高等数学实验

MATLAB 是一款功能非常强大的科学计算软件. MATLAB 源于 Matrix Laboratory 一词，原意为矩阵实验室. MATLAB 语言有以下几个特点和功能：

- **交互式软件系统**. 输入一条命令，立即就可以得出该命令的结果.
- **强大的数值计算功能**. MATLAB 以矩阵作为数据操作的基本单位，但无需预先指定矩阵维数（动态定维）；提供了十分丰富的数值计算函数，方便计算，提高效率；MATLAB 命令与数学中的符号、公式非常接近，可读性强，容易掌握.
- **符号计算功能**. MATLAB 和著名的计算语言 Maple 相结合.
- **绘图功能**. MATLAB 提供了丰富的绘图命令，很方便实现数据的可视化.
- **编程功能**. MATLAB 具有程序结构控制、函数调用、数据结构、输入输出、面向对象等程序语言特征，而且简单易学、编程效率高.通过 MATLAB 进行编程完成特定任务.

本学期实验课使用的 MATLAB 版本为 MATLAB 版本 9.0.

MATLAB 学习网站：https://ww2.mathworks.cn/help/MATLAB/

MATLAB 中查看某个函数的使用方法：命令行中输入 help 函数名.

一、MATLAB 入门

【实验目的】

1.掌握 MATLAB 中标量间的算术运算.

2.掌握 MATLAB 中标量间的关系运算.

3.掌握 MATLAB 中标量间的逻辑运算.

4.掌握 MATLAB 标点符号的使用.

5.了解 MATLAB 支持的常用数学函数.

6.了解如何创建脚本文件和函数文件.

7.学会用 input 和 disp 函数输入和输出文本.

【实验要求】

MATLAB 的算术运算（+、-、*、/、^）、逻辑运算（&、|、~、xor），关系运算，MATLAB 支持的常用数学函数.

【实验内容】

内容 1　算术运算

MATLAB 中标量间的常用数学运算符号见下表：

符号	说明
+	加法运算
-	减法运算
*	乘法运算
^	乘方运算
/	除法运算（右除）
\	除法运算（左除）

例 1： 求下列表达式的值

（1）$2.5+3\times 4$ >>2.5+3*4 运行结果： ans = 14.5000	（2）$3^4\times 5-92\div 2$ >>3^4*5-92/2 运行结果： ans = 359	（3）$9+(30-2)\times 5$ >>9+(30-2)*5 运行结果： ans = 149

内容 2 关系运算

关系运算符用于两个元素之间的比较，返回逻辑值 1 或 0 来指示关系是否成立.

MATLAB 中常用的关系运算符见下表：

符号	说明	符号	说明
>	大于	<	小于
>=	大于或等于	<=	小于或等于
==	等于	~=	不等于

例 2： 计算下列关系运算结果

（1）$10>2\pi$ >>10>2*pi 运行结果： ans = 1	（2）3.1415926 等于π >>3.1415926==pi 运行结果： ans = 0	（3）1/2 小于或等于 0.5 >>1/2<=0.5 运行结果： ans = 1

内容 3 逻辑运算

逻辑运算符是联系一个或两个逻辑操作数并能产生一个逻辑结果的运算符，逻辑结果分别使用数字 1 和 0 表示. 零代表假，非零代表真. **特别注意，非零元素代表真（1），只有零元素代表假！**

MATLAB 中常用的逻辑运算符见下表：

符号	说明	符号	说明
&	与（and）	|	或（or）
~	非（not）	xor	异或

- **与运算.** 1&0=0，0&1=0， 0&0=0， 1&1=1.
- **或运算.** 1|0=1， 0|1=1， 0|0=0， 1|1=1.
- **非运算.** ~0=1， ~1=0.

- **异或运算.** xor(1,0)=1，xor(0,1)=1，xor(0,0)=0，xor(1,1)=0.

例 3：计算下列逻辑运算

（1）2.5 与 4 进行与运算	（2）字符进行非运算	（3）6 和 0 进行或运算
>>x1=2.5&4	>>x1=~'m'	>>x1=6|0
>>x2=and(2.5,4)	>>x2=not('m')	>>x2=or(6,0)
运行结果：	运行结果：	运行结果：
x1 =	x1 =	x1 =
1	0	1
x2 =	x2 =	x2 =
1	0	1

内容 4　MATLAB 支持的常用数学函数

MATLAB 支持的常用数学函数见下表：

函数	说明	函数	说明
sin	正弦函数	log	自然对数函数
cos	余弦函数	log2	以 2 为底的对数函数
tan	正切函数	log10	以 10 为底的对数函数
cot	余切函数	sqrt	开平方
asin	反正弦函数	nthroot(x,n)	$\sqrt[n]{x}$
acos	反余弦函数	exp	以 e 为底的指数函数
atan	反正切函数	round	四舍五入
acot	反余切函数	fix	丢弃小数部分取整
abs	绝对值函数	ceil	向上取整
sign	符号函数	floor	向下取整

说明：

- MATLAB 只提供了以 e、2、10 为底的对数函数，如要表示以任意正数为底的对数，需用换底公式，即 $\log_M N = \frac{\log N}{\log M}$.
- abs(x). 当 x 为实数时，返回绝对值；当 x 为复数时，返回复数的模.

例 4：求下列表达式的值

（1）$\arcsin 1/2 + \sqrt[3]{100} + \cos 40$	（2）$e^3 - \lg(20) + \sqrt{5}$，结果向上取整
>>asin(1/2)+nthroot(100,3)+cos(40)	>>ceil(exp(3)-log10(20)+sqrt(5))
运行结果：	运行结果：
ans =	ans =
4.4982	20

内容 5　input 和 disp 函数

input 函数请求用户输入.

x=input(prompt)　　　%用户输入数字或表达式，将数字或表达式结果保存到 x 中

str=input(prompt,'s')　　%用户输入的内容作为字符串保存到变量 str 中

例 5：input(prompt)

（1）输入数字 5
>>x=input('请输入一个数字:')
运行结果：
请输入一个数字：5
x =
   5
	（2）输入算术表达式 sin(10)+5
	>>x=input('请输入算术表达式:')
	运行结果：
	请输入算术表达式：sin(10)+5
	x =
	   4.4560
		（3）输入逻辑表达式 10>=9
		>>x=input('请输入逻辑表达式:')
		运行结果：
		请输入逻辑表达式：10>=9
		x =
		   1

例 6：input(prompt,'s')

（1）输入 MATLAB
>>s=input('请输入信息:','s')
运行结果：
请输入信息：MATLAB
s =
   MATLAB
	（2）输入高等数学实验
	>>s=input('请输入信息:','s')
	运行结果：
	请输入信息：高等数学实验
	s =
	   高等数学实验

disp(x)   %显示变量的值，而不打印变量的名称.【disp 函数无输出参数】

例 7：在命令行显示工作区变量 a 的值.

（1）工作区变量 $a = 10.2$
>>disp(a)
运行结果：
   10.2000
	（2）工作区变量 $a = 'MATLAB'$
	>>disp(a)
	运行结果：
	   MATLAB

内容 6 脚本文件和函数文件的创建

脚本文件和函数文件的扩展名都是.m.

脚本文件，也称命令文件，是按照用户意愿排列而成的 MATLAB 命令集合，回答如何解决问题. 程序运行结束后，变量都保存在 MATLAB 工作区中. 没有输入与输出变量，不需要进行函数说明.

函数文件是由关键词'function'引导的，包含或不包含输入和输出的命令集合，主要是为了解决某些小的问题而编写的命令集合。当函数文件运行时，MATLAB 会为该函数开辟临时的、独立的函数空间，当运行结束后，函数文件中所产生的的变量都被清空. **函数文件的文件名必须与函数名相同！**

创建脚本和函数文件的两种方式：（1）新建脚本命令按钮；（2）用 edit 命令创建文件.

例 8：分别创建脚本和函数文件，求 $100\left(x_2-x_1^2\right)^2+(1-x_1)^2$ 在 $(1,2)$ 处的函数值.

（1）脚本文件 ceshi.m
>>edit ceshi
在脚本文件中输入
x1=1;
x2=2;
	（2）函数文件 fun.m
	>>edit fun
	在函数文件中输入
	function f=fun(x1,x2)
	   f=100*(x2-x1^2)^2+(1-x1)^2;

100*(x2-x1^2)^2+(1-x1)^2 单击运行（或按 F5） 运行结果： ans = 100	在命令行窗口输入 fun(1,2) 运行结果： ans = 100

内容 7　标点符号的使用

MATLAB 中标点符号的含义：

- MATLAB 的每条命令后，若为逗号或无标点符号，则显示命令的结果；若为分号，则不显示结果.
- “%”后面所有文字为注释.
- “…”表示续行.

有用的命令：

clear　　%清除工作区变量

clc　　%清空命令行

Ctrl+c　　%强行中止程序

【实验练习】

1.计算下列各式的值：

（1）25^{10}；　　（2）$\sqrt{e^5+1}$；　　（3）$\arctan(\log_2 5)$；　　（4）$\ln\ln(10^\pi+9)$.

2.定义函数 $f(x,y)=e^{x^2+y^2}$，并求 $f(2,3)$.

二、MATLAB 程序流程控制

【实验目的】

1.掌握冒号表达式.

2.掌握顺序结构.

3.掌握 for、while 循环结构.

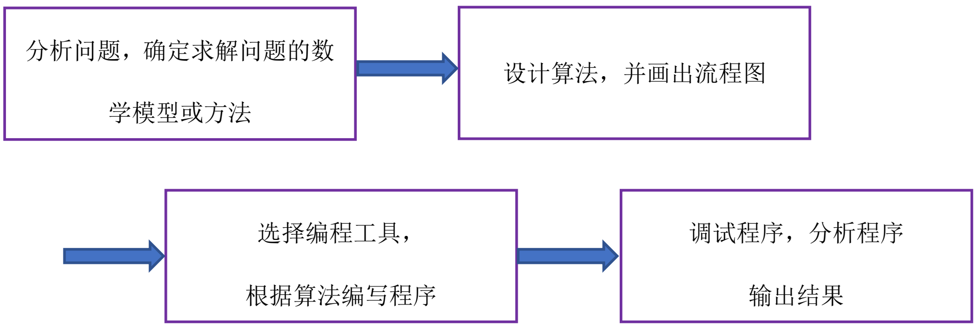
4.掌握 if、switch 选择结构.

【实验要求】

for 语句、while 语句、if 语句、switch 语句

【实验内容】

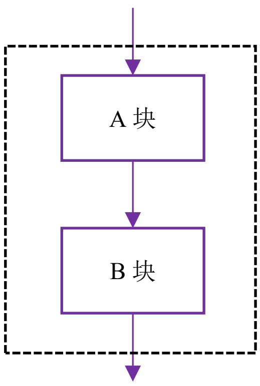
程序设计的基本步骤：



任何一个复杂的程序都是由三种基本结构组成：顺序结构、循环结构、选择结构.

内容 1 顺序结构

顺序结构示意图如下，其中 A 块和 B 块分别表示某些操作.下图表示先执行 A 块然后执行 B 块，形成顺序执行的关系.

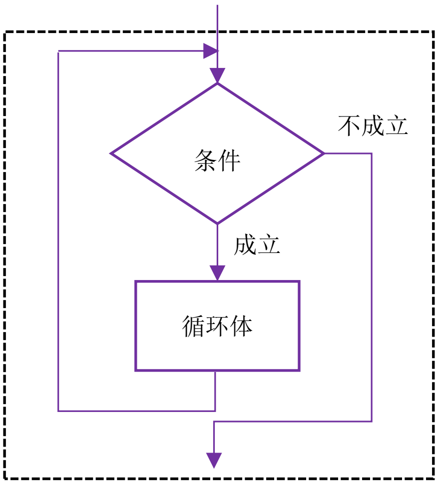


例 1：有一线段 AB，A 的坐标为 (1,1)，B 的坐标为 (4.5,4.5)，求 AB 的长度，以及黄金分割点 C 的坐标.

新建脚本文件 ceshi1.m
a=1+i;
b=4.5+4.5i;
s=abs(b-a)
c=a+(b-a)*0.618
	运行结果：
	s =
	    4.9497
	c
	=
	    3.1630+3.1630i

内容 2　循环结构

循环结构是利用计算机运行速度快以及能进行逻辑控制的特点来重复执行某些操作. 循环结构示意图如下.



（1）for 语句

for 语句格式：

```
for  循环变量=表达式 1:表达式 2:表达式 3
    循环体语句
end
```

其中，表达式 1 为初值，表达式 2 为步长，表达式 3 为终值，步长为 1 时，可省略；循环体语句表示重复执行的语句.

例 2：利用无穷级数展开式近似估计圆周率 π 的值.

$$\frac{\pi}{4} \doteq 1-\frac{1}{3}+\frac{1}{5}-\frac{1}{7}+\cdots+(-1)^{n+1}\frac{1}{2n-1}.$$

新建脚本文件 ceshi2.m
format long　%设置有效数字 16 位
n=input('请输入项数 n：');
s=0;
for i=1:n
    s=s+(-1)^(i+1)*1/(2*i-1);
	end
	pai=4*s
	
	运行结果：
	pai = 3.141592643589326　(取 n=10^8)
	(Π：3.141592653589793,前 16 位)

说明：n 越大，精度越高，即与 π 的精确值越接近.

（2）while 语句

while 语句格式：

while 条件

    循环体语句

end

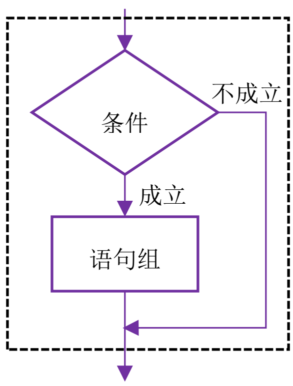
例 3：从键盘输入若干个非零数，求这些非零数的平均值和它们之和.

新建脚本文件 ceshi3.m
format short %设置小数位为 4 位（默认）
nsum=0; %非零数字之和
n=0; %非零数字个数
x=input('Enter a number(end in 0):');
while x
    nsum=nsum+x;
    n=n+1;
    x=input(' Enter a number(end in 0):');
end
ave=nsum/n;
nsum
ave
	思考：
	如果输入的第一个数字就为 0，程序还能正常运行么？

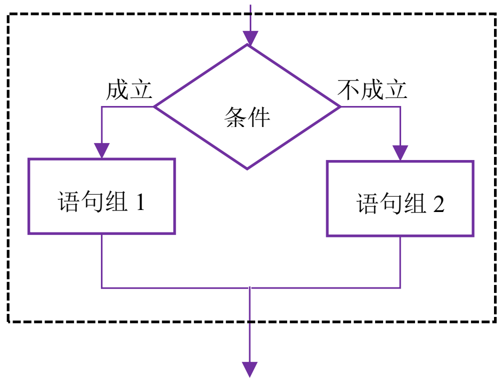
内容 3 选择结构

（1）if 语句

- 单分支 if 语句

语句格式： if 条件 语句组 end	

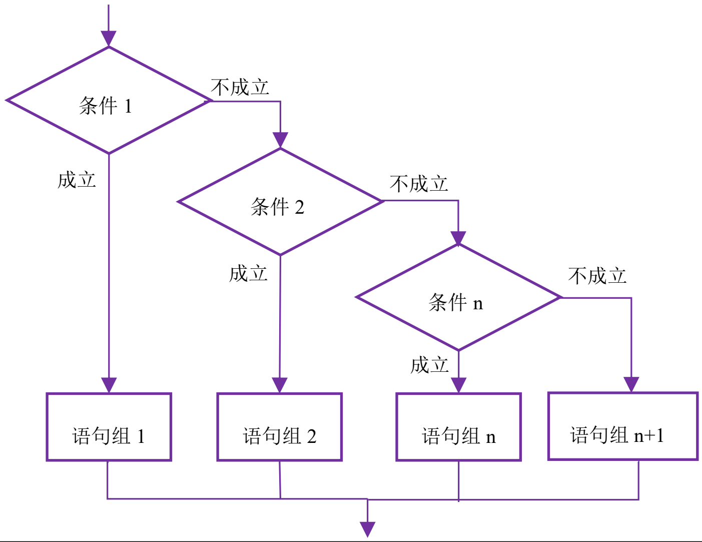
- 双分支 if 语句

语句格式：
if 条件
   语句组 1
else
   语句组 2
end
	

例 4：输入一个正整数，若为奇数则输出其平方根，否则输出其立方根.

新建脚本文件 ceshi4.m
x=input('请输入一个正整数:');
if rem(x,2)==0　%rem(x,2)表示 x 除以 2 的余数
   nthroot(x,3)　%输出 x 的立方根
else
   sqrt(x)
end
	说明：if rem(x,2)==0，表示 x 除以 2 的余数为 0 时，即 x 为偶数时.

- 多分支 if 语句

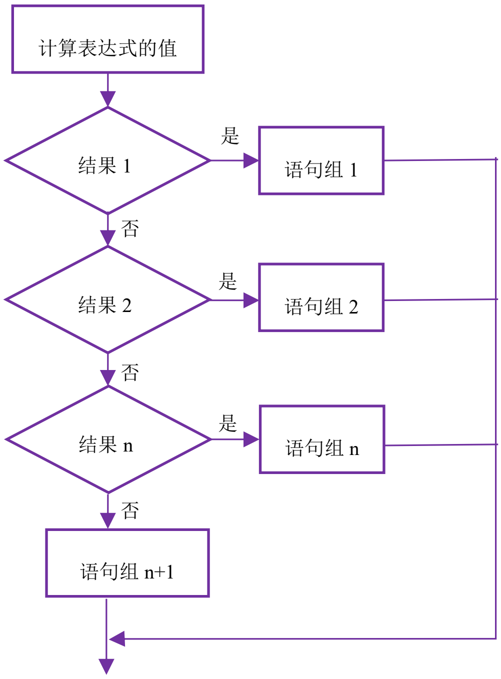
语句格式：
if 条件 1
   语句组 1
elseif 条件 2
   语句组 2
…
elseif 条件 n
   语句组 n
else
   语句组 n+1
end
	

例 5：输入一个字符，若为大写字母，则输出其对应的小写字母；若为小写字母，则输出其对应的大写字母；若为数字字符，则输出其对应数的平方，若为其他字符则原样输出.

新建脚本文件 ceshi5.m
x=input('请输入一个字符:','s');
if x>='a' & x<='z'
   upper(x)　　%将小写字母转换为大写
elseif x>='A' & x<='Z'
   lower(x)　　%将大写字母转换为小写
elseif x>='0' & x<='9'
   x=str2num(x)
	思考：在 ASCII 码中，
	小写字母的十进制数字范围为 97-122，
	大写字母的十进制数字范围为 65-90，
	数字 0-9 的十进制数字范围为 48-57.
	若以数字范围作为判断条件，如何更改程序？

x^2 else x end	

（2）switch 语句

switch 语句格式：
switch 表达式
  case 结果 1
    语句组 1
  case 结果 2
    语句组 2
…
  case 结果 n
    语句组 n
  otherwise
    语句组 n+1
end
	

例 6：输入一个英文单词，判断它是否以元音字母开头.

方法 1：
新建脚本文件 ceshi6.m
x=input('请输入一个英文单词：','s');
switch x(1)
  case {'A','E','I','O','U','a','e','i','o','u'}
    disp([x,'以元音字母开头'])
  otherwise
    disp([x,'以辅音字母开头'])
end
	方法 2：
	新建脚本文件 ceshi7.m
	x=input('请输入一个英文单词：','s')
	if findstr(x(1),'AEIOUaeiou')>0
	  disp([x,'以元音字母开头'])
	else
	  disp([x,'以辅音字母开头'])
	end

说明：

- ['a','b']　　　　%将两个字符 'a' 和 'b' 合并成一个字符串 'ab'.
- findstr(s1,s2)　　%返回短字符串在长字符串中的开始位置.

【实验练习】

1. 编程求 $\sum_{n=1}^{20} n!$.

2. 一球从 100 米的高度自由下落，每次落地后反跳回原高度的一半，再落下，求它在第 10 次落地时，共经过多少米？第 10 次反弹有多高？

3. PM2.5 是指空气中直径小于或等于 2.5 微米的可入肺颗粒物，是衡量空气质量的重要指标. 假定空气质量等级以 PM2.5 数值划分为 6 级。

PM2.5 数值在 $[0, 35)$，空气质量为优；

PM2.5 数值在 $[35, 75)$，空气质量为良；

PM2.5 数值在 $[75, 115)$，为轻度污染；

PM2.5 数值在 $[115, 150)$，为中度污染；

PM2.5 数值在 $[150, 250)$，为重度污染；

PM2.5 数值在 $[250, +\infty)$，为严重污染；

编写程序，输入 PM2.5 数值，输出空气质量等级.

4. 水仙花数是指各位数字的立方之和等于该数本身的三位正整数，求全部水仙花数.

三、向量与矩阵

【实验目的】

1.掌握矩阵的常见创建方式.

2.掌握矩阵的算术运算.

3.了解矩阵的关系运算.

4.了解矩阵的逻辑运算.

5.了解特殊矩阵及其创建方式.

【实验要求】

矩阵的算术运算、利用函数创建特殊矩阵

【实验内容】

内容 1 矩阵的创建

方法 1：冒号表达式

冒号表达式生成的是一维行向量，也可以称作 1 行 n 列（$1\times n$）矩阵.

格式：a:b:c　%a 为初值，b 为步长（当步长为 1 时可省略），c 为终值.

如：1:2:10　%生成向量[1,3,5,7]

方法 2：直接创建法

将矩阵的元素用[]括起来，按矩阵行的顺序输入各元素，同一行的各元素之间用逗号或空格分隔，不同行的元素之间用分号分隔.

如：A=[1 2 4;4 6 8]

方法 3：利用 linspace 函数

linspace 函数创建的是一维行向量.

格式：linspace(X1,X2,N)　%在区间[X1,X2]之间生成等距的 N 个数（默认生成 100 个）

如：linspace(1,10,200)

内容 2 矩阵的算术运算

（1）加减运算（+、-）

要求两矩阵同型，运算时两矩阵的相同位置的元素相加减。**说明：**

- 两矩阵不同型，MATLAB 报错，
- 标量与矩阵加减运算时，标量与矩阵中每个元素进行加减运算。

例 1：求下列矩阵的加减运算

<table>
<tr>
<td>（1）$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 5 & 9 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$，求 A+B.
>>A=[1 0;2 4];
>>B=[5 9;2 1];
>>A+B
运行结果：
ans =
6 9
4 5</td>
<td>（2）$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, B = 2$，求 A-B.
>>A=[0,1;1,0];
>>B=2;
>>A-B
运行结果：
ans =
-2 -1
-1 -2</td>
</tr>
</table>

（2）乘法运算（*）

矩阵 A 和矩阵 B 进行乘法运算，要求 A 的列数与 B 的行数相等，此时称矩阵 A、矩阵 B 是可乘的；否则报错。

例 2：求 $A * B$

<table>
<tr>
<td>$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & 4 & 7 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -5 & 8 & 11 \\ 3 & 9 & 21 \\ 4 & 0 & 8 \end{bmatrix}$,
求 A*B.</td>
<td>>>A=[1 3 5;2 4 7];
>>B=[-5 8 11;3 9 21;4 0 8];
>>A*B
运行结果：
ans =
24 35 114
30 52 162</td>
</tr>
</table>

（3）除法运算（/、\）

除法运算分为右除/和左除\，

- 矩阵与矩阵相除.如果矩阵 A 是非奇异矩阵，则 B/A（读作：B 右除 A）等价于 B*inv(A)，A\B（读作：B 左除 A）等价于 inv(A)*B；
- 矩阵与标量的右除与左除，是矩阵中每个元素与标量进行右除与左除.

例 3：求下列矩阵除法

<table>
<tr>
<td>（1）$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 2 & 0 & 4 \\ -1 & 6 & -1 \end{bmatrix}, B = [2\ 19\ 8]$，
求 B/A.
>>A=[1 1 3;2 0 4;-1 6 -1];
>>B=[2 19 8];
>>B/A %等价于 B*inv(A)
运行结果：
ans =
1.0000 2.0000 3.0000</td>
<td>（2）$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 2 & 0 & 4 \\ -1 & 6 & -1 \end{bmatrix}, B = 2$，求 B\A.
>>A=[1 1 3;2 0 4;-1 6 -1];
>>B=2;
>>B\A %A 中的每个元素都除以 B
运行结果：
ans =
0.5000 0.5000 1.5000
1.0000 0 2.0000
-0.5000 3.0000 -0.5000</td>
</tr>
</table>

说明：

- 两矩阵 A 和 B 进行除法运算时，如 B/A，即 B 右除 A 时，要求 A 是 n 阶方阵，且 A 是可逆矩阵，即矩阵 A 的秩 $r(A)=n$. MATLAB 中，可通过 rank(A) 求出方阵 A 的秩.
- 可逆矩阵. 当方阵 A 可逆时，A 的可逆矩阵 $A^{-1}=inv(A)$，$A^{-1}A=AA^{-1}=E$.

（4）乘方运算（^）

乘方运算，A^n， A 为方阵，n 为正整数. 表示 n 个矩阵 A 相乘，即 $A\cdot A\cdots\cdot A$.

例 4： $A=\begin{bmatrix}1 & 2\\3 & 4\end{bmatrix}$，计算 A^2.

<table>
<tr>
<td>>>A=[1 2;3 4];
>>A^2
运行结果：
ans =
7 10
15 22</td>
<td>说明：$\begin{bmatrix}1 & 2\\3 & 4\end{bmatrix}*\begin{bmatrix}1 & 2\\3 & 4\end{bmatrix}$
$=\begin{bmatrix}1*1+2*3 & 1*2+2*4\\3*1+4*3 & 3*2+4*4\end{bmatrix}$
$=\begin{bmatrix}7 & 10\\15 & 22\end{bmatrix}$</td>
</tr>
</table>

（5）点运算

- .*， 要求同型矩阵，相同位置元素做乘法运算
- ./， 要求同型矩阵，相同位置元素做右除运算
- .\， 要求同型矩阵，相同位置元素做左除运算
- .^， 要求同型矩阵，相同位置元素做乘方运算

例 5：点运算运用

<table>
<tr>
<td>（1）$A=\begin{bmatrix}1 & 2\\3 & 4\end{bmatrix},B=\begin{bmatrix}1 & 0\\2 & 3\end{bmatrix}$，求 A.*B
>>A=[1 2;3 4];
>>B=[1 0;2 3];
>>A.^B
运行结果：
ans =
1 0
6 12</td>
<td>（2）$A=\begin{bmatrix}1 & 2\\3 & 4\end{bmatrix},B=\begin{bmatrix}1 & 0\\2 & 3\end{bmatrix}$，求 A.^B
>>A=[1 2;3 4];
>>B=[1 0;2 3];
>>A.^B
运行结果：
ans =
1 1
9 64</td>
</tr>
<tr>
<td>（3）$A=\begin{bmatrix}1 & 2\\3 & 4\end{bmatrix},B=\begin{bmatrix}1 & 2\\2 & 3\end{bmatrix}$，求 A./B
>>A=[1 2;3 4];
>>B=[1 2;2 3];
>>A.^B
运行结果：
ans =
1.0000 1.0000
1.5000 1.3333</td>
<td>（4）$A=\begin{bmatrix}1 & 2\\3 & 4\end{bmatrix},B=\begin{bmatrix}1 & 2\\2 & 3\end{bmatrix}$，求 A.\B
>>A=[1 2;3 4];
>>B=[1 2;2 3];
>>A.\B
运行结果：
ans =
1.0000 1.0000
0.6667 0.7500</td>
</tr>
</table>

内容 3　矩阵的关系运算

关系运算符：<、<=、>、>=、==、~=、，涉及矩阵间关系比较，矩阵和标量间关系比较.

- **矩阵间.** 要求是两个同型矩阵，对两矩阵相同位置的元素进行关系比较，最终结果是一个与原矩阵同型的矩阵，它的元素由 0 或 1 组成。
- **矩阵与标量间.** 把标量与矩阵中的每一个元素进行比较，最终结果是一个与原矩阵同型的矩阵，它的元素由 0 或 1 组成。

例 6：关系运算

（1）$A=\begin{bmatrix}1 & 2\\3 & 4\end{bmatrix}, B=\begin{bmatrix}1 & 0\\2 & 3\end{bmatrix}$，求 A>B >>A=[1 2;3 4]; >>B=[1 0;2 3]; >>A>B 运行结果： ans = 0　1 1　1	（2）$A=\begin{bmatrix}1 & 2\\3 & 1\end{bmatrix}, B=1$，求 A==B >>A=[1 2;3 1]; >>B=1; >>A==B 运行结果： ans = 1　0 0　1

内容 4　矩阵的逻辑运算

逻辑运算符：&（与）、|（或）、~（非）、xor（异或运算），涉及矩阵间逻辑运算、矩阵与标量间逻辑运算. 非运算是单元运算符.

- **矩阵间.** 要求是两个同型矩阵，对两矩阵相同位置的元素进行逻辑运算，最终结果是一个与原矩阵同型的矩阵，它的元素由 0 或 1 组成。
- **矩阵与标量间.** 把标量与矩阵中的每一个元素进行逻辑运算，最终结果是一个与原矩阵同型的矩阵，它的元素由 0 或 1 组成。

例 7：逻辑运算

（1）$A=\begin{bmatrix}1 & 2\\3 & 4\end{bmatrix}, B=\begin{bmatrix}1 & 0\\2 & 3\end{bmatrix}$，求 A&B >>A=[1 2;3 4]; >>B=[1 0;2 3]; >>A&B 运行结果： ans = 1　0 1　1	（2）$A=\begin{bmatrix}1 & 2\\3 & 0\end{bmatrix}, B=0$，求 A|B >>A=[1 2;3 0]; >>B=0; >>A|B 运行结果： ans = 1　1 1　0

内容 5 特殊矩阵及其创建方式

（1）全 0 矩阵

zeros 函数用于创建元素全为 0 的矩阵.

- zeros(N)　　%创建一个元素全为 0 的 N 阶方阵. 如 zeros(3)
- zeros(M,N)　%创建一个元素全为 0 的 M 行 N 列的方阵. 如 zeros(2,3)

（2）全 1 矩阵

ones 函数用于创建元素全为 1 的矩阵.

- ones(N)　　%创建一个元素全为 1 的 N 阶方阵. 如 ones(3)
- ones(M,N)　%创建一个元素全为 1 的 M 行 N 列的方阵. 如 ones(2,3)

（3）单位矩阵

eye 函数用于创建单位矩阵，即主对角线元素为 1，其他位置元素为 0. 如 eye(3).

（4）对角矩阵

diag 函数用于将一个向量转换为对角矩阵，即向量中每个元素都依次排在主对角线上，其他位置元素为 0. 如

$$A=[1,2,3,4],\quad diag(A)=\begin{bmatrix}1&0&0&0\\0&2&0&0\\0&0&3&0\\0&0&0&4\end{bmatrix}$$

【实验练习】

1. 设 $A=\begin{bmatrix}4&-3&1\\2&0&5\end{bmatrix}$，$B=\begin{bmatrix}1&2&0\\-1&0&3\end{bmatrix}$，求 $A-2B$.

2. 设矩阵 $A=\begin{bmatrix}1&0&3\\2&1&0\end{bmatrix}$，$B=\begin{bmatrix}4&1\\-1&1\\2&0\end{bmatrix}$，求 AB 和 BA.

3. 设矩阵 $A=\begin{bmatrix}2&4\\5&8\end{bmatrix}$，求矩阵 A 各元素之和的平均值，并比较 A 中各元素与平均值的大小.

【提示：求矩阵 A 所有元素之和，可用 sum(sum(A))；求矩阵 A 元素个数，可用 numel(A)**】**

4.用起泡法对 10 个数由小到大排序，即将相邻两个数比较，将小的调到前头.

【提示：可通过 randperm(10,10) 生成 [1,10] 整数随机打乱的、数字不重复的序列**】**

四、线性方程组

【实验目的】

1.了解行最简形矩阵及其求解.

2.掌握齐次线性方程组的求解.

3.掌握非齐次线性方程组的通解和特解的求法.

【实验要求】

rref 函数使用、null 函数使用

【实验内容】

内容 1　最简形矩阵

行最简形矩阵：非零行的第一个非零元素全是 1，且非零行的第一个元素 1 所在列的其余元素全为零.

rref(A)　%将矩阵 A 化为行最简形矩阵

例 1：将下列矩阵化为行最简形矩阵

<table>
<tr>
<td>

（1）$A=\begin{bmatrix}3&2&3&4&7\\2&6&4&2&2\\4&1&7&3&5\\9&1&1&4&8\end{bmatrix}$

```
>>A=[3 2 3 4 7;2 6 4 2 2;…
4 1 7 3 5;9 1 1 4 8];
>>rref(A)
```

运行结果：

```
ans =

1.0000         0         0         0    0.0873
     0    1.0000         0         0   -0.2530
     0         0    1.0000         0   -0.1114
     0         0         0    1.0000    1.8946
```

</td>
<td>

（2）$A=\begin{bmatrix}1&2&3&5\\2&0&1&2\\4&9&2&1\end{bmatrix}$

```
>>format rat    %以分数形式显示结果
>>A=[1 2 3 5;2 0 1 2;4 9 2 1];
>>rref(A)
```

运行结果：

```
ans =

1         0         0         1/15
0         1         0         -1/3
0         0         1         28/15
```

</td>
</tr>
</table>

内容 2　齐次线性方程组

齐次线性方程组：常数项全为 0 的 n 元线性方程组

$$\begin{cases}a_{11}x_1+a_{12}x_2+\cdots+a_{1n}x_n=0\\a_{21}x_1+a_{22}x_2+\cdots+a_{2n}x_n=0\\\qquad\cdots\cdots\\a_{m1}x_1+a_{m2}x_2+\cdots+a_{mn}x_n=0\end{cases}$$

系数矩阵 $A=\begin{bmatrix}a_{11}&a_{12}&\cdots&a_{1n}\\a_{21}&a_{22}&\cdots&a_{2n}\\\vdots&\vdots&\vdots&\vdots\\a_{m1}&a_{m2}&\cdots&a_{mn}\end{bmatrix}$

齐次线性方程组**解的情况：**

- $r(A)=n$ 时，原方程组仅有零解.
- $r(A)<n$ 时，原方程组有无穷多解，且基础解系中解向量的个数为 $n-r(A)$.
- 如果基础解系中各解向量的模均为 1，且各解向量之间的内积为 0（即对应元素乘积之和为 0），则将此基础解系称为**规范正交基**.

例 2：求解下列齐次线性方程组的通解

<table>
<tr>
<td>

（1）有非零解

$$\begin{cases} x_1+2x_2+2x_3+x_4=0 \\ 2x_1+x_2-2x_3-2x_4=0 \\ x_1-x_2-4x_3-3x_4=0 \end{cases}$$

```
>>format rat
>>A=[1,2,2,1;2,1,-2,-2;1,-1,-4,-3];
>>r=rank(A)      %求系数矩阵 A 的 r(A)
>>B=null(A,'r')  %求基础解系
运行结果：
r =
    2
B =
    2           5/3
   -2          -4/3
    1           0
    0           1
```

</td>
<td>

（2）只有非零解

$$\begin{cases} -2x_1+x_2+x_3=0 \\ x_1-2x_2+x_3=0 \\ x_1+x_2+2x_3=0 \end{cases}$$

```
>>A=[-2 1 1;1 -2 1;1 1 2];
>>rank(A)
>>null(A,'r')
运行结果：
ans =
      3
ans =
      空矩阵: 3×0
```

</td>
</tr>
</table>

说明：

- （1）结果 B 是由两个列向量组成的矩阵，每个列向量是基础解系中的一个解向量，则（1）的通解为 $C_1(2,-2,1,0)^T+C_2\left(\frac{5}{3},-\frac{4}{3},0,1\right)^T$，其中 C_1，C_2 为任意常数.
- （1）的基础解系可以利用函数 null(A) 求其规范正交基.
- （2）系数矩阵的秩为 3 等于方程组变量的个数，因此只有零解.

内容 3　非齐次线性方程组

非齐次线性方程组：常数项不全为 0 的 n 元线性方程组

$$\begin{cases} a_{11}x_1+a_{12}x_2+\cdots+a_{1n}x_n=b_1 \\ a_{21}x_1+a_{22}x_2+\cdots+a_{2n}x_n=b_2 \\ \cdots\cdots \\ a_{m1}x_1+a_{m2}x_2+\cdots+a_{mn}x_n=b_m \end{cases}$$

系数矩阵 A **与增广矩阵** $\overline{A}$：

$$A=\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix},\quad \overline{A}=\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} & b_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} & b_m \end{bmatrix}$$

非齐次线性方程组**解的情况：**

- $r(A) = r(\overline{A}) = n$ 时，原方程组有唯一解.
- $r(A) = r(\overline{A}) < n$ 时，原方程组有无穷多解.
- $r(A) \neq r(\overline{A})$ 时，原方程组无解.

（1）无解

若 $r(A) \neq r(\overline{A})$，非齐次线性方程组无解.

例 3：求解非齐次线性方程组的通解

$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 - x_4 = 1 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 - 3x_4 = 2 \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 - 2x_4 = 3 \end{cases}$	>>A=[1 -2 3 -1;3 -1 5 -3;2 1 2 -2]; >>b=[1;2;3]; >>A1=[A,b];　%构建增广矩阵 >>rank(A)==rank(A1) 运行结果： ans = 　　0　　%表示 $r(A) \neq r(\overline{A})$

（2）唯一解

若 $r(A) = r(\overline{A}) = n$ 时，非齐次线性方程组有唯一解.

例 4：求解非齐次线性方程组的通解

$\begin{cases} 4x_1 + 2x_2 - x_3 = 2 \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 = 10 \\ \quad 11x_1 + x_2 = 8 \end{cases}$	>>format rat >>A=[4 2 -1;3 -1 2;11 1 0]; >>b=[1;10;8]; >>A1=[A,b];　%构建增广矩阵 >>rank(A)==rank(A1) >>A\b　%b 左除 A，即 inv(A)*B，求特解 ans = 　　6/11 　　2 　　57/11

（3）无穷多解

若 $r(A) = r(\overline{A}) < n$ 时，非齐次线性方程组有无穷解.此时，非齐次线性方程组的通 X 由两部分组成：非齐次线性方程组的一个特解 η^* 和对应的齐次线性方程组的通解 η，即

$$X = \eta^* + \eta.$$

例 5：求解非齐次线性方程组的通解

$\begin{cases} x_1 + x_2 - 3x_3 - x_4 = 1 \\ 3x_1 - x_2 - 3x_3 + 4x_4 = 4 \\ x_1 + 5x_2 - 9x_3 - 8x_4 = 0 \end{cases}$	新建脚本文件 ceshi.m
	A=[1,1,-3,-1;3,-1,-3,4;1,5,-9,-8];
	n=length(A)　%变量的个数
	b=[1;4;0]; A1=[A,b];
	rA=rank(A); rA1=rank(A1);
	if rA~=rA1

	disp('该方程无解') elseif rA==n A\b %得出唯一解 else eta=A\b; %得出特解 eta1=null(A,'r'); %得出齐次方程通解 end

【实验练习】

1.求解下列齐次线性方程组的通解

（1）$\begin{cases} x_1+x_2+2x_3-x_4=0 \\ 2x_1+x_2+x_3-x_4=0 \\ 2x_1+2x_2+x_3+2x_4=0 \end{cases}$，（2）$\begin{cases} 2x_1+3x_2-x_3-7x_4=0 \\ 3x_1+x_2+2x_3-7x_4=0 \\ 4x_1+x_2-3x_3+6x_4=0 \\ x_1-2x_2+5x_3-5x_4=0 \end{cases}$

2.求解下列非齐次线性方程组的通解

（1）$\begin{cases} 2x+3y+z=4 \\ x-2y+4z=-5 \\ 3x+8y-2z=13 \\ 4x-y+9z=-6 \end{cases}$，（2）$\begin{cases} 2x+y-z+w=1 \\ 4x+2y-2z+w=2 \\ 2x+y-z-w=1 \end{cases}$

五、空间曲线与曲面的描绘

【实验目的】

1.掌握二维曲线的绘制.

2.掌握三维曲线、曲面的绘制.

3.了解图形设置的基本操作.

【实验要求】

plot、fplot、fimplicit、surf、mesh 函数

【实验内容】

内容 1　二维曲线的绘制

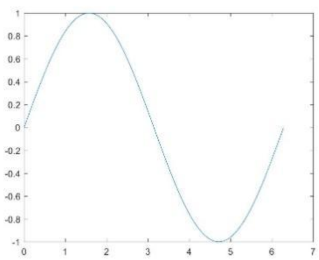
MATLAB 中二维曲线的绘制主要是通过 plot、fplot、ezplot、polar 函数.

（1）plot 函数

plot 函数主要绘制显函数. 主要有三种调用格式：

调用格式 1： plot(X,Y)

例 1：（1）在区间 $[0,2\pi]$ 上画$\sin x$.

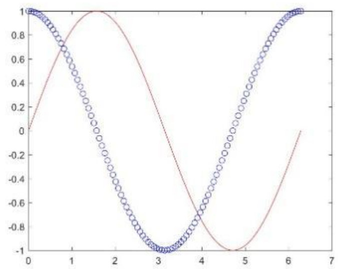
x=0:2*pi/200:2*pi;
y=sin(x);
plot(x,y)
	

调用格式 2： plot(X,Y,S)

X，Y 是向量，分别表示点集的横坐标和纵坐标，曲线的三种特征（颜色、数据点样式、线型）由 S 确定.

颜色设置		数据点样式设置		线型设置	
值	含义	值	含义	值	含义
b	蓝色	.	点	-	实线
g	绿色	o	空心圆	:	点线
r	红色	x	叉	-.	点虚线
c	青色	+	加号	--	虚线
m	品红色	s	正方形		
y	黄色	*	星型		
k	黑色	d	菱形		
w	白色				

例 2： 在 $[0,2\pi]$ 上用红线画$\sin x$，用蓝绿圈画$\cos x$.

x=0:2*pi/100:2*pi;
y1=sin(x);
y2=cos(x);
plot(x,y1,'r');
hold on %图形保持
plot(x,y2,'bo')
	

说明：

- 曲线的三种特征可以按任意顺序显示．如，plot(X,Y,'-.r*') 等同于 plot(X,Y,'r*-.')
- 不需要同时指定所有三个特征．如，plot(X,Y,':r')
- 当指定数据点样式而不指定线型时，不显示曲线，只显示数据点．如，plot(x,y,'rd')

调用格式 3：plot(X1,Y1,S1,X2,Y2,S2,…)

思考：用 plot 函数的调用格式 3 完成例 2.

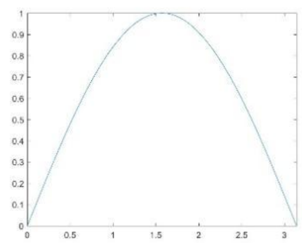
（2）fplot 函数

fplot 函数主要用于显函数、参数方程画图. fplot 函数画图时，不需要主动生成相关数据.

调用格式 1：fplot(f,xinterval)

其中，f 是定义的符号函数或匿名函数，xinterval 是绘制函数图像的横坐标 x 区间，若不指定 xinterval，默认 x 的区间为 $[-5,5]$.

例 3：在 $[0,\pi]$ 上绘制 $y=\sin x$ 图像.（显函数的绘制）

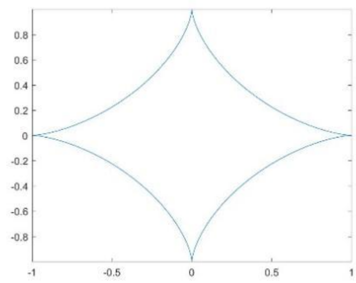
方法 1：
syms x;
f=sin(x);
fplot(f,[0, pi])；
 	
方法 2：
fplot(@(x)sin(x),[0,pi]);
	

说明：定义 f=@(x)sin(x)，其中等式右边的 @(x)sin(x) 称为**匿名函数**，等式左边的 f 称为**函数句柄**，用来表示匿名函数.

调用格式 2：fplot(funx,funy,tinterval)

其中，funx、funy 分别是 x、y 关于 t 的函数，tinterval 是参数 t 的取值范围.

例 4：在 $[0,\pi]$ 上绘制星形线 $x=\cos^3 t, y=\sin^3 t$ 的图形.（参数方程的绘制）

方法 1：
funx=@(t)(cos(t))^3;
funy=@(t)(sin(t))^3;
fplot(funx,funy,[0,2*pi]):
 	
方法 2：
fplot(@(t)(cos(t))^3, @(t)(sin(t))^3, [0,2*pi])
	

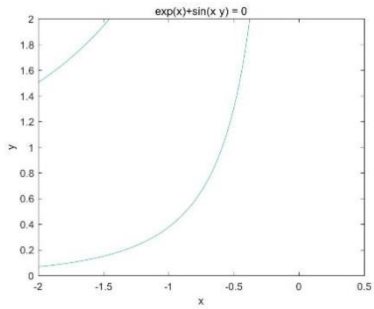
（3）ezplot 函数

ezplot 函数主要用来绘制隐函数图像.

调用格式：ezplot(f,interval)

其中，f 是二元隐函数，interval 为 x、y 的区间，默认 x、y 的区间为 $[-5,5]$.

例 5：将 x 的取值范围限制在 $[-2,0.5]$，y 的取值范围限制在 $[0,2]$，画隐函数 $e^x+\sin(xy)=0$ 的图像.

方法 1： syms x y; f=exp(x)+sin(x*y); ezplot(f,[-2,0.5,0,2]) 方法 2： ezplot(@(x,y)exp(x)+sin(x*y), [-2,0.5,0,2])	

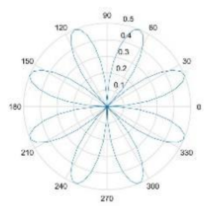
（4）polar 函数

polar 函数用于绘制极坐标系下的曲线.

调用格式：polar(theta,rho,S)

其中，theta 为极角，rho 为极半径，S 指定线型，可省略.

例 6：画 $r=\sin 2\theta\cos 2\theta$ 的极坐标图形.

theta=linspace(0,20*pi,200);
rho=sin(2*theta).*cos(2*theta);
polar(theta,rho);
	

内容 2 三维曲线、曲面的绘制

三维曲线用函数 plot3 绘制，三维曲面用 surf、mesh 函数绘制.

（1）plot3 函数

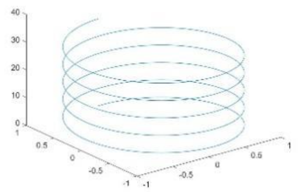
plot3 函数用于绘制三维曲线.

调用格式：plot3(x,y,z,S)

其中，x，y，z 都是 n 维向量，分别表示该曲线上点的横坐标、纵坐标、函数值. S 表示颜色、线型.

例 7：在区间 $[0,10\pi]$ 画出曲线 $x=\sin t\,, y=\cos t\,, z=t$.

```
t=0:pi/50:10*pi;
plot3(sin(t),cos(t),t);
```



（2）surf 函数

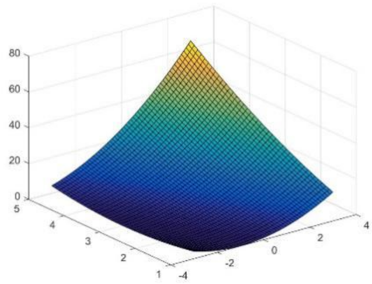
surf 函数用于绘制具有实色边和实色面的三维曲面.

调用格式：surf(X,Y,Z)

其中，X，Y，Z 是三个数据矩阵，分别表示数据点的横坐标、纵坐标、函数值.

例 8：画函数 $Z=(X+Y)^2$ 的图形.

```
x=-3:0.1:3;
y=1:0.1:5;
[X,Y]=meshgrid(x,y);   %生成网格采样点
Z=(X+Y).^2;
surf(X,Y,Z)
```



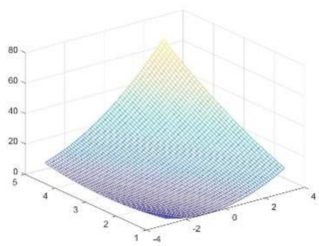
说明：meshrid(x,y)函数生成网格采样点集合，将向量 x 复制 length(y)行，生成新矩阵 X；将向量 y 复制 length(x)列，生成新矩阵 Y.

（3）mesh 函数

mesh 函数用于绘制具有实色边、无实色面的三维曲面.

例 9：画函数 $Z=(X+Y)^2$ 的网格图

```
x=-3:0.1:3;
y=1:0.1:5;
[X,Y]=meshgrid(x,y);   %生成网格采样点
Z=(X+Y).^2;
mesh(X,Y,Z)
```



内容 3 图形的基本设置

设置单行标题：　title('y=sin(x)')

设置多行标题：　title({'MATLAB','y=sin(x)'}

设置 x 轴：　xlabel('x 轴')

设置 y 轴：　ylabel('y 轴')

设置文本说明：　text(x,y,str)　%str 是文本内容，x、y 是文本显示的位置

设置移动文本：　gtext(str)　%str 文本内容随着鼠标的移动而改变显示的位置

开启网格线：　grid on

关闭网格线：　grid off

【实验练习】

1.用 plot，fplot 绘制函数 $y=\cos(\tan(\pi x))$ 的图形.

2.用 ezplot 绘制函数 $e^{xy}-\sin(x+y)=0$ 在 $[-3,3]$ 上的图形.

3.用 fplot 绘制摆线 $\begin{cases} x=a(t-\sin t) \\ y=a(1-\cos t) \end{cases}$，$t\in[0,2\pi]$ 的图形.

4.用 surf，mesh 函数绘制曲面 $y=2x^2+y^2$.

5.用 polar 绘制阿基米德螺线 $r=a\theta$ 和三叶螺旋线 $r=a\cos 3\theta$.

六、一元函数的图形与极限

【实验目的】

1.学会一元函数图形的绘制.

2.通过图形认识函数，观察函数的特性，建立数形结合的思想.

3.掌握数列极限和函数极限的计算.

【实验要求】

plot、fplot、ezplot、limit 函数

【实验内容】

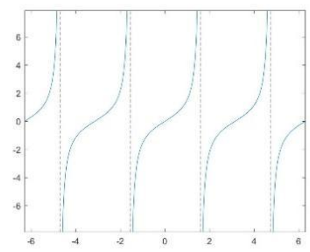
内容 1 一元函数图形的绘制

一元函数的表达形式为 $y = f(x)$，它的图形是一条平面曲线。

（1）用显示方程表示的曲线

$$\textbf{形式：} y = f(x)$$

例 1： 在区间 $[-2\pi, 2\pi]$ 内画出函数 $y = \tan x$ 的图形.

fplot(@(x)tan(x),[-2*pi,2*pi])	

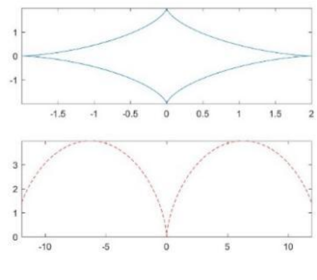
说明： 对于涉及到函数值为 ∞ 时的图形绘制，一般用 fplot 函数.

（2）用参数方程表示的曲线

$$\textbf{形式：} y = \begin{cases} x = x(t) \\ y = y(t) \end{cases} \ (\alpha \le t \le \beta)$$

例 2： 画出星形线、摆线的图形，其参数方程分别为

$$\begin{cases} x = 2\cos^3 t \\ y = 2\sin^3 t \end{cases} \qquad \begin{cases} x = 2(t - \sin t) \\ y = 2(1 - \cos t) \end{cases}$$

subplot(2,1,1);
fplot(@(t)2*(cos(t)).^3,@(t)2*(sin(t)).^3)
subplot(2,1,2);
fplot(@(t)2*(t-sin(t)),@(t)2*(1-cos(t)),...
'linestyle','--','color','r')
	

说明： 绘制用参数方程表示的曲线需用 fplot 函数，不能用 plot 函数。

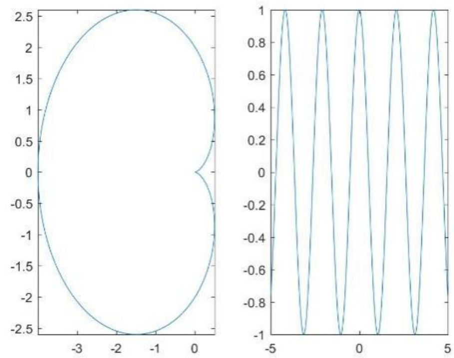
（3）用极坐标方程表示的曲线

$$\text{形式：} r = r(\theta)\ (\alpha \le \theta \le \beta)$$

极坐标方程表示的曲线可以转换为用参数方程表示的曲线。

$$\begin{cases} x = r(\theta)\cos\theta \\ y = r(\theta)\sin\theta \end{cases}$$

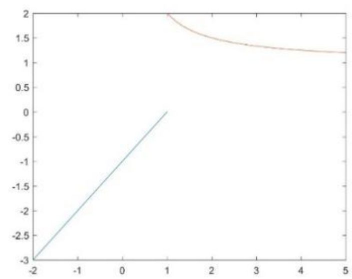
例 3： 画出心形线 $r = 2(1 - \cos t)$，三叶玫瑰线 $r = 2\cos 3t$ 的图形。

subplot(1,2,1);
 	
syms t
 	
funx = @(t)2*(1-cos(t))*cos(t);
 	
funy = @(t)2*(1-cos(t))*sin(t);
 	
fplot(funx, funy);
 	
subplot(1,2,2);
 	
fplot(@(t)cos(3*t));
	

（4）分段函数表示的曲线

例 4： 画出函数 $f(x)$ 的曲线。

$$f(x) = \begin{cases} x - 1, & x < 1 \\ 1 + \dfrac{1}{x}, & x \ge 1 \end{cases}$$

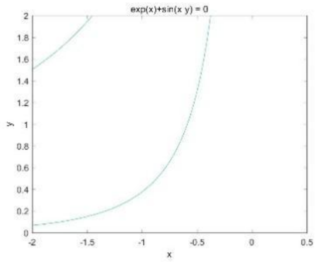
fplot(@(x)x-1,[-2,1]);
hold on
fplot(@(x)1+1/x,[1,5]);
	

（5）用隐式方程表示的曲线

用 ezplot 函数绘制隐式方程表示的曲线.

$$\text{形如：} f(x, y) = 0$$

例 5： 将 x 的取值范围限制在$[-2,0.5]$，y 的取值范围限制在 $[0,2]$，画隐函数 $e^x + \sin(xy) = 0$ 的图像.

<table>
<tr><td>ezplot(@(x,y)exp(x)+sin(x*y),[-2,0.5,0,2])</td><td>
</td></tr>
</table>

内容 2 函数极限与数列极限

（1）函数极限

- 求函数在某一点处的极限 $\lim_{x \to x_0} f(x)$：

格式：limit(F,x,a)

其中，F 是函数，x 是自变量，a 是某一点。即函数 F 在点 a 处的极限.

例 6：求极限

$$\lim_{x \to 0} \frac{\tan x - \sin x}{\sin^3 x}$$

<table>
<tr><td>方法 1：
syms x;
fun=(tan(x)-sin(x))/(sin(x))^3;
limit(fun,x,0);
运行结果：
ans =
    1/2</td><td>方法 2：
syms x;
limit(@(x)(tan(x)-sin(x))/(sin(x))^3,x,0)
运行结果：
ans =
    1/2</td></tr>
</table>

- 求函数在某一点的左右极限.

求左极限格式：limit(F,x,a,'left')

求右极限格式：limit(F,x,a,'right')

例 7：求极限

$$(1)\ \lim_{x \to 0^+} \arctan\frac{1}{x};\qquad (2)\ \lim_{x \to 0^-} \arctan\frac{1}{x}.$$

<table>
<tr><td>方法 1：
syms x;
fun=atan(1/x);
l=limit(fun,x,0,'left')
r=limit(fun,x,0,'right')
运行结果：
l =
   -pi/2
r =
   pi/2</td><td>方法 2：
syms x;
l=limit(@(x)atan(1/x),x,0,'left');
r=limit(@(x)atan(1/x),x,0,'right');
运行结果：
l =
   -pi/2
r =
   pi/2</td></tr>
</table>

- 求函数在无穷大处的极限$\lim_{x\to\infty} f(x)$：

格式：limit(F,x,inf)

其中，F 是函数，x 是自变量，inf。即函数 F 在无穷大处的极限. 可在 inf 前添加+或-号表示求正无穷大处极限和负无穷大处极限。

例8： $\lim_{x\to\infty}\left(\sin\frac{1}{x}+\cos\frac{1}{x}\right)^x$.

方法 1： syms x; fun = (sin(1/x)+cos(1/x))^x; limit(fun,x,inf) 运行结果： ans = exp(1)	方法 2： syms x; limit(@(x)(sin(1/x)+cos(1/x))^x,x,inf) 运行结果： ans = exp(1)

（2）数列极限

求数列通项的极限用 limit 函数.

例 9：求数列极限

$$\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^n$$

方法 1： syms n; fun = (1+1/n)^n; limit(fun,n,+inf) 运行结果： ans = exp(1)	方法 2： syms n; limit(@(n)(1+1/n)^n,n,+inf) 运行结果： ans = exp(1)

求无穷级数的极限，用 symsum 函数.

调用格式：symsum(f,a,b)

其中 f 是数列一般项，a 表示 n 的初值，b 表示 n 的终值，当 n 为 inf 时，就表示求无穷级数的极限.

例 10：求无穷数列极限

$$(2)\ \lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{2^2}+\cdots+\frac{1}{2^n}\right)$$

syms n; symsum(1/2^n,0,inf)	运行结果： ans = 2

【实验练习】

1.画出下列函数的图形.

（1） $y=1+\ln(x+2)$；　　　　（2）$\begin{cases}x=4\cos t\\ y=3\sin t\end{cases}$

2.求下列函数极限.

（1）$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{\cos x}-\sqrt[3]{\cos x}}{\sin^2 x}$；　　　　（2）$y=\arctan\dfrac{1}{x}+\sqrt{2-x}$；

3.求下列数列极限.

（1）$\lim\limits_{n\to\infty}\sin^n\frac{2n\pi}{3n+1}$；　　　　（2）$\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{1}{2}+\frac{3}{2^2}+\cdots+\frac{2n-1}{2^n}\right)$

（3）$\lim\limits_{n\to\infty}\frac{(n+1)(n+2)(n+3)}{5n^2}$；　　　　（4）$\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1}{(\ln\ln n)^{\ln n}}$

七、一元函数微分学

【实验目的】

1.学习使用 MATLAB 进行导数和微分的基本运算.

2.从几何上直观了解导数的定义和切线方程、法线方程.

3.从几何上直观理解中值定理.

【实验要求】

diff 函数、subs 函数

【实验内容】

内容 1 导数与微分的运算

MATLAB 用 diff 函数进行求导运算. 函数对变量 x 的一阶导数和 n 阶导数的调用格式如下：

diff(fun,x)　　　　%求函数 fun 对 x 的一阶导数

diff(fun,x,n)　　　%求函数 fun 对 x 的 n 阶导数. 当只有 x 一个自变量时，可以省略 x.

（1）显函数的导数

例 1： 求函数 $f(x)=x^n$ 的对 x 的导数.

方法 1：（推荐）	方法 2：
syms x fun=x^n; diff(fun) 运行结果： ans = 　　n*x^(n - 1)	syms x diff(@(x)x^n,x) 运行结果： ans = 　　n*x^(n - 1)

（2）抽象函数的导数

例 3： $y=xf(x^2+1)$，求 $\frac{dy}{dx},\frac{d^2y}{dx^2}$.

syms x y=sym('x*f(x^2+1)'); dydx=diff(y,x) dy2dx=diff(y,x,2)	运行结果： dydx = 　　f(x^2 + 1) + 2*x^2*D(f)(x^2 + 1) dy2dx = 　　4*x^3*D(D(f))(x^2 + 1) + 6*x*D(f)(x^2 + 1)

（3）隐函数的导数

例 4： $x\sin y+ye^x=0$，求 $y'(x),y'(0)$.

方法 1：利用隐函数求导公式 $y^{'}=-\frac{F_x^{'}}{F_y^{'}}$	方法 2：

syms x y
f=x*sin(y)+y*exp(x);
dfdx=diff(f,x);
dfdy=diff(f,y);
dydx=-dfdx/dfdy
运行结果：
dydx =
-(sin(y) + y*exp(x))/(exp(x) + x*cos(y))
	syms x;
	f=sym('x*sin(y(x))+y(x)*exp(x)=0'); %必须为 y(x)
	dfdx=diff(f,x);
	dfdx1=subs(dfdx,'diff(y(x),x)','dydx');
	dydx=solve(dfdx1,'dydx')
	运行结果：
	dydx =
	-(sin(y(x)) + exp(x)*y(x))/(exp(x) + x*cos(y(x)))

说明：

- 方法 1 实质是将 x、y 看作两个自变量；方法 2 实质只把 x 看作自变量，把 y 看作 x 的函数.
- dfdx1=subs(dfdx,'diff(y(x),x)','dydx') 是将符合函数 dfdx 中的 diff(y(x),x))替换成 dydx.
- dydx=solve(dfdx1,'dydx') 是在方程 dfdx1 中解出 dydx.
- 最后可通过 pretty(dydx)，使 dydx 以类似排版数学的纯文本格式显示出来.

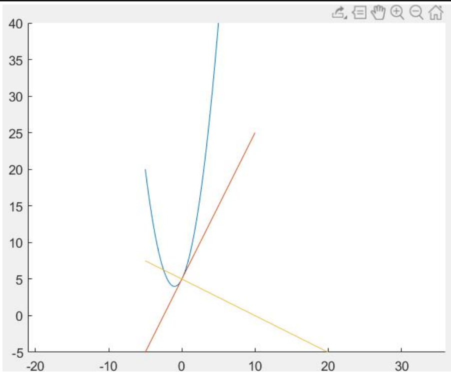
（4）以参数方程形式表示的函数的导数

例 5： $\begin{cases} x=1-t^2 \\ y=t-t^3 \end{cases}$，求$\frac{dy}{dx}$, $\frac{d^2y}{dx^2}$.

syms t
x = 1-t^2; y = t-t^3;
dxdt=diff(x,t); dydt=diff(y,t);
dydx=dydt/dxdt
dy2dx=diff(dydx,t)/dxdt
	运行结果：
	dydx =
	(3*t^2 - 1)/(2*t)
	dy2dx =
	((3*t^2 - 1)/(2*t^2) - 3)/(2*t)

内容 2 切线与法线

例 6： 画出曲线 $y=x^2+2x+5$ 及其在 $x=0$ 处的切线与法线；

syms x;
fun=x^2+2*x+5;
k1=subs(diff(fun,x),x,0);   %切线斜率
k2=-1/k1;   %法线斜率
b = subs(fun,x,0);
hold on;
fplot(fun,[-5, 5]);
fplot(@(x) k1*(x)+ b,[-5, 10]);
fplot(@(x) k2*(x)+ b,[-5, 20]);
axis equal;   %x 轴 y 轴等刻度
	

内容 3 中值定理

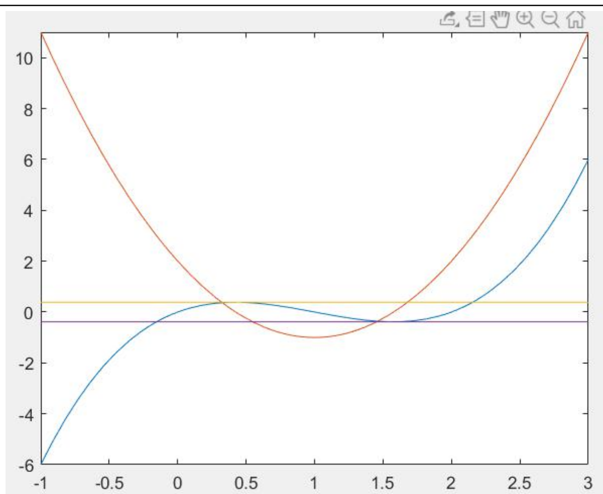
（1） 罗尔定理

例 7： 设 $f(x) = x(x-1)(x-2)$,

（1）画出 y=$f(x)$及 y=$f'(x)$的图像.

（2）求 $f'(x)$=0 的解 x_1、x_2，并画出 $y = f(x)$ 在 x_1、x_2处的切线.

（3）观察费马定理，罗尔定理的几何意义.

syms x;
fun=x*(x-1)*(x-2);
dydx=diff(fun,x);
fplot(fun,[-1, 3]);
hold on;
fplot(dydx,[-1, 3]);
result=solve(dydx==0,x);
b1 = subs(fun,x,result(1));
b2 = subs(fun,x,result(2));
fplot(@(x) 0*x+b1,[-1, 3]);
fplot(@(x) 0*x+b2,[-1, 3]);
	

（2）拉格朗日中值定理

例 8： 对函数 $f(x) = ln(1+x)$，在区间 [0,4] 中观察拉格朗日中值定理的几何意义.

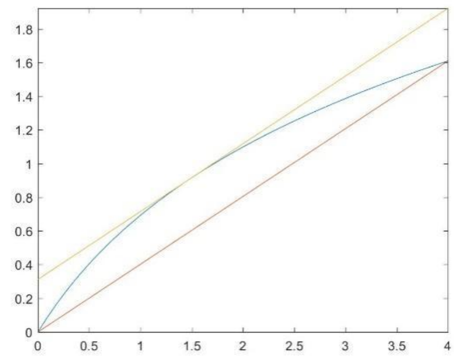
（1）画出 $y=f(x)$ 及左右端点连线的图像.

（2）求曲线上点 ξ，曲线在该点的切线的斜率等于左右端点连线的斜率.

（3）画出 $y=f(x)$，它在 ξ 处的切线及它在左右端点连线的图像.

<table>
<tr>
<td>

```
syms x;
fun=log(1+x);
k = (subs(fun,x,4)-subs(fun,x,0))/4;
fplot(fun,[0, 4]);
hold on;
fplot(@(x)k*x+0,[0, 4]);
x1=solve(diff(fun,x)-k==0,x);
y1=subs(fun,x,x1);
fplot(@(x) k*(x-x1)+y1,[0, 4]);
```

</td>
<td>


</td>
</tr>
</table>

【实验练习】

1. $y=\cos x$，求 $y'(0)$.

2. 求曲线 $y=\cos x$ 上点 $\left(\frac{\pi}{3},\frac{1}{2}\right)$ 处的切线方程和法线方程.

3. 验证函数 $f(x)=x^3$ 在区间 $[1,4]$ 上满足拉格朗日中值定理.

八、一元函数积分学

【实验目的】

1.学习使用 MATLAB 进行不定积分和定积分的计算.

2.学习使用 MATLAB 绘制变上限积分的图像.

3.学会计算变上限积分的导数.

4.学会计算积分上下限无穷大的广义积分.

【实验要求】

int 函数、fplot 函数

【实验内容】

内容 1 不定积分和定积分的计算

不定积分和定积分的计算是通过 int 函数完成.

int(fun,x)　　　%求函数 fun 的不定积分

int(fun,x,a,b)　%求函数 fun 的在区间 $[a,b]$ 上的定积分

（1）不定积分

例 1：计算下列不定积分

（1）$\int \frac{1}{x^2\sqrt{2x^2-2x+1}}dx$；　　（2）$\int x\arctan x\,dx$；

（3）$\int \frac{1+\sin x}{\sin x\,(1+\cos x)}dx$；　　（4）$\int \frac{\sqrt{1-x}}{x}dx$.

syms x;
 	
y1 = 1/(x^2*sqrt(2*x^2-2*x+1));
 	
ans1 = int(y1,x)
 	
y2 = x*atan(x);
 	
ans2 = int(y2,x)
 	
y3 = (1+sin(x))/(sin(x)*(1+cos(x)));
 	
ans3 = int(y3,x)
 	
y4 = sqrt(1-x)/x;
 	
ans4 = int(y4,x)
	运行结果：
	ans1=
	atanh((x - 1)/(2*x^2 - 2*x + 1)^(1/2)) - (2*x^2 - 2*x + 1)^(1/2)/x
	
	ans2 =
	atan(x)*(x^2/2 + 1/2) - x/2
	
	ans3 =
	tan(x/2) + log(tan(x/2))/2 + tan(x/2)^2/4
	
	ans4 =
	2*(1 - x)^(1/2) - 2*atanh((1 - x)^(1/2))

（2）**定积分**

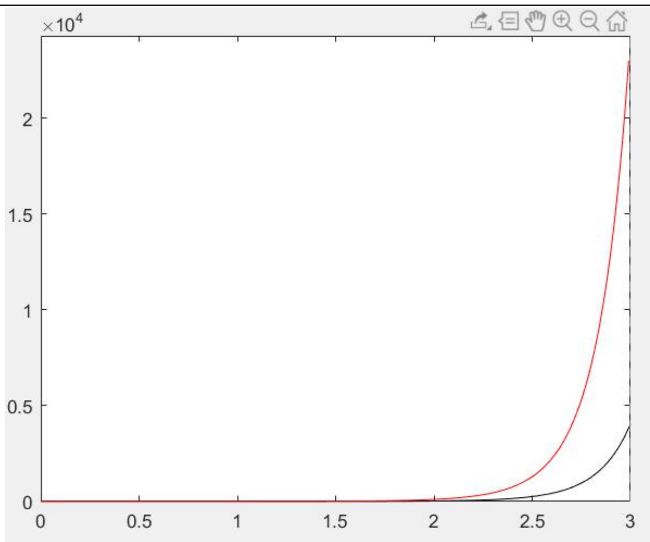
例 2：计算下列不定积分

（1）$\int_0^4 \frac{x+2}{\sqrt{2x+1}}dx$；　　　　（2）$\int_0^1 e^{\sqrt{x}}dx$.

syms x n;
y5 = (x+2)/sqrt(2*x+1);
ans5 = int(y5,x,0,4)
y6 = exp(sqrt(x));
ans6 = int(y6,x,0,1)
	ans5 =
	22/3
	
	ans6 =
	2

内容 2 变上限函数的积分和导数

例 3： 画出变上限函数的图像 $f_1(x)=\int_0^x t\cdot e^{t^2}dx$ 和函数图像 $f_2(x)=x\cdot e^{x^2}$

syms x t;
y8 = t*exp(t^2);
ans8 = int(y8,t,0,x);
fplot(ans8,[0, 3],'k');
hold on;
y9 = x*exp(x^2);
fplot(y9,[0, 3],'r');
	

例 4： 求上限函数的导数 $\frac{d}{dx}\int_0^{x^3}\sqrt{1+t^2}dt$

syms x t;
y = sqrt(1+t^2);
fun = int(y,t,0,x^3);
dydx = diff(fun,x);
	运行结果：
	dydx =
	(3*x^2)/(2*(x^6+1)^(1/2))+(3*x^2*(x^6+1)^(1/2))/2 + (3*x^8)/(2*(x^6 + 1)^(1/2))

内容 3 计算无穷上限的广义积分

例 5： $\int_1^{+\infty}\frac{1}{x^2}dx$

syms x; y = 1/x^2; ans = int(y,x,1,+inf)	运行结果： ans = 1

【实验练习】

1.计算下列不定积分：

（1）$\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}\arcsin^2 x}dx$

（2）$\int \frac{1}{\sqrt{(1+x^2)^3}}dx$

（3）$\int x^2\cos\left(\frac{x}{2}\right)^2 dx$

（4）$\int \frac{\ln x^3}{x^2}dx$

（5）$\int \cos(\ln x)\,dx$

2.计算下列定积分：

（1）$\int_0^{\sqrt{2}a} \frac{x}{\sqrt{3a^2-x^2}}dx$

（2）$\int_1^4 \frac{\ln x}{\sqrt{x}}dx$

（3）$\int_0^1 x\arctan x\,dx$

（4）$\int_1^2 x\log_2 x\,dx$

（5）$\int_0^{\pi} (x\sin x)^2 dx$

（6）$\int_1^e \sin(\ln x)\,dx$