

## 哈夫曼树

赫夫曼树，别名“哈夫曼树”、“最优树”以及“最优二叉树”。

**路径：**在一棵树中，一个结点到另一个结点之间的通路，称为路径。

**路径长度：**在一条路径中，每经过一个结点，路径长度都要加 1。例如在一棵树中，规定根结点所在层数为 1 层，那么从根结点到第  $i$  层结点的路径长度为  $i - 1$ 。

**结点的权：**给每一个结点赋予一个新的数值，被称为这个结点的权。

**结点的带权路径长度：**指的是从根结点到该结点之间的路径长度与该结点的权的乘积。

树的带权路径长度为树中所有叶子结点的带权路径长度之和。通常记作“WPL”。

## 什么是哈夫曼树

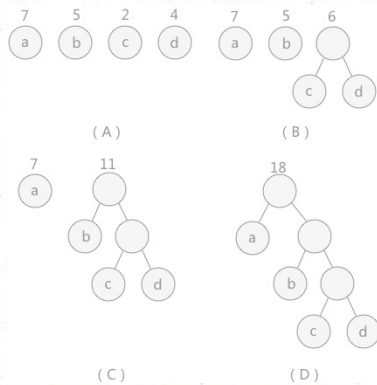
当用  $n$  个结点（都做叶子结点且都有各自的权值）试图构建一棵树时，如果构建的这棵树的带权路径长度最小，称这棵树为“最优二叉树”，有时也叫“赫夫曼树”或者“哈夫曼树”。

在构建哈夫曼树时，要使树的带权路径长度最小，只需要遵循一个原则，那就是：权重越大的结点离树根越近。

## 构建哈夫曼树

对于给定的有各自权值的  $n$  个结点，构建哈夫曼树有一个行之有效的办法：

1. 在  $n$  个权值中选出两个最小的权值，对应的两个结点组成一个新的二叉树，且新二叉树的根结点的权值为左右孩子权值的和；
2. 在原有的  $n$  个权值中删除那两个最小的权值，同时将新的权值加入到  $n-2$  个权值的行列中，以此类推；
3. 重复 1 和 2，直到所有的结点构建成了一棵二叉树为止，这棵树就是哈夫曼树。



(A) 给定了四个结点  $a, b, c, d$ ，权值分别为 7, 5, 2, 4；第一步如 (B) 所示，找出现有权值中最小的两个，2 和 4，相应的结点  $c$  和  $d$  构建一个新的二叉树，树根的权值为  $2 + 4 = 6$ ，同时将原有权值中的 2 和 4 删掉，将新的权值 6 加入；进入 (C)，重复之前的步骤。直到 (D) 中，所有的结点构建成了一个全新的二叉树，这就是哈夫曼树。

## 哈弗曼树中结点结构

构建哈夫曼树时，首先需要确定树中结点的构成。由于哈夫曼树的构建是从叶子结点开始，不断地构建新的父结点，直至树根，所以结点中应包含指向父结点的指针。但是在使用哈夫曼树时是从树根开始，根据需求遍历树中的结点，因此每个结点需要有指向其左孩子和右孩子的指针。

```
1 class Node {
2     data = null;
3     weight = null; // 结点权重
4     //父结点、左孩子、右孩子在数组中的位置下标
5     left = null;
6     right = null;
7     parent = null;
8 }
```

## 哈弗曼树中的查找算法

构建哈弗曼树时，需要每次根据各个结点的权重值，筛选出其中值最小的两个结点，然后构建二叉树。

查找权重值最小的两个结点的思想是：从树组起始位置开始，首先找到两个无父结点的结点（说明还未使用其构建成树），然后和后续无父结点的结点依次做比较，有两种情况需要考虑：

- 如果比两个结点中较小的那个还小，就保留这个结点，删除原来较大的结点；
- 如果介于两个结点权重值之间，替换原来较大的结点；

## 构建哈弗曼树

```
1 class Node {
2   constructor(weight) {
3     this.weight = weight // 结点权重
4     //父结点、左孩子、右孩子在数组中的位置下标
5     this.left = null
6     this.right = null
7     this.parent = null
8   }
9 }
10
11 class CreateHuffmanTree {
12   constructor(arr) {
13     this.resolve = [];
14     this.tree_node = this.init_tree(arr);
15   }
16   init_tree(ary) {
17     const _arr = ary;
18     for (let i = 0; i < _arr.length; i++) {
19       const node = new Node(_arr[i]);
20       this.insert_node(node);
21     }
22     const resolve = this.resolve;
23     while (resolve.length !== 1) {
24       const first_node = resolve.shift();
25       const se_node = resolve.shift();
26       const weight = first_node.weight + se_node.weight;
27       const new_node = new Node(weight);
28       new_node.left = first_node;
29       new_node.right = se_node;
30       first_node.parent = new_node;
31       se_node.parent = new_node;
32       this.insert_node(new_node);
33     }
34     return resolve[0];
35   }
36   insert_node(node) {
37     const resolve = this.resolve;
38     if (resolve.length) {
```

```

39     for (let i = 0; i < resolve.length; i++) {
40         if (resolve[i].weight > node.weight) {
41             resolve.splice(i, 0, node)
42             return;
43         }
44     }
45 }
46 resolve.push(node);
47 }
48 }

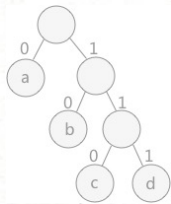
```

## 哈夫曼编码

哈夫曼编码就是在哈夫曼树的基础上构建的，这种编码方式最大的优点就是用最少的字符包含最多的信息内容。

根据发送信息的内容，通过统计文本中相同字符的个数作为每个字符的权值，建立哈夫曼树。对于树中的每一个子树，统一规定其左孩子标记为 0，右孩子标记为 1。这样，用到哪个字符时，从哈夫曼树的根结点开始，依次写出经过结点的标记，最终得到的就是该结点的哈夫曼编码。

文本中字符出现的次数越多，在哈夫曼树中的体现就是越接近树根。编码的长度越短。



符 a 用到的次数最多，其次是字符 b。字符 a 在哈夫曼编码是 0，字符 b 编码为 10，字符 c 的编码为 110，字符 d 的编码为 111。

使用程序求哈夫曼编码有两种方法：

1. 从叶子结点一直找到根结点，逆向记录途中经过的标记。例如，字符 c 的哈夫曼编码从结点 c 开始一直找到根结点，结果为：0 11，所以字符 c 的哈夫曼编码为：110（逆序输出）。
2. 从根结点出发，一直到叶子结点，记录途中经过的标记。例如，字符 c 的哈夫曼编码，就从根结点开始，依次为：110。

```

1  //从根结点出发
2  get_code = function () {
3      var get_code_from_tree = function (node, dict, code_str) {
4          if (!node.left && !node.right) {
5              // 页节点
6              dict[node.weight] = code_str;
7              return;
8          }
9
10         if (node.left) {
11             get_code_from_tree(node.left, dict, code_str + "0");
12         }
13         if (node.right) {
14             get_code_from_tree(node.right, dict, code_str + "1");
15         }
16     };
17     // 获得最终的变长编码
18     var code_dict = {};
19     get_code_from_tree(this.root, code_dict, "");
20     return code_dict;

```

