

**Bài 1: Lát nền (8 điểm)    Tên file chương trình ‘PAVING.PAS’**

Một công ty xây dựng muốn lát nền cho công trình xây dựng của mình bằng các tấm ván gỗ. Có  $n$  loại ván có độ rộng bằng nhau và độ dài chuẩn khác nhau tương ứng lần lượt là  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ .

Công trình này bao gồm  $n$  hàng ván được ghép lại với nhau, hàng thứ  $i$  người ta đặt tấm ván có độ dài chuẩn  $a_i$  làm mốc (đặt sát mép tường). Trong việc thi công hàng ván thứ  $i$  người ta chỉ ghép các tấm ván có độ dài  $a_i$  theo phương của độ dài, không được phép ghép tấm ván có độ dài khác vào hàng. Vậy, để  $n$  hàng ván có độ dài bằng nhau và đảm bảo cách ghép như trên thì người ta cần phải có bao nhiêu tấm ván của từng loại.

**Yêu cầu:** Hãy cho biết cần bao nhiêu tấm ván chuẩn của từng loại để  $n$  hàng ván của công trình có độ dài bằng nhau.

**Dữ liệu** vào từ file ‘PAVING.INP’ gồm:

- Dòng thứ nhất là số nguyên dương  $n$  ( $n \leq 35$ ).
- Dòng thứ hai chứa  $n$  số nguyên dương  $a_i$ , mỗi số cách nhau một khoảng trắng ( $a_i \leq 100$ ).

**Kết quả** ghi vào file ‘PAVING.OUT’ số lượng tấm ván của từng loại ván chuẩn tương ứng của từng hàng (mỗi số trên 1 dòng).

**Ví dụ:**

PAVING.INP
3
3 4 2

PAVING.OUT
4
3
6

Theo ví dụ trên, có 3 độ dài chuẩn của các loại ván tương ứng lần lượt là 3 4 2 thì: Hàng thứ 1 cần 4 tấm ván có độ dài 3, hàng thứ 2 cần 3 tấm ván có độ dài 6, hàng thứ 3 cần 6 tấm ván có độ dài 2.

**Bài 2: Dây con (7 điểm)    Tên file chương trình NUMBER.PAS**

Cho dãy số nguyên gồm  $n$  phần tử  $b_1, b_2, \dots, b_n$ .

**Yêu cầu:** Hãy cho biết có bao nhiêu dây con của dãy trên thỏa mãn các phần tử có giá trị chẵn, lẻ hoặc lẻ, chẵn xen kẽ nhau? Biết rằng dây con của dãy  $b_1, b_2, \dots, b_n$  trong trường hợp này là dãy số nhận được khi ta xóa đi  $x$  phần tử trong dãy đó ( $0 \leq x \leq n-2$ ).

**Dữ liệu** vào từ file ‘NUMBER.INP’ gồm:

- Dòng đầu là giá trị của số nguyên dương  $n$  ( $n \leq 20$ ).
- Dòng thứ 2 chứa  $n$  số nguyên  $b_i$ , mỗi số cách nhau một khoảng trắng ( $i=1, 2, \dots, n$ ;  $|b_i| < 10^6$ ).

**Kết quả** ghi vào file ‘NUMBER.OUT’ một số nguyên duy nhất là số lượng dây con thỏa mãn yêu cầu.

**Ví dụ:**

NUMBER.INP
4
2 -3 9 4

NUMBER.OUT
6

Theo ví dụ trên dãy số 2 -3 9 4  $\rightarrow$  Có 6 dây con thỏa mãn yêu cầu: 2 -3; 2 9; -3 4; 9 4; 2 -3 4; 2 9 4.

**Bài 3: Vắc xin (5 điểm)    Tên file chương trình ‘VACXINE.PAS’**

Trong bối cảnh đại dịch Covid 19 vẫn đang hoành hành, nhiều quốc gia trên thế giới đã cố gắng triển khai sớm chiến dịch tiêm vắc xin ngừa Covid 19 trên quy mô lớn cho người dân của mình. Tuy nhiên, nguồn vắc xin thiếu hụt đã ảnh hưởng không nhỏ đến chiến dịch này của các quốc gia. Nhận thấy được điều đó, một công ty sản xuất vắc xin ngừa Covid 19 đã quyết định hỗ trợ một phần vắc xin cho các quốc gia trên thế giới. Công ty có  $n$  nhà máy sản xuất vắc xin được

xây dựng trên cùng một con đường và được đánh số lần lượt từ 1 đến n. Tại nhà máy thứ i sẽ cung cấp cho từng quốc gia số liều vắc xin là  $b_i$ .

Vì lượng vắc xin không có nhiều và để tránh tình trạng các quốc gia sẽ chỉ tập trung lấy vắc xin tại một nhà máy, công ty đã đưa ra yêu cầu cho các quốc gia đến lấy vắc xin như sau: Các quốc gia được phép chọn lấy vắc xin từ nhiều nhà máy, mỗi nhà máy chỉ được lấy một lần, đảm bảo không được chọn lấy vắc xin tại ba nhà máy liên tiếp, trong ba nhà máy liên tiếp phải chọn ít nhất là một nhà máy để lấy. Em hãy giúp quốc gia của em lấy được lượng vắc xin nhiều nhất.

**Yêu cầu:** Hãy cho biết tổng số liều vắc xin tối đa mà em có thể lấy được là bao nhiêu?

**Dữ liệu** vào từ file ‘VACXINE.INP’ gồm:

- Dòng thứ nhất là số nguyên dương n ( $n \leq 10^6$ ).
- n dòng tiếp theo, dòng thứ i chứa số nguyên dương  $b_i$  ( $b_i \leq 10^9$ ).

**Kết quả** ghi vào file ‘VACXINE.OUT’ một số nguyên duy nhất là tổng số liều vắc xin nhiều nhất lấy được thỏa mãn yêu cầu đề bài.

**Ví dụ:**

VACXINE.INP
6
3
9
5
1
7
4

VACXINE.OUT
25

Theo ví dụ trên, có 6 nhà máy cung cấp vắc xin với số liều lần lượt là 3 9 5 1 7 4

→ Ta chọn được các nhà máy sẽ lấy có số liều vắc xin tương ứng là 9 5 7 4 thỏa mãn các yêu cầu trên có tổng giá trị lớn nhất là 25

#### **Bài 4: Bài toán cổ (8 điểm)      Tên file chương trình MATHS.PAS**

Chắc hẳn các bạn học sinh chúng ta ai cũng biết bài toán cổ về bàn cờ vua và hạt thóc. Và hôm nay các bạn sẽ được làm quen với một biến thể của nó: Cho một dãy ô vuông được đánh thứ tự từ trái qua phải là những số nguyên dương liên tiếp từ a tới b. Ô vuông đầu tiên có  $2^a$  hạt thóc, các ô vuông tiếp theo mỗi ô vuông có số hạt thóc gấp đôi ô vuông đứng liền kề trước nó.

**Yêu cầu:** Bạn hãy tính xem tổng số hạt thóc trong các ô vuông chia cho 127 sẽ dư bao nhiêu trong thời gian nhanh nhất có thể.

**Dữ liệu vào:** Từ file ‘MATHS.INP’ gồm:

- Dòng thứ nhất là số nguyên dương a ( $a \leq 10^{18}$ )
- Dòng thứ hai là số nguyên dương b ( $b \leq 10^{18}$ )

**Dữ liệu ra:** Ghi vào file ‘MATHS.OUT’ một số nguyên là kết quả cần tìm

**Ví dụ:**

MATHS.INP
1
9

MATHS.OUT
6

#### **Bài 5: Truyền tin (7 điểm)      Tên file chương trình TRANS.PAS**

Tin tức được truyền đi từ một máy phát tin hiệu gọi là thiết bị gốc, máy này chỉ có một cổng để truyền tin hiệu. Có tới nhiều đối tượng cần nhận tin hiệu do đó người ta sử dụng thêm các thiết bị trung gian, một thiết bị trung gian có một số cổng nhất định và một dây dẫn chung cho các cổng, muốn thiết bị trung gian này hoạt động cần phải nối dây dẫn của thiết bị này tới cổng của thiết bị gốc hoặc nối tới một cổng của thiết bị trung gian khác đang hoạt động. Các đối tượng cần nhận tin

hiệu có thể kết nối tới cổng của thiết bị gốc hoặc các cổng của thiết bị trung gian đang hoạt động để nhận tín hiệu. Lưu ý mỗi cổng chỉ có thể kết nối một thiết bị.

**Yêu cầu:** Có M đối tượng cần nhận tín hiệu hãy cho biết phải sử dụng ít nhất bao nhiêu thiết bị trung gian trong N thiết bị trung gian hiện có để tất cả M đối tượng đều nhận được tín hiệu.

**Dữ liệu vào:** Từ file **TRANS.INP**

- Dòng đầu tiên là hai số nguyên dương N, M cách nhau một khoảng trắng ( $N, M \leq 10^5$ )
- N dòng tiếp theo mỗi dòng một số nguyên  $a_i$  là số cổng kết nối của thiết bị trung gian thứ i ( $a_i \leq 10^3$ )

**Dữ liệu ra:** Ghi vào file **TRANS.OUT** một số nguyên duy nhất là số thiết bị trung gian ít nhất cần sử dụng. Nếu sử dụng hết vẫn không đủ thì ghi -1.

**Ví dụ:**

TRANS.INP
3 4
3
2
2

TRANS.OUT
2

**Bài 6: Hàng cây (5 điểm) Tên file chương trình TREES.PAS**

Thành phố Vũng Tàu nổi tiếng với cung đường ven biển tuyệt đẹp, dọc cung đường này người ta trồng các cây phi lao để chắn gió, giữ đất. Sau một thời gian, các cây phi lao đều phát triển nhanh và đẹp, tuy nhiên chiều cao của chúng không đồng đều vì vậy người ta quyết định loại bỏ bớt một số cây để cho hàng phi lao đẹp hơn.

Giả sử có  $N$  cây phi lao được đánh số thứ tự từ 1 tới  $N$  tính từ đầu tới cuối cung đường. Cây thứ  $i$  có chiều cao là  $a_i$ . Trong  $N$  cây này người ta chọn một cây có thứ tự là  $K$  làm chuẩn, sau đó chọn các cây ở phía hai bên của cây thứ  $K$  theo nguyên tắc sau:

- Với các cây có thứ tự nhỏ hơn  $K$ , **cây được chọn gần cây thứ  $K$  phải có chiều cao lớn hơn cây được chọn xa cây thứ  $K$ .**

- Với các cây có thứ tự lớn hơn  $K$ , **cây được chọn gần cây thứ  $K$  phải có chiều cao nhỏ hơn cây được chọn xa cây thứ  $K$ .**

**Yêu cầu:** Em hãy viết chương trình giúp lựa chọn các cây, sao cho số cây phải loại bỏ là ít nhất (Cây thứ  $K$  luôn được chọn).

**Dữ liệu vào:** Từ file **TREES.INP**

- Dòng đầu tiên là hai số nguyên dương  $N, K$  cách nhau một khoảng trắng ( $K < N \leq 10^4$ )
- $N$  dòng tiếp theo mỗi dòng một số nguyên  $a_i$  là chiều cao của cây thứ  $i$  ( $a_i \leq 10^6$ )

**Dữ liệu ra:** Ghi vào file **TREES.OUT** một số nguyên duy nhất là số cây cần loại bỏ.

**Ví dụ:**

TREES.INP	TREES.OUT
9 5	4
3	
7	
2	
4	
6	
4	
7	
5	
8	

**Bài 7: Trò chơi xếp hình - Tên chương trình: GAMEP.???**

An vừa được Bố mua tặng một bộ đồ chơi block ghép hình sáng tạo. Trong bộ đồ chơi có  $n$  block, các block được đánh số lần lượt từ 1 đến  $n$ , block thứ  $i$  có độ cao là  $a_i$  (với  $i=1, 2, \dots, n$ ). An thích trò chơi xếp các block thành một hình trụ để mô phỏng trụ phát sóng của viễn thông. Để tăng tính thẩm mỹ, An chỉ thích chọn ra một loại block có cùng độ cao để xếp thành một trụ đứng nhưng không biết chọn loại block nào để xếp được một trụ cao nhất (với số lượng block ít nhất nếu có).

**Yêu cầu:** Hãy giúp An chọn loại block để xếp hình trụ theo yêu cầu của em.

**Dữ liệu:** vào từ file **GAMEP.INP**

- Dòng đầu chứa số nguyên dương  $n$  ( $n \leq 10^6$ ).
- Trong  $n$  dòng sau, dòng thứ  $i$  chứa số nguyên dương  $a_i$  ( $a_i \leq 10^6$ ;  $i=1, 2, \dots, n$ ).

**Kết quả:** ghi vào file **GAMEP.OUT** một dòng duy nhất ghi 2 số lần lượt là **số lượng các block** và **chiều cao của loại block được chọn** (2 số cách nhau ít nhất 1 khoảng trắng). **Nếu có nhiều loại block xếp thành hình trụ có cùng độ cao lớn nhất thì ghi ra loại có ít block nhất.**

**Ví dụ:**

GAMEP.INP	GAMEP.OUT
6	3 4
4	
2	
3	
4	
11	
4	

**Giải thích:** chọn loại block có độ cao 4, với số lượng 3, tổng chiều cao là 12

#### Bài 8: Dãy “FIBONACCI mới” - Tên chương trình: NEWFIBO.???

Dãy số nguyên không âm gồm  $n$  phần tử  $F_1, F_2, \dots, F_n$  được gọi là dãy “FIBONACCI mới” (gồm  $n$  phần tử) nếu thỏa mãn đồng thời các điều kiện sau:

- Dãy có ít nhất 3 phần tử ( $n \geq 3$ )
- $F_i = F_{i-1} + F_{i-2}$  ( $i \geq 3$ )

**Yêu cầu:** Cho dãy số nguyên không âm gồm  $n$  phần tử  $a_1, a_2, \dots, a_n$ . Hãy cho biết trong tất cả các dãy con của dãy số đó thì có bao nhiêu dãy là dãy “FIBONACCI mới”?

**Dữ liệu:** vào từ file NEWFIBO.INP

- Dòng đầu chứa số nguyên  $n$  ( $3 \leq n \leq 24$ ).
- Trong  $n$  dòng sau, dòng thứ  $i$  chứa số nguyên không âm  $a_i$  ( $a_i \leq 10^{18}$ )

**Kết quả:** ghi vào file NEWFIBO.OUT một số nguyên duy nhất là số lượng dãy “FIBONACCI mới” tìm được.

**Ví dụ:**

NEWFIBO.INP	NEWFIBO.OUT
6	4
0	
3	
4	
7	
11	
15	

**Giải thích:** có 4 dãy thỏa mãn là dãy “FIBONACCI mới”  $\{3, 4, 7\}; \{4, 7, 11\}; \{4, 11, 15\}; \{3, 4, 7, 11\}$

#### Bài 9: Sơn bảng- Tên chương trình: PAINT.???

Có  $k$  người thợ cần sơn  $n$  tấm bảng đặt cố định được xếp thành một hàng dài và được đánh số thứ tự lần lượt từ 1 đến  $n$ , để sơn tấm bảng thứ  $i$  thì cần tốn là  $a_i$  đơn vị thời gian (với  $i=1, 2, \dots, n$ ). Để hoàn thành công việc này trong khoảng thời gian sớm nhất có thể, các người thợ đã thống nhất với nhau là chia  $n$  tấm bảng thành  $k$  phần, mỗi phần gồm các tấm bảng đặt cạnh nhau (có chỉ số liên tiếp nhau), mỗi người thợ phụ trách một phần. Bài toán đặt ra cho những người thợ lúc này là làm sao chia  $n$  tấm bảng thành  $k$  phần để  $k$  người thợ hoàn thành trong khoảng thời gian ngắn nhất.

**Yêu cầu:** Hãy cho biết thời gian ngắn nhất  $t$  cần hoàn thành công việc sơn  $n$  tấm bảng của  $k$  người thợ.

**Dữ liệu:** vào từ file PAINT.INP

- Dòng đầu chứa số nguyên dương  $n$  và  $k$  ( $k \leq 100$ ,  $n \leq 300$ ,  $k \leq n$ )
- Trong  $n$  dòng sau, dòng thứ  $i$  chứa số nguyên dương  $a_i$  ( $a_i \leq 1000$ ;  $i=1, 2, \dots, n$ )

**Kết quả:** ghi vào file **PAINT.OUT** chứa duy nhất số nguyên dương  $t$  là đáp án bài toán.

Ví dụ:

PAINT.INP	PAINT.OUT
4 3 1 5 3 5	6

**Giải thích:** 4 tấm bảng được đánh số thứ tự lần lượt từ 1 đến 4. Khi đó để chia 4 bảng thành 3 phần sẽ có những cách chia như sau:  $\{[1], [2], [3,4]\}$ ;  $\{[1], [2,3], [4]\}$ ;  $\{[1,2], [3], [4]\}$ .

□ Thời gian hoàn thành ngắn nhất là **6** đơn vị thời gian ứng với cách chia  $\{[1,2], [3], [4]\}$  tương ứng thời gian thực hiện là  $\{[1,5], [3], [5]\}$ .

**Ràng buộc dữ liệu:** 20% tests với  $k \leq n \leq 20$