

HÌNH HỌC PHẪNG 01

1. Điểm, đường thẳng, đoạn thẳng:

a. Điểm:

Trong hình học, chúng ta xét trong hệ Decac xOy , thì một điểm có tọa độ (x,y) .

b. Đường thẳng:

Trong hình học, phương trình tổng quát của một đường thẳng trong mặt phẳng có dạng: $ax+by+c=0$. Chúng ta coi a, b, c là biểu diễn cho đường thẳng đó. Nếu đường thẳng $ax+by+c=0$ đi qua 2 điểm $A(x_1,y_1)$ và $B(x_2,y_2)$ thì nó có:

- $a := y_1 - y_2$;
- $b := x_2 - x_1$;
- $c := x_1 \cdot y_2 - x_2 \cdot y_1$;

c. Đoạn thẳng:

Đoạn thẳng là một phần của đường thẳng, bị giới hạn x, y . Chúng ta xét đoạn thẳng thông thường cho đi qua 2 điểm. Chính vì thế tọa độ x, y bị giới hạn trong khoảng đó.

2. Phương trình tương quan giữa điểm và đường thẳng, đoạn thẳng:

a. Vị trí tương đối của điểm so với đường thẳng:

Cho điểm $M(x_0;y_0)$ và đường thẳng (d) có phương trình $ax + by + c = 0$.

Gọi $f(x,y) = ax + by + c$

→ Khoảng cách từ điểm M đến đường thẳng (d) là: $h = \frac{|f(x_0,y_0)|}{\sqrt{a^2+b^2}}$

b. Tương quan giữa điểm và đường thẳng:

Cho 2 điểm $A(x_1;y_1), B(x_2;y_2)$ và đường thẳng (d) có phương trình $ax + by + c = 0$.

Gọi $f(x,y) = ax + by + c$

Khi đó ta có:

- Nếu $f(x_1,y_1) \cdot f(x_2,y_2) > 0$ thì: 2 điểm A, B nằm cùng phía đối với (d)
- Nếu $f(x_1,y_1) \cdot f(x_2,y_2) < 0$ thì: 2 điểm A, B nằm khác phía đối với (d)
- Nếu $f(x_1,y_1) \cdot f(x_2,y_2) = 0$ thì: 2 điểm A, B có ít nhất một điểm thuộc (d)

c. Tương quan của điểm với đoạn thẳng

Chúng ta biết rằng, đoạn thẳng là một phần đường thẳng. Nên mối tương quan giữa điểm $P(x_0,y_0)$ với đoạn thẳng MN (với $M(x_1,y_1), N(x_2,y_2)$) là:

- Nếu P thuộc $[MN]$ thì:
 - + $f(x_0,y_0)=0$, tức là: $a \cdot x_0 + b \cdot y_0 + c = 0$, với $a=y_2-y_1; b=x_1-x_2$ và $c=-(a \cdot x_1+b \cdot y_1)$.
 - + $(x_0-x_1) \cdot (x_0-x_2) \leq 0$ và $(y_0-y_1) \cdot (y_0-y_2) \leq 0$.
- Nếu P không thuộc $[MN]$ thì:
 - + Nếu $f(x_0,y_0)=0$ thì $(x_0-x_1) \cdot (x_0-x_2) > 0$ hoặc $(y_0-y_1) \cdot (y_0-y_2) > 0$.
 - + Nếu $f(x_0,y_0) < > 0$ thì P không thuộc đường thẳng qua A, B .

d. Tương quan của điểm với tia: ...

Điểm $M(x_0, y_0)$ thuộc tia AB nếu M thuộc đường thẳng AB và véc tơ $\overrightarrow{AM} = k \overrightarrow{AB}$ với $k \geq 0$. Do đó tọa độ của M phải thỏa mãn các điều kiện $f(x_0, y_0)=0, (x_0-x_1)(x_2-x_1) \geq 0$ và $(y_0-y_1)(y_2-y_1) \geq 0$

3. Cắt nhau:

a. Đường thẳng cắt đường thẳng:

Cho 2 đường thẳng (d1) và (d2) lần lượt có phương trình:

$$a_1x + b_1y + c_1 = 0 \quad (d1)$$

$$a_2x + b_2y + c_2 = 0 \quad (d2)$$

Thì ta gọi mối tương quan giữa (d1) và (d2) được biểu diễn qua hệ phương trình sau:

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = -c_1 \\ a_2x + b_2y = -c_2 \end{cases}$$

Khi đó ta xét:

- $D = a_1b_2 - a_2b_1$;
- $Dx = b_1c_2 - b_2c_1$;
- $Dy = c_1a_2 - c_2a_1$;
- Hai đường thẳng cắt nhau khi và chỉ khi: $D \neq 0$. Tọa độ điểm giao của hai đường thẳng này là: $x = Dx/D, y = Dy/D$
- Hai đường thẳng song song với nhau khi và chỉ khi: $D = 0$ và $Dx \neq 0$ hoặc $Dy \neq 0$.
- Hai đường thẳng trùng nhau khi: $D = Dx = Dy = 0$.

b. Đường thẳng cắt đoạn thẳng:

Cho đường thẳng (d) có phương trình $a_1x + b_1y + c_1 = 0$ và đoạn thẳng MN, $M(x_1, y_1), N(x_2, y_2)$.

Khi đó phương trình đường thẳng đi qua M, n có phương trình $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ với

- $a_2 := y_2 - y_1$;
- $b_2 := x_1 - x_2$;
- $c_2 := x_1y_2 - x_2y_1$;

Ta xét:

- $D = a_1b_2 - a_2b_1$;
- $Dx = b_1c_2 - b_2c_1$;
- $Dy = c_1a_2 - c_2a_1$;

Mối quan hệ giữa (d) và MN được thể hiện:

- Nếu $D \neq 0$ và điểm $P(Dx/D, Dy/D)$ nằm trên đoạn MN thì (d) cắt MN.
- Nếu $D \neq 0$ và điểm $P(Dx/D, Dy/D)$ nằm ngoài đoạn MN thì (d) cắt đường thẳng chứa MN nhưng không cắt MN.
- Nếu $D = Dx = Dy = 0$ thì MN thuộc (d).
- Nếu $D = 0, Dx \neq 0$ hoặc $Dy \neq 0$ thì MN song song với (d).

c. Đoạn thẳng cắt đoạn thẳng:

Xét hai đoạn thẳng MN và PQ thì chúng cắt nhau hay không thì chúng ta có thể xét theo hai cách.

- Cách tìm giao điểm 2 đường thẳng rồi xét giao điểm đó thuộc cả 2 đoạn thẳng.
- Cách xét 2 điểm khác phía.

d. Đoạn thẳng với tia, tia với đoạn thẳng, tia với tia: . . .

4. Đa giác:

a. Chu vi:

➔ Tổng tất cả các cạnh.

b. Diện tích:

Cho đa giác có n đỉnh: $A_1A_2... A_n$

Trong đó $A_i(x_i, y_i)$ với $i=1, 2, ..., n$

➔ Diện tích đa giác là: $2 * S = \sum_1^n ((x_{i+1} - x_i)(y_{i+1} + y_i))$
(điểm thứ $n+1$ chính là điểm thứ 1)

c. Tính chất đa giác:

- Đa giác lồi.
- Đa giác lõm.
- Bao lồi.

d. Vị trí tương đối của điểm với đa giác:

- Điểm nằm trong đa giác (trên miền)
- Điểm nằm trên cạnh đa giác (trên miền)
- Điểm nằm ngoài đa giác.

e. Số điểm nguyên:

- Số điểm nguyên trên cạnh (đoạn)
- Số điểm nguyên bên trong đa giác
- Số điểm nguyên trên miền đa giác.