

回溯法

回溯法，又被称为“**试探法**”。解决问题时，每进行一步，都是抱着试试看的态度，如果发现当前选择并不是最好的，或者这么走下去肯定达不到目标，立刻做回退操作重新选择。这种走不通就回退再走的方法就是回溯法。

回溯VS递归

很多人认为回溯和递归是一样的，其实不然。在回溯法中可以看到有递归的身影，但是两者是有区别的。

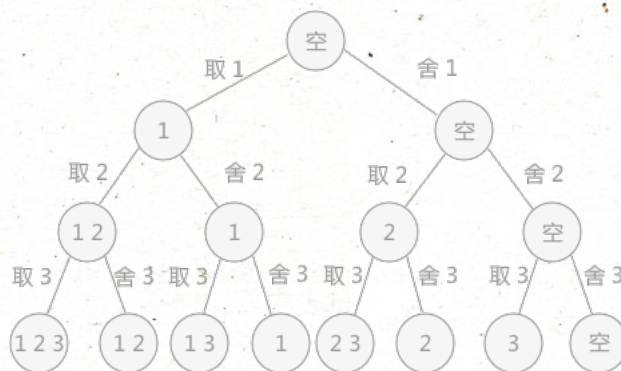
回溯法从问题本身出发，寻找可能实现的所有情况。和穷举法的思想相近，不同在于穷举法是将所有的情况都列举出来以后再一一筛选，而回溯法在列举过程如果发现当前情况根本不可能存在，就停止后续的所有工作，返回上一步进行新的尝试。

递归是从问题的结果出发，例如求 $n!$ ，要想知道 $n!$ 的结果，就需要知道 $n*(n-1)!$ 的结果，而要想知道 $(n-1)!$ 结果，就需要提前知道 $(n-1)*(n-2)!$ 。这样不断地向自己提问，不断地调用自己的思想就是递归。

回溯和递归唯一的联系就是，回溯法可以用递归思想实现。

回溯法与树的遍历

使用回溯法解决问题的过程，实际上是建立一棵“状态树”的过程。例如，在解决列举集合 $\{1,2,3\}$ 所有子集的问题中，对于每个元素，都有两种状态，取还是舍，所以构建的状态树为：

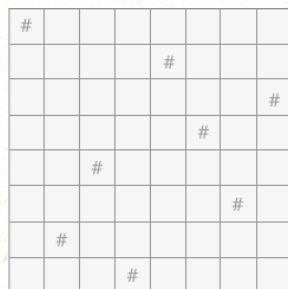


回溯法的求解过程实质上是先序遍历“状态树”的过程。树中每一个叶子结点，都有可能是问题的答案。满二叉树，得到的叶子结点全部都是问题的解。

在某些情况下，回溯法解决问题的过程中创建的状态树并不都是满二叉树，因为在试探的过程中，有时会发现此种情况下，再往下进行没有意义，所以会放弃这条死路，回溯到上一步。在树中的体现，就是在树的最后一层不是满的，即不是满二叉树，需要自己判断哪些叶子结点代表的是正确的结果。

回溯法解决八皇后问题

八皇后问题是以国际象棋为背景的问题：有八个皇后（可以当成八个棋子），如何在 $8*8$ 的棋盘上放置八个皇后，使得任意两个皇后都不在同一条横线、纵线或者斜线上。



八皇后问题示例（#代表皇后）

八皇后问题是使用回溯法解决的典型案例。算法的解决思路是：

1. 从棋盘的第一行开始，从第一个位置开始，依次判断当前位置是否能够放置皇后，判断的依据为：同该行之前的所有行中皇后的所在位置进行比较，如果在同一列，或者在同一条斜线上（斜线有两条，为正方形的两个对角线），都不符合要求，继续检验后序的位置。
2. 如果该行所有位置都不符合要求，则回溯到前一行，改变皇后的位置，继续试探。
3. 如果试探到最后一行，所有皇后摆放完毕，则直接打印出 8*8 的棋盘。最后一定要记得将棋盘恢复原样，避免影响下一次摆放。

```
1  /**
2   * 递归计算 N 皇后的解
3   * @param {number} n
4   * @param {number[]} tmp 长度为 n 的数组，tmp[i] 代表第 i 行的皇后放置的位置
5   * @param {string[]} res
6   */
7
8  // 解法一
9  function solveNQueens(n) {
10     // 构建棋盘
11     const board = new Array(n);
12     for (let i = 0; i < n; i++) {
13         board[i] = new Array(n).fill('.');
14     }
15     // 变量
16     const res = [];
17     const cols = new Set(); // 列集，记录出现过皇后的列
18     const diag1 = new Set(); // 正对角线集
19     const diag2 = new Set(); // 反对角线集
20     // 判断是否可走
21     function verify(row, col) {
22         const mask1 = diag1.has(row - col);
23         const mask2 = diag2.has(row + col);
24         const mask3 = cols.has(col);
25         return mask1 || mask2 || mask3;
26     }
27     // 缓存
28     function setCache(row, col) {
29         diag1.add(row - col);
30         diag2.add(row + col);
31         cols.add(col);
32     }
33     // 清除缓存
34     function delCache(row, col) {
35         diag1.delete(row - col);
36         diag2.delete(row + col);
37         cols.delete(col);
38     }
39 }
```

```

40 function helper(row) {
41     if (row === n) {
42         const stringsBoard = board.slice(); // 拷贝一份board
43         for (let i = 0; i < n; i++) {
44             stringsBoard[i] = stringsBoard[i].join(''); // 将每一行拼成字符串
45         }
46         res.push(stringsBoard)
47         return
48     }
49     for (let col = 0; col < n; col++) {
50         if (!verify(row, col)) { // 满足条件
51             board[row][col] = 'Q';
52             setCache(row, col);
53             helper(row + 1);
54             board[row][col] = '.';
55             delCache(row, col)
56         }
57     }
58 }
59 helper(0); // 从第0行开始放置
60 return res;
61 }
62
63 solveNQueens(4);
64
65
66 // 解法二
67 /**
68  * 递归计算 N 皇后的解
69  * @param {number} n
70  * @param {number[]} tmp 长度为 n 的数组, tmp[i] 代表第 i 行的皇后放置的位置
71  * @param {string[]} res
72  */
73
74 // tmp 数组 存每层对应的正确索引 res结果
75 function dfs(n, tmp, res) {
76     // 如果 tmp 长度为 n, 代表所有皇后放置完毕
77     if (tmp.length === n) {
78         // 把这种解记录下来
79         res.push(
80             tmp.map(i => {
81                 let strArr = Array(n).fill('.')
82                 strArr.splice(i, 1, 'Q')
83                 return strArr.join('')
84             })
85         )
86         return

```

```
87 }
88 // 每次有 n 个选择，该次放置在第几列
89 for (let j = 0; j < n; j++) {
90     // 如果当前列满足条件
91     if (isValid(tmp, j)) {
92         // 记录当前选择
93         tmp.push(j)
94         // 继续下一次的递归
95         dfs(n, tmp, res)
96         // 撤销当前选择
97         tmp.pop()
98     }
99 }
100 }
101
102 function isValid(tmp, j) {
103     let i = tmp.length
104     for (let x = 0; x < i; x++) {
105         let y = tmp[x]
106         if (y === j || x - y === i - j || x + y === i + j) {
107             return false
108         }
109     }
110     return true
111 }
```