第八章 一般均衡与福利分析

1.帕累托最优(Pareto Optimal)/社会最优/First-best/Efficient

不能在无损于其他人效用的前提下提高某个参与者的效用的结果；也就是若想提高某个参与者的效用必然会损害其他人的效用。

2.纯交换模型

假设存在 2 个消费者 A 和 B，2 种消费品 1 和 2，A 的初始禀赋为ω_1^A单位的消费品 1 和ω_2^A单位的消费品 2，记为(ω_1^A,ω_2^A),B 的初始禀赋为(ω_1^B,ω_2^B)。A 的效用函数为$u^A(x_1,x_2)$,B 的效用函数为$u^B(x_1,x_2)$。

例 2.1 $u^A(x_1,x_2)=x_1$，$u^B(x_1,x_2)=x_2$，$\omega_1^A=\omega_2^A=\omega_1^B=\omega_2^B=1$

易知通过交换，A 最后获得 2 单位的消费品 1，B 获得 2 单位的消费品 2 是最优的结果，而此时的交易价格应该是 1 单位的消费品 1 可以换 1 单位的消费品 2。

假设现在消费品 2 的价格为p_2单位的消费品 1，而消费品的价格为$p_1=1$单位的消费品 2，则给定该价格下，在完全竞争市场中，作为价格接受者的 A 和 B 需要面对如下问题：

对于 A 来说

$$max_{x_1^A,x_2^A}\ \ x_1^A$$

$$s.t\ \ x_1^A+p_2x_2^A\le 1+p_2$$

因此可得 A 所选择的最优的消费组合为$x_1^{A*}=1+p_2,x_2^{A*}=0$

对于 B 来说

$$max_{x_1^A,x_2^A}\ \ x_2^B$$

$$s.t\ \ x_1^B+p_2x_2^B\le 1+p_2$$

因此可得 A 所选择的最优的消费组合为$x_1^{B*}=0,x_2^{B*}=1+p_2$

消费品 1 的市场总需求为$x_1^{A*}+x_1^{B*}=1+p_2$;消费品 2 的市场总需求为$x_2^{A*}+x_2^{B*}=1+p_2$，消费品 1 的市场总供给为 2，消费品 2 的市场总供给为 2，因此根据市场出清条件(总需求=总供给)，可得均衡时的市场价格p_2^*满足：$1+\mathrm{p}_2^*=2$，即$p_2^*=1$。

由此可得完全竞争的均衡结果即为社会最优的结果！

例 2.2 $u^A(x_1,x_2)=x_1x_2$，$u^B(x_1,x_2)=x_1x_2^2$，$\omega_1^A=\omega_2^A=\omega_1^B=\omega_2^B=1$

对于 A 来说

$$max_{x_1^A,x_2^A}\ \ x_1^A\ \ x_2^A$$
$$s.t\ \ \ x_1^A+p_2x_2^A\le 1+p_2$$

因此可得 A 所选择的最优的消费组合为$x_1^{A*}=\frac{1}{2}(1+p_2),x_2^{A*}=\frac{1+p_2}{2p_2}$

对于 B 来说

$$max_{x_1^A,x_2^A}\ x_1^B\ x_2^{B2}$$
$$s.t\ \ \ x_1^B+p_2x_2^B\le 1+p_2$$

因此可得 B 所选择的最优的消费组合为$x_1^{B*}=\frac{1}{3}(1+p_2),x_2^{B*}=\frac{2(1+p_2)}{3p_2}$

消费品 1 的市场总需求为$x_1^{A*}+x_1^{B*}=\frac{5}{6}(1+p_2)$;消费品 2 的市场总需求为$x_2^{A*}+x_2^{B*}=\frac{7(1+p_2)}{6p_2}$，消费品 1 的市场总供给为 2，消费品 2 的市场总供给为 2，因此根据市场出清条件(总需求=总供给)，可得均衡时的市场价格p_2^*满足：$\frac{5}{6}(1+p_2^*)=2$(消费品 1 市场出清)且$\frac{7(1+p_2^*)}{6p_2^*}=2$（消费品 2 市场出清），可得$p_2^*=\frac{7}{5}$.

此时$x_1^{A*}=\frac{6}{5}$，$x_2^{A*}=\frac{24}{21}$；$x_1^{B*}=\frac{4}{5}$，$x_2^{A*}=\frac{18}{21}$.

该结果是否是帕累托最优？

帕累托最优的结果应该满足如下：

$$max_{x_1^A,x_2^A} u^A(x_1^A,x_2^A)$$

$$s.t\ u^B(\omega_1^A+\omega_1^B-x_1^A,\omega_2^A+\omega_2^B-x_2^A)\geq\bar{u}$$

$$\mathcal{L}=u^A(x_1^A,x_2^A)+\lambda[u^B(\omega_1^A+\omega_1^B-x_1^A,\omega_2^A+\omega_2^B-x_2^A)-\bar{u}]$$

F.O.Cs:

$$\frac{\partial u^A(x_1^A,x_2^A)}{\partial x_1^A}-\lambda\frac{\partial u^B(\omega_1^A+\omega_1^B-x_1^A,\omega_2^A+\omega_2^B-x_2^A)}{\partial x_1^B}=0$$

$$\frac{\partial u^A(x_1^A,x_2^A)}{\partial x_2^A}-\lambda\frac{\partial u^B(\omega_1^A+\omega_1^B-x_1^A,\omega_2^A+\omega_2^B-x_2^A)}{\partial x_2^B}=0$$

联立可得：

$$\frac{\frac{\partial u^A(x_1^A,x_2^A)}{\partial x_1^A}}{\frac{\partial u^A(x_1^A,x_2^A)}{\partial x_2^A}}=\frac{\frac{\partial u^B(\omega_1^A+\omega_1^B-x_1^A,\omega_2^A+\omega_2^B-x_2^A)}{\partial x_1^B}}{\frac{\partial u^B(\omega_1^A+\omega_1^B-x_1^A,\omega_2^A+\omega_2^B-x_2^A)}{\partial x_2^B}}$$

而在完全竞争的市场中可得，给定价格$p_1=1$，p_2，消费者所选择的最优消费量满足

$$\frac{\frac{\partial u^A(x_1^A,x_2^A)}{\partial x_1^A}}{\frac{\partial u^A(x_1^A,x_2^A)}{\partial x_2^A}}=\frac{1}{p_2}=\frac{\frac{\partial u^B(x_1^B,x_2^B)}{\partial x_1^B}}{\frac{\partial u^B(x_1^B,x_2^B)}{\partial x_2^B}}$$

且市场出清时$x_1^A+x_1^B=\omega_1^A+\omega_1^B$；$x_2^A+x_2^B=\omega_2^A+\omega_2^B$

由此可得完全竞争的结果为帕累托最优！

例 2.3 $u^A(x_1,x_2)=x_1x_2$，$u^B(x_1,x_2)=x_1x_2^2$，$\omega_1^A=0,\omega_2^A=1,\omega_1^B=\omega_2^B=1$

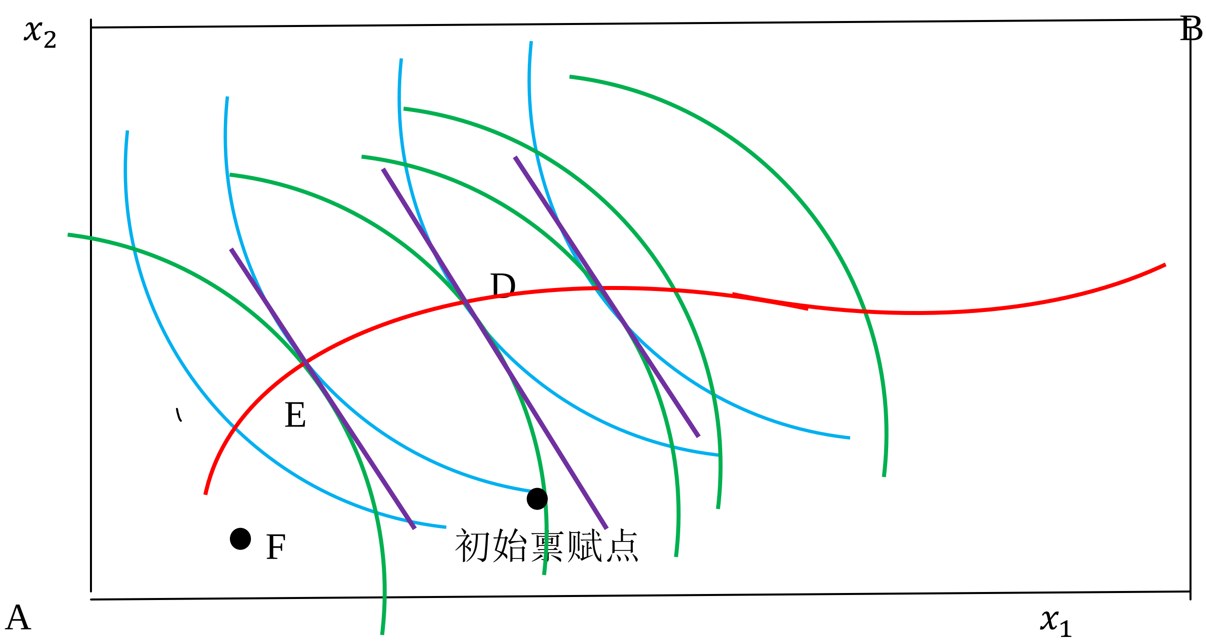
A 所选择的最优的消费组合为$x_1^{A*}=\frac{1}{2}p_2, x_2^{A*}=\frac{p_2}{2p_2}=\frac{1}{2}$; B 所选择的最优的消费组合为$x_1^{B*}=\frac{1}{3}(1+p_2), x_2^{B*}=\frac{2(1+p_2)}{3p_2}$;

消费品 1 的市场总需求为$x_1^{A*}+x_1^{B*}=\frac{1}{3}+\frac{5}{6}p_2$;消费品 2 的市场总需求为$x_2^{A*}+x_2^{B*}=\frac{1}{2}+\frac{2(1+p_2)}{3p_2}$

市场出清条件:$\frac{1}{3}+\frac{5}{6}p_2^*=1$且$\frac{1}{2}+\frac{2(1+p_2^*)}{3p_2^*}=2$，可得$p_2^*=\frac{4}{5}$。

比较例 1.2 和例 1.3 的均衡结果，可得当消费品 1 的总供给量减小时，消费品 1 的价格上升（等价于p_2^*下降）：“物以稀为贵”。

3.Edgeworth 盒子分析



A 和 B 无差异曲线相切的点为帕累托最优的结果，将这些结果连接可得“合约曲线(Contract Curve)”.

当初时禀赋点不在合约曲线上，可得我们可以通过交易达到帕累托最优的结果，例如 D 点，此时 B 的效用和初始状态比不变，但是 A 的效用升高，此时的均衡价格应该是 D 点无差异曲线的斜率！

4.福利经济学定理

4.1 福利经济学第一定理：完全竞争下的均衡结果是帕累托最优的。

4.2 福利经济学第二定理：对于任何帕累托最优的结果，都可以通过调整初始禀赋后通过完全竞争市场实现。

例如上图 E 这一帕累托最优结果，若初始禀赋维持在原来水平是实现不了的，原因在于 E 点 B 的效用水平小于初始禀赋下的，因此 B 的最优选择一定不会在 E 点。但是我们可以在盒子里找到一个新的初始禀赋点，使得 E 为完全竞争的均衡结果，例如 F 点。

5.部分均衡模型

例 5.1： 假设只有 1 中消费品和现金，2 个消费者， 2 个公司，消费者 i 的效用函数为$u_i(x_i) = m_i + \ln(x_i + a), i = 1,2,$其中$x_i$为消费品数量，$m_i$为现金数量。公司 j 的生产成本函数为 $C_j(q_j) = \frac{1}{2}k(q_j + b)^2, j = 1,2,$其中$q_j$为生产的消费品数量 $a > 0, b > 0, k > 0$，$kb < \frac{1}{a}$。

消费者 *i* 拥有ω_{mi}单位的现金作为禀赋，且享有公司 *j* θ_{ij}比例的利润。

(i)对于公司 *j=1，2* 来说，给定 p，所面临的利润最大化问题如下：

$$max_{q_j \geq 0} pq_j - \frac{1}{2}k(q_j + b)^2$$

因此可得公司 j 的最优产量q_j^*满足如下条件：$p - k(q_j^* + b) \quad = 0,$则可得 $q_j^* = \frac{p}{k} - b$

(ii)对于消费者 *i=1,2* 来说，给定 p,所面临的效用最大化问题如下：

$$max_{m_i,x_i\geq 0} m_i + \ln(x_i + a),$$

s.t $m_i + px_i \leq \omega_{mi} + \sum_{j=1}^{2} \theta_{ij}[p^* q_j^* - C_j(q_j^*)]$

直接将$m_i = \omega_{mi} + \sum_{j=1}^{J} \theta_{ij}[p^* q_j^* - C_j(q_j^*)] - p^* x_i$代入目标函数可得消费者 i 的效用最大化问题可化为：

$$max_{x_i\geq 0} \ln(x_i + a) - px_i + \omega_{mi} + \sum_{j=1}^{J} \theta_{ij}[p^* q_j^* - C_j(q_j^*)]$$

因此可得最优的消费选择x_i^*满足如下条件：$\frac{1}{x_i^*+a} = \mathrm{p}$,可得$x_i^* = \frac{1}{p} - a$

(iii)消费品ℓ市场出清：$\sum_{i=1}^{2} x_i^* = \sum_{j=1}^{2} q_j^*$

若 $kb < \frac{1}{a}$，则均衡价格满足 $\frac{2p^*}{k} - 2b = \frac{2}{p^*} - 2a$，可得 $p^* = \frac{-(a-b)k+\sqrt{(a-b)^2k^2+4k}}{2}$, 消费品的均衡产量为$q^* = -a - b + \sqrt{(a-b)^2 + \frac{4}{k}}$

6.一般均衡模型

需要考虑所有消费品及投入要素的市场价格。