# 第七章 价格歧视

1 定义

价格歧视指的是产品销售方可以对同一种商品向不同的消费者索要不同的价格。

2 存在的条件

i) 出售产品的公司需要具有一定的垄断能力；

ii) 公司可以甄别出不同的消费者或者区分不同的需求市场；

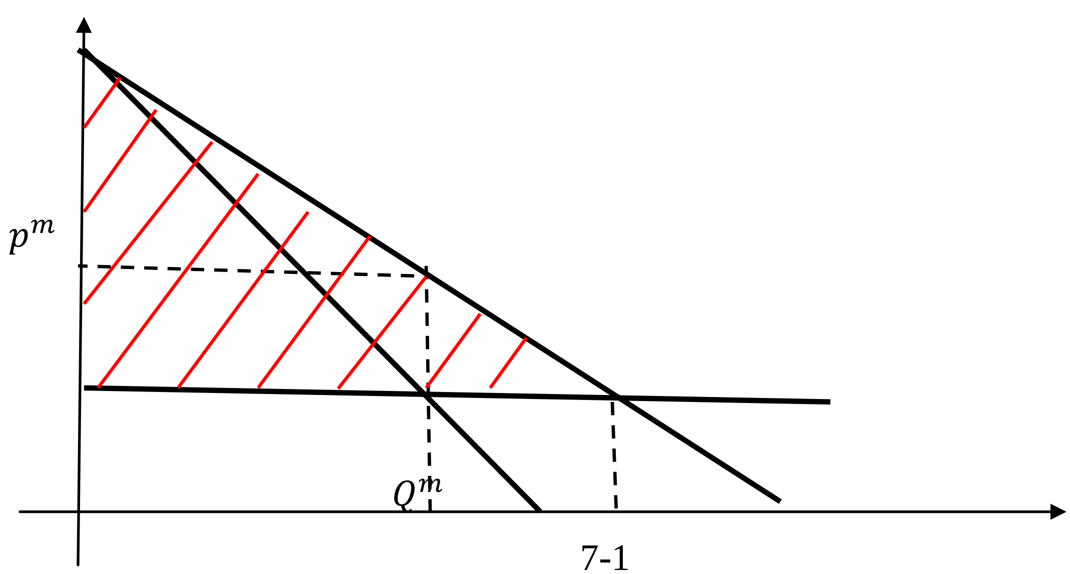
iii)消费者之间没有套利的机会。

3 基本分类：一级价格歧视、二级价格歧视、三级价格歧视

4 一级价格歧视

4.1 定义：垄断厂商可以对每单位的产品索要不同的价格，因此垄断厂商可以对不同的消费者索要其保留价格，因此使得垄断厂商掠夺了所有的消费者剩余。

4.2 图示：




7-1

红色阴影部分为生产者的利润，因此可得此时为社会最优结果！

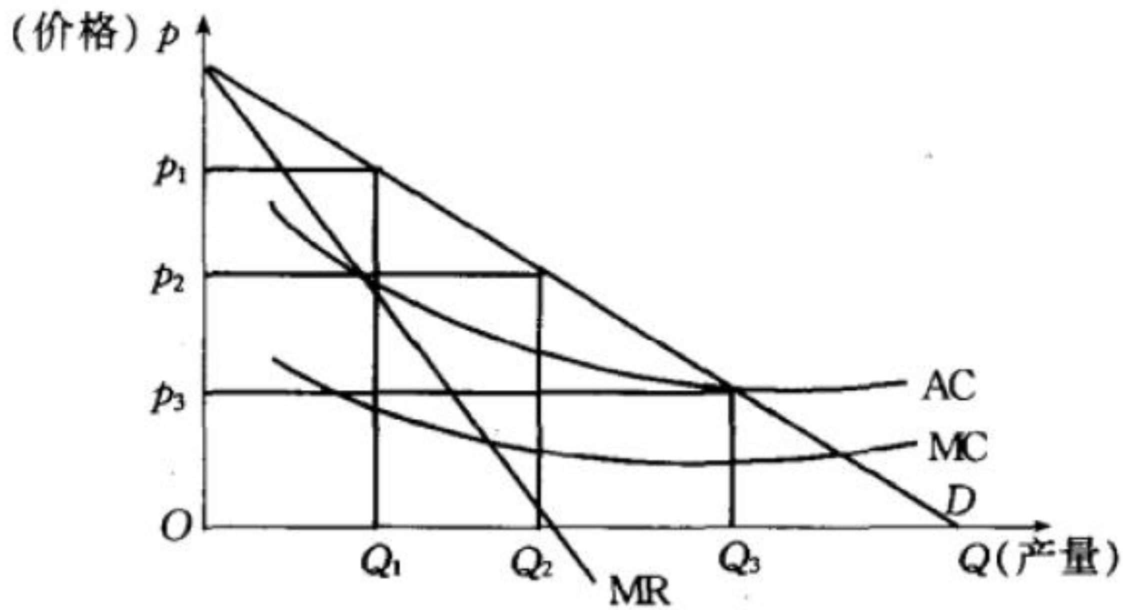
**讨论：我们发现对于垄断者来说，是其必须对自己产品索要一样的价格，导致其缩减生产，而当这一假设不存在时，我们得到垄断者可能会生产出社会最优的产量，即完全竞争下的均衡产量。**

然而，一级价格歧视对厂商能力的要求过高，现实中很难看到这样的垄断厂商，即对于每个消费者的保留价格都知道。

5 二级价格歧视

5.1 定义：公司对于购买不同数量产品索要不同的单位价格

5.2 图示：




对于购买$Q_1$单位的消费者，每单位售价为$p_1$；对于购买$Q_2$单位的消费者，前$Q_1$单位售价为$p_1$，后$(Q_2-Q_1)$单位的售价为 $p_2$；对于购买$Q_3$单位的消费者，

前$Q_1$单位售价为$p_1$，后$(Q_2-Q_1)$单位的售价为 $p_2$，随后$(Q_3-Q_2)$每单位售价为$p_3$。

此时厂商的总利润为 $[p_1-AC(Q_3)]Q_1+[p_2-AC(Q_3)](Q_2-Q_1)+[p_3-AC(Q_3)](Q_3-Q_2)$;

若单位要价为$p_1$时，只能卖出$Q_1$单位产品，获利$[p_1-AC(Q_1)]Q_1$；

若单位要价为$p_3$时，可以卖出$Q_3$单位，但是只能获利$[p_3-AC(Q_3)]Q_3$

当 $\mathrm{AC}'(\mathrm{Q})\leq 0$ 时，可知 $[p_1-AC(Q_3)]Q_1+[p_2-AC(Q_3)](Q_2-Q_1)+[p_3-AC(Q_3)](Q_3-Q_2)>[p_1-AC(Q_1)]Q_1$

因此，可知二级价格歧视会带来更多的利润。

**解释：当生产者的平均成本时随着产量的升高而降低（存在规模效应）时，我们发现二级价格歧视会带来更多的利润，因为通过这一做法，厂商在卖出更多产品的同时也可以对某些产量索要较高的价格。**

5.3 例子

i) 买越多，打折越多；

ii)银行转账数额越多，交易费用越少。

5.4 具体例子

i) 市场反需求函数为$P(Q)=a-bQ$;

ii)垄断厂商进行二级价格歧视，对于购买$Q_1$单位的消费者，每单位售价为$p_1$; 对于购买$Q_2$单位的消费者，前$Q_1$单位售价为$p_1$，后$(Q_2-Q_1)$单位的售价为 $p_2$;

iii) $AC(Q)=\frac{F}{Q}+c, TC(Q)=F+cQ$，$MC(Q)=c$

求解最优的二级价格歧视方式，也就是求解$p_1, p_2, Q_1, Q_2$以使得垄断厂商的利润最大。

此时厂商利润为$\pi_{pd2} = [p_1 - AC(Q_2)]Q_1 + [p_2 - AC(Q_2)](Q_2 - Q_1)$

由于利润最大时一定有$p_1 = a - bQ_1, p_2 = a - bQ_2$，故可得$\pi_{pd2} = (a - bQ_1)Q_1 + (a - bQ_2)(Q_2 - Q_1) - F - Q_2 c$

$$\frac{\partial \pi_{pd2}}{\partial Q_1} = -2bQ_1 + bQ_2 = 0$$

$$\frac{\partial \pi_{pd2}}{\partial Q_2} = a - c + bQ_1 - 2bQ_2 = 0$$

由此解得：$Q_1 = \frac{a-c}{3b}, Q_2 = \frac{2(a-c)}{3b}, p_1 = a - bQ_1 = \frac{2}{3}a + \frac{1}{3}c, p_2 = a - bQ_2 = \frac{1}{3}a + \frac{2}{3}c, \pi_{pd2} = \frac{(a-c)^2}{3b} - F$

根据之前的结论，可知没有价格歧视时的垄断利润为$\pi^m = \frac{(a-c)^2}{4b} - F$，

则可知$\pi_{pd2} > \pi^m$.

**由于在不存在价格歧视时垄断产量为$Q^m = \frac{a-c}{2b}$,完全竞争时的均衡产量为$Q^C = \frac{a-c}{b}$,因此可知$Q^m = \frac{a-c}{2b} < Q_2 = \frac{2(a-c)}{3b} < Q^C = \frac{a-c}{b}$，因此二级价格歧视使得结果更靠近社会最优结果，也就是，相对于不存在价格歧视的情形，结果的有效性得到了提高。**

5.5 拓展

在以上模型设定之下，垄断厂商进行二级价格歧视，但是可以选择三个不同价格，也就是可以选择$p_1, p_2, p_3, Q_1, Q_2, Q_3$以使得自身利润达到最大。

与之前相同，可以得到$\pi_{pd2} = [p_1 - AC(Q_3)]Q_1 + [p_2 - AC(Q_3)](Q_2 - Q_1) + [p_3 - AC(Q_3)](Q_3 - Q_2)$

再将 $p_1=a-bQ_1, p_2=a-bQ_2$，$p_3=a-bQ_3$ 代入可得：$\pi_{pd2}=(a-bQ_1)Q_1+(a-bQ_2)(Q_2-Q_1)+(a-bQ_3)(Q_3-Q_2)-F-Q_3c$

$$\frac{\partial\pi_{pd2}}{\partial Q_1}=-2bQ_1+bQ_2=0$$

$$\frac{\partial\pi_{pd2}}{\partial Q_2}=-2bQ_2+bQ_1+bQ_3=0$$

$$\frac{\partial\pi_{pd2}}{\partial Q_3}=a-c+bQ_2-2bQ_3=0$$

由此解得：$Q_1=\frac{a-c}{4b}, Q_2=\frac{a-c}{2b}, Q_3=\frac{3(a-c)}{4b}, p_1=a-bQ_1=\frac{3}{4}a+\frac{1}{4}c, p_2=a-bQ_2=\frac{1}{2}a+\frac{1}{2}c, p_3=a-bQ_3=\frac{1}{4}a+\frac{3}{4}c, \pi_{pd2}=\frac{3(a-c)^2}{8b}-F$

与之前只有两个不同价格的情况进行比较，可得此时总产量较高 $\frac{3(a-c)}{4b}>\frac{2(a-c)}{3b}$;且此时厂商的利润较高$\frac{3(a-c)^2}{8b}-F>\frac{(a-c)^2}{3b}-F$

**解释：当垄断厂商在进行二级价格歧视时，可以索要更多不同的价格，则垄断产量会提高，同时垄断利润也会提高。**

考虑更一般的情况，假设垄断厂商可以选择 n 个不同的价格进行二级价格歧视，则可得 $\pi_{pd2}=[p_1-AC(Q_n)]Q_1+[p_2-AC(Q_n)](Q_2-Q_1)+\cdots+[p_n-AC(Q_n)](Q_n-Q_{n-1})$

再将 $p_1=a-bQ_1, p_2=a-bQ_2 \ldots p_n=a-bQ_n$ 代入可得：$\pi_{pd2}=(a-bQ_1)Q_1+(a-bQ_2)(Q_2-Q_1)+\cdots+(a-bQ_n)(Q_n-Q_{n-1})-F-Q_nc$

$$\frac{\partial\pi_{pd2}}{\partial Q_1}=-2bQ_1+bQ_2=0=>Q_1=\frac{1}{2}Q_2$$

$$\frac{\partial\pi_{pd2}}{\partial Q_2}=-2bQ_2+bQ_1+bQ_3=0=>Q_2=\frac{2}{3}Q_3$$

…

$$\frac{\partial \pi_{pd2}}{\partial Q_{n-1}} = -2bQ_{n-1} + bQ_{n-2} + bQ_n = 0 => Q_{n-1} = \frac{n-1}{n} Q_n$$

$$\frac{\partial \pi_{pd2}}{\partial Q_n} = a - c + bQ_{n-1} - 2bQ_n = 0$$

因此可得： $Q_1 = \frac{1}{n+1}\frac{a-c}{b}, Q_2 = \frac{2}{n+1}\frac{a-c}{b}, \ldots Q_n = \frac{n}{n+1}\frac{a-c}{b}$ ， $p_1 = \frac{n}{n+1}a + \frac{1}{n+1}c, p_2 = \frac{n-1}{n+1}a + \frac{2}{n+1}c, \ldots\ p_n = \frac{1}{n+1}a + \frac{n}{n+1}c, \pi_{pd2} = \frac{n}{2(n+1)}\frac{(a-c)^2}{b} - F$

**解释：**

**1.$n$ 越高，总产量越高，利润越高，说明可以索要的不同价格数量越高，越有助于厂商进行价格歧视，从而获得更多利润；**

**2.当$n \to +\infty$，可得$Q_n \to \frac{a-c}{b} = Q^C$， $p_n \to c, \pi_{pd2} \to \frac{(a-c)^2}{2b} - F = \int_0^{\frac{a-c}{b}}(a - bQ - c)dQ - F = \int_0^{\frac{a-c}{b}}(a - bQ)dQ - TC(\frac{a-c}{b})$=总消费者剩余，此时趋向于一级价格歧视，而一级价格歧视时，总产量趋向于完全竞争产量，垄断厂商获得所有消费者剩余。**

6 三级价格歧视

6.1 定义：需要垄断厂商识别不同市场的需求函数，对不同的市场索要不同的价格。

6.2 两个不同的市场，反需求函数分别为$P_1(Q), P_2(Q)$，设垄断商在这两个市场上的产量分别为$Q_1$，$Q_2$，则垄断商的总利润为：$\pi_{pd3} = P_1(Q_1)Q_1 + P_2(Q_2)Q_2 - C(Q_1 + Q_2)$

$$\frac{\partial \pi_{pd3}}{\partial Q_1} = P_1'(Q_1)Q_1 + P_1(Q_1) - C'(Q_1 + Q_2) = 0$$

$$\frac{\partial\pi_{pd3}}{\partial Q_2}=P_2'(Q_2)Q_2+P_2(Q_2)-C'(Q_1+Q_2)=0$$

即：$MR_1=MR_2=MC$

因此可得：$\frac{P_1(Q_1)-MC(Q_1+Q_2)}{P_1(Q_1)}=\frac{1}{E_{D1}(Q_1)}, \frac{P_2(Q_2)-MC(Q_1+Q_2)}{P_2(Q_2)}=\frac{1}{E_{D2}(Q_2)}$,

$=>\frac{P_1(Q_1)}{P_2(Q_2)}=\frac{1-\frac{1}{E_{D2}(Q_2)}}{1-\frac{1}{E_{D1}(Q_1)}}$

**解释：若$E_{D2}(Q_2)>E_{D1}(Q_1)$,则可得$P_1(Q_1)>P_2(Q_2)$,原因在于市场 2 的需求弹性较高，因此产量上升 1 单位所带来的价格下降较小，故垄断上会更愿意在市场 2 中提高产量，进而导致市场 2 的产品价格较低。**

6.3 具体例子

1) $P_1(Q_1)=a_1-b_1Q_1, P_2(Q_2)=a_2-b_2Q_1, MC(Q)=c$

$E_{D1}(Q_1)=\frac{a_1-b_1Q_1}{b_1Q_1}, E_{D2}(Q_2)=\frac{a_2-b_2Q_2}{b_2Q_2}$

因此可得：$\begin{cases}a_1-2b_1Q_1=c\\a_2-2b_2Q_1=c\end{cases}=>Q_1=\frac{a_1-c}{2b_1}, Q_2=\frac{a_2-c}{2b_2}$， $P_1=\frac{1}{2}(a_1+c), P_2=\frac{1}{2}(a_2+c)$

2)$P_1(Q_1)=a_1-b_1Q_1, P_2(Q_2)=a_2-b_2Q_1, MC(Q)=cQ$

因此可得：$\begin{cases}a_1-2b_1Q_1=c(Q_1+Q_2)\\a_2-2b_2Q_1=c(Q_1+Q_2)\end{cases}=>Q_1=\frac{(2b_2+c)a_1-ca_2}{2(b_1+b_2)c+4b_1b_2}$， $Q_2=\frac{(2b_1+c)a_2-ca_1}{2(b_1+b_2)c+4b_1b_2}$

解释：$\frac{\partial Q_1}{\partial a_1}>0, \frac{\partial Q_1}{\partial a_2}<0, \frac{\partial Q_2}{\partial a_2}>0, \frac{\partial Q_2}{\partial a_1}<0$

对于市场需求高的市场，垄断厂商提供较多产品；若另一市场需求较高，则垄断产商会降低这一市场的产品供给。

3) $P_1(Q_1)=a_1Q_1^{-b_1}, P_2(Q_2)=a_2Q_2^{-b_2}, MC(Q)=c$

$$E_{D1}(Q_1)=\frac{1}{b_1}, E_{D2}(Q_2)=\frac{1}{b_2},$$

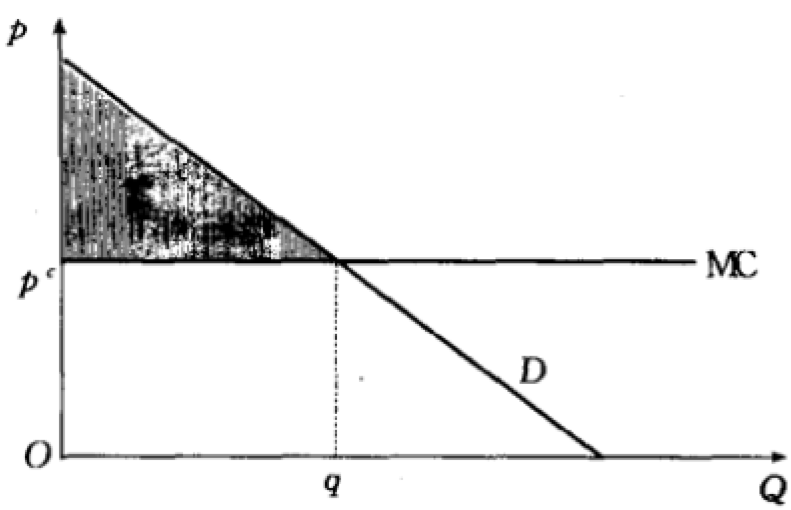
$$\frac{P_1(Q_1)}{P_2(Q_2)}=\frac{1-b_2}{1-b_1}$$

7 两部收费

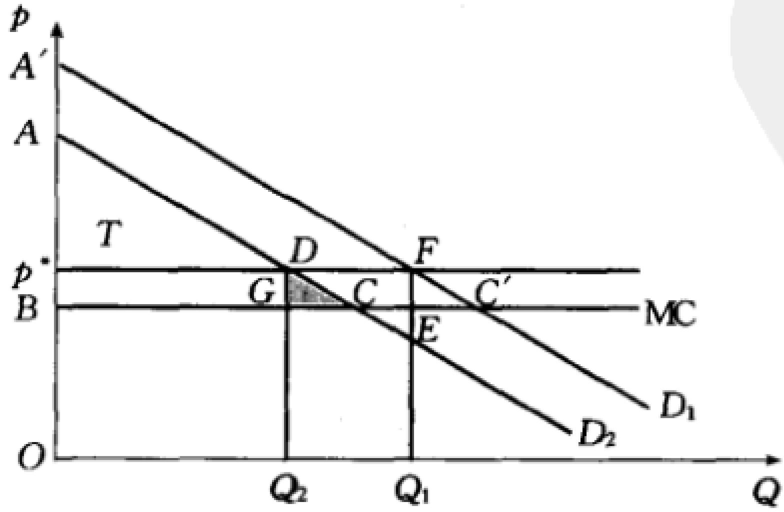
7.1 若只有一类消费者，反需求函数为$P_1(Q)$，垄断厂商的边际成本为$MC=c$，设$Q^C$满足$P_1(Q^C)=c$，则两部收费可以先收取一个固定费用T=$\int_0^{Q^C}[P_1(Q)-c]dQ$=所有消费者剩余，再对每单位产品收取单价 c，因此垄断商的总收入为$R(Q)=T+cQ$,利润为$\pi(Q)=R(Q)-cQ=\int_0^{Q^C}[P_1(Q)-c]dQ$=所有消费者剩余

**此时，等同于进行价格歧视。**

图示：



7.2 当存在两类消费者，且反需求函数分别为$P_1(Q) = a_1 - bQ, P_2(Q) = a_2 - bQ, a_1 > a_2, MC = c$




1)厂商供应两类消费者

若单位价格定为$p = c$,则厂商只能收取固定费用$T = S_{ABC}$,因为若固定费用大于$S_{ABC}$，则会损失第二类消费者，故此时垄断商可得利润为$2T = 2S_{ABC}$;此时第一类消费者可获得消费者剩余为$S_{A'ACC'}$,而第二类消费剩余为 0.

考虑单位价格$p = p^* > c$,此时固定费用为$T = S_{Ap^*D}$,第一类消费者的需求量为$Q_1$，第二类消费者的需求量为$Q_2$，此时垄断商的总利润为$2S_{Ap^*D} + (p^* - c)(Q_1 + Q_2)$。

比较以上两种定价方式所获利润大小，可得$2S_{Ap^*D} + (p^* - c)(Q_1 + Q_2) - 2S_{ABC}$=$-2S_{p^*DCB} + S_{p^*DGB} + S_{p^*FEB}$

因此只要$-2S_{GDC} + S_{p^*DGB} + S_{p^*FEB} > 0$,可知第二种定价方式所得利润更高。

**此时，第一类消费者获得正的剩余，而第二类消费者剩余为 0，也就是对第一类消费者进行补贴，而攫取第二类消费这所有的剩余，此时并不等同进行价格歧视。**

接下来，讨论如何设定最优的单价$p^*$及固定费用$\mathrm{T}^*$.

给定单价$p^*$，可得$Q_1=\frac{a_1-p^*}{b}, Q_2=\frac{a_2-p^*}{b}, S_{Ap^*D}=\frac{1}{2}(a_2-p^*)Q_2=\frac{(a_2-p^*)^2}{2b}$,

则垄断商的利润为$\pi=\frac{(a_2-p^*)^2}{b}+(p^*-c)(\frac{a_1-p^*}{b}+\frac{a_2-p^*}{b})$

$$\frac{\partial\pi}{\partial p^*}=\frac{a_1-a_2-2(p^*-c)}{b}=0 => p^*=\frac{a_1-a_2}{2}+c$$

$$T^*=S_{Ap^*D}=\frac{(\frac{3}{2}a_2-\frac{1}{2}a_1-c)^2}{2b}$$

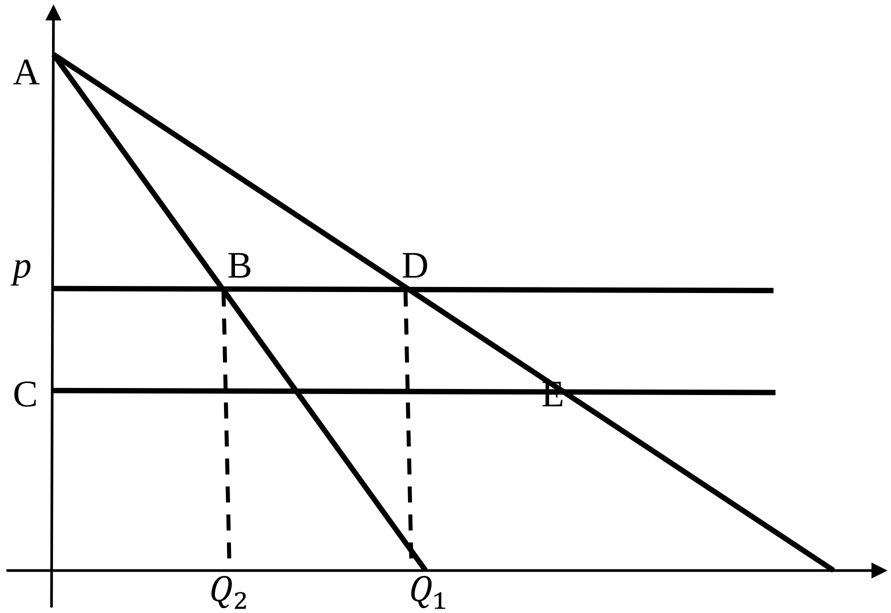
$$\pi=\frac{\frac{1}{4}(a_1-a_2)^2+(a_2-c)^2}{b}$$

2）厂商只供应第一类消费者

此时单价定为 $p$=$c$,固定费用定为$T=S_{A'BC'}$,垄断商利润为$\pi=S_{A'BC'}=\frac{(a_1-c)^2}{2\mathrm{b}}$

因此当$\frac{\frac{1}{4}(a_1-a_2)^2+(a_2-c)^2}{b}\geq\frac{(a_1-c)^2}{2\mathrm{b}}$时，可知厂商选择供应两类消费者，否则只供应第一类消费者所得利润更高。

7.3 当存在两类消费者，且反需求函数分别为$P_1(Q)=a-b_1Q, P_2(Q)=a-b_2Q, b_1<b_2, MC=c$




1)供应两类消费者

若单价为 $p$,则$Q_1=\frac{a-p}{b_1}$, $Q_2=\frac{a-p}{b_2}$,固定费用为$T=S_{ApB}=\frac{1}{2}\frac{(a-p)^2}{b_2}$

因此利润为$\pi=\frac{(a-p)^2}{b_2}$+$(p-c)(\frac{a-p}{b_1}+\frac{a-p}{b_2})$

$$\frac{\partial\pi}{\partial p}=\frac{a-p}{b_1}-\frac{a-p}{b_2}+\left(-\frac{1}{b_1}-\frac{1}{b_2}\right)(p-c)=0$$

=>$p=\frac{(b_2-b_1)a+(b_2+b_1)c}{2b_2}$,$T$=$\frac{(b_2+b_1)^2a^2}{8b_2^3}$, $\pi=\frac{(b_2+b_1)a}{4b_2^2}[\frac{(b_2+b_1)a}{b_1}+\frac{(b_1^2-b_2^2)c}{b_1b_2}]$

2)只供应第一类消费者

设单价为 p=c,固定费用为$T=S_{ACE}=\frac{1}{2}\frac{(a-c)^2}{b_1}$,利润为$\pi=\frac{1}{2}\frac{(a-c)^2}{b_1}$

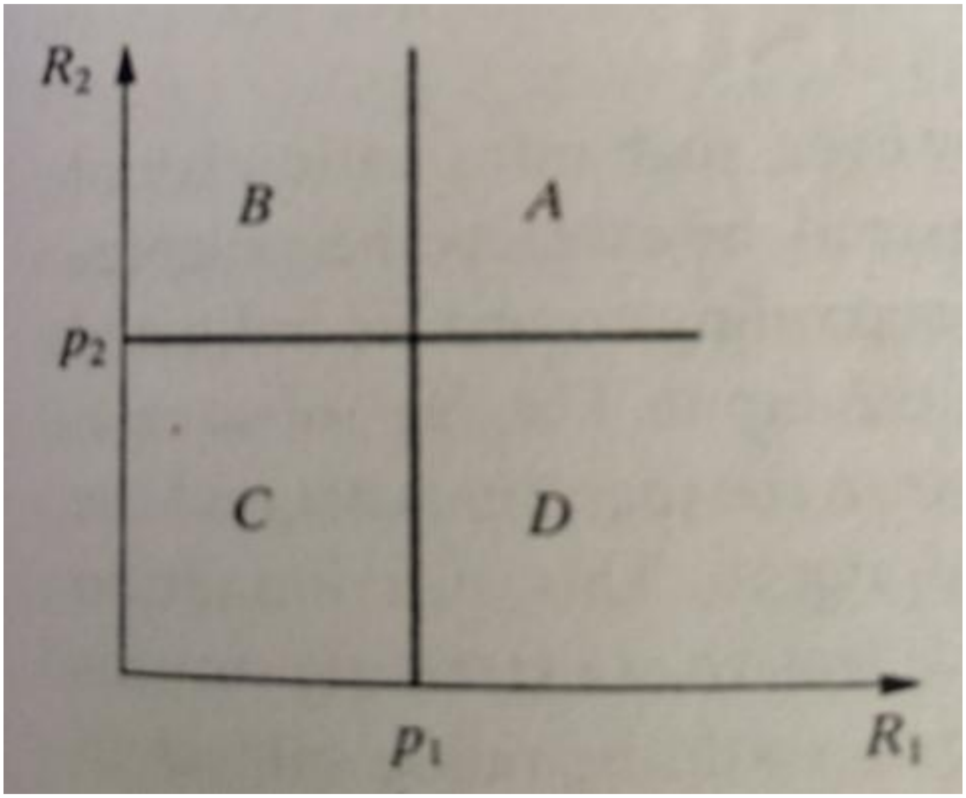
因此当$\frac{(b_2+b_1)a}{4b_2^2}[\frac{(b_2+b_1)a}{b_1}+\frac{(b_1^2-b_2^2)c}{b_1b_2}]\geq\frac{1}{2}\frac{(a-c)^2}{b_1}$，厂商会选择供应两类消费者，否则只供应第一类消费者利润更高。

8 捆绑销售

8.1 分析

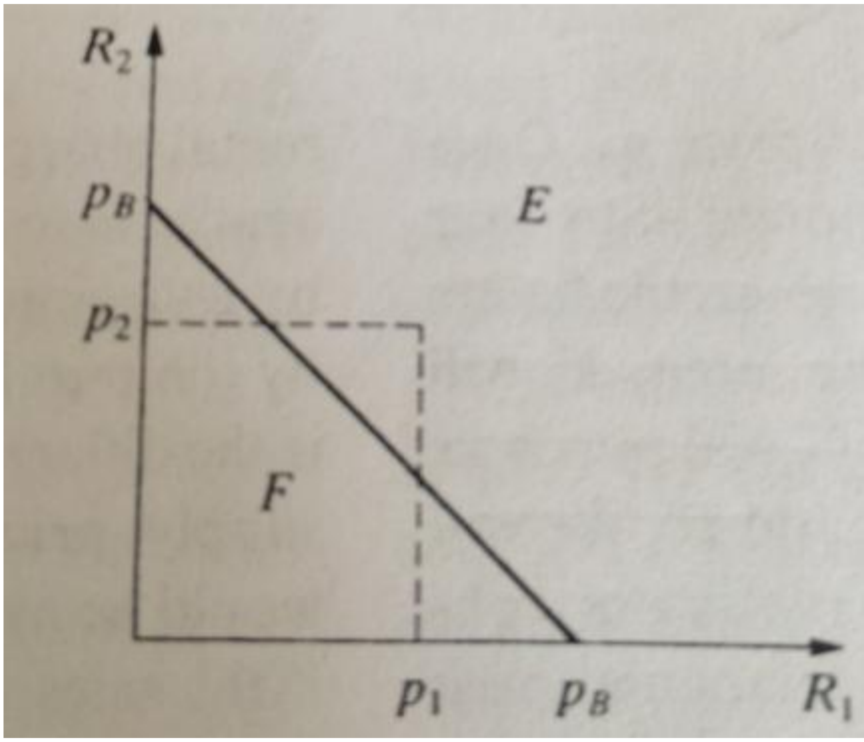
设$R_1, R_2$分别为消费者对于产品 1 和产品 2 的保留价格，$p_1, p_2$分别为产品单价，因此只有当$p_i \geq R_i$时，消费者才会购买产品 *i,i=1,2.*

1)当产品 1 和 2 分开销售时



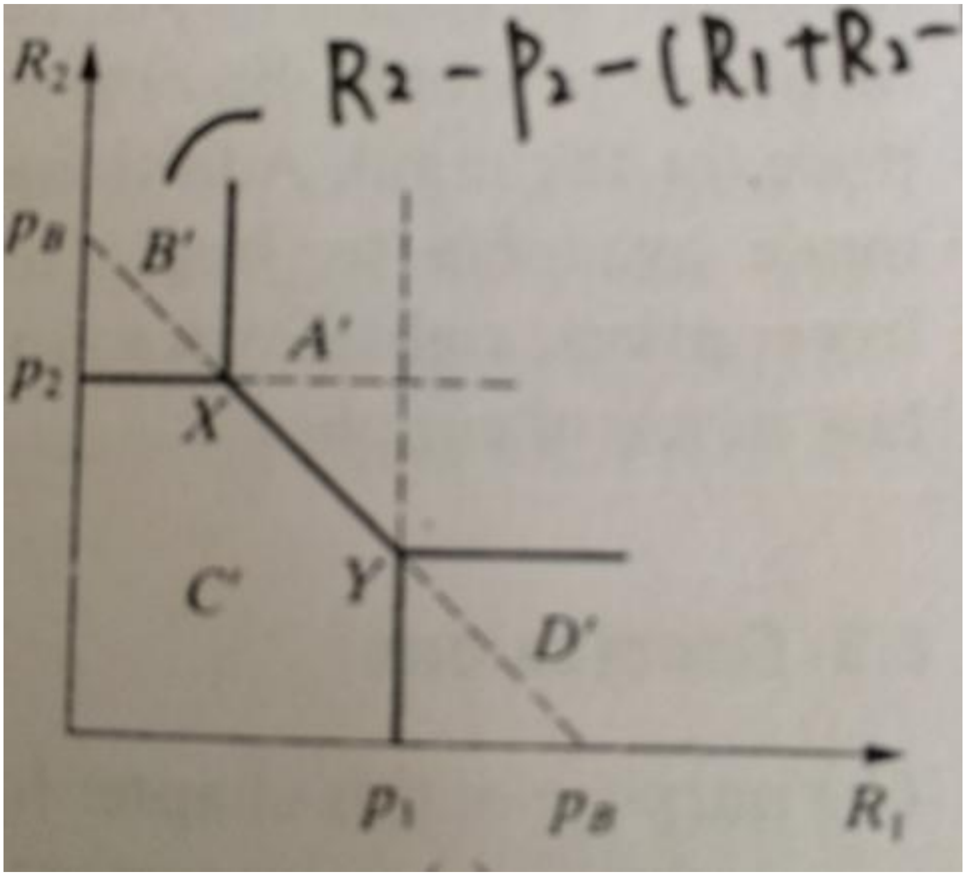

A 中的消费者会同时购买两种产品，B 中的消费者只购买产品 2，D 中的消费者只购买产品 1，C 中的消费者两种都不买。

2)当产品 1 和 2 捆绑销售时，且捆绑销售的价格为$p_B < p_1 + p_2$




此时 E 中的消费者会购买两种产品，因为在 E 中$R_1 + R_2 > p_B$;F 中的消费者不会购买这个组合，因为在 F 中$R_1 + R_2 < p_B$;

3)既有分开销售，又有捆绑销售




在C′中，消费者既不购买单个产品，也不购买捆绑销售组合；在A′中，消费者购买产品组合，因为$R_1+R_2-p_B>R_1-p_1$且$R_1+R_2-p_B>R_2-p_2$且$R_1+R_2-p_B>0$;在$p_Bp_2X$中，只购买产品 2 获得$R_2-p_2$，购买产品组合，获得$R_1+R_2-p_B$，而$(R_2-p_2)-(R_1+R_2-p_B)=p_B-p_2-R_1>0$,因此会购买产品 2；在B′的另一区域中可知购买产品组合更好；同理在$p_Bp_1Y$中，消费者会购买产品 1,；在D′的另一区域中可知购买产品组合更好。

由此可知捆绑销售使得厂商可以多卖出一些产品，因此可以提高利润，实质上是通过捆绑销售这一手段对不同的消费者进行区别定价，也就是价格歧视。