第三章 生产者理论(1)

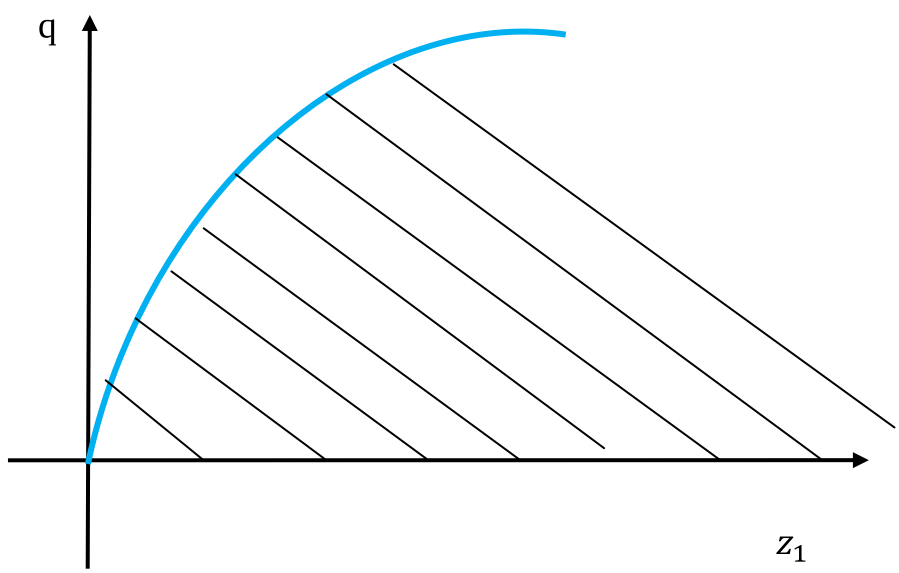
1.生产函数

1.1 生产集合(production set)

定义：考虑某种产品，记总产出量为 q,生产该产品需要投入 L 种要素，每种要素的投入量记为$z_\ell, \ell = 1, \dots L$，则生产集合表示在给定技术水平之下，所有可能的要素投入量与对应产出量的集合，记为 $\mathrm{Y} =$

$\{(q, z_1 \dots z_L) |$要素投入量分别为$z_1 \dots z_L$时，可以生产出至少q单位的总产出$\}$

例：L=1

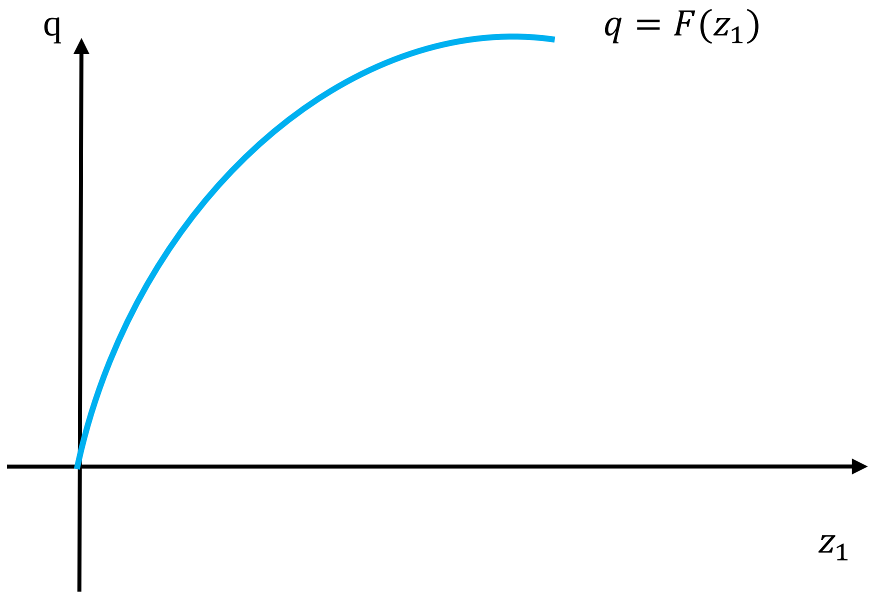


阴影部分为生产集合

1.2 生产函数(production function)

定义:生产集合的边界(前沿)即为生产函数 ,因此可以得到生产函数 $F(z_1 \dots z_L) = sup\,\{q/(q, z_1 \dots z_L) \in Y\}$

注释：sup 表示集合中最大的值



一般地，我们考虑生产函数$q = F(K, L)$,其中 K 为资本投入量，L 为劳动力投入量。

1.3 生产中的短期(short-run)和长期(long-run)

短期：某些生产要素的投入量固定不变

长期：所有生产要素的投入量都可以变动

解释：生产者需要一些时间来调整某些生产要素的投入量

2.边际回报率(Marginal Return)

定义：增加额外单位的生产要素所提高的产量，一般使用偏导来衡量。

例如：资本的边际回报率为$MR_K = \frac{\partial F(K,L)}{\partial K} = MP_K$;劳动力的边际回报率为$MR_L = \frac{\partial F(K,L)}{\partial L} = MP_L$,其中$MP_i$表示要素 i 的边际产出。

若某种投入要素的边际回报率随着该要素的投入量升高而降低，就称生产函数是关于该要素边际回报率递减的(diminishing marginal return);

若某种投入要素的边际回报率随着该要素的投入量升高而升高，就称生产函数是关于该要素边际回报率递增的(increasing marginal return);

若某种投入要素的边际回报率随着该要素的投入量升高保持不变，就称生产函数是关于该要素边际回报率不变的(constant marginal return).

一般地，**假设生产函数满足边际回报率递减**，原因主要包括：(1)要素的使用效率与其他固定设备，例如厂房、机器等有关，当不断增加某种要素的投入量时，固定设备有限无法与增加的要素进行配合，则要素的使用效率会逐渐下降；(2)公司管理者能力有限，当公司的生产规模逐渐增大时会出现“伟尾大不掉”的情形，即管理不足，进而导致边际回报率下降。

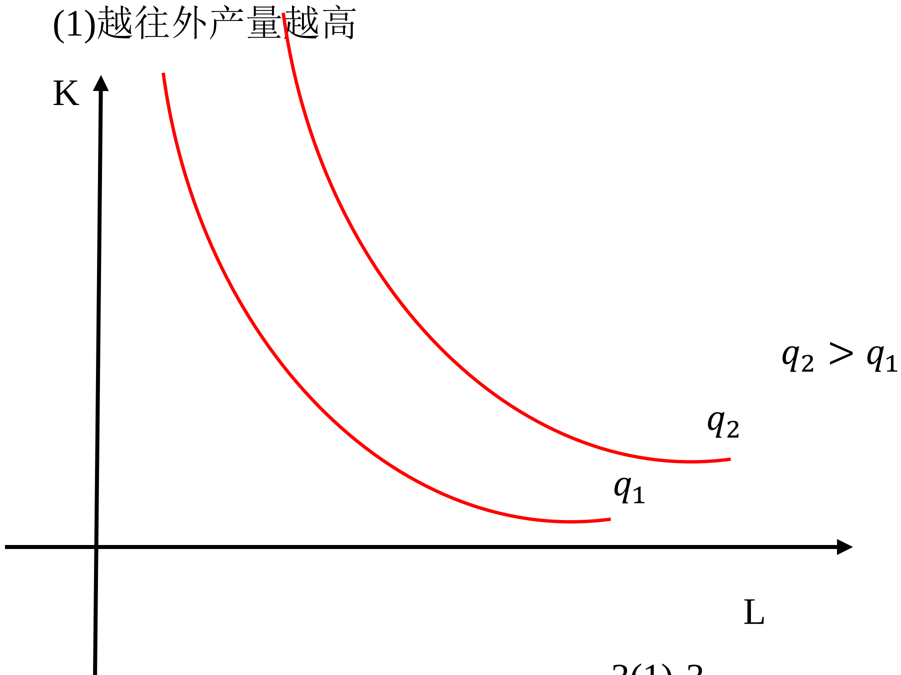
在**边际回报率递减**的假设下，我们可以做公司的利润最大化和成本最小化问题，若没有此假设，则公司会无线扩张自己的生产规模。

3.等产量曲线(Isoquants) **(与消费者理论中的无差异曲线进行类比)**

3.1 定义：描绘的是所有可以产生相同产量的投入要素的组合

3.2 形状：

(1)越往外产量越高



3(1)-3

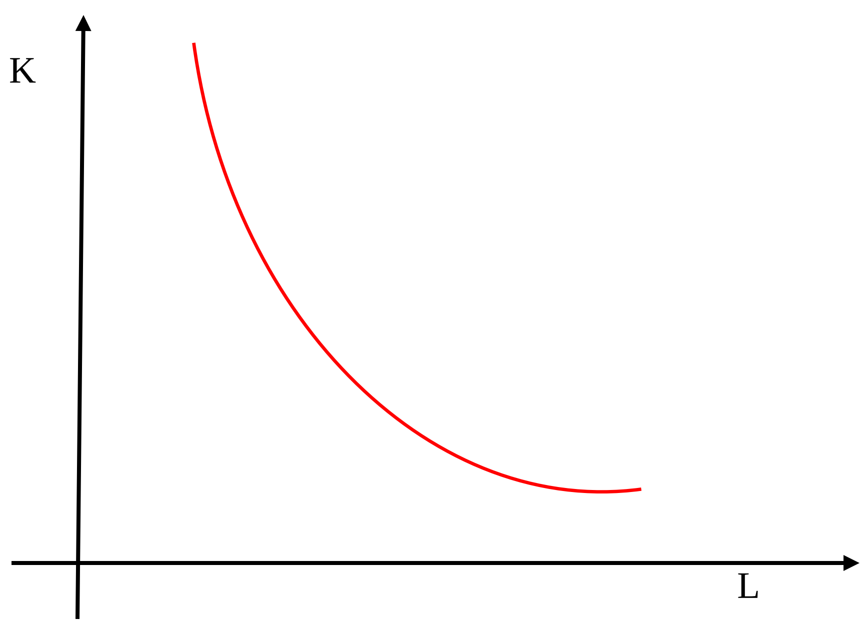
原因：每种生产要素的边际回报率都为正

(2)技术边际替代率(Marginal Rate of Technical Substitution,MRTS):要素 1 对于要素 2 的 MRTS 指的是保持产量不变的情况下，当 1 单位的要素被使用后可以减小使用的要素 2 的量。**(与消费者理论中的 MRS 进行类比)**

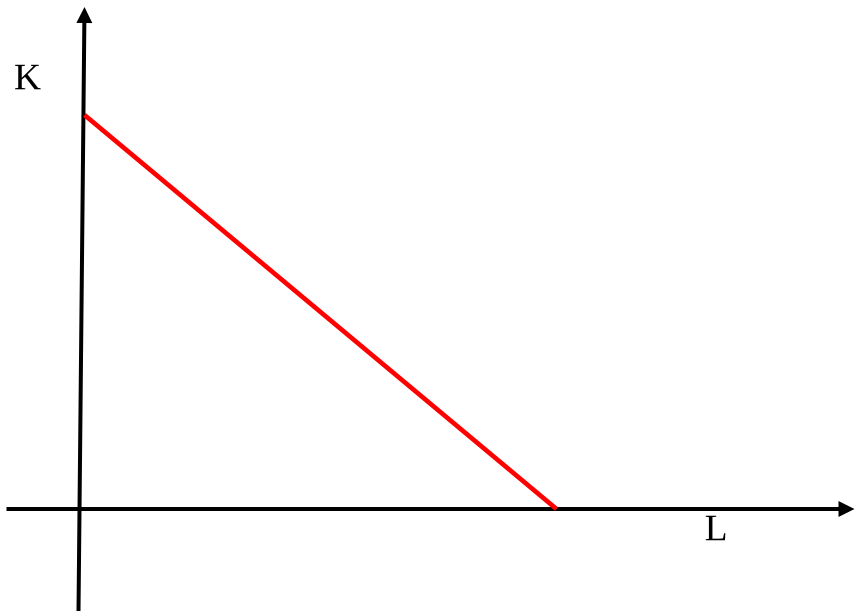
在只有资本和劳动力的生产中，劳动力对于资本的 $MRTS=-\Delta K/\Delta L$(固定产量为 q),也就是等产量曲线的斜率。

当多使用ΔL单位的劳动力，产量增加量为$MP_L\Delta L$,则为了保持产量不变，资本投入量的变动量为ΔK，对于总产量的影响为$MP_K\Delta K$,由总产量不变可得$MP_L\Delta L+MP_K\Delta K=0$，进而可得 $MRTS=-\Delta K/\Delta L=\frac{MP_L}{MP_K}$

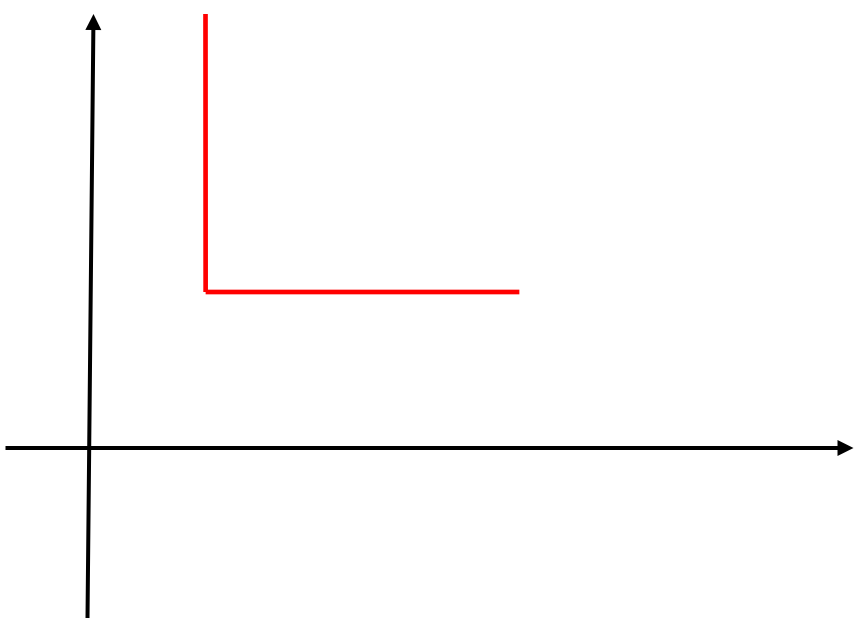
若 MRTS 随着 L 的升高而递减，则可得如下等产量曲线：



若 MRTS 保持不变，则为完全替代，等产量曲线如下：



若等产量曲线如下所示，为完全互补，在某些情形下 MRTS=0 或+∞



4.规模报酬(Return to Scale)

(i) 规模报酬递增（increasing returns to scale）: 若对于任意 $\alpha > 1$, 有 $F(\alpha z_1 \dots \alpha z_L) \geq \alpha F(z_1 \dots z_L)$，则称该生产函数为规模报酬递增；

(ii) 规模报酬递减（decreasing returns to scale）：若对于任意$\alpha > 1$,有$F(\alpha z_1 \ldots \alpha z_L) \leq \alpha F(z_1 \ldots z_L)$，则称该生产函数为规模报酬递减；

(iii) 规模报酬不变（constant returns to scale）：若对于任意$\alpha > 1$,有$F(\alpha z_1 \ldots \alpha z_L) = \alpha F(z_1 \ldots z_L)$，则称该生产函数为规模报酬不变。