1. Алгоритм вычисления тригонометрической функции методом разложения в ряд
   1. Интерполяционные формулы

Функция представляет собой некий «закон», по которому каждому элементу одного множества ставится в соответствие некоторый элемент другого множества. Иногда нахождение при большом количестве значений представляет собой трудоемкую задачу. В таких случаях, определяют небольшую таблицу значений функции и на основании этой таблицы находят приближенное значение при помощи интерполяции через полином в промежуточной точке .

Если существует некоторое множество различных действительных чисел ,то для множества существует единственный полином степени не выше такой, что . В зависимости от задачи полином удобно описывать различными по виду формулами: Лагранжа, Ньютона, Стирлинга, Бесселя и т.д.

Интерполяционная формула Лагранжа проста в понимании, ее реализация обладает меньшим временем исполнения по сравнению с реализацией формулы Ньютона – из-за наличия разделенных разностей в формуле Ньютона[1]. По этим причинам в работе рассмотрена именно формула Лагранжа.

Формула Лагранжа имеет следующий вид:

где ,

– значение функции в k-м узле, т.е. точке .

* 1. Полиномы Чебышева

Полиномы Чебышева являются непрерывными рекуррентно вычисляемыми функциями. В настоящий момент разработано 4 типа полиномов Чебышева, но в данной работе будет рассмотрен только первый тип.

Полиномы Чебышева первого рода определяются следующим образом:

где

,

либо из следующего тождества:

где

Нули полиномов Чебышева первого рода определяются как:

либо:

где

Вычисленные по формулам …. И … нули полиномов выберем в качестве узлов интерполирования.

* 1. Разложение в ряд по полиномам Чебышева

Разложение функции для диапазона [-1,1] представлено следующим образом:

где ,

– коэффициенты разложения.

Для полиномов первого рода:

Необходимо учитывать, что при интерполяции полиномами высоких степеней возникает феномен Рунге: эффект нежелательных осцилляций.

* 1. Представление элементарной тригонометрической функции в ряд

Написать про возможность разложения sin(x) в степенной ряд.

* + 1. Преимущества и недостатки разложения функции в ряды Тейлора и по полиномам Чебышева

Из [1], следует, что на вычисление функции с помощью разложения в ряд Тейлора затрачивается меньше времени, чем с помощью разложения по полиномам Чебышева. Но в случае, если значения косинусов узлов полиномов Чебышева будут заданы таблично, аппроксимация полиномами Чебышева выполнится быстрее.

Кроме того, аппроксимация полиномами Чебышева (АПЧ) обеспечивает гарантированно меньшую ошибку, чем разложение в ряд Тейлора (РТ). Ошибка АПЧ знакопеременна и распределена равномерно на всем диапазоне определения аргумента (ДОА). Ошибка РТ быстро растет к границам ДОА.

Из написанного выше следует, что аппроксимация функции полиномами Чебышева предпочтительнее разложения функции в ряд Тейлора.

* + 1. Общий вид разложения в ряд для тригонометрической функции

Форма Лагранжа интерполяции полиномами используется для нахождения полиномов, которые лучшим образом аппроксимируют функцию sin(x).

* + 1. Полная запись разложения в ряд для функции sin(x)
  1. Алгоритм вычисления функции sin(x) методом разложения в ряд по полиномам Чебышева

Придется переделать!