

Soluções Jacob Palis 2025 N2

Samuel de Araújo Brandão

4 de Setembro de 2025

Uma coleção de soluções para a **Jacob Palis 2025 Nível 2**, inspirada no estilo de Evan Chen. Pode-se encontrar todos os problemas e respostas oficiais [aqui](#).

Todas as soluções foram inteiramente escritas por mim, enquanto me preparava para a International Mathematical Olympiad (IMO).

Caso encontre algum erro ou tiver sugestões ou comentários, sinta-se a vontade para entrar em contato!

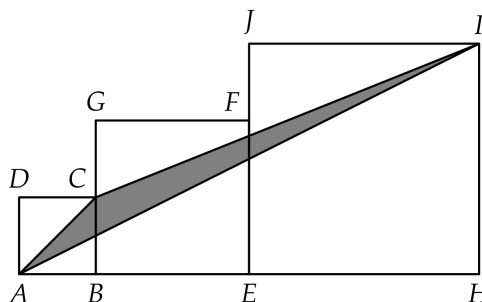
Conteúdos

1	Problemas	2
1.1	Testes	2
1.2	Respostas Numéricas	4
2	Soluções	5
2.1	Testes	5
2.2	Respostas Numéricas	5
3	Referências	6

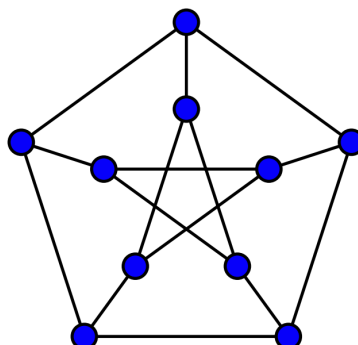
1 Problemas

1.1 Testes

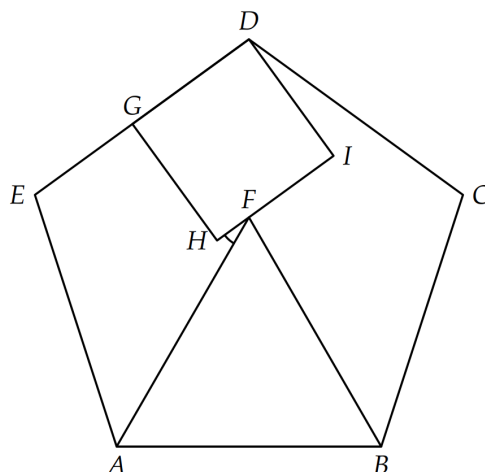
1. No dia 08/06/2025, se uma pessoa somar sua idade e o ano do seu nascimento, o resultado será
2. Lucas acompanha os preços de cartas colecionáveis numa loja online. Certo dia a carta especial custava V reais. No dia seguinte o preço da mesma carta teve um aumento de $P\%$ e passou a custar $V + \frac{P}{2}$ reais. Qual é o valor de V ?
3. Um número é dito “grandinho” quando pelo menos um dos seus algarismos é maior ou igual a 5. Por exemplo, 99, 50 e 25 são grandinhos, mas 20 e 13 não são. Existem quantos números grandinhos de dois algarismos?
4. Os pontos A , B , E e H estão sobre uma reta. Do mesmo lado dessa reta são construídos os quadrados $ABCD$, $BEFG$ e $EHIJ$ com lados 1, 2 e 3, respectivamente. Qual é a área do triângulo ACI ?



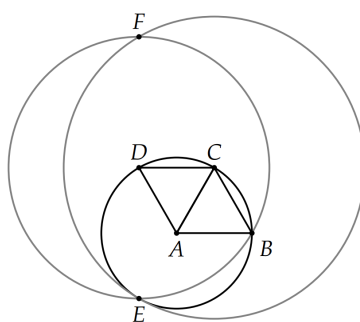
5. Diamantino nasceu no ano 19AB, em que A e B são algarismos. Sua filha Rubi nasceu em 20CD, em que C e D são algarismos. Se Diamantino tivesse nascido em 19CD e Rubi tivesse nascido em 20AB, a diferença entre os dois anos de nascimento seria sete vezes a diferença entre os dois anos de nascimento verdadeiros. A diferença entre os anos de nascimento verdadeiros é
6. A figura abaixo representa o mapa do Reino Estrelado. As bolinhas representam cidades e as ligações representam estradas entre as cidades. Um conjunto de cidades é chamado independente se não existem duas cidades pertencentes a ele que estejam conectadas por uma estrada. Qual é o número máximo de cidades que um conjunto independente no Reino Estrelado pode ter?



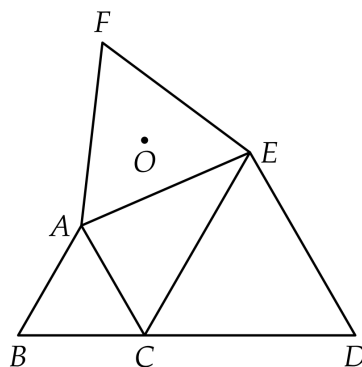
7. Sabemos que o conjunto de números $\{a, b, c\}$ é igual ao conjunto $\{1, 2, 3\}$, mas não sabemos qual letra é cada número. Sobre os números $a + b + c$, $ab + c$ e abc podemos afirmar que
8. A figura a seguir mostra um pentágono regular $ABCDE$, um triângulo equilátero ABF e um quadrado $DGHI$. Sabe-se que o ponto F está sobre o lado HI . Qual é a medida em graus do ângulo $\angle AFH$?



9. Seja A um subconjunto do conjunto $\{1, 2, 3, \dots, 10\}$ de modo que não existem dois elementos a e b de A tal que a diferença $a - b$ seja um número primo. Qual é o número máximo de elementos que o conjunto A pode ter?
10. Na figura a seguir uma circunferência de centro A passa pelos pontos B, C, D e E . O ponto A é o ponto médio de CE . A circunferência de centro D que passa por E e a circunferência de centro C que passa por E se encontram novamente no ponto F diferente de E . Sabendo que os triângulos ABC e ACD são equiláteros, qual é a medida do ângulo $\angle EFB$ em graus?



11. Qual é o menor inteiro positivo $n \geq 3$ tal que se girarmos um polígono regular P de n lados 2025° em torno do seu centro obtemos um polígono regular P' com vértices nas mesmas posições de P ?
12. Os reais não nulos a e b são raízes da equação $x^2 - (a^2 - b^2)x + a^2b^2 = 0$. Se $a > b > 0$, o valor de $a^3 + b^3$ é
13. Na figura a seguir, ABC , CDE e AEF são triângulos equiláteros, com C sobre o segmento BD . O ponto O é o centro do triângulo AEF . A medida do ângulo $\angle ACO$



14. Quantos divisores positivos de $2025 \cdot 2520$ são múltiplos de 2025 ou de 2520?
15. Esmeralda escreve na casa na linha m e coluna n de um tabuleiro 201×201 o produto $m \cdot n$. O tabuleiro é pintado como no xadrez, de preto e branco. Esmeralda soma os números nas casas brancas, obtendo B, e soma os números nas casas pretas, obtendo P. A diferença, em módulo, entre P e B, é

1.2 Respostas Numéricas

16. O professor Reginaldo gosta de se exercitar na esteira. Certo dia ele decidiu correr 3,5 km com velocidade de 10 km/h. Durante a corrida o painel mostra 8 algarismos, os primeiros 4 algarismos K_1K_2, V_1V_2 indicam a distância percorrida em quilômetros com duas casas depois da vírgula (no começo mostra 00,00) e os outros 4 algarismos indicam $X_1X_2 : Y_1Y_2$, os minutos e segundos que faltam para o professor terminar sua corrida (no final deve mostrar 00:00). Em certo momento o professor percebeu que os primeiros 4 algarismos ficaram exatamente iguais aos 4 últimos (o primeiro algarismo igual ao quinto, o segundo igual ao sexto e assim por diante). Nesse momento a soma de todos os 8 algarismos era igual a quanto?
17. Certo inteiro positivo n tem dois algarismos. O algarismo das dezenas é a , e o das unidades é b . Sabe-se que $n = b^3 - 2a$. Qual é a soma dos possíveis valores de n ?
18. Dizemos que dois números estão conectados se é possível ir de um para o outro somando dois algarismos consecutivos de um deles e trocando pelo resultado, mantendo os demais algarismos como estão. Por exemplo, 206 e 2015 estão conectados, pois podemos trocar 15 por 6 = 1+5, e 2078 e 2015 também estão conectados, pois podemos trocar 78 por 15 = 7+8. Dizemos que dois números estão ligados se é possível ir de um até o outro usando zero ou mais números conectados intermediários. Por exemplo, 206 e 2078 estão ligados, pois podemos usar 2015 como intermediário. Quantos números de 1 a 2025 são ligados ao 2025 (incluindo ele mesmo)?
19. O produto de 2025 inteiros positivos é 2025^k , para algum k inteiro positivo. Sabe-se que nenhum dos 2025 inteiros é igual a 1. Qual é o menor valor possível de k ?
20. Seja PABCD um pentágono inscritível com $\angle APB = \angle BPC = \angle CPD$. Além disso, sabe-se que $PA = 9$, $PB = 15$ e $PC = 16$. Se o valor de PD pode ser escrito na forma $\frac{p}{q}$ com p e q inteiros positivos primos entre si, determine o valor de $p + q$.

2 Soluções

2.1 Testes

2.2 Respostas Numéricas

3 Referências