后次复习前次的概念

1．n 维向量的概念，实向量；

2． 向量的表示方法：行向量与列向量；

3. n维向量的线性运算及其性质；

向量相等、零向量、负向量

向量加法： $\alpha+\beta=(a_1+b_1, a_2+b_2, \ldots, a_n+b_n)$,

向量数乘 $k\cdot\alpha=(ka_1, ka_2, \ldots, ka_n)$, $k\in \mathbf{R}$.

线性方程组的n维向量表示：

$$\begin{cases} a_{11}x_1+a_{12}x_2+\cdots+a_{1n}x_n=b_1 \\ a_{21}x_1+a_{22}x_2+\cdots+a_{2n}x_n=b_2 \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ a_{m1}x_1+a_{m2}x_2+\cdots+a_{mn}x_n=b_m \end{cases}$$

也 即 $x_1\alpha_1+x_2\alpha_2+\cdots+x_n\alpha_n=b$,

新疆政法学院

一、内积

1.定义 设 $\alpha=(a_1,a_2,\cdots,a_n),\ \beta=(b_1,b_2,\cdots,b_n)$

$$(\alpha,\beta)=a_1b_1+a_2b_2+\cdots+a_nb_n$$

称为 α 与 β 的<u>内积</u>.

2.性质

(1) $(\alpha,\beta)=(\beta,\alpha)$;

(2) $(\alpha+\beta,\gamma)=(\alpha,\gamma)+(\beta,\gamma)$

$(k\alpha,\beta)=k(\alpha,\beta)$;

(3) $(\alpha,\alpha)\geq 0$, 当且仅当 $\alpha=0$ 时等号成立.

推广及对称性又有:

3. 长度

(1) 定义 $|\alpha| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + \cdots + a_n^2} = \sqrt{(\alpha, \alpha)}$

单位向量 $|\alpha| = 1$: α 为单位向量 .

设 $\alpha \neq 0$，令 $\alpha_e = \frac{1}{|\alpha|}\alpha$，则

（向量的单位化）

$$|\alpha_e| = \sqrt{(\alpha_e, \alpha_e)} = \sqrt{\frac{1}{|\alpha|^2}(\alpha, \alpha)} = 1$$

(2) 性质　1^o 非负性　$|\alpha| \geq 0$

2^o 齐次性　$|k\alpha| = |k||\alpha|$;

3^o 三角不等式

$$|\alpha + \beta| \leq |\alpha| + |\beta|;$$

4. 柯西一布涅柯夫斯基-施瓦茨不等式

对n维空间V中任意两个向量α、β，有 $|(\alpha,\beta)| \le |\alpha||\beta|$

当且仅当α、β满足$\alpha = k\beta$ 时等号成立.

5. 向量α与β 的夹角 $<\alpha,\beta> = \arccos\dfrac{\alpha \cdot \beta}{|\alpha||\beta|}$

柯西不等式 $|a_1 b_1 + a_2 b_2 + \cdots + a_n b_n|$

$$\le \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + \cdots + a_n^2}\sqrt{b_1^2 + b_2^2 + \cdots + b_n^2} \quad a_i, b_i \in R, \quad i = 1, 2, \cdots, n.$$

三角不等式 对欧氏空间中的任意两个向量 α、β, 有

$$|\alpha + \beta| \le |\alpha| + |\beta|$$

上 下

定义2： 设 α、β 为 n 维空间中两个向量，若内积

$$(\alpha,\beta)=0$$

则称 α 与 β **正交**或**互相垂直**，记作 $\alpha\perp\beta$.

注： ① 零向量与任意向量正交.

② $\alpha\perp\beta \Longleftrightarrow \langle\alpha,\beta\rangle=\dfrac{\pi}{2}$，即 $\cos\langle\alpha,\beta\rangle=0$.

正交向量组及**标准（单位）正交向量组：**

若一个向量组中的向量两两正交，且不含零向量，则称此向量组为正交向量组。

均为单位向量的正交向量组为标准正交向量组.

勾股定理及推广　设V为n维空间，$\forall\,\alpha,\beta\in V$

$$\alpha\perp\beta \Longleftrightarrow |\alpha+\beta|^2=|\alpha|^2+|\beta|^2$$

上 下

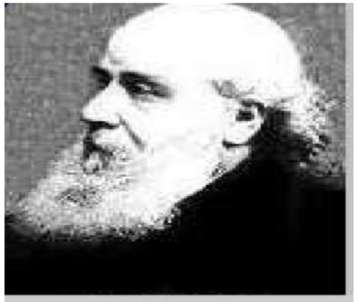
2.2　矩 阵

矩 阵——代数学的一个主要研究对象

凯莱（**Cayley，Arthur1821～1895**）

英国数学家 。　一般被公认为是矩阵论的创立者，

矩阵这个词是由英国数学家西尔维斯特（**J.J.Sylver**）**1850**年首先使用的。



J.J. 西尔维斯特
J. J. Sylvester
(1814～1897年)

§2.1 矩阵的概念

一、矩阵(*matrix*)的定义

- 引例 某两个工厂都生产三种产品B_1, B_2, B_3。某年第一季度，各厂的生产情况如下表：

产品 / 产量	产品$_1$	产品$_2$	产品$_3$
工厂$_1$	**20**	**17**	**12**
工厂$_2$	**30**	**20**	**10**

$$\begin{bmatrix} 20 & 17 & 12 \\ 30 & 20 & 10 \end{bmatrix}$$

这就是我们今天要讲的：矩阵.

二、矩阵的定义

定义2.1 由 $m \times n$ 个数 a_{ij} $(i = 1, 2, \ldots, m;\ j = 1, 2, \ldots, n)$ 有次序地排成 m 行(横排) n 列(竖排)的数表

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

元素

行标

列标

称为一个 m 行 n 列的**矩阵**，简记 $(a_{ij})_{m \times n}$，通常用大写字母 A，B，C，…表示，m 行 n 列的矩阵 A 也记为 $A_{m \times n}$，构成矩阵 A 的每个数称为矩阵 A 的**元素**，而 a_{ij} 表示矩阵第 i 行、第 j 列的元素。

简记为 $A = A_{m\times n} = \left(a_{ij}\right)_{m\times n} = \left(a_{ij}\right).$

这$m\times n$个数称为A的元素,简称为元.

元素是实数的矩阵称为**实矩阵**,

元素是复数的矩阵称为**复矩阵**.

例如 $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 & 5 \\ -9 & 6 & 4 & 3 \end{pmatrix}$ 是一个 2×4 实矩阵,

$\begin{pmatrix} 13 & 6 & 2i \\ 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 2 \end{pmatrix}$ 是一个 3×3 复矩阵,

当 m=n 时，A 称为 n 阶方阵(square matric)。

$$A=\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}$$

副对角线

主对角线

注： 矩阵与向量的关系

1) 矩阵$A=(a_{ij})_{m\times n}$可以看成由m个n维行向量

$$\alpha_i=\begin{pmatrix}a_{i1} & a_{i2} & \cdots & a_{in}\end{pmatrix} \quad (i=1,2,\cdots,m)$$组成。

也可以看成由 n个m维列向量

$$\beta_j=\begin{pmatrix}b_{1j}\\ b_{2j}\\ \vdots\\ b_{mj}\end{pmatrix} \quad (j=1,2,\cdots,n)$$组成。

2) 向量可以用矩阵表示。

特殊形式的矩阵

1.行矩阵

$\left(a_{11},\quad a_{12},\quad \cdots\quad ,a_{1n}\right)$是$1\times n$矩阵，也称为行向量；

2.列矩阵

$$\begin{pmatrix} b_{11} \\ b_{21} \\ \vdots \\ b_{m1} \end{pmatrix}$$是$m\times 1$矩阵，也称为列向量。

通常用黑体大写字母 A、B、 C 等表示矩阵；

用小写希腊字母 α 、 β 、 γ 等表示向量。

3.零矩阵

元素全为零的矩阵称为零矩阵。 记作 O.

4.负矩阵

矩阵$(-a_{ij})_{m\times n}$称为矩阵$A=(a_{ij})_{m\times n}$的负矩阵，记作$-A.$

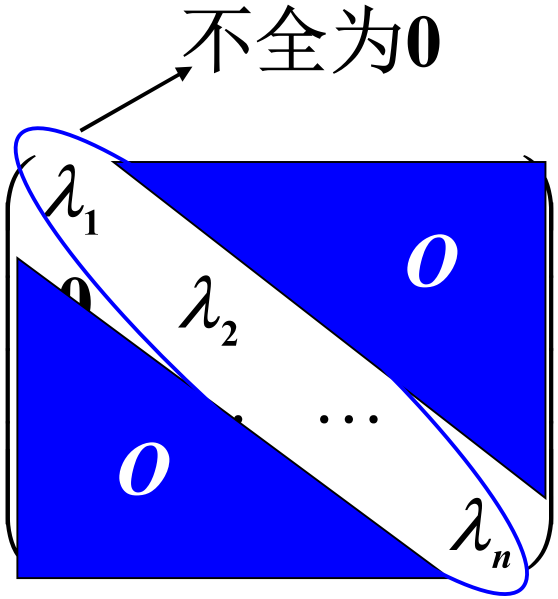
5.上(下)三角矩阵

主对角线下(上)方元素全为 0 的方阵称为上（下）三角矩阵。

6、对角矩阵

除主对角线上的元素外，其它元素 全为零的方阵。

即　　形如



的方阵,

称为对角矩阵(或对角阵）.记作 $\Lambda = diag(\lambda_1, \lambda_2, \cdots, \lambda_n)$.

7.单位矩阵

主对角线上的元素全为 1 的对角阵。记作 I 或 E.

8 定义：满足下列两个条件的矩阵称为行阶梯阵(或阶梯阵)。

（1）零行(元素全为零的行)位于矩阵的下方；

（2）各非零行第一个不为零的元素(称首非零元)的列标随着行标的增大而严格增大。

$$\begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 7 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

特点：1）阶梯下方全为 0；

2）阶梯口元素非 0；

3）每级阶梯只有一行；

4）阶宽不限。

9 定义：首非零元均为1，其所在列其余元素全为0的阶梯阵，称为 **行最简形.**

例 $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 6 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$

三、矩阵的运算

（一）、矩阵的线性运算（注意与向量的线性运算比较）

1、矩阵的相等

定义 设$A=(a_{ij})$和$B=(b_{ij})$都是$m\times n$矩阵，如果

$$\boldsymbol{a_{ij}=b_{ij}\ (i=1,2,\cdots,m;\ j=1,2,\cdots,n)}$$

则称矩阵A与B相等，记作$A=B.$

说明：此定义的意义，以零矩阵为例，

$O_{2\times3}$和$O_{1\times3}$都记为O，

但 $O_{2\times3}=\begin{pmatrix}0&0&0\\0&0&0\end{pmatrix}$； $O_{1\times3}=\begin{pmatrix}0&0&0\end{pmatrix}$

2、矩阵的加法(以调运方案为例)

设 $A=(a_{ij})_{m\times n}$, $B=(b_{ij})_{m\times n}$

则矩阵 $C=(c_{ij})_{m\times n}=(a_{ij}+b_{ij})_{m\times n}$

$$
=\begin{pmatrix}
a_{11}+b_{11} & a_{12}+b_{12} & \cdots & a_{1n}+b_{1n} \\
a_{21}+b_{21} & a_{22}+b_{22} & \cdots & a_{2n}+b_{2n} \\
\cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\
a_{m1}+b_{m1} & a_{m2}+b_{m2} & \cdots & a_{mn}+b_{mn}
\end{pmatrix}
$$

称为矩阵 A 与 B 的和，记作 $C=A+B$。

3、矩阵的减法

(1) 负矩阵 设 $A=(a_{ij})_{m\times n}$，则称

$(-a_{ij})_{m\times n}$ 为A的负矩阵，简记 $-A$

显然 $A+(-A)=O$， $-(-A)=A$

(2) 减法： 设 $A=(a_{ij})_{m\times n}$，$B=(b_{ij})_{m\times n}$

$$A-B=A+(-B)=(a_{ij}-b_{ij})_{m\times n}$$

说明 只有当两个矩阵是同型矩阵时，才能进行加（减）法运算.

4、数与矩阵的乘法

定义 设 λ是常数，$A=(a_{ij})_{m\times n}$，则矩阵 $(\lambda a_{ij})_{m\times n}$ 称为**数 λ 与矩阵 A 的乘积**，

记为 λA，即

$$\lambda A=(\lambda a_{ij})_{m\times n}=\begin{pmatrix} \lambda a_{11} & \lambda a_{12} & \cdots & \lambda a_{1n} \\ \lambda a_{21} & \lambda a_{22} & \cdots & \lambda a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \lambda a_{m1} & \lambda a_{m2} & \cdots & \lambda a_{mn} \end{pmatrix}$$

例1 设$A=\begin{pmatrix}1 & -1 & 2\\ 0 & 3 & 4\end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix}4 & 0 & -3\\ -1 & -2 & 3\end{pmatrix}$,

求$2A+3B$。

解 $$2A+3B=2\begin{pmatrix}1 & -1 & 2\\ 0 & 3 & 4\end{pmatrix}+3\begin{pmatrix}4 & 0 & -3\\ -1 & -2 & 3\end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix}2 & -2 & 4\\ 0 & 6 & 8\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}12 & 0 & -9\\ -3 & -6 & 9\end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix}2+12 & -2+0 & 4-9\\ 0-3 & 6-6 & 8+9\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}14 & -2 & -5\\ -3 & 0 & 17\end{pmatrix}.$$

上 下

例 2 $$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \cdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n = b_m \end{cases}$$

试用矩阵表示此线性方程组

解：令

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ & \cdots & \cdots & \\ a_{m1} & a_{m2} & & a_{mn} \end{pmatrix} \quad \mathrm{X} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \cdots \\ x_n \end{pmatrix} \quad \mathrm{B} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \cdots \\ b_m \end{pmatrix}$$

则有： **AX=B** 称为线性方程组的矩阵表示，其中**A**称为方程组的系数矩阵。

矩阵的线性运算满足如下八条性质:

定理 设A, B, C是同型矩阵，λ, μ是数，则

① $A+B=B+A$

② $(A+B)+C=A+(B+C)$

③ $A+O=A$

④ $A+(-A)=O$

⑤ $1A=A$

⑥ $k(lA)=(kl)A$

⑦ $k(A+B)=kA+kB$

⑧ $(k+l)A=kA+lA$

（二）矩阵的乘法

例1 在体育用品厂，用矩阵 **A** 表示一天产量，矩阵 **B** 表示足球和篮球的单价和单位利润, 求该厂三个车间一天的总产值和总利润。

$$A=\begin{array}{cc} \begin{array}{cc} \text{足} & \text{篮} \end{array} & \\ \begin{pmatrix} 100 & 200 \\ 150 & 180 \\ 120 & 210 \end{pmatrix} & \begin{array}{l} \text{一车间} \\ \text{二车间} \\ \text{三车间} \end{array} \end{array} \qquad B=\begin{array}{cc} \begin{array}{cc} \text{单价} & \text{单位利润} \end{array} & \\ \begin{pmatrix} 50 & 20 \\ 45 & 15 \end{pmatrix} & \begin{array}{l} \text{足} \\ \text{篮} \end{array} \end{array}$$

$$
\begin{array}{cc}
 & \begin{array}{cc} \text{足} & \text{篮} \end{array} \\
A = & \begin{pmatrix} 100 & 200 \\ 150 & 180 \\ 120 & 210 \end{pmatrix}
\end{array}
\begin{array}{l} \text{一车间} \\ \text{二车间} \\ \text{三车间} \end{array}
\qquad
\begin{array}{cc}
 & \begin{array}{cc} \text{单价} & \text{单位利润} \end{array} \\
B = & \begin{pmatrix} 50 & 20 \\ 45 & 15 \end{pmatrix}
\end{array}
\begin{array}{l} \text{足} \\ \text{篮} \end{array}
$$

$$
\begin{array}{cc}
 & \begin{array}{cc} \text{总产值(元)} & \text{总利润(元)} \end{array} \\
\mathbf{C} = & \begin{pmatrix} 100\times 50+200\times 45 & 100\times 20+200\times 15 \\ 150\times 50+180\times 45 & 150\times 20+180\times 15 \\ 120\times 50+210\times 45 & 120\times 20+210\times 15 \end{pmatrix}
\end{array}
\begin{array}{l} \text{一} \\ \text{二} \\ \text{三} \end{array}
$$

$$
= \begin{pmatrix} 14000 & 5000 \\ 15600 & 5700 \\ 15450 & 5550 \end{pmatrix} = AB
$$

定义 设$A=(a_{ij})$是$m\times s$矩阵，$B=(b_{ij})$是$s\times n$矩阵，规定$AB=(c_{ij})$是一个$m\times n$矩阵。其中，

$$c_{ij}=a_{i1}b_{1j}+a_{i2}b_{2j}+\cdots+a_{is}b_{sj}$$

$$(i=1,2,\cdots,m.\ j=1,2,\cdots,n)$$

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1s} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2s} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \boxed{a_{i1}} & \boxed{a_{i2}} & \boxed{\cdots} & \boxed{a_{is}} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{ms} \end{bmatrix}_{m\times s} \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & \cdots & b_{1j} & \cdots & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & \cdots & b_{2j} & \cdots & b_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ b_{s1} & b_{s2} & \cdots & b_{sj} & \cdots & b_{sn} \end{bmatrix}_{s\times n}$$

$$=(c_{ij})_{m\times n}=AB$$

进行矩阵乘法时需注意：

(1)只有当左矩阵 A 的列数与右矩阵 B 的行数相同

时，AB 才有意义；

(2)AB 有意义时，它的行数等于 A 的行数，它的

列数等于 B 的列数.

（3）当AB有意义时，AB的元素由A的行元素与

B 的列元素对应元素乘积之和确定。

例2 设矩阵 $A=\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} r_1 & r_2 & r_3 \\ s_1 & s_2 & s_3 \end{pmatrix}$.

求AB和BA.

解 **A**是2×2矩阵，**B**是2×3矩阵，**A**的列数等于**B**的行数，**AB**有意义。

$$AB=\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}\begin{pmatrix} r_1 & r_2 & r_3 \\ s_1 & s_2 & s_3 \end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix} ar_1+bs_1 & ar_2+bs_2 & ar_3+bs_3 \\ cr_1+ds_1 & cr_2+ds_2 & cr_3+ds_3 \end{pmatrix}.$$

由于B的列数不等于A的行数，所以BA无意义。

例3 $\boldsymbol{A}=(1,\mathbf{2},\mathbf{3})$ $\boldsymbol{B}=\begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix}$, 求$AB$和$BA$。

解 $AB=(1\ \ \mathbf{2}\ \ \mathbf{3})\begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix}=1\times1+2\times2+3\times3=14$

$$BA=\begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix}(1\ \ \mathbf{2}\ \ \mathbf{3})=\begin{pmatrix}1\times1 & 1\times2 & 1\times3\\2\times1 & 2\times2 & 2\times3\\3\times1 & 3\times2 & 3\times3\end{pmatrix}_{3\times3}=\begin{pmatrix}1 & \mathbf{2} & \mathbf{3}\\2 & \mathbf{4} & \mathbf{6}\\3 & \mathbf{6} & \mathbf{9}\end{pmatrix}$$

从此例题可看出？ **AB≠BA**

如果 **AB=BA** 则称矩阵 **A** 与 **B** 是可交换的，可交换的矩阵必是同阶方阵。单位矩阵 **I** 与任何同阶方阵可交换。

例4　设矩阵

$$A=\begin{pmatrix}-2 & 4\\ 3 & -6\end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix}2 & 10\\ 1 & 5\end{pmatrix}, C=\begin{pmatrix}-6 & 4\\ -3 & 2\end{pmatrix},$$

求***AB***和***AC***。

解　$$AB=\begin{pmatrix}-2 & 4\\ 3 & -6\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2 & 10\\ 1 & 5\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}.$$

$$AC=\begin{pmatrix}-2 & 4\\ 3 & -6\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-6 & 4\\ -3 & 2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}.$$

可看出: 1)AB=O 不能推出 A=O 或 B=O;

2)AB=AC 且　A≠0 不能推出 B=C。

分别称为零因子律，消去律，

矩阵乘法虽然不满足交换律、零因子律和消去律，但有如下运算律：

定理 设A, B, C都是矩阵，λ是数，且下列运算都是可行的，则

$$(1)(AB)C = A(BC);$$

$$(2)A(B+C) = AB + AC; \quad (B+C)A = BA + CA;$$

$$(3)(\lambda A)B = A(\lambda B) = \lambda(AB);$$

$$(4)AI = IA = A.$$

(3) 方阵的幂

定义 设A为n阶方阵，k个A的连乘积$AA\cdots A$称为A的k次幂，记作A^k。

由定义可推出 $A^1 = A,\ A^2 = AA, \cdots A^{k+1} = A^k A.$

$\Rightarrow A^k A^l = A^{k+l}, (A^k)^l = A^{kl}$,其中$k,l$为正整数。

例5 设$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$,求$A^3$.

解

$$A^3 = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2^2 & -2^2 \\ -2^2 & 2^2 \end{pmatrix}.$$

但一般地，$(AB)^k \neq A^k B^k$.

当AB可交换时,$(\boldsymbol{AB})^k = \boldsymbol{A}^k \boldsymbol{B}^k$.

上 下

6.矩阵的转置

定义　把$m\times n$矩阵A的行换成同序数的列得到一个$n\times m$矩阵，叫A的转置矩阵，记作A^T(或A')。

例
$$A=\begin{pmatrix}1 & 2 & 3\\ 4 & 5 & 6\end{pmatrix}\quad 则\quad A^T=\begin{pmatrix}1 & 4\\ 2 & 5\\ 3 & 6\end{pmatrix}$$

若$\boldsymbol{A}^T=\boldsymbol{A}$,则称$\boldsymbol{A}$为对称阵;

若$\boldsymbol{A}^T=-\boldsymbol{A}$,则称$\boldsymbol{A}$为反对称阵.

注意：1)对称阵和反对称阵都是方阵.

2)反对称阵 主对角线上的元素必为 0.

定理 设下面的矩阵运算都有意义，则

(1) $(A^T)^T = A$;

(2) $(A+B)^T = A^T + B^T$;

(3) $(\lambda A)^T = \lambda A^T$, λ是一个数;

(4) $(AB)^T = B^T A^T$.

一般,$(AB)^T \neq A^T B^T$.

性质 设A,B是同阶对称阵，证明$A+B$也是对称阵。

证 $\because A^T=A,\ B^T=B.$

而$(A+B)^T=A^T+B^T=A+B.$

$\therefore A+B$也是对称阵。

容易证明：若A是对称阵，则A^T,kA也是对称阵。

但若A,B是同阶对称阵，而AB却不一定是对称阵。

例如 $A=\begin{pmatrix}1&3\\3&2\end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix}2&4\\4&1\end{pmatrix}$

但 $AB=\begin{pmatrix}14&7\\14&14\end{pmatrix}.$

本次课内容小结

矩阵的概念

矩阵的线性运算及性质

矩阵的乘法及性质

转置矩阵，对称矩阵，反对称矩阵

矩阵乘法虽然不满足交换律、零因子律和消去律,

线性方程组的矩阵表示。

作业，P81　3. (2);　4. (1), (3), (5);　　5

第二节 矩阵的概念与运算

1．计算：

（1）$3\begin{pmatrix} 2 & 4 & 7 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 6 & 10 & 20 \\ 0 & 9 & 3 \end{pmatrix}$

2．计算下列乘积：

（1）$\begin{pmatrix} 4 & 3 & 1 \\ -1 & -2 & 3 \\ 5 & 7 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 7 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$　　（3）$(x_1, x_2, x_3)\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{12} & a_{22} & a_{23} \\ a_{13} & a_{23} & a_{33} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$

(5) 已知 $A = \begin{pmatrix} -2 & 4 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -3 & -6 \end{pmatrix}$, 求 AB 及 BA

3．已知 $A = (1,1,0,2)$，$B = (4,-1,2,1)^T$，求 AB 和 $A^T B^T$．