

Objectifs :

-) Calculer la longueur par la méthode de triangulation utilisée par Delambre et Méchain

A l'époque de la Révolution française de 1789, il existe de nombreuses unités de mesure de longueur qui diffèrent selon les régions, parfois même les villages. Cela complique les échanges commerciaux et scientifiques. Ces anciennes unités sont basées sur le corps humain (pouce, pied, coudée, ...).

En 1791 l'Académie des sciences est chargée par l'Assemblée nationale constituante de définir une nouvelle unité qui serait universelle. Il est alors décidé que le mètre serait défini comme la dix-millionième partie du quart du méridien terrestre.

Il s'agit maintenant de déterminer avec rigueur la longueur du méridien terrestre à partir de la mesure précise de la distance Dunkerque-Barcelone (deux villes situées sur le méridien de Paris). En effet l'arc formé par Dunkerque et Barcelone est suffisamment grand pour en déduire correctement la longueur du méridien.

Jean-Baptiste Delambre et Pierre Méchain, astronomes et mathématiciens français, sont donc mandatés pour ce projet ambitieux. Ils utiliseront la méthode de la triangulation.



**COMMENT APPLIQUER LA METHODE DE TRIANGULATION UTILISEE PAR DELAMBRE ET
MECHAIN ET QU'EN ONT-ILS DEDUIT ?**

A l'aide des ressources et des documents répondez aux questions ci-après en n'oubliant pas que votre production est destinée à des élèves du niveau seconde.

-) **Comment Delambre et Méchain ont-ils déterminé la distance en toises entre Melun et Malvoisine, grâce à la triangulation plane ?**

-) **Comment ont-ils déterminé la longueur en toises du méridien ?**

-) **Comment ont-ils déterminé la longueur d'un mètre ?**

Document 1 : Une page web autour du sujet.

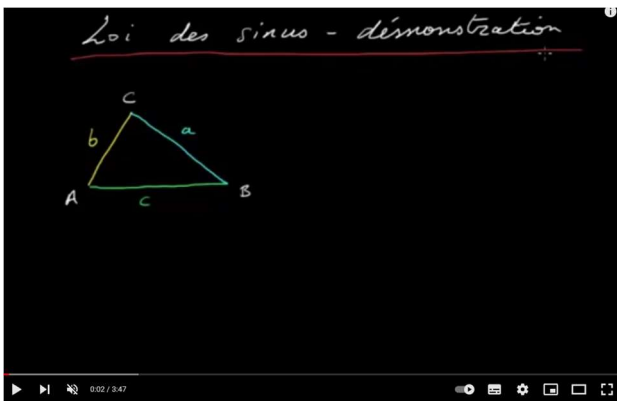
<http://paris-butteauxcailles.eklablog.com/l-aventure-du-metre-etalon-avec-generations13-a149210902>



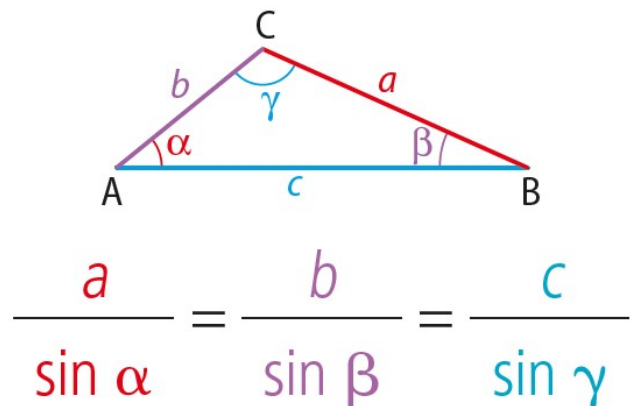
Vous pouvez également regarder le contenu vidéo relatif au mètre.

Document 2 : Outils mathématiques.

→ La loi des sinus dans un triangle :



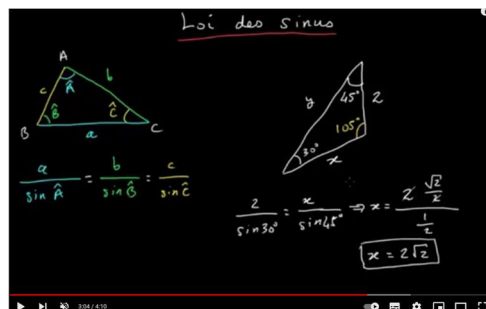
<https://youtu.be/T3-plzjL7hc>



Et comme toujours, dans un triangle, la somme des mesures des angles est égale à π rad doit 180° .

$$\alpha + \beta + \gamma = \pi \text{ rad} = 180^\circ$$

** Un exemple d'application :



<https://www.youtube.com/watch?app=desktop&v=dozIbIktiok&feature=youtu.be>

→ **Toise** : Unité de mesure ancienne correspondant à six pieds ou 1,949 m.

→ **Minute d'arc** (notée 1') : $1/60^\circ$

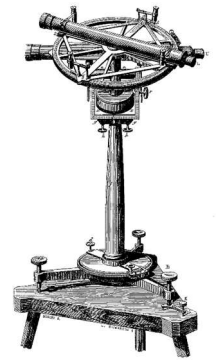
→ **Seconde d'arc** (notée 1'') : $1/3600^\circ$

** Exemple de conversion :

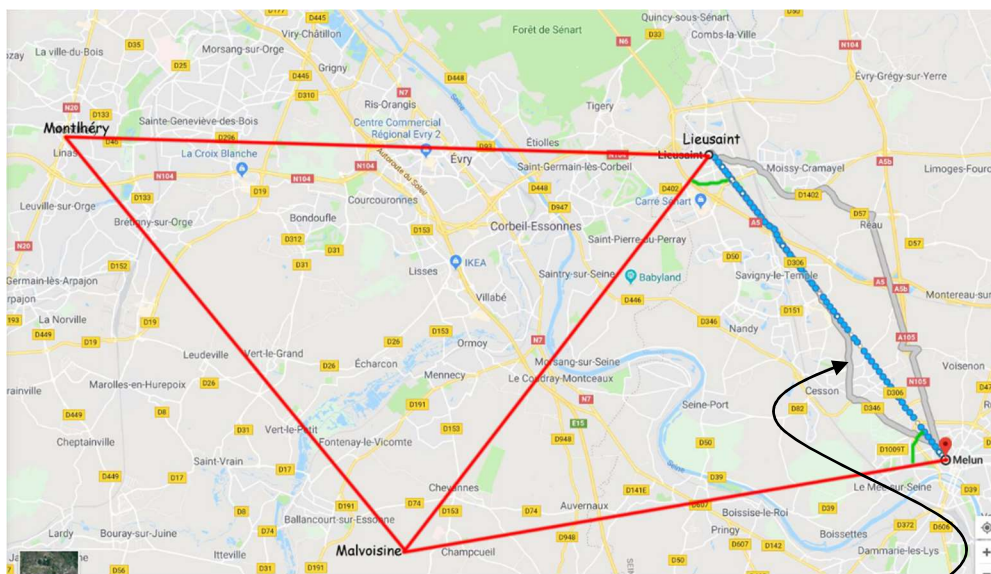
$$44^\circ 51' 26'' = 44 + 51 \times \frac{1}{60} + 26 \times \frac{1}{3600} = 44,85722^\circ$$

Document 3 : L'aventure de Delambre et Méchain.

Delambre et Méchain commencent par mesurer la distance Lieusaint-Melun. C'est la seule mesure de distance nécessaire. Ensuite il ne faut que des mesures d'angles jusque Dunkerque et Barcelone, car de proche en proche on peut calculer toutes les longueurs des côtés de tous les triangles qui relient ces deux villes. Les sommets de chaque triangle sont matérialisés par des repères placés en hauteur, comme des flèches d'églises ou des pics montagneux. Les angles entre ces repères sont mesurés avec cercle répétiteur de Borda (ci-contre).



Angle au sommet Melun	Angle au sommet Lieusaint	Angle au sommet Malvoisine
63°43'34"	75°39'29"	?



La distance entre Lieusaint et Melun est de 6 075,90 toises



Après sept ans de travail et la construction de 115 triangles d'environ 10 km de longueur et quelques aventures, Delambre et Méchain déterminent que la distance entre Dunkerque et Barcelone est de 551 584,72 toises.

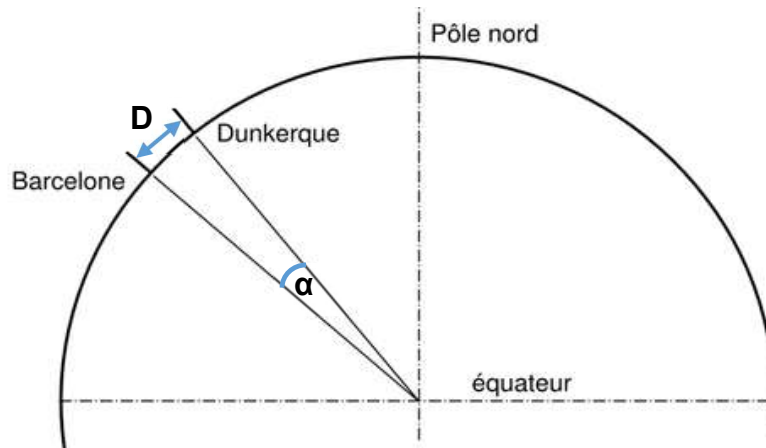
Document 4 : Coup de pouce méthodologique.

- Exprimez les angles en degrés et décimales ;
- Déterminez l'angle au sommet représenté par la ville de Malvoisine ;
- Réalisez le schéma du triangle Melun-Lieusaint-Malvoisine. Placez les angles au sommets indiqués dans le document 3 ;
- Ecrivez la loi des sinus appliquée au triangle obtenu précédemment ;
- Déterminez la valeur de la distance entre Melun et Malvoisine ainsi que celle entre Lieusaint et Malvoisine. Cette longueur est la base du prochain triangle avec la ville de Montlhéry.

Document 5 : Vers la détermination du méridien et la définition du mètre.

A cette époque, la différence de latitude entre Dunkerque et Barcelone était connue avec une très bonne précision grâce au repérage des étoiles : $\alpha = 9,673\,722^\circ$.

Delambre et Méchain ont déterminé que la distance Dunkerque-Barcelone est de $D = 551\,584,72$ toises.



Le mètre était la dix-millionième partie du quart du méridien terrestre. Le méridien considéré est le cercle imaginaire passant par Barcelone, Dunkerque et les deux pôles.

Depuis 1983, le mètre est défini comme la distance parcourue par la lumière dans le vide pendant une durée d'un $299\,792\,458^{\text{ème}}$ de seconde.