Lista 04 - Fernanda Martins da Silva bv3032345.

① a- $0 \leq f(n) \leq c.g(n)$ para $n \geq n_0$ $(a \leq b)$

$10n \leq c g(n) / n \rightarrow 10 \leq c$

É verdadeira para $c \leq 10$ //

b- $0 \leq f(n) \leq c.g(n)$ para $n \geq n_0$ $(a \leq b)$

$10n^2 \leq c g(n) / n \rightarrow 10n \leq c$

Não existe constante para satisfazer tal igualdade. Alternativa falsa. //

e- $0 \leq f(n) \leq c.g(n)$ para $n \leq n_0$ $(a \leq b)$

$10n^{55} \leq c.g(n) / 2^n \rightarrow 10n^{55} \leq 2^n$

Verdadeira, a condição se satisfaz. //

② $n^2 + 200n + 300$ é $O(n^2)$? Sim, é verdadeira. big O é utilizado para analise de pior caso, e analisando a alternativa, desconsideramos o termo (ou os) de menor ordem (200n e 300).

$n^2 \leq c_1 . n^2 \rightarrow c_1 = 1$, $200n \leq c_2 . n^2 \rightarrow c_2 = 200$ e
$300 \leq c_3 . n^2 \rightarrow c_3 = 300$ //

③ $n^2 - 200n - 300$ é $O(n)$? Não, como dito antes, em big O vem o pior caso.

$n^2 \leq c_1 . n \rightarrow$ não satisfaz, $-200n \leq c_2 . n \rightarrow c_2 = -200$ e
$-300 \leq c_3 . n \rightarrow c_3 = -300$ //

④ a- $(3/2)n^2 + (7/2)n - 4 = O(n)$

$(3/2)n^2 \leq c_1 . n \to$ não satisfaz
$(7/2)n \leq c_2 . n \to c_2 = 7/2$
$-4 \leq c_3 . n \to c_3 = -4$

Como uma das condições não satisfaz, a conjectura é falsa //

b- $(3/2)n^2 + (7/2)n - 4 = O(n^2)$

$(3/2)n^2 \leq c_1 . n^2 \to c_1 = 3/2$
$(7/2)n \leq c_2 . n^2 \to c_2 = 7/2$
$-4 \leq c_3 . n^2 \to c_3 = -4$

Todas as condições se satisfazem, logo, conjectura é verdadeira. //

⑤ $n^3 - 999999n^2 - 1000000 = O(n^2)$? Não, é falso, como dito anteriormente, bigO nos dá o pior caso.

$n^3 \leq c_1 . n^2 \to$ não existe condição que satisfaça,
$999999n^2 \leq c_2 . n^2 \to c_2 = 999999$ e
$1000000 \leq c_3 . n^2 \to c_3 = 1000000$ //

⑥ a- $\lg n = O(\lg_3 n)$?
$\to$ transformamos em $\frac{\lg n}{\lg 3}$, e multiplicamos o outro lado por $\lg 3$

$\lg n . \lg 3 \leq c_1 . \frac{\lg n}{\lg 3}$ / multiplica por $\lg 3$

$\to \lg n . \lg 3 \leq c_1 . \lg n$ / divide por $\lg n$ dos dois lados

$\to \lg 3 \leq c_1$, logo, a alternativa se torna verdadeira //

b- $\lg_3 n = O(\lg n)$?

$\hookrightarrow$ transformar em $\frac{\lg n}{\lg 3}$ $\Bigg\}$ $\underbrace{\frac{\lg n}{\lg 3} \leq c . \lg n}_{\text{divide por } \lg n}$

$\rightarrow \frac{1}{\lg 3} \leq c$, logo, a alternativa se mostra verdadeira.

7) a- $2^n = \Omega(3^n)$

$0 \leq c . g(n) \leq f(n)$ para $n > n_0$ (ou $a \geq b$)

$c . 3^n \leq 2^n$ / $\rightarrow$ $c . 3 \leq 2$, logo, alternativa falsa //

b- $(3/2)n^2 + (7/2)n - 4 = \Theta(n^2)$? $(a = b)$

$0 \leq c_1 . g n \leq f(n) \leq c_2 . g n$

$c_1 . n^2 \leq ((3/2)n^2 + (7/2)n - 4)) \leq c_2 . n^2$

analisando a parte superior e inferior (limite), ambos os resultados são positivos para $n \geq 1$. para c_1, encontra-se $(3/2)$ e c_2 é $(3/2)n^2$. Com isso, conseguimos provar que a alternativa é verdadeira //

c- $9999n^2 = \Theta(n^2)$?

$0 \leq c_1 . n^2 \leq 9999n^2 \leq c_2 n^2$

se $c_1 = 1$ e $c_2 = 99999$, logo $9999n^2$ sempre se manterá entre, alternativa verdadeira //

d- $n^2/1000 - 999n = \Theta(n^2)$?
$0 \leq c_1 . g(n) \leq (n^2/1000 - 999n) \leq c_2 . g(n)$

se $c_1 = 1/1000$ e $c_2 = 1000$, $f(n)$ $(n^2/1000 - 999n)$ estará sempre entre, provando que a alternativa é verdadeira//

e- $\lg n + 1 = \Theta(\lg n)$?
$0 \leq c_1 . g(n) \leq (\lg n + 1) \leq c_2 . \lg(n)$

se $c_1 = 1$ e $c_2 = 2$, a condição é verdadeira, pois $f(n)$ $(\lg n + 1)$ sempre se manterá entre.//

8.

	A	B	O	o	Ω	ω	Θ
a-	$\lg^k n$	n^ε	sim	não	não	sim	não
b-	n^k	c^n	não	não	sim	não	não
c-	$\sqrt{n}$	$n^{\operatorname{sen} n}$	sim	não	não	não	não
d-	2^n	$2^{n/2}$	não	não	não	não	sim
e-	$n^{\lg c}$	$c^{\lg n}$	sim	não	não	não	não
f-	$\lg(n!)$	$\lg(n^n)$	sim	não	não	não	não

→ considerando $k \geq 1$, $\varepsilon > 0$ e $c > 1$.

9 a- $f(n) = o(g(n))$ e $f(n) \neq \Theta(g(n))$:
→ satisfaz para $f(n) = n$ e $g(n) = n^2$, já que, aplicando limite no primeiro caso, a equação zera, e $f(n)$ não está estritamente limitada a $g(n)$.//

b- $f(n) = \Theta(g(n))$ e $f(n) = o(g(n))$:
→ satisfaz pois se tenho um big Θ, automaticamente também tenho um little o.//

c- $f(n) = \Theta(g(n))$ e $f(n) \neq O(g(n))$:

→ Não há nada que satisfaça a alternativa, já que sempre terei um big O também, junto do big Θ. //

d- $f(n) = \Omega(g(n))$ e $f(n) \neq O(g(n))$:

→ satisfaz para $f(n) = n^2$ e $g(n) = n$, já que uma não está estritamente ligada a outra. //

e- $f(n) = \Omega(g(n))$ e $f(n) \neq o(g(n))$:

→ satisfaz para $f(n) = n^2$ e $g(n) = n$, já que $f(n)$ é estritamente menor que $g(n)$. //