_{XX}^{-1}$ 

4. 同样的有 
$$n\hat{V}^{HC0}_{\hat{\beta}} = \hat{V}^{HC0}_{\beta}$$

#### 1.6 Functions of Parameters

主要是基于连续映射定理,因此基于 Asymptotic Distribution of Functions of Parameters 往往有:

$$\sqrt{n}(\hat{\theta} - \theta) \to N(0, R'V_{\beta}R) \quad R = \nabla r(\beta), r(\beta) = \theta$$

注意 T-test 的推导。置信区间不是计量的内容,因此第一轮中跳过

## Lecture 6 Endogeneity

- 1. structural parameter 就是  $\beta$ 。内生性问题下的估计参数可以说是不收敛的,但不能说是有偏的
- 2. 经典测量误差: X = Z + u E[u] = 0。是有噪声但是无偏测度。
- 3. 回归中的测量误差:  $\beta^*=\beta+\frac{E[Xv]}{E[X^2]}$ 。前提是 k=1,还可以化为什么形式? 什么是 v?
- 4. 联立方程组误差: 建议手动计算推导。

### Lecture 7 Panel Data

面板数据分为平衡面板与非平衡面板。面板数据的列代表同一个体在不同时间,行代码不同个体在同一时间

### 3.1 混合回归

仔细思考混合回归什么时候是无偏的? 当

$$E[e_{it}|X_i] = 0$$

如何推导?写成求和形式而非矩阵形式更加明了。

### 3.2 随机效应

矩阵形式:

$$Y_i = X_i \beta + 1 u_i + \epsilon_i$$

随机效应的六个期望;随机效应模型的方差  $E[e_ie_i'|X_i]=1_i1_i'\sigma_u^2+I_i\sigma_\epsilon^2\sim\Omega_i$ ,即非对角线元素都为  $\sigma_u^2$ 。该矩阵的维度依赖  $T_i$  基于上述方差,可以采用 GLS 进行处理(同除  $\Omega^{-\frac{1}{2}}$ )所得到最后是同方差。注意, $V_{gls}\leq V_{pool}$ (不然为啥要搞广义线性回归)。

#### 3.3 固定效应

随机效应模型中 $u_i$  常被看成是遗漏变量,如果此变量与 $X_i$  存在相关性时,估计系数会严重有偏(详见-1的例子),也即 $E[X_iu_i] \neq 0$ ,我说的。因此,固定效应模型的作用就是处

理此类情形。它需要的假设要比随机效应模型更弱:

$$E[X_{is}\epsilon_{it}] = 0$$

注意 s 是变化的。如何消除  $u_i$  呢?如果对两边取均值,可以得到:

$$\bar{Y}_i = \bar{X}_i' \beta + u_i + \bar{\epsilon}_i$$

原因在于  $u_i$  与不随时间变化。与原回归相减得:

$$(Y_{it} - \bar{Y}_i) = (X_{it} - \bar{X}_i)'\beta + (\epsilon_{it} - \bar{\epsilon}_i)$$
$$\dot{Y}_{it} = \dot{X}'_{it}\beta + \dot{\epsilon}_{it}$$

由

$$\dot{Y}_i = Y_i - 1_i \bar{Y}_i 
= Y_i - 1_i (1'_i 1_i)^{-1} 1'_i Y_i 
= M_i Y_i$$

(注意到  $\frac{1}{n} = (1_i' 1_i)^{-1}$  是标量) 所以得出:

$$\beta_{fe} = (\sum_{i} \sum_{t} \dot{X}_{it} \dot{X}'_{it})^{-1} (\sum_{i} \sum_{t} \dot{X}_{it} \dot{Y}_{it})$$
$$= (\sum_{i} \dot{X}'_{i} \dot{X}_{i})^{-1} (\sum_{i} \dot{X}'_{i} \dot{Y}_{i})$$

显然  $\beta_{fe}$  是无偏的,而  $V_{fe}^0 = \sigma_\epsilon^2 (\sum_i \dot{X}_i' \dot{X}_i)^{-1}$ 

### 3.4 差分估计

除了采用均值处理,同样也可用差分处理,易得:

$$\Delta Y_{it} = \Delta X'_{it}\beta + \Delta \epsilon_{it}$$

而  $\Delta Y_i = D_i Y_i$ 。如果 T = 2,那么  $\hat{\beta}_{\Delta} = \hat{\beta}_{fe}$ ,但是所得并非同方差,由于  $D_i D_i'$  的结果,因此也需要 GLS(同除  $H_i^{-\frac{1}{2}}$ )。

### 3.5 Dummy Variables Regression

目前不作要求

### Lecture 8 IV

#### 4.1 IV 概述

我们对于内生性 (endogenous) 的定义为  $E[Xe] \neq 0$ ,等价的 E[Xe] = 0 是外生性。一个内生性回归总是可以拆解为含内生性和不含内生性的部分,也即

$$Y = X_1'\beta_1 + X_2'\beta_2 + e$$

其中  $X = (X_1, X_2)$  而  $X_1$  外生  $X_2$  内生。在本节我们将  $X_2$  命名为  $Y_2$ ,而 Y 命名为  $Y_1$ 。

那么什么是工具变量呢? 我们称,一个  $l \times 1$  的列向量 Z 是工具变量,当这个变量满足以下几个条件:

$$E[Ze] = 0 \quad E[ZZ'] > 0 \quad \mathrm{rank}(E[ZX']) = k$$

第一个保证了外生性,第二个排除了线性冗余性,第三个是相关性条件(relevance condition),也是该期望可逆的条件。由于原变量  $X_1$  天然具有外生性,因此不妨令  $Z = (X_1, Z_2)^T$  (不然哪里找那么多工具变量!)。显然当 Z 的维度等于 k 时这个模型是 just identitied(唯一性),超过就不唯一了(over identitied)。

为了更好地描述内生变量与工具变量的关系,我们不妨用一个回归来表述它:

$$Y_2 = \Gamma' Z + u_2 = \Gamma'_{12} Z_1 + \Gamma'_{22} Z_2 + u_2$$

显然, $E[Zu_2] = 0$ 。我们把上述关系代入到内生性回归中可以得到如下结果:

$$Y = Z_1'\beta_1 + (\Gamma_{12}'Z_1 + \Gamma_{22}'Z_2 + u_2)'\beta_2 + e$$
$$= Z_1'(\beta_1 + \Gamma_{12}\beta_2) + Z_2'\Gamma_{22}\beta_2 + u_2'\beta_2 + e$$

 $id \lambda = \bar{\Gamma} \beta$ ,根据上式的结果我们可以得 $\bar{\Gamma}$ 为

$$\begin{bmatrix} I_{k1} & \Gamma_{12} \\ 0 & \Gamma_{22} \end{bmatrix}$$

(太显然了) 通过  $Y_1, Y_2$  的关系我们可以计算出最小二乘估计。下面我们来确定各自的维度。已知都是列向量, $X_2(Y_2)$  是  $k_2$  维,Z 是 l 维,那么显然  $\Gamma$  是  $l \times k_2$  维。因此,整个  $\bar{\Gamma}$  是  $l \times k$  维的,因为  $Y(Y_1)$  是 k 维的。同时由于  $l = k_1 + l_2$ ,那么也可确定各自的维度。下面我们来研究为什么  $\mathrm{rank}(E[ZX']) = k$ 。首先我们可以很由  $\Gamma$  和  $\lambda$  的投影系数得到下述关系:

$$\Gamma = E[ZZ']^{-1}E[ZX_2'] \tag{4.1}$$

$$\lambda = E[ZZ']^{-1}E[ZY_1'] \tag{4.2}$$

$$=E[ZZ']^{-1}E[ZX']\beta \tag{4.3}$$

同样的, $\bar{\Gamma}=E[ZZ']^{-1}E[ZX']$ (因为残差为 o)故  $\beta$  要是有解,矩阵 E[ZX'] 必须可逆,且 当  $\beta$  由唯一解时,矩阵 E[ZX'] 的秩等于  $E[ZY'_1]$ ,而  $E[ZY'_1]$  应是 k 维的(因为  $Y_1$  是 k 维)。如果 l=k,会发生什么?这时有唯一解,因此  $E[ZX']\beta-E[ZY'_1]=0$ (这也可从 E[Ze]=0 推出,因为  $Y_1-X'\beta=0$ 。则  $\hat{\beta}_{iv}$  可计算出(具体值是多少?)。实际上,由于  $\lambda=\bar{\Gamma}\beta$  也可计算出同样的结论(把上方的式子代入),这时又称之为 indirect least Squares (ILS) estimator。所以一共有两种方法推导  $\beta$ 。这都需要掌握。对于有  $Y_1=X'\beta+\alpha+e$  这 类回归,我们牢记  $\hat{\alpha}_{IV}=\bar{Y}_1-\bar{X}'\hat{\beta}_{IV}$  可得。(这部分可以回顾一下,我觉得很丑陋,所以 仅仅简单了解了一下)。

#### 4.2 WALD estimator

(要加强记忆) 在 Wald 估计量中,我们是单变量,IV 是二元变量。Wald 估计量有两个重要的式子:

$$E[Y|Z=1] = E[X|Z=1]\beta + \alpha$$
 (4.4)

$$E[Y|Z=0] = E[X|Z=0]\beta + \alpha$$
 (4.5)

(4.6)

由此可得:

$$\beta = \frac{E[Y|Z=1] - E[Y|Z=0]}{E[X|Z=1] - E[X|Z=0]}$$

自然的,由  $\bar{Y}_1 = \frac{\sum_i Z_i Y_i}{\sum_i Z_i}$  可以得到 Wald 估计量  $\hat{\beta} = \frac{\bar{Y}_1 - \bar{Y}_0}{\bar{X}_1 - \bar{X}_0}$ 。那么,如何证明 IV 估计量  $\hat{\beta}_{IV} = \frac{\bar{Y}_1 - \bar{Y}}{\bar{X}_1 - \bar{X}}$  就是 Wald 估计量呢?我们从  $\bar{Y} = Z_1 \bar{Y}_1 + (1 - Z_1) \bar{Y}_0$  得出。

### 4.3 Two-Stage Least Squares

令  $W = \bar{\Gamma}'Z$ ,可得到关于 **W** 的估计,然后把 **W** 代入可得到  $\beta$  关于  $\bar{\Gamma}$  的。如果我们同时用之前所得的  $\bar{\Gamma} = E[ZZ']^{-1}E[ZX']$ ,那么将其代入可得到  $\hat{\beta}_{2sls}$ (其实以  $(Z'Z)^{-1}(Z'X)$  代入):

$$\hat{\beta}_{2sls} = (X'Z(Z'Z)^{-1}Z'X)^{-1}X'Z(Z'Z)^{-1}Z'Y_1$$

注意到,这和投影矩阵类似,令  $P_Z = Z(Z'Z)^{-1}Z'$ ,以及已知的投影矩阵的性质,可得到如下结果

$$\hat{\beta}_{2sls} = (X'P_ZP_ZX)^{-1}X'P_ZY_1 = (\hat{X}'\hat{X})^{-1}\hat{X}'Y_1$$

注意到,两阶段最小二乘同样满足大数定理。要证明其收敛到 $\beta$ ,只需将其中 $Y_1$ 写成 $X\beta + e$ 形式

### 4.4 局部平均处理效应 (Local Average Treatment Effects)

令 Y(x) = h(x,U), X(z) = g(z,U),以观察 X = X(z), Y = Y(X)。因此平均处理效应可定义为

$$ATE = E[C] = E[Y(1) - Y(0)]$$

但是这并不能很好地在内生性情形下实现,一个具体的列子是上学。由于假设 X(0) = 1, X(1) = 0 的 "Defiers" 不存在,而 never takers 和 always takes 之 X(1) - X(0) = 0 恒成立,因此研究 E[X(1) - X(0)] 往往只针对"compliers" 生效,也即

LATE = 
$$E[Y(1) - Y(0)|X(1) > X(0)]$$

等价于 Wald 估计量。推导如下:

Proof. 首先记 Y(1) - Y(0) = C,按照概率分布的形式,有:

$$X = (1 - Z)X(0) + ZX(1) = X(0) + Z(X(1) - X(0))$$

将其代入 Y 中:

$$Y = Y(0) + X(Y(1) - Y(0)) = Y(0) + XC = Y(0) + X(0)C + Z(X(1) - X(0))C$$

那么期望可表述为:

$$E[Y|Z=1] = E[Y(0)] + E[X(0)C] + E[(X(1) - X(0))C]$$
  
$$E[Y|Z=0] = E[Y(0)] + E[X(0)C]$$

则

$$\begin{split} E[Y|Z=1] - E[Y|Z=0] &= E[(X(1) - X(0))C] \\ &= 1 \times E[C|X(1) - X(0) = 1]P[X(1) - X(0) = 1] + 0 \times E[C|X(1) - X(0) = 0] \\ &= E[C|X(1) - X(0) = 1](E[X|Z=1] - E[X|Z=0]) \end{split}$$

可从 
$$P[X(1) - X(0) = 1] = E[X(1) - X(0)]$$
 得。那么,证毕。

### Lecture 9 DID

### 5.1 名词解释

- 1. 一次性政策:干预一次
- 2. 连续性政策:一段时间内持续进行的政策干预或政策措施
- 3. 平行趋势假设:在没有干预的情况下,处理组(treated group)和对照组(control group)的趋势是相同的
- **4.** 处理效应:干预或政策的实施,对处理组产生的影响,是针对某个个体的,因此期数没有显示写出:

$$C_i = Y_i(1) - Y_i(0)$$

5. 预期效应: 个体或群体由于预期到未来某个政策或干预的实施, 而在实际干预前已 经开始作出反应。预期效应是内生性问题的一种表现

$$Y_{i1}(1) = Y_{i1}(0)$$

6. 平行趋势: 平行趋势是指在干预发生之前,处理组和对照组的因变量(如收入、消费等)在时间上的变化趋势是一致的。也即:

$$E[Y_{i2}(0) - Y_{i1}(0)|D_i = 1] = E[Y_{i2}(0) - Y_{i1}(0)|D_i = 0]$$

7. ATT: 指干预对那些实际接受干预的个体或单位的平均处理效应。

$$E[Y_{i2}(1) - Y_{i2}(0)|D_i = 1]$$

$$= (E[Y_{i2}|D_i = 1] - E[Y_{i1}|D_i = 1]) - (E[Y_{i2}|D_i = 0] - E[Y_{i1}|D_i = 0])$$

这也是 DID 的真实含义若再基于 PO 假设:

$$E[Y_{i2}(1) - Y_{i1}(1)|D_i = 1] - E[Y_{i2}(0) - Y_{i2}(0)|D_i = 0]$$

若再基于无预期假设

$$E[Y_{i2}(1) - Y_{i1}(0)|D_i = 1] - E[Y_{i2}(0) - Y_{i2}(0)|D_i = 0]$$

加減  $E[Y_{i2}(0)|D_i=1]$  可以是第一项变成 ATT,而基于平行趋势假设后面的可以消去

- 8. ATF: 指干预对所有人群的平均处理效应。
- 9. **TWFE**: 双向固定效应模型,广泛用于面板数据分析中。该模型同时控制了个体固定效应(例如,公司、地区或个人的时间不变特征)和时间固定效应(例如,所有个体在同一时间点受到的共同冲击)。
- 10. Potential Outcomes: 假设每个个体在不同的处理状态下都有一个潜在的结果。然而,由于每个个体只能处于一个状态(接受或不接受处理),因此只能观察到一个潜在结果。
- **11.** 检验平行趋势:如果事前趋势一致,那么假设平行趋势一致(但无法被检验),一般可视化。也可用一回归检验(怎么写呢)

#### 5.2 DID 前沿理论

#### Staggered DID

一次性政策发生在多个不同的时间,这也成为异质性处理效应,无法被双向固定效应解决(因为存在内生性)。此时的平行趋势为:

$$E[Y_{i,t}(\infty) - Y_{i,t-1}(\infty)|G_i = g] = E[Y_{i,t}(\infty) - Y_{i,t-1}(\infty)|G_i = g']$$

∞ 表示未被处理。此时的无预期效应为:

$$Y_{it}(\infty) = Y_{it}(g) \quad t < g$$

相当于被处理前都是一致的。

5.2. DID 前沿理论 17

#### 5.2.1 Forbidden Comparsion

当处理效应并非常数(也即  $Y_{it}(g) - Y_{it}(\infty)$  不定,随时间变化),可能会导致负权重问题,是因为采用了 "forbidden comparsion"。有一个简单的例子描绘此类情形,如果存在一个组,两个期都是被处理的(always-treated),一个组只在第二期被处理 (swithers),那么估计系数,或是平均处理效应为:

$$\hat{\beta} = (\bar{Y}_{s,2} - \bar{Y}_{s,1}) - (\bar{Y}_{at,2} - \bar{Y}_{at,1})$$

负权重产生的原因在于 AT 组随时间增大!

#### 5.2.2 Frisch-Waugh-Lovell theorem

是一个并非局限于 DID 的定理,在多元回归分析中,先对一些自变量进行回归,再进行剩余部分的回归,得到的回归系数与直接对全部自变量进行回归时的结果是相同的。那么,在 DID 中是如何体现的呢?首先,我们有这样的回归方程:

$$Y_{it} = \alpha_i + \phi_t + D_{it}\beta + \epsilon_{it}$$

我们将  $D_{it}$  对其余变量进行回归,在将  $D_{it}$  对回归后的残差  $D_{it} - \hat{D}_{it}$  进行回归,得到的估计系数  $\beta = \frac{E[Y_{it}(D_{it} - \hat{D}_{it})]}{Var(D_{it} - \hat{D}_{it})}$  即为直接回归的估计系数。但是是什么导致了负系数的出现?可以从分布回归中揭示。显然, $\beta$  只在第二步回归中出现,因此  $\beta$  的正负必然与残差项有关

#### 5.2.3 SA

上述几节探讨的前沿理论都是围绕 DID,或是 TWFE 中的负权重问题。在本节中,一个新的问题被提出,也即即使不是负的,依然可能是不恰当的。要仔细说明这个情况,先来看公式:

$$ATT(g,t) = E[Y_{it}(g) - Y_{it}(\infty)|G_i = g]$$

注意到 g 是处理时点,因此 t = g - 1 同样满足形式。请推导此情形下逐步采用 PO 和无预期后如何等价于 ATT 的过程。虽然计算过程显示是合理的,但是在计算均值时,如果样本不平衡,也可导致偏误。这些写的很不清楚,但就 GPT 而言,SA 更多是用于处理滞后效应,也即对 ATT(g,g+k),如果 k < 0 那么显然是存在事前趋势的。

### Lecture 9 Regression Discontinuity

### 6.1 The Sharp Regression Discontinuity Design

1. 
$$W_i = 1\{X_i \ge c\}$$

2.

$$E[Y|X = x] = E[Y|W = 0, X = x]P(W = 0|X = x) + E[Y|W = 1, X = x]P(W = 1|X = x)$$

3. average causal effect of the treatment at the discontinuity point:

$$\tau_{SRD} = E[Y_i(1) - Y_i(0)|X_i = c]$$

- 4. conditional unconfoundedness assumption, overlap assumption
- 5. overlap assumption 被假设 conitnuity of conditional regression functions assumption 所补偿,此时的  $\tau_{SRD}$  为?

6.

$$\tau_{\text{FRD}} = \frac{\lim_{x \downarrow c} \mathbb{E}[Y \mid X = x] - \lim_{x \uparrow c} \mathbb{E}[Y \mid X = x]}{\lim_{x \downarrow c} \mathbb{E}[W \mid X = x] - \lim_{x \uparrow c} \mathbb{E}[W \mid X = x]}$$

7. 为什么 Fuzzy RD is IV? 写出 complier, never-takers 和 always-takers 的形式

### 6.2 Graphical Analysis

1. 绘制 Y 在断点附近的区间的直方图

- 2. 比较其他协变量在断点附近的均值,比如 $W_i$
- 3. 线性回归,对远离点敏感
- 4. 核回归,核相减
- 5. 局部线性回归,按照距离 c 点的距离

# 不敢忘,不能忘(发出兔友的声音)

### 7.1 Lecture 1

- 1. 有哪五种数据类型 (6)
- 2. 什么是 CEF (13)
- 3. 迭代期望法则有哪些(15)
- 4. 什么是 CEF error, 具有哪些性质? (16)
- 5. unconditional variance 的大小解释了什么?(17)
- 6. 什么是 best predictor? 谁是 best predictor? 为什么? (18)
- 7. 什么是 conditional error variance? (20)
- 8. 什么是交互影响? (23)
- 9. 什么是 best linear predictor,它的假设是什么?(24)
- 10. 什么是 linear projection coefficient? (25)
- 11. projection error 具有怎样的性质?(27)
- 12. 推导 linear predictor error variance (28)
- 13. 推导 regression coefficients with intercept (29)
- 14. 推导 omitted variable bias (30), 并说明什么是 omitted variable bias
- 15. linear CEF 和 best linear predictor 的区别是什么

#### 7.2 Lecture 2

- 1. OLS estimator,以及什么对应样本矩,什么对应总体矩
- 2. 什么是残差,如何写出?误差是什么。残差满足什么样的性质
- 3. demand regressors 是什么?这个回归中 OLS estimator 等于多少
- 4. 矩阵形式下 OLS estimator 是多少
- 5. 投影矩阵的形式是什么? 写出它与 X,Y, 均值以及自身的组合形式
- 6. 幂等矩阵的形式是什么? 写出它与 X,Y, 均值以及自身的组合形式
- 7. 误差的方差的自然估计,可行估计是什么?它们与幂等矩阵有什么关系,谁更小?
- 8. SST, SSE, SSR 的形式, R<sup>2</sup> 的形式
- 9. 两阶段最小二乘,如何通过残差进行简易计算?
- 10. Frisch-Waugh-Lovell 定理,在多变量下与上面的结果有什么联系?
- 11.  $h_{ii}$  等于什么?这种回归与 OLS 估计存在什么联系
- 12. 如何判断一个观测值的影响力

#### 7.3 Lecture 3

- 1. 线性回归的条件(满秩)
- 2. 证明 OSL estimator 是无偏的,以及迭代期望法则下的
- 3. 什么是条件协方差矩阵? D 是什么? 什么情况下下 D 和  $\sigma$  有简洁的联系?
- 4.  $V_{\hat{\beta}}$  是什么? 化成含  $\sigma$  形式
- 5. **解释何为高斯-马尔可夫定理** (5)? 什么是 BLUE? 同方差下证明 OLS estimator 是 BLUE
- 6. 广义最小二乘下有什么不一样的条件? 这时的  $\hat{\beta}$  是无偏的吗? 计算此时的  $V_{\hat{\beta}}$
- 7. 写出  $\tilde{\beta}_{gls}$

7.4. LECTURE 4 23

- 8. 残差的条件协方差是什么?
- 9. 误差方程的估计是什么?其条件期望是什么?为什么要用 s², 其具有怎样的性质?
- 10. 什么是  $V^0_{\hat{eta}}, \hat{V}^0_{\hat{eta}},$  后者的条件期望是什么?
- 11. 什么是 ideal but infeasible estimator?
- 12. 什么是  $\hat{V}^{HC0}_{\hat{\beta}}$ ? HCo 指什么?
- 13. 什么是  $\hat{V}^{HC1}_{\hat{\beta}}$ ? HC1 指什么?
- 14. 解释  $\rho^2$ ,  $R^2$ ,  $\bar{R}^2$  的联系

#### 7.4 Lecture 4

- 1. 正态回归模型具有怎样的特征? 当什么情况下成立? (9)
- 2. 写出似然函数,并求出对应系数(12)
- 3. 写出估计系数与残差的分布形式(15)
- 4. 写出 variance estimator 的分布形式(17)
- 5. 写出 t-statistic 的形式 (18), 并写出 t-ratio 形式 (19), 谈论这些统计量适宜的条件 (20)

### 7.5 Lecture 5

- 1. 两种收敛, 三种定律, 一个方法
- 2.  $\hat{\beta}$  的收敛是怎样的
- 3. 什么是渐进正态?  $\Omega$  是什么? 谁和它有关系?
- 4. 什么是  $V_{\beta}, V_{\hat{\beta}}, V_{\beta}^{0}$ , 它们的关系是怎么样的?
- 5.  $\hat{\sigma}^2, s^2$  如何收敛?
- 6. 什么是  $\hat{V}^0_\beta, \hat{V}^{HC0}_\beta, \hat{\Omega}, \hat{V}^{HC0}_\beta$ ,它们的关系是怎样的? 仅以  $\beta$ , 0 为例,一共有四种组合,分别是怎样的

- 7. 什么是 asymptotic distribution of functions of parameters (29)
- 8. 写出此时的  $T(\theta)$  以及收敛情形(33)
- 9. 写出如果估计 m(x) (38)

### 7.6 Lecture 6

- 1. 说明 regression model, projection model, structural model 的区别
- 2. 什么情况下内生性不会发生? 内生性偏误由什么导致?
- 3. 举出三种引起内生性偏误的例子

### 7.7 Lecture 7

- 1. 简单描述这几个概念: 微观面板, 宏观面板, 平衡与非平衡面板
- 2. 写出混合回归的估计系数,分别矩阵形式和标量形式,并给出其一致性的条件
- 3. 分别写出 one-way error componet model 的含 t 和不含 t 形式
- 4. 写出随机效应模型的六个条件
- 5. 写出此时误差项的条件方差-协方差矩阵,此时的估计系数。相较于混合回归,谁的 方差更小?
- 6. 什么是固定效应? 什么情况下会导致混合回归和随机效应模型出现偏差,**这是由什么造成的**?
- 7. 固定效应模型的假设是什么?
- 8. 写出固定效应模型转化后的形式,谈论它的后果,并写出它的估计系数、方差
- 9. 差分估计系数中  $D_i$  长什么样?
- 10. 写出此时的两种回归方程,以及估计系数。什么情况下等价于固定效应模型?
- 11. 协方差矩阵长什么样? 写出广义线性回归下的一系列系数
- 12. 简单解释哑变量回归的含义