24_1s_MTM1013T11_Q01_AndreGoncalvesdaSilva

April 8, 2024

MTM1013 - MÉT. NUM. ECOMPUTACIONAIS **Prof. Charles R. P. Szinvelski**

0.0.1 **QUESTÃO (01)**

24/1s - UFSM **Data: 08/04/24 (Das 8h às 9h)**

Acadêmico: André Gonçalves da Silva **Matrícula: 202210071**
Curso/Turma: 123/11 A tarefa QUESTÃO (01) tem por finalidade a aplicação direta dos aspectos teóricos e práticos dos métodos numéricos abordados na disciplina (Zeros de Funções e recursos de programação em linguagem PYTHON 3 empregados nas respectivas implementaçãos). A produção do arquivo-resposta deverá seguir os moldes da produção dos arquivos respostas (formatos IPYNB e PDF e ambos deverão ser entregues via TAREFA aberta no MOODLE) para a QUESTÃO (01) de 08/04/2024.

OBSERVAÇÕES

- Salienta-se que observância da nomeação dos arquivos IPYNB e PDF (ver abaixo) e informações do cabeçalho (prencher devidamente) serão partes constituinte do escore (divisões sucessivas por 2):
  - 24_1s_MTM1013T11_Q01_NomeSobrenome.ipynb;
  - 24_1s_MTM1013T11_Q01_NomeSobrenome.pdf;
- Os algoritmos que devem ser empregados para as implementações em linguagem PYTHON 3 e *testes de mesas* são os algoritmos dados pelo material didático disponibilizado nos repositórios MEGA e DRIVE e não os sendo as respostas serão desconsideradas. Ressalta-se que os algoritmos do Material Didático são adequações dos algoritmos apresentados em Campos Filho (2018)[ ], os quais podem ser utilizados para a implementação;
- A elaboração das questões buscará caracterizações personalizadas para cada aluno, fato que resultará em um diversificado conjunto de situações-testes para a exploração dos aspectos teóricos e práticos da disciplina em detrimento, eventualmente, da aplicabilidade do tema abordado na questão.

[ ]: Filho, Frederico Ferreira C. Algoritmos Numéricos - Uma Abordagem Moderna de Cálculo Numérico, 3ª edição. Disponível em: Minha Biblioteca, Grupo GEN, 2018. Ainda, há exemplares na BSCCNE.

Obtenção de dados para elaboração das questões.

Ao considerar o meu número de matrícula na UFSM, 3332882, monta-se a tabela

d1	d2	d3	d4	d5	d6	d7	d8	d9	d10
0	0	0	3	3	3	2	8	8	2

e sobre essas informações, colocam-se as seguintes elaborações:

(I) Com as informações da matrícula:

- $aux = |d9 - d10| = |8 - 2| = 6$, e se $aux = 0$, considere $aux = 2$;
- $p = \left\lceil \frac{d1+...+d4}{aux} \right\rceil = \left\lceil \frac{0+0+0+3}{6} \right\rceil = \lceil 0,5 \rceil = 1$;
- $q = \left\lfloor \frac{d5+d6+d7+d8}{aux} \right\rfloor = \left\lfloor \frac{3+3+2+8}{6} \right\rfloor = \lfloor 2,67 \rfloor = 2$. Se $q = 0$ considere $q = 1$;
- $Dados = [aux, p, q] = [6, 1, 2]$;

Montar a função f definida em $(-\infty, +\infty)$:

$$f(x) = \exp(-p\,|x|)\cos(q|x|) \overset{DADOS}{\Leftrightarrow} f(x) = \exp(-|x|)\cos(2|x|).$$
$$\Leftrightarrow f(x) = \exp(-|x|)\cos(2x)$$

(Gráfico via WolframAlpha e a simplificação da paridade de cos.)

Uma aplicação dessa função está descrita no artigo: Uma revisão teórica sobre funções de Autocorrelação aplicadas a altas e baixas Velocidades do vento (DEGRAZIA,2014)[1].

(II) Para gráficos pode-se usar as páginas tutoriais: MATPLOLIB, SYMPY ou SYMPY(2).

[1]: DEGRAZIA *et al.* Uma revisão teórica sobre funções de Autocorrelação aplicadas a altas e baixas Velocidades do vento. Ciência e Natura, Santa Maria, vol. 36, Ed. Especial, pg. 101-107, março, 2014. Disponível em: < https://periodicos.ufsm.br/cienciaenatura/article/view/13222/pdf_1 >. Acesso em: 14/05/2023.

0.0.2 QUESTÕES.

1) (0,5 ponto) Faça o que se pede, a partir das intruções acima:

1.1) (0,25 ponto [Dados]) Informe sua matrícula ($matricula = [d1, d2, d3, d4, d5, d6, d7, d8, d9, d10]$) e Dados($Dados = [a, b, c]$) como uma lista;

1.2) (0,25 ponto [Dados]) Monte a função f e seu gráfico;

2) (1,0 ponto) A partir de 1.2), aplique dois métodos distintos de obtenção de *Zero de Funções* para obter o primeiro ponto crítico positivo da função f para $x > 0$ e ilustre graficamente essas informações;

OBSERVAÇÃO: Colocar os documentos IPYNB e PDF da resolução no espaço TAREFA do MOODLE aberta, caso queira entregar o arquivo-resposta com esses recursos computacionais. Caso se resolva via Google COLAB, colocar link compartilhado sem restrições de acesso e também o arquivo PDF associado.

[ ]:
```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
from math import *
from tabulate import tabulate
```

[ ]:
```
d1 = 0
d2 = 2
d3 = 0
d4 = 2
d5 = 2
d6 = 1
d7 = 0
d8 = 0
d9 = 7
d10 = 1
```

Matrícula = Matricula é [0, 2, 0, 2, 2, 1, 0, 0, 7, 1]

[ ]:
```
aux = abs(d9 - d10)
if aux == 0:
    aux = 2

p = ceil((d1+d2+d3+d4)/aux)
q = floor((d5+d6+d7+d8)/aux)
if q == 0:
    q = 1
```

$$x > 0$$
$$f(x) = e^{-x}\cos(x)$$
$$f'(x) = -e^{-x}\cos(x) - e^{-x}\sin(x)$$
$$f''(x) = 2e^{-x}\sin(x)$$

[ ]:
```
f = lambda x: exp(-p*abs(x))*cos(q*abs(x))
derf = lambda x: -exp(-x)*cos(x) - exp(-x)*sin(x)
der2f = lambda x: 2*exp(-x)*sin(x)
```

[ ]:
```
def bissecao(f, a, b, eps, max_iter=100):
    points = []
    # aqui eu estou definindo o x anterior como o próprio a,
    # mas nas proximas definições de x anterior vai ser o xk
    x = a
    error_rel = lambda x, xk: abs(xk - x) / abs(xk)
    error_abs = lambda x, xk: abs(xk - x)
```

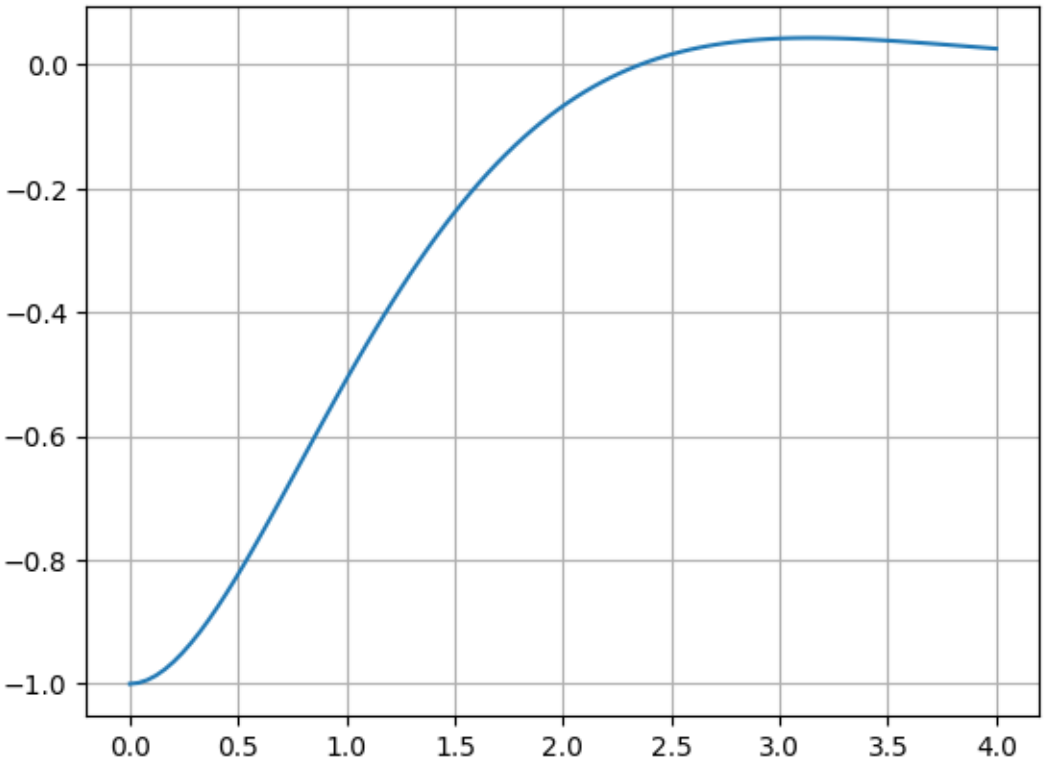
```
    for i in range(max_iter):
        xk = (a + b) / 2

        points.append([i+1, a, b, xk, f(xk), error_abs(x, xk), error_rel(x,␣
↪xk)])
        if error_rel(x, xk) < eps:
            return points

        if f(a)*f(xk) < 0:
            b = xk
        elif f(a)*f(xk) > 0:
            a = xk

        x = xk

    return points
```

[ ]:
```
def newton(f, derf, x0, eps, maxiter=100):
    xk = x0
    xk1 = lambda xk: xk - f(xk)/derf(xk)
    ek = lambda xk1, xk: abs(xk1 - xk)

    points = []
    for k in range(maxiter):
        xk1_val = xk1(xk)
        points.append([k, xk, xk1_val, f(xk1_val), ek(xk1_val, xk)/
↪abs(xk1_val)])

        if ek(xk1_val, xk)/abs(xk1_val) < eps:
            break

        xk = xk1_val

    return points
```

[ ]:
```
headersbiss = ["k", "a", "b", "x", "f(x)", "Erro Absoluto", "Erro Relativo"]
headersnewt = ['k', 'xk', 'xk+1', 'f(xk+1)', 'ek+1/|xk+1|']
```

Graficamente o primeiro ponto crítico está entre 2 e 4.

[ ]:
```
derfvectorized = np.vectorize(derf)

x = np.linspace(0, 4, 100)
y = derfvectorized(x)
plt.plot(x, y)
plt.grid()
plt.show()
```



[ ]:
```
eps = 1e-2
pointsbiss = bissecao(derf, 2.0, 2.5, eps)
pointsnewt = newton(derf, der2f, 2.5, eps)

print("------ METODO DA BISSECAO -------")
print(tabulate(pointsbiss, headers=headersbiss, floatfmt=".8f"))
print()
print("------ METODO DE NEWTON -------")
print(tabulate(pointsnewt, headers=headersnewt, floatfmt=".8f"))
```

```
------ METODO DA BISSECAO -------
  k           a           b           x         f(x)    Erro Absoluto    Erro
Relativo
---  ----------  ----------  ----------  -----------  ---------------
---------------
  1  2.00000000  2.50000000  2.25000000  -0.01579930       0.25000000
0.11111111
  2  2.25000000  2.50000000  2.37500000   0.00247358       0.12500000
0.05263158
  3  2.25000000  2.37500000  2.31250000  -0.00611642       0.06250000
0.02702703
  4  2.31250000  2.37500000  2.34375000  -0.00168890       0.03125000
```

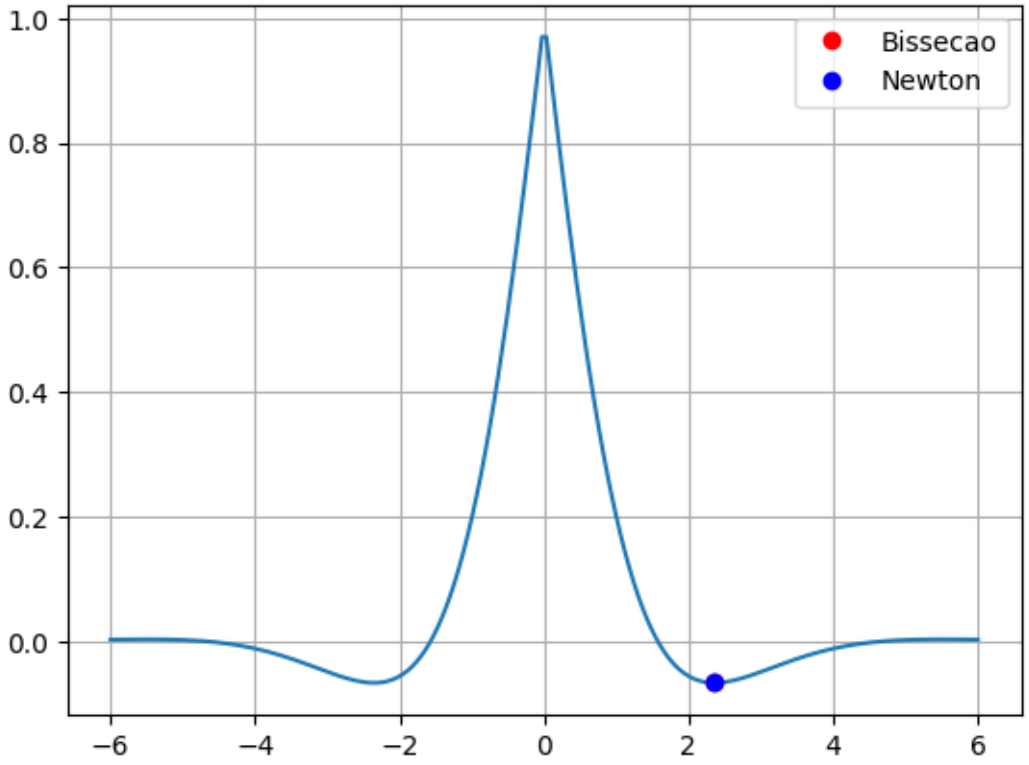
```
0.01333333
  5  2.34375000  2.37500000  2.35937500   0.00042496       0.01562500
0.00662252

------ METODO DE NEWTON -------
  k          xk         xk+1       f(xk+1)    ek+1/|xk+1|
---  ----------  ----------  -----------  -------------
  0  2.50000000  2.33067594  -0.00350852     0.07265020
  1  2.33067594  2.35556477  -0.00008446     0.01056597
  2  2.35556477  2.35619409  -0.00000005     0.00026710
```

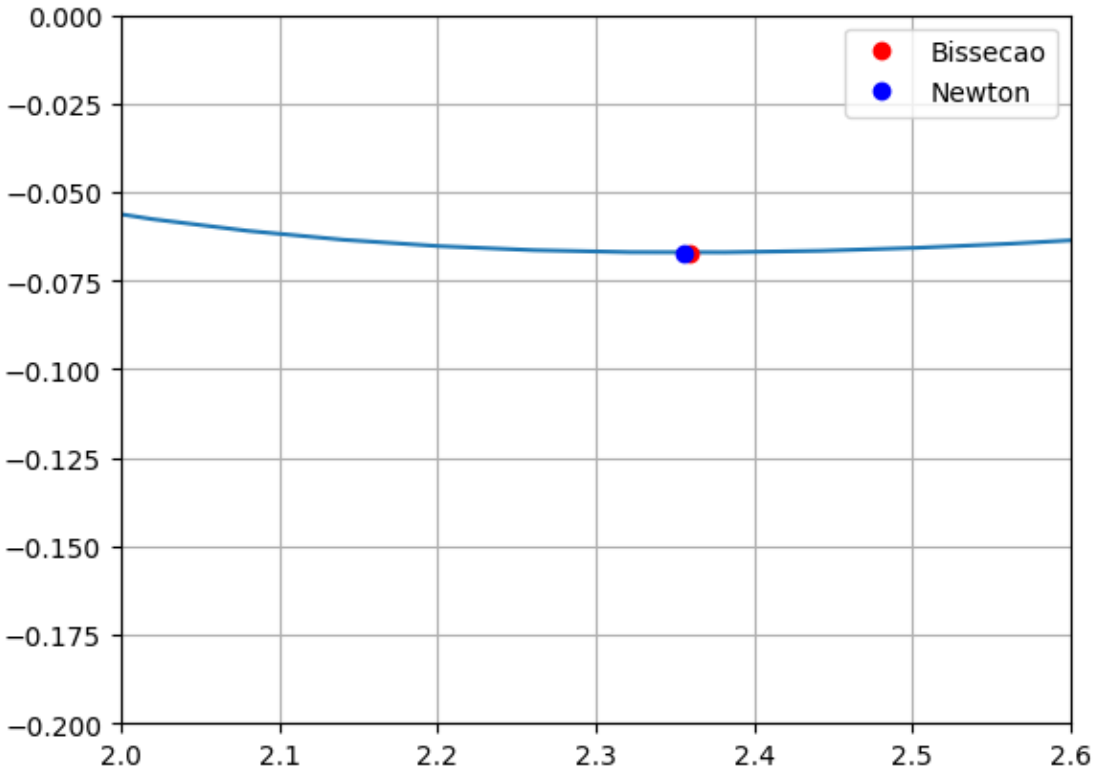
1 GABARITO

[ ]:
```
print("Matrícula = {}".format([d1, d2, d3, d4, d5, d6, d7, d8, d9, d10]))
print("Dados = {}".format([aux, p, q]))

fvectorized = np.vectorize(f)

x = np.linspace(-6, 6, 200)
y = fvectorized(x)

plt.plot(x, y)
plt.plot(pointsbiss[-1][3], f(pointsbiss[-1][3]), 'o', label='Bissecao',␣
 ↪color='red')
plt.plot(pointsnewt[-1][2], f(pointsnewt[-1][2]), 'o', label='Newton',␣
 ↪color='blue')
plt.legend()
plt.grid()
plt.show()

plt.plot(x, y)
plt.xlim(2, 2.6)
plt.ylim(-0.2, 0)
plt.plot(pointsbiss[-1][3], f(pointsbiss[-1][3]), 'o', label='Bissecao',␣
 ↪color='red')
plt.plot(pointsnewt[-1][2], f(pointsnewt[-1][2]), 'o', label='Newton',␣
 ↪color='blue')
plt.legend()
plt.grid()
plt.show()

print("Primeiro ponto crítico utilizando o método de Bisseção: %.
 ↪4f"%(pointsbiss[-1][3]))
print("Primeiro ponto crítico utilizando o método de Newton:   %.
 ↪4f"%(pointsnewt[-1][2]))
```

```
Matrícula = [0, 2, 0, 2, 2, 1, 0, 0, 7, 1]
```

```
Dados = [6, 1, 1]
```






```
Primeiro ponto crítico utilizando o método de Bisseção: 2.3594
Primeiro ponto crítico utilizando o método de Newton:   2.3562
```

É bom notar que ambos os métodos obtiveram a mesma precisão em erro relativo na convergência.