后次复习前次的概念

本节内容小结：

二阶与三阶行列式

排列与对换

排列的奇偶性。

n阶行列式的定义

四个结论（特殊行列式的计算）

二阶行列式 $D=\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} = a_1b_2 - a_2b_1$

三阶行列式

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32}$$

$$- a_{11}a_{23}a_{32} - a_{12}a_{21}a_{33} - a_{13}a_{22}a_{31}$$

注意：

（1）记忆方法：对角线法则

（2）二、三阶行列式 算出来也是一个数。

上 下

排列的定义：

反（逆）序与反序数: $\tau(j_1 j_2 \cdots j_n)$ 或 $\pi(j_1 j_2 \cdots j_n)$

排列的奇偶性。

对换的定义：

引理1：任意一个n元排列 $j_1 j_2 \cdots j_n$ 可经一系列对换变为自然排列12... n。

推论1：自然排列12...n可经一系列的对换变到任意一个n元排列： $j_1 j_2 \cdots j_n$

定理2.2.1：任意两个n元排列可经一系列对换互化。

定理2.2.2：每一个对换均改变排列的奇偶性。

定理2.2.3：当 $n \geq 2$ 时，n元排列中，奇、偶排列各占一半。

上 下

三. n阶行列式的定义

$$D=\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix} = \sum_{j_1 j_2 \cdots j_n} (-1)^{\tau(j_1 j_2 \cdots j_n)} a_{1j_1} a_{2j_2} \cdots a_{nj_n}$$

行列式的等价定义

$$D=\sum_{\substack{j_1 j_2 \cdots j_n \\ i_1 i_2 \cdots i_n}} (-1)^{\tau(i_1 i_2 \cdots i_n)+\tau(j_1 j_2 \cdots j_n)} a_{i_1 j_1} a_{i_2 j_2} \cdots a_{i_n j_n}$$

$$= \sum_{i_1 i_2 \cdots i_n} (-1)^{\tau(i_1 i_2 \cdots i_n)} a_{i_1 1} a_{i_2 2} \cdots a_{i_n n}$$

四个结论：

(1) 上三角形行列式（主对角线下侧元素都为0）

$$D=\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ 0 & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}=a_{11}a_{22}\cdots a_{nn}$$

(2) 下三角形行列式（主对角线上侧元素都为0）

$$D=\begin{vmatrix} a_{11} & 0 & \cdots & 0 \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}=a_{11}a_{22}\cdots a_{nn}$$

(3)

$$D=\begin{vmatrix} a_{11} & & & \\ & a_{22} & & \\ & & \ddots & \\ & & & a_{nn} \end{vmatrix}=a_{11}a_{22}\cdots a_{nn}$$

(4)

$$D=\begin{vmatrix} & & & a_{1n} \\ & & a_{2,n-1} & \\ & \begin{matrix} & \cdot \\ \cdot & \end{matrix} & & \\ a_{n1} & & & \end{vmatrix}=(-1)^{\frac{n(n-1)}{2}}a_{1n}a_{2,n-1}\cdots a_{n1}$$

1.2. 行列式的性质与计算

一、行列式的性质

记

$$D=\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix} \quad D^T=\begin{vmatrix} a_{11} & a_{21} & \cdots & a_{n1} \\ a_{12} & a_{22} & \cdots & a_{n2} \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ a_{1n} & a_{2n} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

行列式 D^T 称为行列式 D 的转置行列式.

性质1 行列式与它的转置行列式相等。

证明：

$$D=\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

设 $D^T=\begin{vmatrix} b_{11} & b_{12} & \cdots & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & \cdots & b_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ b_{n1} & b_{n2} & \cdots & b_{nn} \end{vmatrix}$

则 $b_{ij}=a_{ji} \qquad (i,j=1,2,\cdots,n)$

由行列式定义

$$D^T=\sum_{j_1j_2\cdots j_n}(-1)^{\tau(j_1j_2\cdots j_n)}b_{1j_1}b_{2j_2}\cdots b_{nj_n}$$

$$=\sum_{j_1j_2\cdots j_n}(-1)^{\tau(j_1j_2\cdots j_n)}a_{j_11}a_{j_22}\cdots a_{j_nn}=D$$

说明：行列式中行与列地位相同，对行成立的性质对列也成立，反之亦然。

上 下

性质2： 互换行列式的两行（列），行列式的值变号。

$$D_1 = \begin{array}{c} \\ \\ \\ \\ \\ \\ \end{array}\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{t1} & a_{t2} & \cdots & a_{tn} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{s1} & a_{s2} & \cdots & a_{sn} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}\begin{array}{l} \\ \\ \rightarrow \text{s行} \\ \\ \rightarrow \text{t行} \\ \\ \\ \end{array}$$

例如

$$\begin{vmatrix} 1 & 7 & 5 \\ 6 & 6 & 2 \\ 3 & 5 & 8 \end{vmatrix} = -\begin{vmatrix} 1 & 7 & 5 \\ 3 & 5 & 8 \\ 6 & 6 & 2 \end{vmatrix},$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 7 & 5 \\ 6 & 6 & 2 \\ 3 & 5 & 8 \end{vmatrix} = -\begin{vmatrix} 7 & 1 & 5 \\ 6 & 6 & 2 \\ 5 & 3 & 8 \end{vmatrix}.$$

即交换D的s、t 两行，则 $D_1=-D$

证明(略）

推论：如果行列式有两行（列）相同，则行列式为 0 。

证明： 把相同的两行互换，有D＝－D，所以 D＝0

性质3： 用数 k 乘行列式的某一行（列）中所有元素，

等于用数 k 乘此行列式。

例 $$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ ka_{21} & ka_{22} \end{vmatrix} = k\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}.$$

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ ka_{s1} & ka_{s2} & \cdots & ka_{sn} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix} = k\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{s1} & a_{s2} & \cdots & a_{sn} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

推论：行列式中某一行（列）的公因子可以提到行列式符号外面

推论：若行列式有两行（列）的对应元素成比例，

则行列式等于0 。

性质4：
$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ b_1+c_1 & b_2+c_2 & \cdots & b_n+c_n \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

即，如果某一行是两组数的和，则此行列式就等于两个行列式的和，而这两个行列式除这一行以外全与原来行列式的对应的行一样。

$$= \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ b_1 & b_2 & \cdots & b_n \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ c_1 & c_2 & \cdots & c_n \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21}+b_{21} & a_{22}+b_{22} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{vmatrix}.$$

对于列：

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & b_1+c_1 & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & b_2+c_2 & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & b_n+c_n & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix} =$$

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & b_1 & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & b_2 & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & b_n & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & c_1 & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & c_2 & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & c_n & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

判断：

$$\begin{vmatrix} a+b & c+d \\ e+f & g+h \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a & c \\ e & g \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} b & d \\ f & h \end{vmatrix}$$

性质5：行列式的某一行（列）的所有元素乘以同一数k后再加到另一行（列）对应的元素上去，行列式的值不变。 完

即：

$$
D=\begin{vmatrix}
a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
a_{s1} & a_{s2} & \cdots & a_{sn} \\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
a_{t1} & a_{t2} & \cdots & a_{tn} \\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn}
\end{vmatrix}
\qquad
D_1=\begin{vmatrix}
a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
a_{s1}+ka_{t1} & a_{s2}+ka_{t2} & \cdots & a_{sn}+ka_{tn} \\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
a_{t1} & a_{t2} & \cdots & a_{tn} \\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn}
\end{vmatrix}
$$

则$D=D_1$

$$
\begin{vmatrix}
a_{11} & a_{12} \\
a_{21}+ka_{11} & a_{22}+ka_{12}
\end{vmatrix}
=
\begin{vmatrix}
a_{11} & a_{12} \\
a_{21} & a_{22}
\end{vmatrix}.
$$

利用行列式性质计算：目标 $\rightarrow$ 化为三角形行列式

记法

行列式的第s行：r_s　　交换s、t两行：$r_s \leftrightarrow r_t$

行列式的第s列：c_s　　交换s、t两列：$c_s \leftrightarrow c_t$

第s行乘以k：kr_s　　第s列乘以k: kc_s

数k乘第 t 行加到第 s 行上：$r_s + kr_t$

$(c_s + kc_t)$

二、应用举例

例 1

$$D = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 2 & -3 & 1 \\ -3 & 3 & -7 & 9 & -5 \\ 2 & 0 & 4 & -2 & 1 \\ 3 & -5 & 7 & -14 & 6 \\ 4 & -4 & 10 & -10 & 2 \end{vmatrix}$$

解

$$D = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 2 & -3 & 1 \\ -3 & 3 & -7 & 9 & -5 \\ 2 & 0 & 4 & -2 & 1 \\ 3 & -5 & 7 & -14 & 6 \\ 4 & -4 & 10 & -10 & 2 \end{vmatrix} \quad \times 3 \quad \oplus$$

$$\underline{\underline{r_2 + 3r_1}} \begin{vmatrix} 1 & -1 & 2 & -3 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & -2 \\ 2 & 0 & 4 & -2 & 1 \\ 3 & -5 & 7 & -14 & 6 \\ 4 & -4 & 10 & -10 & 2 \end{vmatrix}$$

$$\xlongequal{r_2+3r_1}\begin{vmatrix} 1 & -1 & 2 & -3 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & -2 \\ 2 & 0 & 4 & -2 & 1 \\ 3 & -5 & 7 & -14 & 6 \\ 4 & -4 & 10 & -10 & 2 \end{vmatrix} \xlongequal{r_3-2r_1} \begin{vmatrix} 1 & -1 & 2 & -3 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & -2 \\ 0 & 2 & 0 & 4 & -1 \\ 3 & -5 & 7 & -14 & 6 \\ 4 & -4 & 10 & -10 & 2 \end{vmatrix}$$

$$\xlongequal[r_4-4r_1]{r_3-3r_1}\begin{vmatrix} 1 & -1 & 2 & -3 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & -2 \\ 0 & 2 & 0 & 4 & -1 \\ 0 & -2 & 1 & -5 & 3 \\ 0 & 0 & 2 & 2 & -2 \end{vmatrix} \xlongequal{r_2 \leftrightarrow r_4} -\begin{vmatrix} 1 & -1 & 2 & -3 & 1 \\ 0 & -2 & 1 & -5 & 3 \\ 0 & 2 & 0 & 4 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 2 & 2 & -2 \end{vmatrix}$$

$$\xlongequal{r_3+r_2} -\begin{vmatrix} 1 & -1 & 2 & -3 & 1 \\ 0 & -2 & 1 & -5 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 2 & 2 & -2 \end{vmatrix} \xlongequal{r_4+r_3} -\begin{vmatrix} 1 & -1 & 2 & -3 & 1 \\ 0 & -2 & 1 & -5 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 2 & -2 \end{vmatrix}$$

$$\xlongequal{r_5-2r_3} -\begin{vmatrix} 1 & -1 & 2 & -3 & 1 \\ 0 & -2 & 1 & -5 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4 & -6 \end{vmatrix} \xlongequal{r_5+4r_4} -\begin{vmatrix} 1 & -1 & 2 & -3 & 1 \\ 0 & -2 & 1 & -5 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -6 \end{vmatrix}$$

$$= -(-2)(-1)(-6) = 12.$$

上 下

例2 **计算行列式**

$$D=\begin{vmatrix}1 & 2 & -1 & 0\\ 2 & 4 & 1 & 2\\ -1 & 0 & 2 & 1\\ -3 & -4 & 2 & 3\end{vmatrix}$$

解 将 D 化为上三角行列式

$$D \xlongequal[\substack{r_3+r_1\\ r_4+3r_1}]{r_2-2r_1} \begin{vmatrix}1 & 2 & -1 & 0\\ 0 & 0 & 3 & 2\\ 0 & 2 & 1 & 1\\ 0 & 2 & -1 & 3\end{vmatrix} \xlongequal{r_4-r_3} \begin{vmatrix}1 & 2 & -1 & 0\\ 0 & 0 & 3 & 2\\ 0 & 2 & 1 & 1\\ 0 & 0 & -2 & 2\end{vmatrix}$$

$$\xlongequal{r_2 \leftrightarrow r_3} -\begin{vmatrix}1 & 2 & -1 & 0\\ 0 & 2 & 1 & 1\\ 0 & 0 & 3 & 2\\ 0 & 0 & -2 & 2\end{vmatrix} \xlongequal{r_4+\frac{2}{3}r_3} -\begin{vmatrix}1 & 2 & -1 & 0\\ 0 & 2 & 1 & 1\\ 0 & 0 & 3 & 2\\ 0 & 0 & 0 & \frac{10}{3}\end{vmatrix}$$

$$=-[1\times 2\times 3\times \frac{10}{3}]=-20.$$

例3 计算行列式

$$d=\begin{vmatrix} a & b & b & \cdots & b \\ b & a & b & \cdots & b \\ b & b & a & \cdots & b \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ b & b & b & \cdots & a \end{vmatrix}$$

各

解：

$$d=\begin{vmatrix} a & b & b & \cdots & b \\ b & a & b & \cdots & b \\ b & b & a & \cdots & b \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ b & b & b & \cdots & a \end{vmatrix} \overset{\text{各列加到第1列上}}{=} \begin{vmatrix} a+(n-1)b & b & b & \cdots & b \\ a+(n-1)b & a & b & \cdots & b \\ a+(n-1)b & b & a & \cdots & b \\ a+(n-1)b & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a+(n-1)b & b & b & \cdots & a \end{vmatrix}$$

$$\overset{\text{提取}}{=}[a+(n-1)b]\begin{vmatrix} 1 & b & b & \cdots & b \\ 1 & a & b & \cdots & b \\ 1 & b & a & \cdots & b \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 1 & b & b & \cdots & a \end{vmatrix} \overset{-1\times1\text{行}+\text{各行上}}{=} [a+(n-1)b]\begin{vmatrix} 1 & b & b & \cdots & b \\ 0 & a-b & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & a-b & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & a-b \end{vmatrix}$$

$$=[a+(n-1)b](a-b)^{n-1}\ .$$

上 下 21

二、 *Vandermonde* 行列式

新疆政法学院

$$V_n = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 \\ x_1 & x_2 & x_3 & \cdots & x_n \\ x_1^2 & x_2^2 & x_3^2 & \cdots & x_n^2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ x_1^{n-1} & x_2^{n-1} & x_3^{n-1} & \cdots & x_n^{n-1} \end{vmatrix} = \prod_{1\le j<i\le n}(x_i - x_j). \qquad (1)$$

$(i \neq j$时，$x_i \neq x_j)$

这里 $\prod_{1\le j<i\le n}(x_i - x_j) = (x_n - x_1)(x_{n-1} - x_1)(x_{n-2} - x_1)\cdots(x_3 - x_1)(x_2 - x_1)$

$(x_n - x_2)(x_{n-1} - x_2)(x_{n-2} - x_2)\cdots(x_3 - x_2)$

$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$

$(x_n - x_{n-2})(x_{n-1} - x_{n-2})$

$(x_n - x_{n-1})$

下

例6 设 $D=\begin{vmatrix}1&1&1&1\\2&3&4&5\\4&9&16&25\\8&27&64&125\end{vmatrix}$ 求D的值.

解 $D=\begin{vmatrix}1&1&1&1\\2&3&4&5\\4&9&16&25\\8&27&64&125\end{vmatrix}$

$$=(x_4-x_1)(x_4-x_2)(x_4-x_3)$$
$$(x_3-x_2)(x_3-x_1)$$
$$(x_2-x_1)$$
$$=(5-4)(5-3)(5-2)(4-3)(4-2)(3-2)$$
$$=1\times 2\times 3\times 1\times 2\times 1=12$$

上 下

本次课内容小结：行列式的性质

性质1： 行列式与它的转置行列式相等。

说明：行列式中行与列地位相同，对行成立的性质对列也成立，反之亦然。

性质2： 互换行列式的两行（列），行列式的值变号。

推论：如果行列式有两行（列）相同，则行列式为 0 。

性质3： 用数 k 乘行列式的某一行（列）中所有元素，等于用数 k 乘此行列式。

推论：行列式中某一行（列）的公因子可以提到行列式符号外面

推论：若行列式有两行（列）的对应元素成比例，则行列式等于0 。

性质4：如果某一行是两组数的和，则此行列式就等于两个行列式的和，而这两个行列式除这一行以外全与原来行列式的对应的行一样。

性质5：行列式的某一行（列）的所有元素乘以同一数k后再加到另一行（列）对应的元素上去，行列式的值不变。

二、 *Vandermonde* 行列式

课堂练习:

1. 计算行列式

$$(1)\ D=\begin{vmatrix}0 & -1 & -1 & 2\\ 1 & -1 & 0 & 2\\ -1 & 2 & -1 & 0\\ 2 & 1 & 1 & 0\end{vmatrix}\qquad (2)\ D=\begin{vmatrix}1 & 1 & 1 & 1\\ 1 & 2 & 3 & 4\\ 1 & 3 & 6 & 10\\ 1 & 4 & 10 & 20\end{vmatrix}$$

＝4

＝1

(3)

$$D=\begin{vmatrix}a & b & c & d\\ a & a+b & a+b+c & a+b+c+d\\ a & 2a+b & 3a+2b+c & 4a+3b+2c+d\\ a & 3a+b & 6a+3b+c & 10a+6b+3c+d\end{vmatrix}$$

作业 第24页，下图中标号打圈的题

2. 计算下列行列式.

(1) $\begin{vmatrix} 3 & 6 & 1 \\ 1 & 0 & 5 \\ 3 & 1 & 7 \end{vmatrix}$

(2) $\begin{vmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & -4 & -1 \\ -1 & 8 & 3 \end{vmatrix}$

(3) $\begin{vmatrix} 1+a & b & c \\ a & 1+b & c \\ a & b & 1+c \end{vmatrix}$

(4) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 \\ 1 & 3 & 5 & 0 \\ 0 & 1 & 5 & 6 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{vmatrix}$

(5) $\begin{vmatrix} a & 1 & 0 & 0 \\ -1 & b & 1 & 0 \\ 0 & -1 & c & 1 \\ 0 & 0 & -1 & d \end{vmatrix}$

(6) $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 3 & 6 & 10 \\ 1 & 4 & 10 & 20 \end{vmatrix}$

(7) $\begin{vmatrix} 1 & 4 & 9 & 16 \\ 4 & 9 & 16 & 25 \\ 9 & 16 & 25 & 36 \\ 16 & 25 & 36 & 49 \end{vmatrix}$

(8) $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ a^2 & b^2 & c^2 \end{vmatrix}$

3. 计算行列式.

(1) $\begin{vmatrix} a & b & a+b \\ b & a+b & a \\ a+b & a & b \end{vmatrix}$

(2) $\begin{vmatrix} a & b & c & d \\ b & a & d & c \\ c & d & a & b \\ d & c & b & a \end{vmatrix}$

4. 当 λ, μ 取何值时，行列式 $\begin{vmatrix} \lambda & 1 & 1 \\ 1 & \mu & 1 \\ 1 & 2\mu & 1 \end{vmatrix} = 0$?